

UNIVERSITÉ DE LIÈGE

Faculté des Sciences Appliquées



**IDENTIFICATION DES COEFFICIENTS DE  
COUPLAGE AÉROÉLASTIQUE D'UNE SECTION  
DE PONT EN SOUFFLERIE.**

**THOMAS ANDRIANNE**

Travail de fin d'études présenté en vue de l'obtention du grade  
d'Ingénieur Civil Électricien-Mécanicien (option aérospatiale)

- Année académique 2004-2005 -

## Résumé

Le domaine de l'aéroélasticité en génie civil s'est largement développé durant les dernières décennies. Bénéficiant des travaux antérieurs réalisés en aéronautique, l'aéroélasticité des ouvrages d'art a développé ses caractéristiques propres, centrées essentiellement sur les problèmes d'écoulement autour des corps non profilés. Ces problèmes peuvent être classés dans les catégories suivantes: oscillation due à l'éjection tourbillonnaire, mouvement de galop, flottement et efforts dus à un vent turbulent. Chaque phénomène est étudié sur base de théories dédiées, couplées aux études expérimentales. En particulier, le comportement aéroélastique des ponts suspendus a été abordé sur le plan expérimental et analytique depuis l'effondrement du pont de Tacoma Narrows en 1940 aux États-Unis.

Le présent travail propose une approche du comportement aéroélastique du plus haut viaduc jamais conçu: le viaduc de Millau. On propose d'étudier le tablier de cet ouvrage d'art au sein de la soufflerie subsonique de l'Université de Liège. Une section du tablier vibre sous le vent grâce à un système de suspension spécifique développé par l'Université de Liège. Cette approche permet de mettre en évidence les différents phénomènes aéroélastiques, ainsi que les instabilités aérodynamiques qui apparaissent.

L'étude aéroélastique du tablier que l'on propose consiste à identifier les coefficients aéroélastiques introduits par Scanlan. Les coefficients aéroélastiques sont des fonctions adimensionnelles qui dépendent uniquement de la géométrie de l'ouvrage. Ils sont introduits ultérieurement dans l'analyse du comportement global de la structure et restent utilisables si des changements de masse ou d'inertie sont effectués durant la conception de l'ouvrage.

Les essais réalisés dans ce travail permettent de mieux comprendre les phénomènes aéroélastiques en jeu et de définir les marges de sécurité de l'ouvrage concerné. L'étude des différentes parties d'un tel ouvrage dans une soufflerie est de plus en plus fréquente dans le domaine du génie civil, ce qui permet la construction d'ouvrages de plus en plus audacieux...

*Je tiens à remercier tout particulièrement M. Pascal De Boe, responsable de la soufflerie de l'Université de Liège et M. Michaël Godard pour leur soutien précieux et leur grande disponibilité durant l'entièreté des essais en soufflerie.*

*Je remercie aussi M. Essers, professeur à l'Université de Liège et chef du service d'aérodynamique, pour avoir accepté d'être mon promoteur et d'avoir permis la réalisation de ce travail.*

*Merci à M. de Ville de Goyet, ingénieur au bureau d'études Gresich, pour ses interventions instructives et son grand intérêt pour mon travail.*

*Au terme de mes études, je tiens à remercier mes proches, et particulièrement Hélène, pour le soutien, l'aide et la compréhension qu'ils m'ont tous apporté tout au long de celles-ci.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte . . . . .	1
1.2	Objectifs et plan de l'exposé . . . . .	3
1.3	Le viaduc de Millau . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Notions d'aérodynamique et d'aéroélasticité</b>	<b>6</b>
2.1	Equations de Navier-Stokes . . . . .	6
2.2	Efforts aérodynamiques sur un corps au repos . . . . .	8
2.3	Écoulement des fluides autour des corps non profilés . . . . .	10
2.4	Phénomènes aérodynamiques . . . . .	12
2.4.1	Signature aérodynamique . . . . .	13
2.4.2	Turbulences du vent incident . . . . .	16
2.5	Phénomènes aéroélastiques . . . . .	18
2.5.1	Equations du mouvement du tablier . . . . .	20
2.5.2	Approche quasi-stationnaire . . . . .	22
2.5.3	Approche instationnaire . . . . .	25
2.5.4	Relation entre approches instationnaire et quasi-stationnaire . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Etude de la stabilité au vent d'un tablier de pont</b>	<b>32</b>
3.1	Approche quasi-stationnaire . . . . .	32
3.1.1	Flottement en flexion . . . . .	33
3.1.2	Flottement en tangage . . . . .	33
3.1.3	Flottement en flexion et torsion . . . . .	34
3.2	Approche instationnaire . . . . .	35
3.2.1	Flottement en flexion . . . . .	35
3.2.2	Flottement en tangage . . . . .	36
3.2.3	Flottement en flexion et torsion . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>39</b>
4.1	La soufflerie . . . . .	39
4.2	Modèle du tablier . . . . .	41
4.2.1	Types de modèle . . . . .	41
4.2.2	Description du modèle . . . . .	41
4.3	Système de suspension . . . . .	45
4.4	Instrumentation . . . . .	49
4.4.1	Capteurs de force et de couple . . . . .	49

4.4.2	Capteurs de déplacement . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Similitudes modèle/prototype</b>	<b>53</b>
5.1	Similitudes fondamentales . . . . .	53
5.2	Similitudes respectées sur le modèle . . . . .	56
5.3	Raideurs des ressorts du système de suspension . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Procédures d'identification</b>	<b>59</b>
6.1	Identification des coefficients aérodynamiques . . . . .	59
6.2	Méthodes d'identification modale utilisées . . . . .	61
6.2.1	Méthode Stochastique des Sous-Espaces . . . . .	61
6.2.2	Méthode Ibrahim Time Domain . . . . .	64
6.3	Identification des coefficients aéroélastiques . . . . .	66
6.3.1	Identification des ADs directs (1DDL) . . . . .	66
6.3.2	Identification des ADs indirects (2DDL) . . . . .	67
<b>7</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>70</b>
7.1	Mesures statiques . . . . .	70
7.1.1	Tablier en construction . . . . .	71
7.1.2	Tablier en service . . . . .	72
7.2	Mesures dynamiques . . . . .	74
7.2.1	Mouvement de torsion . . . . .	74
7.2.2	Mouvement de flexion . . . . .	78
7.2.3	Mouvement couplé en flexion/torsion . . . . .	80
7.3	Influence des barrières anti-vent . . . . .	83
7.4	Stabilité du tablier . . . . .	86
7.5	Comparaison des résultats . . . . .	89
7.5.1	Théorie vs expérimental . . . . .	89
7.5.2	ULg vs CSTB . . . . .	90
<b>8</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>92</b>
8.1	Conclusions . . . . .	92
8.2	Perspectives . . . . .	94
<b>9</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>95</b>
	<b>Annexes</b>	<b>A</b>
	<b>A Extraction des paramètres modaux sur base de la matrice d'état</b>	<b>A</b>
	<b>B Routines d'identification modale</b>	<b>B</b>
B.1	Méthode des sous-espaces . . . . .	B
B.2	Méthode Ibrahim Time Domain . . . . .	E

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte

A l'époque de la Tour Eiffel, construite en 1889 à Paris, il était généralement admis que les effets du vent se réduisaient à une pression uniforme lors du design des structures de grandes tailles. Durant la conception de sa Tour, Eiffel a fait l'hypothèse d'une pression variant linéairement de  $2kN/m^2$  à la base de la structure à  $4kN/m^2$  au sommet, 300 mètres au dessus du sol.

Pendant de longues années, jusqu'à la catastrophe du pont de Tacoma Narrows en 1940, les seules considérations du vent présentes en génie civil restent *statiques*. L'événement de Tacoma a initié l'ère des considérations aéroélastiques dans le cadre des études d'ouvrages d'art.

Les premières études aéroélastiques ont été réalisées dans le domaine de l'aéronautique. Les phénomènes aéroélastiques proviennent de l'interaction entre le fluide s'écoulant autour d'un obstacle et l'obstacle lui-même. Dans le cas d'une aile d'avion, dont la taille et la finesse en font une structure légère et flexible, les efforts aérodynamiques induisent un déplacement de l'aile. Ce déplacement change les conditions d'incidence du vent sur le profil et les efforts aérodynamiques sont donc modifiés. Cette interaction forte entre le fluide et la structure est à la base de la théorie de l'aéroélasticité.

Les évolutions technologiques liées aux développements des matériaux et de leur mise en oeuvre ont permis d'atteindre des nouveaux records dans le domaine du génie civil. Ces avancées ont permis la réalisation de structures souvent métalliques, de plus en plus légères et qui ne cessent d'impressionner par leurs dimensions. Les études de conception des structures modernes doivent être de plus en plus complètes et demandent une connaissance toujours plus précise du comportement dynamique de la structure.

Parmi les ouvrages modernes, une attention toute particulière est portée aux viaducs. Ces structures élancées s'élèvent jusqu'à 200 mètres de hauteur et sont soumises à des vents pouvant atteindre  $200km/h$  en rafale. La prise en compte des efforts dus à ces vents est déterminante pour dimensionner la structure et ses différentes parties : piles, tablier, pylônes, barrières pare-vent, etc.. En particulier, une étude spécifique du comportement du tablier doit être entreprise car c'est la composante la plus sensible au vent: il reprend à lui seul jusqu'à 25% des efforts totaux subits par l'ouvrage.

L'étude au vent doit donc être totalement intégrée dans la conception de tels ouvrages. Des corrections de design peuvent être apportées aux différents composants du pont pour améliorer sa stabilité. Les différentes vitesses qui mènent à des instabilités sont souvent considérées comme des critères de dimensionnement du tablier.

L'étude du comportement d'un ouvrage au vent est schématisée ci-dessous. L'arborescence présentée met en évidence l'importance des essais en soufflerie.

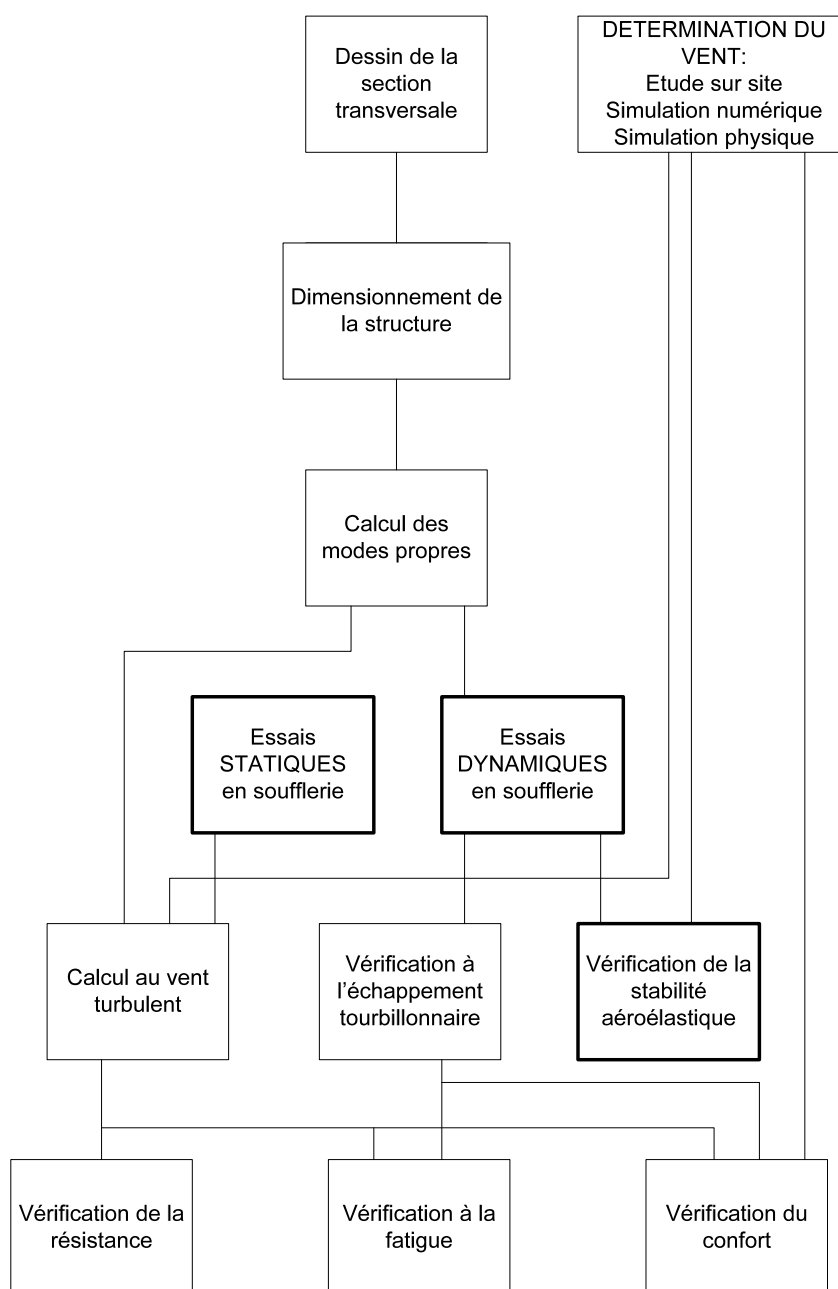


FIG. 1.1 – Rôle de l'étude en soufflerie dans la conception d'un ouvrage [6].

## 1.2 Objectifs et plan de l'exposé

On propose d'étudier le comportement aéroélastique d'un tablier de pont soumis au vent. La méthodologie dite du "*test sectionnel*" est appliquée au cas particulier du viaduc de Millau. Cette étude expérimentale doit permettre la mise en évidence des phénomènes de flottement aéroélastique qui apparaissent lorsqu'une vitesse critique de vent est atteinte. Le travail présenté est organisé à travers huit chapitres.

Dans un premier temps, on présente les différents phénomènes aérodynamiques et aéroélastiques en jeu dans le cas d'un écoulement autour d'un tablier de pont. Les effets aérodynamiques sont présentés qualitativement sans entrer dans les détails mathématiques et de manière à se concentrer sur les effets aéroélastiques qui nous intéressent.

On aborde ensuite l'étude la mise en équation des phénomènes aéroélastiques en tenant compte des mouvements de la structure étudiée. Deux approches peuvent être réalisées : la première est l'approche quasi-stationnaire, qui propose d'exprimer les forces aérodynamiques en fonction des déplacements et des vitesses du tablier qui se déforme sous l'effet du vent. Cette approche revient à linéariser le mouvement du tablier en faisant un certain nombre d'approximations. Elle fait intervenir la notion de coefficients aérodynamiques (portance, traînée, tangage) du tablier. Une deuxième approche, proposée par Scanlan, consiste à représenter les forces aéroélastiques en fonction des déplacements et des vitesses du tablier mais également de la fréquence du mouvement oscillatoire de la structure. Cette approche instationnaire introduit la notion de coefficients de couplage aéroélastique.

Les coefficients aéroélastiques peuvent être identifiés de trois manières. La première méthode est analytique et fait appel à des théories initialement développées dans le cadre de l'aéronautique au cas restrictif des profils minces. La seconde découle de l'approche quasi-stationnaire, qui, comme on le verra, est la limite de l'approche instationnaire pour un mouvement très lent du tablier. Enfin, l'identification des coefficients aéroélastiques peut être réalisée à partir d'essais en soufflerie, ce qui l'objectif principal de ce travail.

On montrera ensuite comment extraire les coefficients aéroélastiques à partir d'un enregistrement des mouvements du tablier sous le vent. En effet, on peut montrer que les coefficients aéroélastiques dépendent des caractéristiques vibratoires de la structure sous le vent. Les méthodes d'identification modale des *Sous-espaces* et d'*Ibrahim Time Domain* seront développées pour permettre l'identification de la fréquence et l'amortissement de chaque mode de vibration de la structure.

Après avoir présenté le set-up expérimental, on présentera les résultats obtenus sur le cas étudié. Le comportement aéroélastique de la maquette sera alors caractérisé pour plusieurs configurations géométriques (en construction et en service) et pour plusieurs régimes : stationnaire et instationnaire. On discutera aussi de l'importance des détails de la section sur le comportement du tablier.

Enfin, les conclusions de ce travail et les perspectives de recherches futures font l'objet du dernier chapitre.



### 1.3 Le viaduc de Millau

Le viaduc de Millau est le dernier maillon de l'autoroute A75 Clermont Ferrand - Béziers. Il franchit la vallée du Tarn à 5 km à l'ouest de la ville de Millau. Sa construction est destinée à garantir une plus grande fluidité du trafic autoroutier dans le Sud-Ouest de la France.

Cet ouvrage d'art gigantesque a été inauguré mi-décembre 2004, 39 mois à peine après le début de sa construction. Ce viaduc de tous les records est le plus haut du monde avec une hauteur de pile maximale atteignant 343 mètres. La recherche d'un ouvrage esthétique a conduit au choix d'un viaduc multi haubané, composé de piles minces, aux lignes élancées et d'un tablier très léger. Le tablier ainsi que les piliers sont réalisés en acier, ce qui permet un allègement considérable de la structure.



FIG. 1.2 – *Viaduc de Millau.*

Cet ouvrage d'art français a été réalisé en partenariat avec le bureau d'études Greisch (**beg**). Cette entreprise liégeoise possède une grande expérience dans le domaine des ouvrages de grandes envergures qui représentent de réels défis technologiques. Outre la conception de la méthode de construction (par lançage), le bureau d'études Greisch a pris en charge les calculs généraux, les calculs au vent du viaduc, le dimensionnement du tablier, des pylônes et des haubans ainsi que la conception des ouvrages provisoires.

Il est intéressant de s'attarder sur certaines dimensions de l'ouvrage de manière à se rendre compte du défi pharaonique que sa construction représente: le tablier est appuyé sur 7 piles pour franchir les 2460m au dessus de la vallée du Tarn. Il est large de 32m et sa portée peut atteindre 342m entre deux piles. La dimension verticale du tablier vaut 4,2m, ce qui en fait donc une structure élancée, légère et donc sensible aux forces aérodynamiques qui s'y appliquent à la manière d'une aile d'avion retournée (fig. 1.3).

Face à une telle structure, des études précises ont dû être réalisées en ce qui concerne les effets du vent. Ces études ont été entreprises en trois parties:

- L'analyse et la mesure des vents sur site et l'étude des relevés statistiques enregistrés par les stations météorologiques.
- L'identification et la modélisation des mécanismes d'action du vent.
- Les essais en soufflerie sur maquette, réalisés par le CSTB: le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment à Nantes.



FIG. 1.3 – *Vue de la section du tablier.*

Parmi les essais sur maquette entrepris au sein de la soufflerie du CSTB, on retrouve des mesures statiques et dynamiques. Les premières consistent à identifier les coefficients aérodynamiques du tablier. Ces coefficients permettent de déterminer la tenue statique de l'ouvrage soumis au vent. Des essais dynamiques ont également été entrepris pour étudier le comportement aéroélastique des différents composants du viaduc de Millau. Des tests en soufflerie des pylônes, du tablier et même de l'ensemble pylône tablier ont été réalisés pour prévoir le comportement global du viaduc.

Les études de stabilité de la structure soumise au vent ont révélé un comportement stable dans les conditions standards d'utilisation du viaduc (niveau de vitesse, orientation ou encore degré de turbulences du vent incident). Des phénomènes instables sont mis en évidence pour des configurations peu habituelles du tablier et pour un vent de vitesse importante. Ces études permettent d'assurer l'intégrité de l'ouvrage et surtout la sécurité de ses utilisateurs.

Le travail est réalisé en s'appuyant sur un certain nombre de données techniques du viaduc provenant du bureau d'études Greisch. Certains résultats sont comparés à ceux obtenus lors des études en soufflerie réalisées au sein du CSTB.

# Chapitre 2

## Notions d'aérodynamique et d'aéroélasticité

Dans ce chapitre, on présente les hypothèses qui servent de base à ce travail. On retrouve également une présentation des différentes forces qui s'appliquent à une structure soumise au vent et une explication des phénomènes propres aux écoulements autour des corps non profilés. Les effets aérodynamiques et aéroélastiques en jeu sont présentés de manière à bien cerner la physique du problème. Le mouvement du tablier est mis en équations et les forces qui s'appliquent sur la structure sont modélisées de différentes manières.

### 2.1 Equations de Navier-Stokes

La mécanique des fluides est régie au plan macroscopique par les équations de *Navier-Stokes*. Ces équations sont issues des principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. A ces équations se greffe la loi d'état du fluide de travail (l'air). Dans le contexte de l'étude d'un pont soumis à un vent de vitesse peu élevée, plusieurs simplifications peuvent être apportées:

- La vitesse maximale du vent est largement inférieure à la vitesse du son et la masse volumique peut donc être considérée constante. C'est l'hypothèse d'incompressibilité.
- La température de l'air est constante à l'échelle du phénomène, ce qui implique que l'équation de l'énergie n'est pas exploitée.
- L'air est un gaz léger et son poids propre est négligé devant les autres forces.

Les équations de Navier-Stokes se simplifient alors sous la forme:

$$\operatorname{div}(\mathbf{u}) = 0; \tag{2.1}$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \wedge \vec{\mathbf{u}} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} p + \mu \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{rot}} \mathbf{u}) + \rho \mathbf{a}; \tag{2.2}$$

Dans ces équations on retrouve le vecteur vitesse  $\mathbf{u}$ , la pression  $p$ , la masse volumique  $\rho$ , la viscosité dynamique  $\mu$  et l'accélération due aux forces de volume  $\mathbf{a}$ .

Les équations de Navier-Stokes peuvent être modifiées de manière à mettre en évidence la signification physique de chaque terme. Cette modification consiste à adimensionaliser les

équations (2.1) et (2.2). Les différentes variables qui apparaissent dans ces équations sont transformées selon:

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/L \quad \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}/U \quad \bar{p} = p/\rho U^2 \quad \bar{\mathbf{a}} = \mathbf{a}/g \quad \bar{t} = t/T$$

où  $L$  représente une longueur caractéristique,  $g$  l'accélération de la gravité,  $U$  la vitesse moyenne de l'écoulement et  $T$  une durée de référence.

En remplaçant ces variables dans l'équation de quantité de mouvement (2.2), il vient:

$$St \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \bar{t}} + \bar{\mathbf{u}} \wedge \overrightarrow{rot} \bar{\mathbf{u}} = -\overrightarrow{grad} \bar{p} + \frac{1}{Re} \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \bar{\mathbf{u}}) + \frac{1}{Fr^2} \bar{\mathbf{a}} \quad (2.3)$$

Les nombres sans dimension  $Re$ ,  $St$  et  $Fr$  portent les noms respectifs de Reynolds, Strouhal et Froude.

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad St = \frac{L}{UT} \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{Lg}}$$

Où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide [ $m^2/s$ ].

Chacun de ces nombres a une signification physique spécifique et traduit l'importance des différentes grandeurs en jeu:

- Le nombre de Reynolds exprime le rapport entre les forces d'inertie du fluide et les forces visqueuses. Il a une importance capitale dans le cas où la viscosité du fluide est prise en compte, c'est-à-dire dans la couche limite. Sa valeur permet de dissocier trois types d'écoulement: laminaire ( $Re < 10^4$ ), transitoire ( $Re \sim 10^5$ ) et turbulent ( $Re > 10^5$ ).
- Le nombre de Strouhal traduit l'importance des termes instationnaires dans les équations de Navier-Stokes. Il est donc très important pour caractériser le fluide qui s'écoule autour d'une structure en mouvement oscillatoire.
- Le nombre de Froude permet de rendre compte de l'importance des forces d'inertie par rapport aux forces de gravité.

L'intérêt de définir de tels nombres sans dimension est de pouvoir quantifier aisément les phénomènes en jeu à partir de longueurs et vitesses caractéristiques et des caractéristiques de fluide. Les ordres de grandeurs des différents nombres permettent alors de déterminer les termes prépondérants du phénomène et de négliger éventuellement les autres.

Remarquons que la longueur caractéristique doit être choisie en fonction du phénomène que l'on désire étudier. Pour le nombre de Reynolds on prendra la largeur du tablier  $B$ . Mais pour le Strouhal, la longueur à utiliser est, soit la largeur  $B$ , soit l'épaisseur du tablier selon le phénomène étudié. Ce choix est réalisé dans la suite lorsque l'on présente les différents phénomènes instationnaires qui peuvent apparaître.

Ces nombres sans dimension sont à la base de la théorie des similitudes (§5.1). La similitude entre le modèle et le prototype dans une étude en soufflerie est nécessaire pour que les résultats de l'étude sur le modèle soient interprétables à la structure réelle.

## 2.2 Efforts aérodynamiques sur un corps au repos

Un corps au repos immergé dans un fluide subit différentes forces qui résultent de l'intégration des forces normales de pression sur le profil.

L'ensemble des forces qui s'appliquent sur le tablier peut se réduire à trois forces et trois couples aérodynamiques qui s'exercent selon les trois dimensions. On parle alors de la force latérale, des forces de portance, de traînée ainsi que des couples de tangage, de roulis ou de lacet (fig. 2.1).

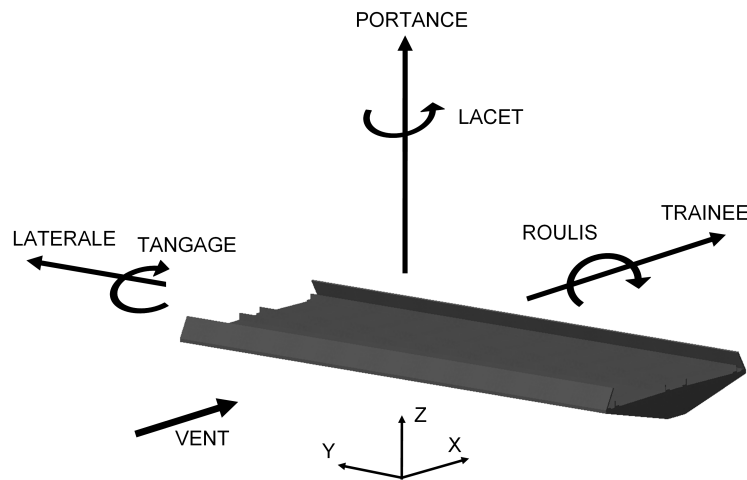


FIG. 2.1 – Efforts aérodynamiques sur une section de pont.

Remarquons que ce type de notations des efforts aérodynamiques est emprunté aux théories qui décrivent le comportement des avions et à l'étude de leur stabilité.

### Approche bi-dimensionnelle:

Dans le cas des sections de pont, les efforts aérodynamiques sont considérés dans le plan de la section du tablier uniquement. Ils sont donc étudiés dans le plan  $XZ$  (fig. 2.2). L'étude bi-dimensionnelle traite donc les forces de portance et de traînée ainsi que le couple de tangage.

Pour définir ces forces, il est nécessaire de se fixer un référentiel. Les aérodynamiciens ont coutume de travailler dans le repère lié au vent alors que pour le calcul des ouvrages, il est souvent plus commode de travailler dans le trièdre lié à la structure. Pour fixer les idées, le trièdre lié au vent est présenté à la figure 2.2. Le passage d'un trièdre à l'autre est obtenu par rotation d'angle  $i$ . L'axe  $y$  est dirigé perpendiculairement au plan de la figure de manière à obtenir un trièdre sinistrorsum.

Les efforts aérodynamiques, par unité de longueur, s'expriment dans le référentiel lié au vent selon:

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2}\rho BC_L U^2 \\ D = \frac{1}{2}\rho BC_D U^2 \\ M = \frac{1}{2}\rho B^2 C_M U^2 \end{cases}$$

Où les termes  $C_L$ ,  $C_D$  et  $C_M$  sont les coefficients aérodynamiques, respectivement de portance, de traînée et de tangage. Ces coefficients sont adimensionnels et dépendent de la géométrie de la section, de l'incidence et du nombre de Reynolds.

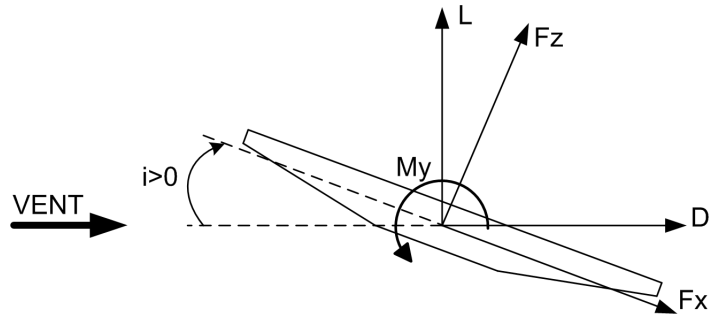


FIG. 2.2 – Référentiel lié au vent.

La forme du tablier est comparable à une aile d'avion disposée à l'envers: le haut du tablier est en surpression alors que le bas est en dépression (fig.2.3). La force de portance qui résulte de cette différence de pressions est dirigée vers le bas, ce qui se traduit par un coefficient de portance  $C_L$  négatif pour une incidence nulle. L'évolution des coefficients aérodynamiques en fonction de l'incidence du tablier est déterminée expérimentalement dans le cadre de ce travail (§6.1).

Remarquons que la force de *déportance* va dans le sens de la stabilité de l'ouvrage, puisqu'elle pousse le tablier contre les piles qui le soutiennent.

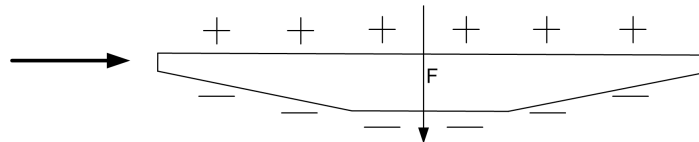


FIG. 2.3 – Pressions sur le profil du tablier.

Les efforts statiques qui s'appliquent au tablier sont:  $F_x$  la force de traînée,  $F_z$  la force de portance et  $M_y$  le couple de tangage. Ces efforts sont également exprimés par mètre de tablier car on se place dans de plan  $XZ$ . Les dénominations de portance, traînée et tangage sont conservées mais il faut garder à l'esprit que les forces  $L$  et  $F_x$  ne sont pas exprimées dans le même référentiel.

Ces efforts sont liés selon:

$$\begin{cases} F_z = D \sin(i) + L \cos(i) \\ F_x = D \cos(i) - L \sin(i) \end{cases}$$

Ils sont exprimés dans le repère lié à la structure et sont pris en compte lors du dimensionnement statique de l'ouvrage. On verra qu'à cette contribution statique, se rajoutent les effets dynamiques dont l'étude est de plus en plus importante dans la conception d'ouvrages d'art.

## 2.3 Écoulement des fluides autour des corps non profilés

Un certain nombre de remarques doivent être faites en ce qui concerne l'écoulement autour des corps non profilés.

Pour un corps non profilé, le décollement de la couche limite est inévitable, que celle-ci soit laminaire ou turbulente. Or il apparaît qu'une couche limite turbulente adhère plus longtemps sur les parois qu'une couche limite laminaire. Cela s'explique par le fait que l'énergie cinétique contenue dans la couche limite est plus importante en turbulent qu'en laminaire. Les particules de la couche limite possèdent donc plus d'énergie et le gradient de pression adverse doit être plus fort pour faire décrocher le fluide. Le sillage d'un corps non profilé est donc plus important en régime laminaire qu'en régime turbulent.

Or, la traînée d'un corps non profilé est principalement produite par le sillage chaotique qu'il crée. Il en découle que la traînée d'un corps non profilé en régime laminaire est plus importante qu'en régime turbulent. Ce phénomène apparaît également pour des corps mieux profilés. Dans le cas d'un cylindre, on voit (fig. 2.4) que ce phénomène se traduit à travers le coefficient de traînée  $C_D$  qui chute une fois que le régime devient turbulent.

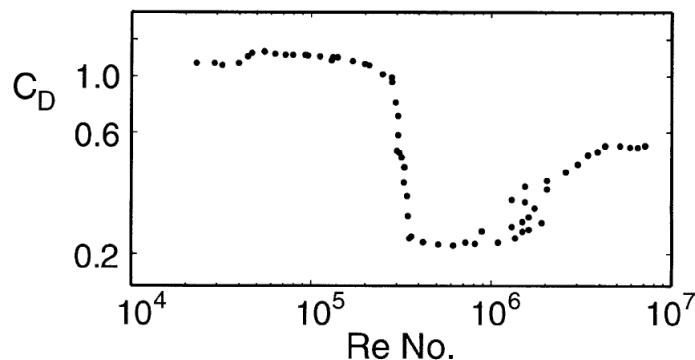


FIG. 2.4 – Influence du nombre de Reynolds sur la traînée d'un cylindre

Par ailleurs, si le nombre de Reynolds et la turbulence agissent sur le décollement de la couche limite, ils ont également une influence sur le recollement des couches de cisaillement pour une géométrie anguleuse. L'emplacement du point de recollement dépend grandement de la turbulence et les conséquences sont importantes pour la stabilité aéroélastique de la structure.

Par exemple, pour une section rectangulaire de faible allongement, en écoulement faiblement turbulent, les lignes de séparation qui débutent aux arêtes amont ne recollent pas sur l'arrière de la section (fig. 2.5). Cette configuration conduit notamment à un gradient de portance négatif. L'étude de la stabilité de la structure présentée plus loin dans le travail (§3.1.1) montrera que la structure est alors instable en galop de flexion. Si pour la même section, le niveau de turbulences est supérieur, les lignes de séparation rejoignent l'arrière de la section en un point de recollement. Dans ce cas, la dérivée de la portance devient positive et la structure est stable vis-à-vis du galop de flexion.

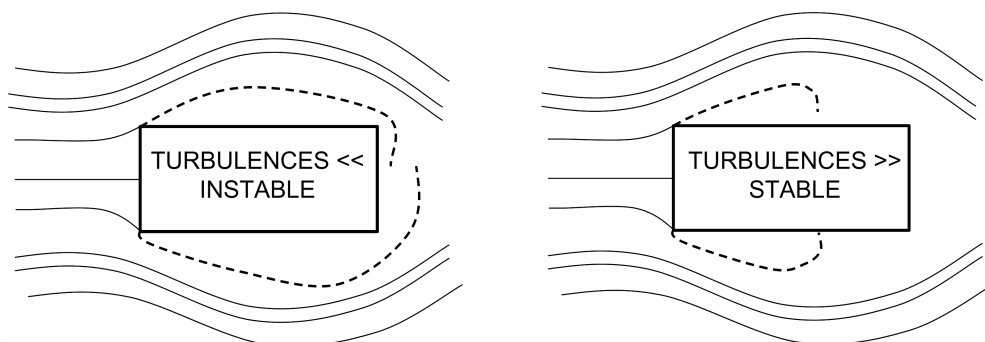


FIG. 2.5 – Écoulement autour d'un corps non profilé

Le nombre de Reynolds qui caractérise les écoulements autour de structures de grandes tailles est assez élevé ( $Re \sim 10^7$ ). Pour un nombre de Reynolds aussi importants, l'écoulement est caractérisé par l'apparition de turbulences. Selon les conditions d'écoulement, on peut alors assister, dans les zones où la géométrie de l'obstacle varie, à des décollements de couche limite. Quand l'obstacle étudié présente des arêtes vives, ces décollements se produisent préférentiellement en ces discontinuités. L'instabilité des nappes décollées peut mener, sous l'effet de petites perturbations dans l'écoulement, à des détachements tourbillonnaires.

Pour conclure, il faut noter que le nombre de Reynolds et les caractéristiques turbulentes de l'écoulement sont des paramètres influents pour l'estimation des efforts sur les structures. Ils agissent principalement dans la couche limite, sur les points de transition laminaire/turbulent et sur la position des décollements et des ré-attachements. *La majorité des formes de ponts sont relativement peu sensibles à cet effet grâce au fait que les décollements se font préférentiellement au niveau des arêtes (fig. 2.6) et qu'il n'y a donc pas de fluctuations.*

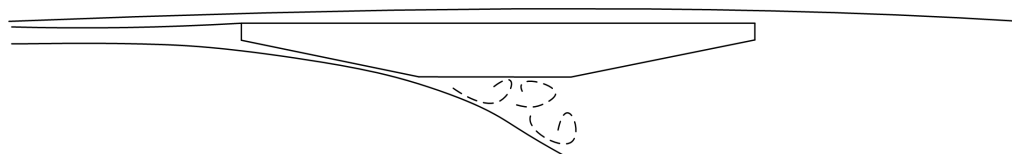


FIG. 2.6 – Décollement du filet fluide au niveau d'une arête vive.



## 2.4 Phénomènes aérodynamiques

Les efforts qui viennent d'être présentés sont relatifs à une structure **fixe** dans un écoulement **uniforme**. Il apparaît cependant que la nature de l'écoulement amont est bien différente d'un écoulement uniforme et que la structure se déplace sous l'effet du vent. Il est alors nécessaire d'approfondir l'étude des efforts qui s'appliquent réellement au tablier.

Les effets du vent sur une structure élancée peuvent être classés en trois types :

1. Les effets de **signature** : formation de tourbillons en aval de l'obstacle heurté par le vent.
2. Les effets **turbulents**, associés aux fluctuations turbulentes de l'écoulement du vent dans les basses couches atmosphériques pour lesquels interviennent des notions statistiques telles que l'admittance aérodynamique.
3. Les effets **aéroélastiques** qui se développent dans une structure lorsque les déplacements de celle-ci et les forces du vent interagissent.

Ces trois types d'effets ne s'exercent malheureusement pas indépendamment les uns des autres, mais faute d'une compréhension fine des phénomènes physiques, il est habituel de séparer dans un premier temps les effets de signature et aéroélastiques des effets induits par la turbulence. Il vient alors :

$$\textit{Effets du vent} = \textit{Effets de signature et aéroélastiques} + \textit{Effets turbulents}$$

La séparation entre les effets de signature et aéroélastiques est moins évidente. Lorsque les couches limites de l'écoulement restent collées, les instationnarités de signature ne sont pas modifiées par le mouvement de l'obstacle. Cette insensibilité semble également valable pour des tabliers de pont qui vibrent faiblement et pour lesquels il n'y a pas d'accrochage avec l'échappement tourbillonnaire. Il est alors possible de pousser plus loin la décomposition selon :

$$\textit{Effets du vent} = \textit{Effets de signature} + \textit{Effets aéroélastiques} + \textit{Effets turbulents}$$

Si la fréquence du mouvement est proche de la fréquence des tourbillons, les effets de signature et aéroélastiques deviennent alors fortement couplés suivant l'amplitude des vibrations.

On décide de se baser sur cette dernière décomposition tout au long du travail.

Les deux premiers effets aérodynamiques sont présentés succinctement dans les paragraphes qui suivent. On se concentre sur l'aspect qualitatif de ces manifestations aérodynamiques en présentant uniquement les relations nécessaires pour une bonne compréhension de la physique des phénomènes.

Le troisième effet est largement développé mathématiquement car il repose sur une série d'équations du mouvement du tablier et sur une forme complète des efforts aérodynamiques. Ces équations permettent de discuter la physique du phénomène en faisant appel à la notion de stabilité aéroélastique du tablier.

### 2.4.1 Signature aérodynamique

En heurtant un obstacle, la masse d'air s'échappe en aval de celui-ci en créant des tourbillons. Ces tourbillons se détachent alternativement de chaque côté de l'obstacle pour créer une "rue de tourbillons alternés" également connue sous le nom de tourbillons de Von Karman (fig. 2.7). Ce détachement crée des efforts perpendiculaires à la direction de vent. Ce phénomène dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement car il prend naissance au sein de la couche limite ou dans la couche de cisaillement pour les formes anguleuses.

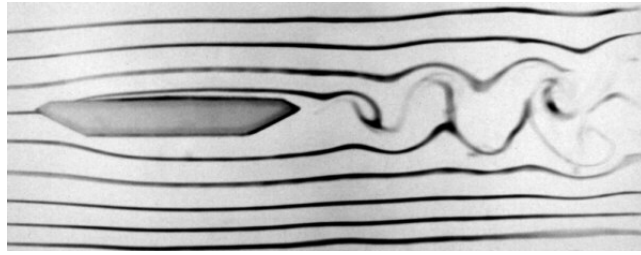


FIG. 2.7 – Échappement tourbillonnaire de Von Karman.

Lorsque le profil est anguleux, ce qui est le cas pour la section de pont étudiée, le point de décollement est fixé sur l'arête et le processus générateur de tourbillon est le suivant: la couche de cisaillement subit de très petites instabilités tridimensionnelles qui induisent le déclenchement des tourbillons. L'alternance entre les deux rangées de tourbillons est due à un phénomène d'accrochage résonnant des instabilités génératrices.

Le paramètre déterminant du phénomène est la fréquence à laquelle se détachent les tourbillons. En effet le détachement alternatif génère, sur le tablier, des forces de portance et de traînée fluctuantes quasi sinusoïdales.

Plus précisément, la fréquence de détachement des tourbillons est rapportée au nombre de Strouhal qui est fonction de la vitesse du vent et de la dimension transversale de l'obstacle. La fréquence d'éjection tourbillonnaire peut s'écrire:

$$n_t = \frac{U_{conv}}{d} \quad (2.4)$$

Dans laquelle  $U_{conv}$  est la vitesse de convection d'un tourbillon et  $d$  la distance entre deux tourbillons successifs.

En notant  $L_t$  la longueur caractéristique (qui est dans ce cas l'épaisseur de la section de pont), le nombre de Strouhal s'exprime comme suit:

$$St = \frac{L_t n_t}{U} = \frac{U_{conv} L_t}{U d} \quad (2.5)$$

En pratique, il apparaît que le rapport entre la vitesse de convection d'un tourbillon et la vitesse de l'écoulement amont est une constante de l'ordre de 1/2, valeur qui reste valable quelque soit la forme de l'obstacle.

Par contre la valeur de  $d$  est fonction du nombre de Reynolds et de la géométrie du profil. Il est possible de trouver des valeurs du nombre de Strouhal pour des géométries caractéristiques en fonction du nombre de Reynolds.

Lorsque la fréquence d'éjection des tourbillons est proche d'une fréquence propre de la structure, des déformations de grandes amplitudes apparaissent au sein du tablier. Ces amplitudes sont limitées par l'amortissement présent dans le système. Il est possible de déterminer la vitesse du vent amont qui engendre une instabilité de ce type.

En effet, la formule (2.5) exprime la fréquence des tourbillons  $n_t$  en fonction du nombre de Strouhal et de la vitesse d'écoulement. D'après cette équation, il est possible de tirer pour chaque fréquence de flexion de la structure  $n_{h,i}$  la vitesse d'écoulement qui induit la résonance de la structure:

$$U_{c,i} = \frac{L_t n_{h,i}}{St} \quad (2.6)$$

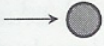
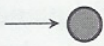

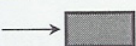




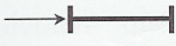

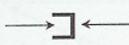



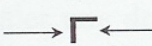
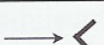
En consultant le tableau 2.8, on apprend que le nombre de Strouhal vaut  $\sim 0.1$  pour une section rectangulaire allongée. Sachant que l'épaisseur maximale du tablier du viaduc de Millau vaut  $4,2m$  et que la première fréquence de flexion est égale à  $0,2505Hz$ , la vitesse de l'écoulement amont qui excite le premier mode de flexion vaut  $10,52m/s$ . Cette faible vitesse est évidemment souvent atteinte ce qui entraîne l'apparition d'une instabilité due aux effets de signature.

Expérimentalement il a été observé qu'une fois la fréquence de résonance sollicitée, elle pilote le contrôle du phénomène, ce qui le rend d'autant plus dangereux. En effet, une légère variation de la vitesse du vent n'engendre pas de modification d'oscillation, alors que la fréquence des tourbillons est modifiée selon l'équation (2.5). Ce phénomène porte le nom de *lock-in* ou d'*accrochage*.

On note également que le profil peut entrer en vibration alors que la fréquence de l'excitation n'est qu'un sous-multiple de la fréquence structurelle. L'énergie contenue dans les harmoniques de l'excitation suffit alors à la structure pour répondre à sa fréquence propre.

On parle d'instabilité par échappement tourbillonnaire. En fait, cette instabilité consiste essentiellement à développer des amplitudes moyennes qui peuvent fatiguer le matériau ou engendrer de l'inconfort.

Tableau 3.1 – Nombres de Strouhal de sections usuelles.

Section et direction du vent	Type	Strouhal
	circulaire à $Re$ subcritique <sup>a</sup>	0,19 – 0,20
	circulaire à $Re$ critique <sup>b</sup>	0,3
	carré	0,127
	rectangle 2:1	0,087
	rectangle 5:1 <sup>c</sup>	0,1
	plaque	0,16
	triangle	0,17
	section en H carré	0,120
	section en H rectangle 5:1	0,108
	section en U carré droit	0,126
	section en U carré couché	0,125
	section en I	0,145
	section en T droit	0,16
	section en T couché	0,145
	cornière	0,144
	cornière à 45°	0,147

a.  $Re < 10^5$ b.  $Re > 10^5$ c. Pour les allongements  $> 5$ , très dépendant de la couche limite sur les faces latérales.

FIG. 2.8 – Nombre de Strouhal pour différentes sections [6].

## 2.4.2 Turbulences du vent incident

Le vent est un phénomène aléatoire dans le temps et dans l'espace. Pour s'en convaincre, il suffit de voir la difficulté que les stations météorologiques ont de prévoir avec certitude le temps qu'il fera.

Deux échelles temporelles doivent être distinguées pour caractériser le vent qui souffle sur une structure.

### A l'échelle des jours et des années:

Les vents violents sont observés sous forme de tempêtes ou d'ouragans. La notion de *période de retour* ou de *vent cinquantennal* est largement utilisée pour vérifier les états limites de la structure étudiée. Cette période de retour s'étend sur cinquante années et fait l'objet d'études statistiques météorologiques importantes lors de l'étude du site d'implantation d'un ouvrage d'art.

Dans le cadre de l'étude du vent du viaduc de Millau, des mesures anémométriques sur site ont été réalisées pour identifier les vitesses et les directions des vents dominants, ainsi que les turbulences verticales sur un profil de 300 mètres (près du Tarn, à la verticale du tablier). Les estimations du vent cinquantennal ont été faites par calcul numérique, sur une surface de  $19 \times 17$  km. La statistique des vents annuels a permis de définir les vitesses moyennes tri-horaires et les maxima annuels: la vitesse moyenne du vent au niveau du tablier varie entre  $34\text{m/s}$  et  $42\text{m/s}$ , selon la position sur le tablier et la direction du vent. Trois modèles de vent ont été retenus: vent d'Est (presque normal au tablier), vent du Sud-Est, vent du Nord-Ouest ainsi que trois zones de turbulence: versant Nord du Tarn, vallée du Tarn et versant Sud du Tarn.

### A l'échelle d'une minute:

Les fluctuations du vent sont importantes à faible échelle. D'importantes variations (de l'ordre de 30%) autour d'une valeur moyenne peuvent être atteintes (fig. 2.9).

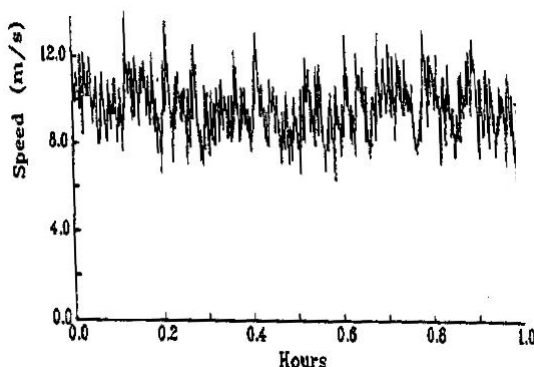


FIG. 2.9 – Enregistrement de la vitesse du vent [18].

Les forces aérodynamiques qui s'appliquent au tablier fluctuent évidemment comme le vent incident. Ces forces peuvent être vues comme la somme de forces sinusoïdales élémentaires dont

les périodes s'étendent d'une seconde à plusieurs minutes. Les modes propres de la structure peuvent donc être excités par ces forces élémentaires si les fréquences de la structure et celles des forces correspondent.

Le caractère aléatoire du vent impose donc une étude statistique des phénomènes en jeu. Cependant, dans le cadre de ce travail, on propose d'étudier le troisième effet du vent, c'est-à-dire les phénomènes aéroélastiques (présentés dans la section qui suit). Lors des essais en soufflerie, le vent amont peut être considéré comme uniforme et les effets de la turbulence du vent seront peu marqués.

Ces fluctuations de vitesse sont prises en compte dans le cadre d'une étude complète du comportement au vent d'un ouvrage comme l'a montré la figure (1.1). Malgré les instabilités qui peuvent survenir à cause de ces fluctuations, celles-ci peuvent avoir un impact positif sur la stabilité de l'ouvrage: les variations de la vitesse du vent peuvent casser les harmoniques de l'écoulement. L'éjection tourbillonnaire est alors perturbée de sorte que les forces verticales alternées ne s'appliquent plus de manière ordonnée. L'instabilité due à l'éjection tourbillonnaire est alors évitée grâce aux perturbations de l'écoulement. Ceci traduit l'interaction forte entre les effets de signature et ceux d'un vent turbulent sur un obstacle.

Dans le cadre de ce travail, on propose d'étudier le comportement du tablier pour un vent uniforme (uniquement les turbulences de la soufflerie c'est-à-dire 0,15%) pour que les effets du vent turbulent n'interfèrent pas avec les effets aéroélastiques présentés dans ce qui suit.

## 2.5 Phénomènes aéroélastiques

De manière générale, la théorie de l'aéroélasticité est basée sur le phénomène d'interaction entre le fluide et la structure: elle s'intéresse au comportement d'un système constitué par deux entités mécaniques considérées comme distinctes: une structure mobile (rigide ou déformable) et un fluide (en écoulement ou au repos) autour de la structure. L'évolution de chacune des entités dépendant de celle de l'autre, un phénomène de couplage apparaît. Plus précisément, le mouvement de la structure est influencé par l'écoulement du fluide à travers les efforts transmis à l'interface, et réciproquement, le mouvement de la structure influence l'écoulement du fluide par les déplacements de l'interface.

Le tablier est une structure flexible qui se déforme à cause des efforts aérodynamiques. Cette déformation se traduit par un changement des caractéristiques de l'écoulement (incident, vitesse) qui a pour effet de modifier les efforts aérodynamiques et donc les déformations du tablier qui s'en suivent. L'interaction entre le fluide et la structure est donc largement dépendante du temps.

Deux phénomènes caractéristiques peuvent apparaître pour une structure flexible soumise au vent: la divergence et le flottement.

### Le phénomène de divergence:

Sous l'action du vent, le tablier doit résister à des efforts de portance et de traînée ainsi qu'à un moment de tangage. Lorsque la vitesse du vent augmente, le couple de tangage augmente, faisant vriller d'autant plus le tablier. Ce vrillage se traduit par un accroissement de l'angle d'attaque et donc des efforts que le tablier subit. L'ensemble du phénomène nécessite de la part de la structure une augmentation du couple résistant. Lorsque la demande additionnelle de moment résistant n'est plus satisfaite, il y a apparition d'une instabilité pour une vitesse appelée *vitesse critique de divergence*. Ce phénomène de torsion est l'équivalent du flambement pour la compression. Il dépend uniquement de la flexibilité structurelle et de la manière dont le moment aérodynamique croît. C'est donc un phénomène statique et non dynamique comme le phénomène de flottement qui va être présenté.

Une analyse rapide des équations permet de déterminer la vitesse critique de divergence. L'instabilité apparaît lorsque le couple résistant égale le couple aérodynamique, ce qui se traduit par la relation:

$$I\omega_\alpha^2 + \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \frac{dC_M}{di}(0) = 0$$

La vitesse critique s'exprime donc par:

$$U_c = \sqrt{-\frac{2I\omega_\alpha^2}{\rho B^2 \frac{dC_M}{di}(0)}} \quad (2.7)$$

Ce phénomène touche peu les tabliers de pont car la vitesse critique de divergence est souvent très élevée, bien au-delà des vitesses utilisées au dimensionnement.

**Le phénomène de flottement:**

Le flottement qui peut résulter des effets aéroélastiques se traduit par des oscillations auto-entretenues du tablier qui tire son énergie du vent. Ces oscillations se manifestent en flexion verticale (galop) ou en flexion/torsion à haute vitesse de vent. Il y a instabilité lorsque l'énergie dissipée par le tablier est inférieure à celle apportée par le vent: le tablier n'amortit plus les oscillations, ce qui peut mener à la ruine de l'ouvrage. C'est ce qui s'est produit en novembre 1940 sur le pont de Tacoma aux États Unis (fig. 2.10).

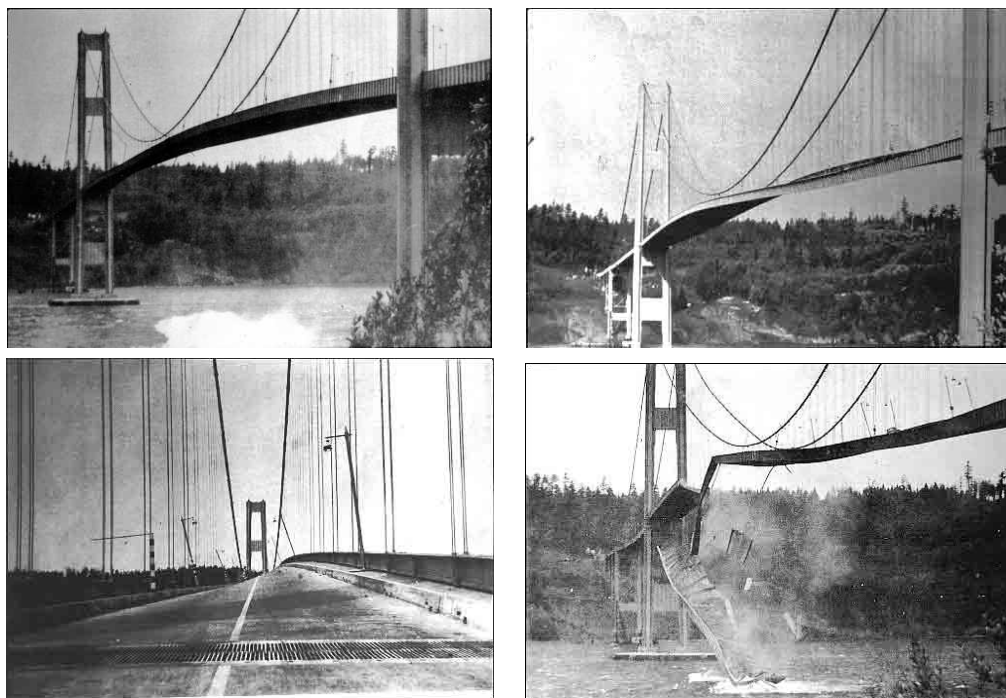


FIG. 2.10 – Flottement du pont suspendu de Tacoma (USA).

On remarque que les déformations du tablier sont importantes et on comprend qu'elles peuvent rapidement mener à la ruine. C'est d'ailleurs la rupture du pont américain qui a marqué le début des nombreuses études du comportement des structures de génie civil.

Dans les sections qui suivent, plusieurs approches du phénomène aéroélastique sont présentées. On commence par représenter le comportement du pont par un système d'équations dans lesquelles on retrouve les degrés de liberté du tablier ainsi que les forces qui s'appliquent sur ce dernier.

Les modèles présentés sont linéarisés par rapport à l'incidence du vent par rapport au tablier. Cela revient à considérer des petits débattements bien qu'ils sont utilisés pour calculer les vitesses d'instabilité.



### 2.5.1 Equations du mouvement du tablier

Le tablier est une structure continue capable de se déformer selon plusieurs directions. Dans le cadre de ce travail, on étudie une section du tablier qui peut être considérée comme infiniment rigide. Cela revient à modéliser le tablier par un ensemble de sections reliées par une multitude de ressorts et d'amortisseurs simulant ses caractéristiques structurales. La section de tablier est susceptible de se mouvoir selon six degrés de liberté: trois de translation et trois de rotation<sup>1</sup>.

Cette modélisation du tablier est en fait celle réalisée dans toute étude *éléments finis* dans laquelle on modélise une structure continue par un grand nombre d'éléments rigides reliés entre eux.

Dans le cadre de l'étude bi-dimensionnelle entreprise, on considère que le tablier peut se mouvoir selon trois des six degrés de liberté (fig. 2.11):

- Un mouvement de flexion verticale:  $h$
- Un mouvement de flexion horizontale:  $p$
- Un mouvement de torsion autour du centre élastique:  $\alpha$

Les équations du mouvement se présentent alors de la manière suivante:

$$\begin{cases} m\ddot{h} + c_h\dot{h} + k_h h = L \\ I\ddot{\alpha} + c_\alpha\dot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M \\ m\ddot{p} + c_p\dot{p} + k_p p = P \end{cases}$$

Où  $m$ ,  $I$ ,  $c$ ,  $k$  sont respectivement la masse, le moment d'inertie massique, l'amortissement visqueux et la raideur propres à chaque degré de liberté.

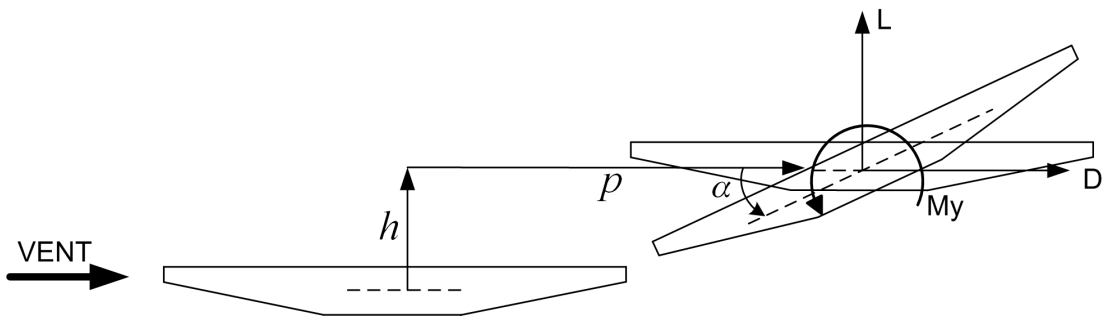


FIG. 2.11 - Forces aérodynamiques et déplacements de la section du tablier

Ce système d'équations peut être mis sous la forme matricielle suivante:

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = F$$

avec

$$x = (h \quad \alpha \quad p)^T$$

Les matrices  $[M]$ ,  $[C]$  et  $[K]$  sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système. Le choix des degrés de liberté est tel qu'il n'y a pas de couplage entre les

1. Analogue à la figure 2.1 qui présente les forces aérodynamiques qui s'appliquent au tablier.

différents degrés de liberté. Les matrices  $[M]$ ,  $[C]$  et  $[K]$  sont donc diagonales.

Le vecteur  $F$  reprend les efforts qui s'appliquent aux différents degrés de liberté: la force de portance, le couple de tangage et la force de traînée:

$$F = \begin{pmatrix} L_{st} + L_{buf} + L_{ae} \\ M_{st} + M_{buf} + M_{ae} \\ P_{st} + P_{buf} + P_{ae} \end{pmatrix}$$

Chacune de ces forces est scindée en trois composantes:

- La composante **statique** (*st*), qui considère un vent de vitesse constante  $U$ .
- La composante **turbulente** du vent (*buffeting* en anglais), qui induit des forces et des moments fluctuants.
- La composante **aéroélastique** (*ae*) qui est due aux mouvements de la structure, causés par les forces aérodynamiques. Cette composante dépend des déplacements et des vitesses de la structure: c'est l'interaction *fluide/structure*.

Dans la suite du travail, seules les forces et le couple de type aéroélastique seront prises en compte.

Les équations du mouvement peuvent être formulées de manière à faire apparaître les termes de fréquence et d'amortissement:

$$\begin{cases} m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = L_{ae} \\ I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) = M_{ae} \\ m(\ddot{p} + 2\zeta_p\omega_p\dot{p} + \omega_p^2p) = P_{ae} \end{cases} \quad (2.8)$$

Où l'on retrouve, pour chaque degré de liberté ( $i = h, p$  et  $\alpha$ ):

- La pulsation propre:  $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$
- L'amortissement propre:  $\zeta_i = \frac{c_i}{2m_i\omega_i}$

Lors de l'approche expérimentale en soufflerie, la section du tablier est disposée dans un système de suspension (§4.3). Ce système permet au tablier de se mouvoir selon les trois degrés de liberté qui viennent d'être présentés.

Dans le cadre de ce travail, on décide de limiter les déplacements du tablier aux mouvements de flexion verticale et de torsion du tablier ( $h$  et  $\alpha$ ). En effet le mouvement de flexion horizontale du tablier est faible et les effets aéroélastiques de flottement se développent principalement en torsion et flexion verticale. De plus la plupart des travaux qui traitent ce sujet négligent systématiquement la composante  $p$  du déplacement du tablier. Ce degré de liberté est également négligé dans le cadre de l'étude aéroélastique du viaduc de Millau réalisée par le CSTB.

La difficulté de l'étude du comportement du pont, sur base des équations du mouvement qui viennent d'être présentées, consiste à exprimer les forces aéroélastiques en fonction des différentes variables de manière à disposer d'un modèle représentatif de la réalité.

Dans un premier temps on aborde le problème en considérant que l'écoulement se comporte comme "*s'il ne voyait pas*" le mouvement de la structure. Dans ce cas, c'est comme si l'écoulement était permanent à chaque instant. Les forces instantanées dues à un vent turbulent sont donc équivalentes à celles qui se produiraient dans un écoulement permanent à la même vitesse et à la même incidence. Cette manière de voir le phénomène est l'hypothèse de base de l'approche *quasi-stationnaire*.

On considère ensuite que les forces aéroélastiques qui s'appliquent à la structure dépendent de son mouvement oscillatoire: c'est l'interaction fluide/structure. Les études qui traitent du comportement des ponts soumis au vent proposent différentes approches de problème. Il est en effet possible de travailler dans les domaines temporel ou fréquentiel. Scanlan [2] s'est largement penché sur le comportement aéroélastique des ponts dans le domaine fréquentiel. Cette approche *instationnaire* consiste à considérer que les forces aéroélastiques dépendent du mouvement oscillatoire de la structure, plus spécifiquement de la *fréquence d'oscillation*.

On propose de réaliser une présentation générale des différentes approches théoriques, malgré le fait que lors des essais en soufflerie, seuls les mouvements de flexion verticale et de torsion sont considérés.

## 2.5.2 Approche quasi-stationnaire

L'approche quasi-stationnaire consiste à déterminer une expression complète des efforts aérodynamiques. Cette forme complète permet de mettre en évidence l'évolution des forces aérodynamiques en fonction des différents déplacements du tablier et débouche sur des considérations aéroélastiques intéressantes.

La forme générale des forces aérodynamiques est obtenue en exprimant l'angle d'incidence, vu par le profil lorsqu'il est en mouvement sous un vent turbulent. On détermine également la vitesse apparente du vent sur le profil dans les mêmes conditions. Les effets du second ordre sont négligés pour obtenir, in fine, des expressions relativement simples et utiles des forces aérodynamiques.

Dans un premier temps, on tient compte des perturbations de l'écoulement amont de manière à présenter l'approche quasi-stationnaire de manière générale. Les termes de fluctuation de la vitesse du vent sont ensuite retirés de manière à traiter uniquement le phénomène aéroélastique.

### 2.5.2.1 Norme de la vitesse

Le vent possède une composante turbulente qui est modélisée par un terme additionnel à la vitesse moyenne  $U$ . L'approche proposée étant bidimensionnelle, on considère que la composante transversale de la turbulence  $v(t)$ , parallèle à l'axe de rotation du tablier la structure est négligeable (fig. 2.12). La vitesse du vent turbulent est alors modélisée par:

$$\vec{V}(t) = \left\{ \begin{array}{c} U \\ 0 \end{array} \right\} + \overbrace{\left\{ \begin{array}{c} u(t) \\ w(t) \end{array} \right\}}^{V'(t)} \quad (2.9)$$

Si la structure est en mouvement, la vitesse apparente du vent dans le repère de la structure vaut:

$$\vec{V}_{app.}(t) = \left\{ \begin{array}{l} U + u(t) - \dot{p}(t) \\ w(t) - \dot{h}(t) + rB\dot{\alpha}(t) \end{array} \right\}$$

Les termes  $\dot{h}(t)$ ,  $\dot{p}(t)$ ,  $\dot{\alpha}(t)$  représentent respectivement les mouvements verticaux, horizontaux et de rotation (fig. 2.12). Le terme  $\dot{h}(t) + rB\dot{\alpha}(t)$  est la vitesse apparente au niveau du foyer de la section.

La variable  $r$  qui intervient dans les équations précédentes est adimensionnelle. Elle est définie par le rapport  $r = x_F/B$  et mesure la distance du foyer par rapport au bord d'attaque de la section. Sa valeur est constante dans un écoulement subsonique.

En négligeant les termes du second ordre, le carré de la norme de la vitesse apparente s'exprime selon:

$$|V_{app.}(t)|^2 \simeq U^2 + 2Uu - 2U\dot{p} \quad (2.10)$$

### 2.5.2.2 Incidence du vent

D'après les notations de la figure 2.12, l'inclinaison du vent par rapport à sa position déformée s'exprime par:

$$i_{app.}(t) = \arctan \left( \frac{w(t) - \dot{h}(t) + rB\dot{\alpha}(t)}{U + u(t) - \dot{p}(t)} \right) - \alpha(t)$$

Cette expression peut être simplifiée en négligeant les termes du second ordre:

$$i_{app.}(t) \approx \frac{w(t)}{U} - \frac{\dot{h}(t)}{U} + rB\frac{\dot{\alpha}(t)}{U} - \alpha(t) \quad (2.11)$$

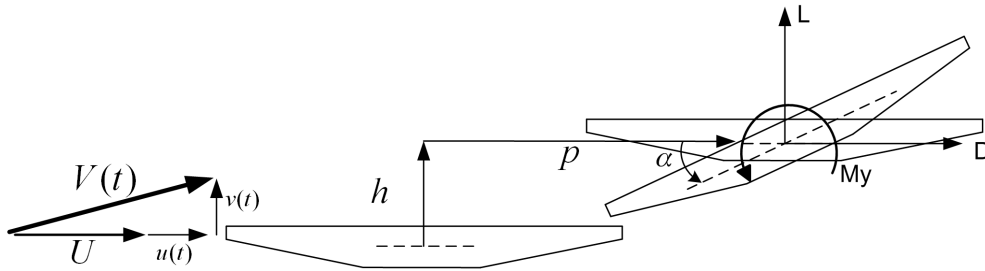


FIG. 2.12 – Forces aérodynamiques et déplacements en un point d'un obstacle

Les expressions de l'angle d'incidence apparent et de la vitesse apparente dépendent donc d'une multitude de variables. C'est à partir de ces expressions que l'on détermine la forme des différentes forces aérodynamiques, qui dépendront donc des vitesses et des déplacements du tablier.

### 2.5.2.3 Forces aérodynamiques

Compte tenu des équations (2.10) et (2.11) et de la forme des forces aérodynamiques, on obtient la forme complète suivante:

$$F_j = \frac{1}{2}\rho BC_j(i_{app.})|V_{app.}(t)|^2 = \frac{1}{2}\rho BC_j \left( \frac{w(t)}{U} - \frac{\dot{h}(t)}{U} + rB\frac{\dot{\alpha}(t)}{U} - \alpha(t) \right) (U^2 + 2Uu - 2U\dot{p})$$

avec les coefficients aérodynamiques  $C_j$  ( $j = L, D, M$ ) exprimés dans le repère lié au vent.

En linéarisant ces coefficients autour de l'angle d'incidence nulle, le coefficient aérodynamique  $C_j$  s'exprime selon:

$$C_j = C_j(0) + \frac{dC_j}{di_{app.}}(0)i_{app.}$$

Et les forces aérodynamiques s'écrivent au premier ordre:

$$F_j = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left( C_j(0) \left( 1 + \frac{2u}{U} - 2\frac{\dot{p}}{U} \right) + \frac{dC_j}{di}(0) \left[ \frac{w}{U} - \frac{\dot{h}}{U} - \alpha + rB\frac{\dot{\alpha}}{U} \right] \right) \quad (2.12)$$

Cette expression des forces aérodynamiques est modifiée de manière à tenir compte des déplacements du tablier uniquement. On annule les termes de fluctuation de la vitesse ( $u$  et  $w$ ), ce qui revient à considérer un écoulement amont uniforme.

L'équation (2.12) se réduit donc à la forme suivante pour chaque degré de liberté:

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left( C_L(0) - \frac{dC_L}{di}(0)\alpha - 2C_L(0)\frac{\dot{p}}{U} + \frac{dC_L}{di}(0) \left[ rB\frac{\dot{\alpha}}{U} - \frac{\dot{h}}{U} \right] \right) \\ D = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left( C_D(0) - \frac{dC_D}{di}(0)\alpha - 2C_D(0)\frac{\dot{p}}{U} + \frac{dC_D}{di}(0) \left[ rB\frac{\dot{\alpha}}{U} - \frac{\dot{h}}{U} \right] \right) \\ M = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left( C_M(0) - \frac{dC_M}{di}(0)\alpha - 2C_M(0)\frac{\dot{p}}{U} + \frac{dC_M}{di}(0) \left[ rB\frac{\dot{\alpha}}{U} - \frac{\dot{h}}{U} \right] \right) \end{cases} \quad (2.13)$$

Ces équations représentent les forces de portance, de traînée et le couple de tangage appliqués à une structure flexible qui se déforme sous l'effet du vent. Elles comportent chacune trois termes:

- un terme constant: c'est la partie statique de la réponse due au vent moyen de vitesse  $U$ .
- un terme proportionnel à la vitesse du tablier: ces sollicitations du vent ajoutent donc une contribution à l'amortissement structurel initialement présent dans le tablier.
- un terme proportionnel au déplacement du tablier: seul le terme de rotation apparaît dans l'expression des efforts aérodynamiques. Ce terme de torsion modifie la raideur en torsion de la structure.

Les deux dernières composantes sont très importantes car elles sont à la base de l'interaction entre le fluide et la structure: le tablier qui vibre à cause du vent modifie les forces de par son mouvement, ce qui peut entraîner une instabilité qui se traduit par un mouvement auto-entretenu du tablier.

On dispose d'une expression linéaire des forces aérodynamiques en fonction des déplacements et des vitesses de la structure. Les coefficients aérodynamiques  $C_j$  mesurés en soufflerie (§ 6.1) permettent de déterminer de manière simple les sollicitations aérodynamiques qui agissent sur le tablier. Ils sont l'équivalent des coefficients aéroélastiques qui vont être présentés dans la théorie instationnaire.

### 2.5.3 Approche instationnaire

Dans cette approche, on propose de modéliser les forces aéroélastiques en fonction de la fréquence d'oscillation de la structure. Cette approche instationnaire est plus complète que l'approche quasi-stationnaire dans laquelle le mouvement oscillatoire du tablier est négligé.

Dans ce qui suit, on présente tout d'abord la notion de coefficients de couplage aéroélastique introduite par Scanlan. Cette notion propose une expression des efforts aéroélastiques complète qui permet une étude générale du phénomène aéroélastique.

On présente ensuite la théorie de Théodorsen [17], initialement développée pour l'étude des profils minces de type aile d'avion. Elle propose également une expression des forces aéroélastiques. Cette théorie peut être appliquée à des corps non profilés ("*Bluff section*" en anglais) tels que les sections de pont. Les résultats obtenus sont évidemment à interpréter avec précaution mais ils apportent une première solution intéressante à comparer aux résultats expérimentaux.

#### 2.5.3.1 Définition des coefficients instationnaires

Les composantes aéroélastiques des forces  $L_{ae}$ ,  $M_{ae}$  et  $P_{ae}$  sont appelées *forces d'auto-excitation* car elles dépendent des mouvements de la structure comme le montrent les expressions:

$$\begin{cases} L_{ae} = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[ KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B} \right] \\ M_{ae} = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[ KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B} \right] \\ P_{ae} = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[ KP_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{h}{B} + KP_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 P_6^* \frac{p}{B} \right] \end{cases} \quad (2.14)$$

C'est dans l'expression de ces forces qu'apparaît la notion de *coefficients de couplage aéroélastique* ( $H_i^*$ ,  $A_i^*$ ,  $P_i^*$  avec  $i = 1$  à 6).

Ces coefficients dépendent de la fréquence réduite  $K$  qui s'exprime selon:

$$K = \frac{B\omega}{U}$$

Où  $\omega$  représente la pulsation d'oscillation de la structure.

Remarquons que la dénomination de fréquence réduite n'est pas très bien adaptée car sa définition est basée sur une pulsation  $\omega$ . Cependant cette dénomination est largement répandue

dans la littérature et on décide de l'utiliser également dans le cadre de ce travail.

Les coefficients aéroélastiques (en anglais: *aerodynamic derivatives*, ADs) sont des nombres sans dimension qui dépendent uniquement de la **fréquence réduite**  $K$  et de la **géométrie** de la structure. Ils permettent de rendre compte du contenu fréquentiel de l'interaction entre le fluide et la structure. La connaissance de ces coefficients pour un tablier donné permet une étude complète des phénomènes d'interactions complexes entre le fluide et la structure.

Vu leur caractère adimensionnel, les ADs peuvent être utilisés directement dans l'étude de la structure réelle (le viaduc de Millau dans notre cas). Une identification précise de ces coefficients représente donc une étape vitale dans la prédiction du comportement global d'un pont soumis au vent.

L'ensemble des coefficients aéroélastiques est divisé en deux parties:

- Les coefficients **directs**:  $H_1^*$ ,  $H_4^*$ ,  $A_2^*$ ,  $A_3^*$ ,  $P_5^*$ ,  $P_6^*$ , qui interviennent dans les forces d'auto-excitation lorsque le système vibre selon un seul degré de liberté.
- Les coefficients **indirects**: Les autres coefficients, qui traduisent l'effet de couplage entre les degrés de liberté.

Physiquement, les forces d'auto-excitation entraînent des modifications de la dynamique structurelle du pont. On parle en effet d'amortissement et de raideur *aérodynamiques* en opposition à l'amortissement et la raideur *structurels* bien connus. Ce phénomène est traduit par le système d'équations ci-dessous:

$$\begin{bmatrix} m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) \\ I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) \\ m(\ddot{p} + 2\zeta_p\omega_p\dot{p} + \omega_p^2p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ae} \\ M_{ae} \\ P_{ae} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho U^2 B}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho U^2 B^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho U^2 B}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} KH_1^*/U & KH_2^*B/U & KH_5^*/U & K^2H_4^*/B & K^2H_3^* & K^2H_6^*/B \\ KA_1^*/U & KA_2^*B/U & KA_5^*/U & K^2A_4^*/B & K^2A_3^* & K^2A_6^*/B \\ KP_5^*/U & KP_2^*B/U & KP_1^*/U & K^2P_6^*/B & K^2P_3^* & K^2P_4^*/B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{p} \\ h \\ \alpha \\ p \end{bmatrix}$$

Les forces aéroélastiques s'expriment en fonction des différents déplacements et de leurs dérivées premières. Les coefficients des termes en  $h$ ,  $p$ ,  $\alpha$ ,  $\dot{h}$ ,  $\dot{p}$ ,  $\dot{\alpha}$ , dans lesquels on retrouve les coefficients aéroélastiques, peuvent donc être interprétés comme des amortissements (pour les termes dérivés) ou des raideurs (pour les déplacements) qui s'ajoutent aux amortissements et raideurs structurels.

L'évolution des coefficients aéroélastiques, en particulier leur signe, ont une importance capitale pour la stabilité de la structure: les coefficients associés à des dérivées de déplacements (*e.g.*  $H_1^*$  ou  $A_2^*$ ) modifient les amortissements apparents de la structure. Leur signe conditionne la stabilité du tablier. En effet, si leur valeur est positive, ils jouent un rôle d'amortissement négatif réduisant l'amortissement mécanique du système allant même jusqu'à l'annuler. L'annulation

de l'amortissement a pour conséquence une instabilité dite de flottement à un degré de liberté (instabilité de galop). Ce risque est particulièrement élevé pour le mouvement de torsion car, la valeur de  $A_2^*$  reste dans un premier temps négative, mais devient positive à partir d'une certaine vitesse du vent. C'est pourquoi le changement de signe du coefficient  $A_2^*$  donne une approximation de la vitesse critique d'instabilité en torsion de l'ouvrage, si l'on suppose l'amortissement structurel négligeable. Les autres coefficients, comme  $H_1^*$  sont rarement positifs pour les tabliers de pont, ce qui écarte l'instabilité en flexion simple.

D'autres coefficients (*e.g.*  $H_3^*$  ou  $A_4^*$ ) introduisent des effets de couplage. Suivant leurs valeurs pour une vitesse de vent donnée dite *critique*, des mouvements harmoniques d'amplitudes non bornées ou divergentes peuvent apparaître à la même fréquence pour les deux mouvements (généralement torsion/flexion). Ce type d'instabilité correspond au *flottement classique* qui met en jeu deux modes couplés.

Ces remarques qualitatives traduisent l'influence des ADs sur la stabilité de la structure. L'étude de la stabilité du tablier est réalisée quantitativement dans le chapitre 3.

### 2.5.3.2 Approche des profils minces

Il est intéressant d'aborder la théorie dite des *profils minces*. Cette approche analytique des problèmes aéroélastiques a été développée par Théodorsen [17]. Elle est relativement proche de la réalité dans le cas des profils minces comme son nom l'indique et s'applique donc souvent aux profils sustentateurs classiques. On décide de la mettre en place car il est possible d'en déduire une estimation des coefficients aéroélastiques.

La méthode des profils minces est présentée dans ce qui suit sans rentrer dans les détails mathématiques mais en expliquant le sens physique des équations utilisées.

Théodorsen a démontré pour les profils minces que la force de portance et le moment sont des fonctions linéaires du déplacement et de la rotation ainsi que de leurs dérivées. Pour de faibles vitesses de vent, un fluide incompressible et un mouvement harmonique de la structure de pulsation  $\omega$  et de faible amplitude, la portance et le moment peuvent s'exprimer théoriquement selon:

$$L_{se} = \underbrace{-\pi\rho b^2(U\dot{\alpha} + \ddot{h} - ab\ddot{\alpha})}_{\text{contribution non-circulatoire}} - \underbrace{2\pi\rho bUC(\mathbf{k})[U\alpha + \dot{h} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\alpha}]}_{\text{contribution circulatoire}}; \quad (2.15)$$

$$M_{se} = \underbrace{\pi\rho b^3[a\ddot{h} - (\frac{1}{2} - a)U\dot{\alpha} - b(\frac{1}{8} + a^2)\ddot{\alpha}]}_{\text{contribution non-circulatoire}} + \underbrace{2\pi\rho b^2U(\frac{1}{2} + a)C(\mathbf{k})[U\alpha + \dot{h} + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\alpha}]}_{\text{contribution circulatoire}}; \quad (2.16)$$

Où le paramètre  $a$  est la distance entre le centre de la corde et le centre de rotation de la section. Le paramètre  $b$  est la demi-corde ( $b = \frac{B}{2}$ ). La vitesse  $U$  est la vitesse moyenne du vent amont.



La fonction  $C(k)$  qui apparaît dans les équations (2.15) et (2.16) est définie en fonction du paramètre  $k = \frac{b\omega}{U} = \frac{B\omega}{2U} = \frac{K}{2}$ , directement lié à la fréquence réduite  $K$ .

Cette fonction complexe  $C(k)$  est appelée la *fonction circulatoire de Théodorsen*. Elle se décompose habituellement en sa partie réelle  $F(k)$  et sa partie imaginaire  $G(k)$  de sorte qu'elle s'exprime selon:

$$C(k) = F(k) + iG(k)$$

On propose de travailler avec l'expression analytique de *Fung* [12]:

$$F(k) = \text{Re}(C(k)) = 1 + \frac{c_1 k^2}{c_2^2 + k^2} + \frac{c_3 k^2}{c_4^2 + k^2};$$

$$G(k) = \text{Im}(C(k)) = -k \left( \frac{c_1 c_2}{c_2^2 + k^2} + \frac{c_3 c_4}{c_4^2 + k^2} \right);$$

Les coefficients qui y apparaissent valent:  $c_1 = -0.165$ ,  $c_2 = -0.0455$ ,  $c_3 = -0.335$ ,  $c_4 = -0.300$ .

Les parties réelle et imaginaire de la fonction de Théodorsen se présentent graphiquement selon:

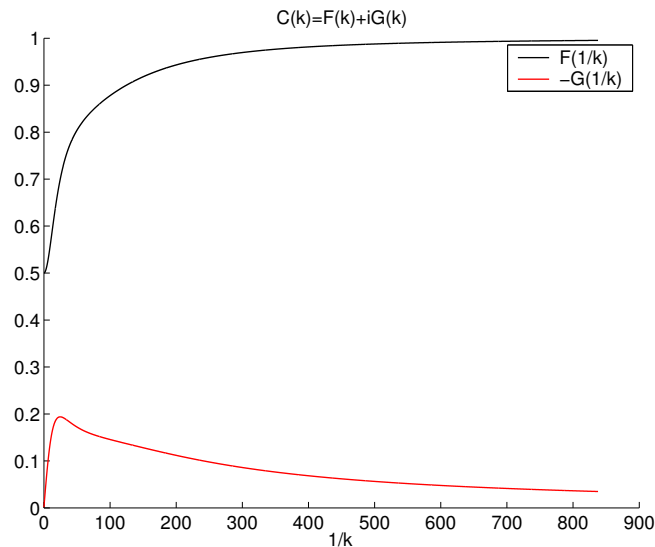


FIG. 2.13 – *Fonction de Théodorsen*

Cette représentation montre que la partie complexe de la fonction de Théodorsen tend vers zéro lorsque  $1/k \rightarrow \infty$  (ou  $k \rightarrow 0$ ) alors que la partie réelle tend vers l'unité. Le cas où la fréquence réduite s'annule rejoint évidemment l'hypothèse de quasi-stationnarité (§ 2.5.2) qui correspond à un mouvement de très faible fréquence. Dans ce cas, la fonction de Théodorsen est réelle. Il en est de même de la portance et du couple de tangage.

Dans l'approche des profils minces de Théodorsen, la force de traînée  $D$  est considérée comme nulle, c'est pourquoi seuls la portance et le moment sont abordés. Les équations peuvent également être simplifiées en tenant compte du fait que le centre de torsion se situe au milieu de la section ( $a = 0$ ). Elles se présentent alors de la manière suivante:

$$L_{se} = \underbrace{-\pi\rho b^2(U\dot{\alpha} + \ddot{h})}_{\text{contribution non-circulatoire}} - \underbrace{2\pi\rho bUC(\mathbf{k})[U\alpha + \dot{h} + \frac{b}{2}\dot{\alpha}]}_{\text{contribution circulatoire}}; \quad (2.17)$$

$$M_{se} = \underbrace{-\pi\rho b^3[\frac{U}{2}\dot{\alpha} + \frac{b}{8}\ddot{\alpha}]}_{\text{contribution non-circulatoire}} + \underbrace{\pi\rho b^2UC(\mathbf{k})[U\alpha + \dot{h} + \frac{b}{2}\dot{\alpha}]}_{\text{contribution circulatoire}}; \quad (2.18)$$

L'expression de la force  $L_{se}$  et du moment  $M_{se}$  est scindée en deux parties. La première correspond à la contribution non circulatoire, c'est-à-dire les effets d'inertie indépendants de la fréquence d'oscillation de la structure. Ce terme se rapporte à la portion de fluide qui baigne la structure et qui vibre avec la structure. Le second terme correspond à la contribution circulatoire, c'est-à-dire les effets *non stationnaires* dus à la présence de la circulation autour du profil mince étudié.

Maintenant que l'on dispose d'une expression analytique de la portance et du moment pour des profils minces, il est possible d'extrapoler cette théorie aux corps non-profilés.

Pour rappel, Scanlan propose une expression fréquentielle des forces de portance, traînée et du couple de tangage. L'expression de la traînée n'étant pas retenue dans l'approche profil mince, il reste:

$$\begin{cases} L_{se} = \frac{1}{2}\rho U^2 B [KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B}] \\ M_{se} = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 [KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B}] \end{cases} \quad (2.19)$$

Il est intéressant de remarquer que les équations (2.19) sont également divisées en deux parties: la composante en phase (dépendant de  $h$  et  $\alpha$ ) et la composante déphasée (dépendant de  $\dot{h}$  et  $\dot{\alpha}$ ). Cependant cette distinction entre les différentes composantes de la force et du moment diffère de celle réalisée dans l'approche profil mince.

Les coefficients aéroélastiques  $H_i^*$ ,  $A_i^*$ ,  $P_i^*$  sont déterminés en considérant que le tablier vibre en translation et en rotation selon la même pulsation  $\omega$ , ce qui représente la naissance d'une instabilité de flottement couplé.

$$\begin{aligned} h &= h_0 e^{i\omega t} & \dot{h} &= i\omega h & \ddot{h} &= i\omega \dot{h} = -\omega^2 h \\ \alpha &= \alpha_0 e^{i\omega t} & \dot{\alpha} &= i\omega \alpha & \ddot{\alpha} &= i\omega \dot{\alpha} = -\omega^2 \alpha \end{aligned} \quad (2.20)$$

Les équations (2.17) et (2.18) sont développées de manière à obtenir une forme réelle [12]. Quelques manipulations algébriques permettent d'obtenir les expressions suivantes:

$$\begin{cases} L_{se} = \frac{1}{2}\pi\rho U^2 B [-2F \frac{\dot{h}}{U} - (\frac{1}{2} + \frac{F}{2} + 2\frac{G}{K}) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + (\frac{KG}{2} - 2F)\alpha + (2KG + \frac{K^2}{2}) \frac{h}{B}] \\ M_{se} = \frac{1}{2}\pi\rho U^2 B^2 [(\frac{F}{2}) \frac{\dot{h}}{U} + (-\frac{1}{8} + \frac{G}{2K} + \frac{F}{8}) \frac{B\dot{\alpha}}{U} + (-\frac{KG}{8} + \frac{K^2}{64} + \frac{F}{2})\alpha - (\frac{KG}{2}) \frac{h}{B}] \end{cases} \quad (2.21)$$

En procédant par identification entre les deux équations (2.19) et (2.21), l'expression des coefficients aéroélastiques suivante est obtenue:

$$\begin{cases} KH_1^* = -2\pi F \\ KH_2^* = -\pi\left(\frac{1}{2} + \frac{F}{2} + 2\frac{G}{K}\right) \\ K^2H_3^* = \pi\left(\frac{KG}{2} - 2F\right) \\ K^2H_4^* = \pi\left(2KG + \frac{K^2}{2}\right) \\ KA_1^* = \pi\left(\frac{F}{2}\right) \\ KA_2^* = \pi\left(-\frac{1}{8} + \frac{G}{2K} + \frac{F}{8}\right) \\ K^2A_3^* = \pi\left(-\frac{KG}{8} + \frac{K^2}{64} + \frac{F}{2}\right) \\ K^2A_4^* = -\pi\left(\frac{KG}{2}\right) \end{cases}$$

Les coefficients aéroélastiques sont représentés dans la figure 2.14 en fonction de la vitesse réduite qui est définie comme l'inverse de la fréquence réduite selon :

$$U_r = \frac{1}{K} = \frac{U}{\omega B}$$

On remarque que certains coefficients aéroélastiques varient plus que d'autres. Ces variations en fonction de la vitesse réduite sont à la base des phénomènes instables qui peuvent apparaître pour le tablier du viaduc.

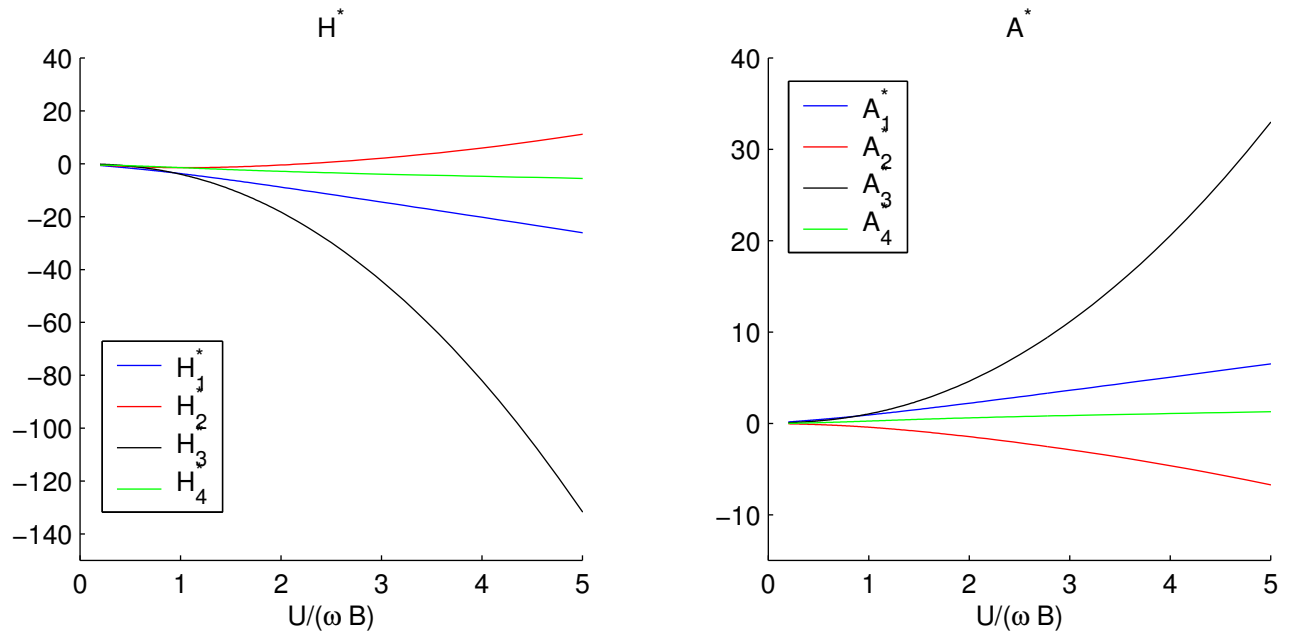


FIG. 2.14 – Coefficients aéroélastiques  $H_i^*$  et  $A_i^*$  en fonction de la vitesse réduite.

Ces courbes théoriques seront comparées aux résultats expérimentaux de manière à juger de la qualité de l'hypothèse des profils minces pour l'étude de sections non profilées.

#### 2.5.4 Relation entre approches instationnaire et quasi-stationnaire

L'approche quasi-stationnaire est la limite de l'approche instationnaire lorsque la fréquence réduite  $K$  tend vers zéro. Dans ce cas les coefficients instationnaires de Scanlan doivent tendre

vers leurs équivalents de l'approche quasi-stationnaire.

En comparant les expressions (2.13) et (2.14), on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} KH_1^*(K) \rightarrow -\frac{dC_L}{di} \\ KH_2^*(K) \rightarrow -r \frac{dC_L}{dj} = \frac{dC_M}{di} \\ K^2 H_3^*(K) \rightarrow -\frac{dC_L}{di} \\ K^2 H_4^*(K) \rightarrow 0 \\ KA_1^*(K) \rightarrow -\frac{dC_M}{di} \\ KA_2^*(K) \rightarrow r \frac{dC_M}{di} = -\frac{(\frac{dC_M}{di}(0))^2}{\frac{dC_z}{di}(0)} \\ K^2 A_3^*(K) \rightarrow -\frac{dC_M}{di} \\ K^2 A_4^*(K) \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

Ces comportements asymptotiques constituent un bon moyen de vérification (pour un écoulement faiblement turbulent) de la bonne adéquation entre les mesures statiques (coefficients aérodynamiques) et les mesures aéroélastiques.

On dispose donc des plusieurs approches des forces aérodynamiques qui s'appliquent à un corps en mouvement. On va en déduire les limites de stabilité du tablier en fonction des modifications des paramètres modaux de la structure causées par les forces qui s'y appliquent. Les notions relatives à la stabilité d'un tablier de pont sont présentées dans le chapitre suivant.

# Chapitre 3

## Etude de la stabilité au vent d'un tablier de pont

Dans ce chapitre on présente l'étude de la stabilité du tablier. Les expressions des forces aérodynamiques qui s'appliquent au tablier révèlent l'importance de certains termes qui peuvent avoir des conséquences importantes pour la stabilité et l'amplitude des mouvements de la structure.

Les approches quasi-stationnaire et instationnaire sont considérées successivement. Les différentes instabilités des mouvements à un et à deux degrés de liberté sont présentées. Les éventuelles instabilités dues au mouvement de flexion dans le sens de l'écoulement ( $p$ ) sont souvent négligées. On se concentre sur les mouvements de flexion verticale et de torsion ( $h$  et  $\alpha$ ) qui sont plus susceptibles d'induire des instabilités importantes.

### 3.1 Approche quasi-stationnaire

Le tablier du pont est soumis à un vent uniforme et non turbulent. Si les fréquences de résonance des mouvements de flexion et de torsion sont suffisamment éloignées, l'étude du mouvement découplé est réaliste. Dans le cas d'une section de pont, généralement symétrique, le centre de gravité est confondu avec le centre élastique et les équations découplées prennent la forme:

$$\begin{cases} m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = L_{se} \\ I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) = M_{se} \end{cases}$$

Chaque mouvement est traité successivement de manière à mettre en évidence le phénomène d'instabilité de chaque mode.

Remarquons que les expressions des vitesses critiques présentées dans ce qui suit sont approximatives pour les structures non profilées à cause de l'hypothèse de quasi-stationnarité. Elles permettent tout de même de mettre en évidence les risques d'instabilités mais sont peu fiables sur le plan quantitatif.

### 3.1.1 Flottement en flexion

Si le vent souffle sur le tablier avec une incidence nulle, l'équation du mouvement de flexion s'écrit:

$$m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = -\frac{1}{2}\rho U^2 B \frac{dC_L}{di}(0) \frac{\dot{h}}{U} \quad (3.1)$$

Le terme de droite peut être ramené dans la partie gauche de l'équation. Si les coefficients du terme en  $\dot{h}$  sont regroupés, un nouvel amortissement appelé *amortissement apparent* est défini par:

$$\hat{c}_h = 2m\zeta_h\omega_h + \frac{1}{2}\rho U B \frac{dC_L}{di}(0) \quad (3.2)$$

Le membre de droite de l'équation (3.1) représente la force d'amortissement due aux forces aérodynamiques. Le terme  $\frac{1}{2}\rho U B \frac{dC_z}{di}(0)$  porte donc le nom d'*amortissement aérodynamique*. Il a une grande importance dans la stabilité de la structure. En effet, si l'amortissement apparent  $\hat{c}_h$  s'annule, le mouvement de flexion du tablier est *divergent*. On parle alors d'*instabilité de galop en flexion*.

La vitesse critique de galop est la vitesse pour laquelle l'amortissement apparent s'annule dans l'équation (3.2).

Elle s'exprime donc selon:

$$U_c = -\frac{4m\zeta_h\omega_h}{\rho B \frac{dC_L}{di}(0)} \quad (3.3)$$

On remarque directement que la variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence doit être négative pour que la vitesse critique soit positive et ait un sens physique. Rappelons que le signe du gradient de portance peut être influencé par le niveau de turbulences de l'écoulement (§2.3).

Cette vitesse est donc facilement calculable. Elle est déterminée à partir de l'identification modale et de la mesure du coefficient de portance pour plusieurs angles d'incidence (§ 7.1).

### 3.1.2 Flottement en tangage

Dans le cas d'un mouvement en torsion pure, sur base de l'expression de la force (2.13), l'équation du mouvement prend la forme suivante:

$$I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \frac{dC_M}{di}(0) \left( rB \frac{\dot{\alpha}}{U} - \alpha \right)$$

On retrouve un terme d'amortissement additionnel qui apparaît comme dans le cas de la flexion pure:  $\frac{1}{2}\rho U B^3 r \frac{dC_M}{di}(0)$ .

Un autre terme apparaît également:  $\frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \frac{dC_M}{di}(0)$ . Ce coefficient de la variable  $\alpha$  est interprété comme une rigidité additionnelle, appelée *rigidité aérodynamique*.

La raideur et l'amortissement apparent s'expriment donc comme suit:

$$\begin{aligned}\hat{k}_\alpha &= I\omega_\alpha^2 + \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \frac{dC_M}{di}(0) \\ \hat{c}_\alpha &= 2I\zeta_\alpha\omega_\alpha - \frac{1}{2}\rho U B^3 r \frac{dC_M}{di}(0)\end{aligned}$$

La raideur apparente ne joue pas de rôle dans l'apparition d'une éventuelle instabilité. Elle ne fait que modifier les caractéristiques modales de la structure (fréquences et modes propres). Cette variation des paramètres modaux selon les caractéristiques du vent sera exploitée plus loin dans le travail.

Comme dans le cas d'une flexion pure, une instabilité apparaît lorsque l'amortissement apparent s'annule. On parle alors de vitesse critique d'instabilité par *galop de torsion*:

$$U_c = \frac{4I\zeta_\alpha\omega_\alpha}{\rho B^3 r \frac{dC_M}{di}(0)}$$

La position du foyer le long de la corde est définie par le paramètre adimensionnel  $r$ . Le foyer est un point de la corde tel que s'il on y applique les forces aérodynamiques, le couple de tangage est indépendant de l'incidence du vent. Cette propriété permet d'exprimer  $r$  selon:

$$r = \frac{x_F}{B} = \frac{\frac{dC_M}{di}}{\frac{dC_z}{di}}$$

La vitesse critique d'instabilité par galop de torsion est donc calculable grâce à l'équation:

$$U_c = \frac{4I\zeta_\alpha\omega_\alpha}{\rho B^3 \frac{[\frac{dC_M}{di}(0)]^2}{\frac{dC_z}{di}(0)}} \quad (3.4)$$

On voit donc que l'instabilité de galop en torsion est susceptible d'apparaître dès que le gradient de portance est positif, ce qui est souvent le cas pour les sections de pont (mais aussi pour les ailes d'avion). La possibilité d'une instabilité de galop en torsion doit donc être envisagée lors du dimensionnement du tablier, même si elle n'apparaît que pour de grandes vitesses, comme on le verra dans les résultats expérimentaux.

### 3.1.3 Flottement en flexion et torsion

Pour un système à un seul degré de liberté, une instabilité peut apparaître lorsque l'amortissement apparent du mode considéré s'annule et devient même négatif, de sorte que des déformations toujours croissantes sont atteintes.

Dans le cas du système couplé en torsion et en flexion, le flottement peut apparaître malgré un amortissement apparent positif. C'est le couplage entre les modes qui en est la cause.

Physiquement, le couplage peut être interprété de la manière suivante: une section de tablier placée dans un écoulement fluide subit des efforts aérodynamiques qui la déforment. Il y a par

exemple une torsion du tablier qui induit un changement d'incidence et donc de portance. Le tablier réagit à cette modification de portance par un mouvement de flexion, d'où l'apparition du couplage torsion/flexion.

L'étude de la stabilité du mouvement couplé de torsion/flexion est réalisée en effectuant le raisonnement de l'approche instationnaire (§3.2.3).

On utilise les coefficients aéroélastiques déterminés par l'approche quasi-stationnaire, pour rappel:

$$\left\{ \begin{array}{l} KH_1^*(K) \rightarrow -\frac{dC_L}{di} \\ KH_2^*(K) \rightarrow -r\frac{dC_L}{di} = \frac{dC_M}{di} \\ K^2H_3^*(K) \rightarrow -\frac{dC_L}{di} \\ K^2H_4^*(K) \rightarrow 0 \\ KA_1^*(K) \rightarrow -\frac{dC_M}{di} \\ KA_2^*(K) \rightarrow r\frac{dC_M}{di} = -\frac{(\frac{dC_M}{di}(0))^2}{\frac{dC_z}{di}(0)} \\ K^2A_3^*(K) \rightarrow -\frac{dC_M}{di} \\ K^2A_4^*(K) \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

## 3.2 Approche instationnaire

L'approche aéroélastique, traitée dans le domaine fréquentiel, représente le système par le système d'équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} m(-\omega^2 + 2i\zeta_h\omega_h\omega + \omega_h^2)h = \frac{1}{2}\rho U^2 B [KH_1^* \frac{i\omega h}{U} + KH_2^* \frac{Bi\omega\alpha}{U} + K^2H_3^*\alpha + K^2H_4^* \frac{h}{B}] \\ I(-\omega^2 + 2i\zeta_\alpha\omega_\alpha\omega + \omega_\alpha^2)\alpha = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 [KA_1^* \frac{i\omega h}{U} + KA_2^* \frac{Bi\omega\alpha}{U} + K^2A_3^*\alpha + K^2A_4^* \frac{h}{B}] \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Chaque mouvement est traité successivement comme dans l'approche quasi-stationnaire qui vient d'être présentée.

### 3.2.1 Flottement en flexion

L'équation du mouvement est obtenue en éliminant les termes de couplage dans l'équation de flexion du système (3.5).

Ce qui donne:

$$m(-\omega^2 + 2i\zeta_h\omega_h\omega + \omega_h^2)h = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[ KH_1^*(K) \frac{i\omega h}{U} + K^2H_4^*(K) \frac{h}{B} \right]$$

Cette dernière équation fait apparaître une rigidité et un amortissement global comme dans l'analyse quasi-stationnaire. La différence importante provient du fait que la raideur et l'amortissement aérodynamiques dépendent de la fréquence d'oscillation de la structure. Ces effets de rigidité et d'amortissement ajoutés qui dépendent de la fréquence traduisent le caractère couplé



du système étudié. On parle alors du problème d'*interaction fluide/structure*.

Si l'on note  $\hat{\omega}_h$ , la pulsation du mouvement de la structure soumise au vent, la raideur et l'amortissement apparents s'expriment selon:

$$\hat{k}_h(\hat{\omega}_h) = m\omega_h^2 - \frac{1}{2}\rho U^2 \left(\frac{\hat{\omega}_h B}{U}\right)^2 H_4^*\left(\frac{\hat{\omega}_h B}{U}\right) \quad (3.6)$$

$$\hat{c}_h(\hat{\omega}_h) = 2m\zeta_h\omega_h^2 - \frac{1}{2}\rho U^2 B \frac{\hat{\omega}_h B}{U} \frac{1}{U} H_1^*\left(\frac{\hat{\omega}_h B}{U}\right) \quad (3.7)$$

La vitesse critique de flexion est atteinte lorsque l'amortissement apparent  $\hat{\zeta}_h$  s'annule. Cet amortissement est déduit de l'équation (3.7) en divisant les deux membres par  $2m$  une première fois et puis par  $\hat{\omega}_h$ .

On obtient:

$$\hat{\zeta}_h = \zeta_h \frac{\omega_h}{\hat{\omega}_h} - \frac{\rho B^2}{4m} H_1^*\left(\frac{\hat{\omega}_h B}{U}\right)$$

La vitesse critique apparaît au travers du coefficient aéroélastique  $H_1^*(K)$ . Il y a instabilité lorsque ce coefficient vaut:

$$H_1^*\left(\frac{\hat{\omega}_h B}{U}\right) = \zeta_h \frac{\omega_h}{\hat{\omega}_h} \frac{4m}{\rho B}$$

Il est donc nécessaire de disposer de l'évolution de cet ADs de manière à pouvoir identifier la fréquence réduite  $K = \hat{\omega}_h B/U$  qui assure l'égalité ci-dessus.

Dans le cas des tabliers de pont, le coefficient  $H_1^*$  est en général négatif de sorte que le risque d'instabilité de galop de flexion est faible. Ce raisonnement rejoint celui réalisé dans l'approche quasi-stationnaire.

### 3.2.2 Flottement en tangage

L'étude de la stabilité du tablier en torsion simple est réalisée de manière analogue au flottement en flexion simple.

On se base sur l'équation de torsion dans laquelle on élimine les termes de couplage:

$$I(-\omega^2 + 2i\zeta_\alpha\omega_\alpha\omega + \omega_\alpha^2)\alpha = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[ K A_2^*(K) \frac{Bi\omega\alpha}{U} + K^2 A_3^*(K)\alpha \right]$$

On se retrouve dans les mêmes conditions avec un amortissement et une raideur apparents qui dépendent de la fréquence d'oscillation de la structure:  $K = \hat{\omega}_\alpha B/U$ .

Les développements étant similaires, on présente uniquement la relation permettant de déterminer la vitesse critique de flottement de tangage. Il y a instabilité lorsque la vitesse est telle que:

$$A_2^*\left(\frac{\hat{\omega}_\alpha B}{U}\right) = \zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\hat{\omega}_\alpha} \frac{4I}{\rho B^4}$$

En général, le coefficient  $A_2^*$  reste négatif pour des tabliers très profilés de sorte qu'il est stable en torsion. Cependant dès que le tablier est moins profilé,  $A_2^*$  peut devenir positif et le tablier

est instable à partir d'une certaine vitesse. Il est donc nécessaire de connaître l'évolution du coefficient  $A_2^*$  en fonction de la vitesse et de dimensionner le tablier de manière à ce qu'une éventuelle vitesse critique se trouve en dehors des vitesses représentatives du vent sur le site.

Remarquons que le phénomène d'instabilité ne se limite pas à la seule vitesse critique qui vient d'être déterminée. Cette vitesse correspond à l'annulation de l'amortissement apparent mais une fois dépassée, l'amortissement devient négatif, ce qui est d'autant plus dangereux pour l'intégrité du tablier car les déformations structurelles sont amplifiées par l'effet du vent.

### 3.2.3 Flottement en flexion et torsion

Pour les systèmes à un seul degré de liberté (§3.2.1 et §3.2.2), l'apparition d'une instabilité est due à l'annulation de l'amortissement apparent. Le flottement couplé peut quant à lui apparaître même si les termes  $H_1^*$  et  $A_2^*$  sont négatifs. C'est le couplage entre les modes qui en est la cause.

Il existe un effet antagoniste en ce qui concerne les effets de raideurs aérodynamiques: les coefficients aéroélastiques ne modifient pas la rigidité apparente de la même manière. En effet, la rigidité apparente en flexion augmente alors que la rigidité apparente en torsion diminue, ce qui a tendance à rapprocher les fréquences du système couplé ( $\hat{n}_h$  et  $\hat{n}_\alpha$ ) au fur et à mesure que la vitesse du vent augmente. Les fréquences convergent donc vers une seule fréquence commune. Ceci n'est possible que si la fréquence de torsion est initialement *supérieure* à la fréquence de flexion. Ce raisonnement permet de dégager une règle simple mais primordiale dans le dimensionnement de la section d'un pont: vu que la raideur en torsion est initialement plus importante que la raideur en flexion, il est nécessaire de dimensionner le pont de manière à ce que le rapport  $\hat{n}_\alpha/\hat{n}_h$  soit le plus grand possible.

Remarquons que dans le cas du viaduc de Millau, le rapport entre la première fréquence de torsion et la première fréquence de flexion vaut  $0.92/0.2505 = 3,7$ . Ce rapport relativement élevé permet a priori, de se mettre en sécurité en ce qui concerne le flottement du tablier.

Notons que le risque d'instabilité de flottement en torsion/flexion est plus élevé pour un tablier profilé que pour un tablier de type *bluff body*, ce qui peut sembler étonnant. Cette observation est simplement due à la raideur torsionnelle plus faible pour un tablier profilé. Le risque que la fréquence de torsion diminue jusqu'à égaler la fréquence de flexion est alors plus important.

Il est évident qu'il est important de réaliser une étude plus précise permettant de quantifier la vitesse critique de flottement.

Vu que les fréquences de torsion et de flexion ont tendance à se rapprocher à cause des modifications de raideur, on considère que les mouvements de torsion et de flexion se font selon une pulsation commune  $\omega$ . Si l'on se place à la limite de l'instabilité, les mouvements de flexion et de torsion du tablier peuvent s'exprimer selon:

$$h(\omega) = h_0 \exp(-i\omega t) \qquad \alpha(\omega) = \alpha_0 \exp(-i\omega t)$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation (3.5), on obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \left( -\Omega^2 + 2i\zeta_h\Omega + 1 - \frac{\Omega^2}{2\gamma_m}(H_4^*(K) + iH_1^*(K)) \right) \frac{h_0}{B} - \left( \frac{\Omega^2}{2\gamma_m}(H_3^*(K) + iH_2^*(K)) \right) \alpha_0 = 0 \\ - \left( \frac{\Omega^2}{2\gamma_I}(A_4^*(K) + iA_1^*(K)) \right) \frac{h_0}{B} + \left( -\Omega^2 + 2i\zeta_\alpha\gamma_\omega\Omega + \gamma_\omega^2 - \frac{\Omega^2}{2\gamma_I}(A_3^*(K) + iA_2^*(K)) \right) \alpha_0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{avec} \quad \gamma_m = \frac{m}{\rho B^2} \quad \gamma_I = \frac{I}{\rho B^4} \quad \gamma_\omega = \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_h}$$

Ce système de deux équations à deux inconnues est résolu en annulant les parties réelle et imaginaire du déterminant de la matrice des coefficients des amplitudes  $h_0$  et  $\alpha_0$  de manière à ce que la solution soit non triviale.

Une méthode de résolution consiste à déterminer toutes les valeurs de  $\Omega$  qui annulent la partie réelle et la partie imaginaire du déterminant. Ces solutions dépendent de la fréquence réduite  $K$ . La vitesse de flottement est alors obtenue en cherchant le couple  $(\Omega_c, K_c)$  ayant la fréquence réduite la plus élevée. La vitesse critique de flottement s'exprime ensuite selon:

$$U_c = \frac{\Omega_c B \omega_h}{K_c}$$

On dispose à présent de l'expression des différentes vitesses critiques du tablier à travers les approches quasi-stationnaire et instationnaire. Les coefficients aérodynamiques et aéroélastiques sont identifiés par une étude expérimentale en soufflerie. La connaissance de ces coefficients permet de déterminer les vitesses du vent dangereuses pour la structure de manière à effectuer d'éventuelles corrections dans le dimensionnement du tablier.

# Chapitre 4

## Dispositif expérimental

Après avoir présenté les phénomènes principaux de la théorie de l'aéroélasticité, on entame la description du dispositif expérimental permettant de déterminer les coefficients aéroélastiques à partir du mouvement du tablier.

### 4.1 La soufflerie

La soufflerie pluridisciplinaire de l'Université de Liège est une soufflerie basse vitesse de type continu. Son fonctionnement permet de travailler en boucle ouverte à une vitesse maximale de  $40m/s$  et jusqu'à  $60m/s$  en boucle fermée. La masse d'air est déplacée au travers de la soufflerie grâce à un ventilateur électrique d'une puissance de  $440kW$ . L'air poussé par cette grande hélice est turbulent. Il passe dans un système en grille d'abeille et dans une chambre de tranquillisation de manière à obtenir un écoulement uniforme et ordonné. La température de l'air est également contrôlée de manière à travailler dans des conditions isothermes (stabilité de  $1^{\circ}C$ ). En quittant cette chambre de tranquillisation, l'air passe au travers d'un divergent, qui permet une accélération de la masse d'air sans toutefois créer trop de turbulences.

L'air s'engouffre ensuite dans la veine d'essais. Deux configurations de la veine sont possibles:

- La veine d'essais de type *aéronef*, dans laquelle le flux d'air est uniforme. La section d'essais a une longueur de  $5m$ , une largeur de  $2m$  et une hauteur de  $1,5m$ . La face supérieure et une des parois latérales de la section d'essais sont transparentes de manière à permettre la visualisation de l'écoulement et des mesures optiques tels que la Particule Image Velocimetry (PIV). Cette section d'essais est équipée d'une table tournante de  $1,5m$  de diamètre qui peut pivoter de  $\pm 90^{\circ}C$ . Elle est dotée d'un système d'aspiration de la couche limite placé à  $25\text{ cm}$  en avant de la table tournante.
- La veine d'essais de type *génie civil*, qui permet de modéliser la couche limite atmosphérique (grâce à des blocs disposés d'une manière bien précise). Cette veine d'essais est plus grande que la première ( $3m \times 2m$ ).

La soufflerie est schématisée à la figure 4.1 dans laquelle on retrouve les deux configurations d'essais possibles.

Le système de suspension du tablier est monté dans la veine d'essais de type *aéronef*. Parmi les systèmes utilisables dans la soufflerie, seul le tube de Pitot est utilisé car la structure qui

soutient le tablier possède son propre système de capteurs. Le tube de Pitot est disposé en amont du tablier pour mesurer précisément la vitesse du vent incident.

Un essai en soufflerie sur un modèle réduit de la structure permet de déterminer précisément les sollicitations induites pour différentes configurations de vent (en termes de vitesse, de niveau de turbulence, d'orientation, du profil de vent dépendant du type de paysage, etc..).

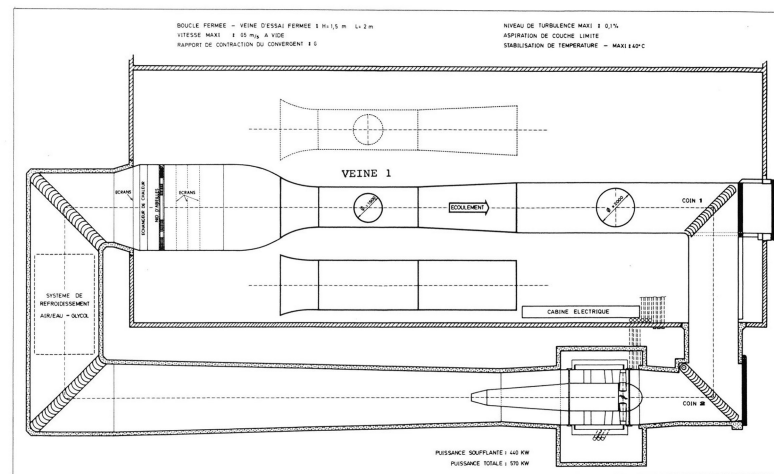


FIGURE 1. - VEINE 1 - BOUCLE POUR ETUDES D'AERONEFS ET DE VEHICULES AUTOMOBILES

FIG. 4.1 – Schéma de la soufflerie pluridisciplinaire de l'Université de Liège.



FIG. 4.2 – Soufflerie de l'Université de Liège.

## 4.2 Modèle du tablier

### 4.2.1 Types de modèle

Plusieurs types de modèles réduits peuvent être utilisés pour réaliser une étude en soufflerie. La première possibilité consiste à utiliser le modèle complet du pont, permettant de simuler le comportement global de l'ouvrage et surtout les interactions entre ses différents composants (tablier, piles, éventuellement les câbles...). Si nécessaire, le site d'implantation de l'ouvrage peut également être reproduit pour simuler les différentes caractéristiques du vent. C'est la solution la plus intéressante mais elle ne peut être réalisée que lorsque le projet est pratiquement achevé et sert surtout de validation des études faites antérieurement. De plus ces études sont coûteuses et sont donc rarement mises sur pied.

La seconde méthode appelée en anglais *taut-strip model*, consiste à utiliser des câbles tendus sur lesquels est fixé l'habillage représentant la géométrie du tablier. L'avantage de cette méthode sur les essais sur tronçons, est que les déformées tridimensionnelles des modes de vibration peuvent être mises en évidence. Cette méthode reste néanmoins complexe.

Il existe une troisième possibilité qui utilise le fait que les ponts sont composés d'éléments allongés dont le volume est généré par le déplacement d'une section droite peu ou pas variable le long d'un axe moyen rectiligne ou peu courbé. Il est donc possible d'étudier une *section du tablier*, ce qui est plus simple à mettre en place. Cette section de tablier indéformable est disposée dans un système de suspension spécifique composé de ressorts et qui permet au tablier de se mouvoir selon plusieurs degrés de liberté. Un flux d'air uniforme est appliqué sur le spécimen. Cette dernière solution, appelée "*test sectionnel*", qui sera mise en place dans le cadre de ce travail.

### 4.2.2 Description du modèle

La section étudiée en soufflerie est réalisée à partir des dimensions de la version métallique du tablier du viaduc de Millau. Le modèle est une reproduction à l'échelle  $1/80^{\text{ème}}$  du prototype. Il est long de  $1,2m$  et large de  $40cm$ , ce qui revient à simuler un tronçon de  $96m$  du viaduc de Millau.

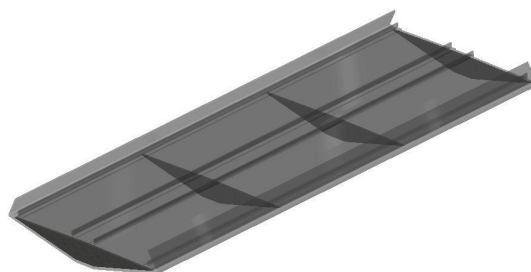


FIG. 4.3 – *Modèle de la section du viaduc de Millau représentée sous CATIA.*

Le matériau utilisé pour la réalisation du modèle est différent du matériau qui compose le tablier du viaduc de Millau (acier). Le polystyrène haute densité est choisi pour sa simplicité de

mise en forme et pour sa tenue mécanique.

L'intérieur du tablier de Millau (caissons métalliques dans la section du viaduc) ne doit pas être identiquement reproduit car c'est l'écoulement externe qu'il faut reproduire. Pour assurer la rigidité du modèle, quatre panneaux équidistants sont placés à l'intérieur du tablier (fig. 4.3). Cette structure creuse et rigide est également assez légère: 4,5kg.

Le modèle a été réalisé dans un matériau noir et opaque de manière à pouvoir réaliser ultérieurement des mesures PIV de l'écoulement autour et en aval du tablier. Ces mesures ne sont pas réalisées dans le cadre de ce travail car on se concentre ici sur le comportement aéroélastique du tablier. On étudie la réponse dynamique de la structure soumise au vent en traitant le comportement du fluide de manière qualitative uniquement.

### Détails géométriques du modèle:

Il est important que les différents détails présents sur le viaduc de Millau se retrouvent sur le modèle de manière à simuler au mieux les effets aérodynamiques. Les barrières latérales présentes sur le tablier du viaduc de Millau sont reproduites sur le modèle (fig. 4.4). Ces barrières sont amovibles de manière à pouvoir étudier leur influence sur la stabilité du tablier.

Il semble pourtant que la maquette dont on dispose ne soit pas une réplique, dans les moindres de détails, du tablier du viaduc de Millau. On peut citer la pente de la zone supérieure du tablier (zone de roulage), qui vaut  $6^\circ$  au lieu de  $1,5^\circ$  dans la réalité.

Il faut également noter que les forces aérodynamiques agissant sur les barrières anti-vent de la maquette ne représentent pas exactement les forces en jeu à Millau. En effet les barrières ont été réalisées à l'échelle géométrique dans un premier temps par soucis de simplicité. En fait un dimensionnement spécial des barrières, tenant compte des coefficients aérodynamiques des détails (barrières) eut été nécessaire pour assurer une bonne similitude aérodynamique entre le modèle et le prototype.

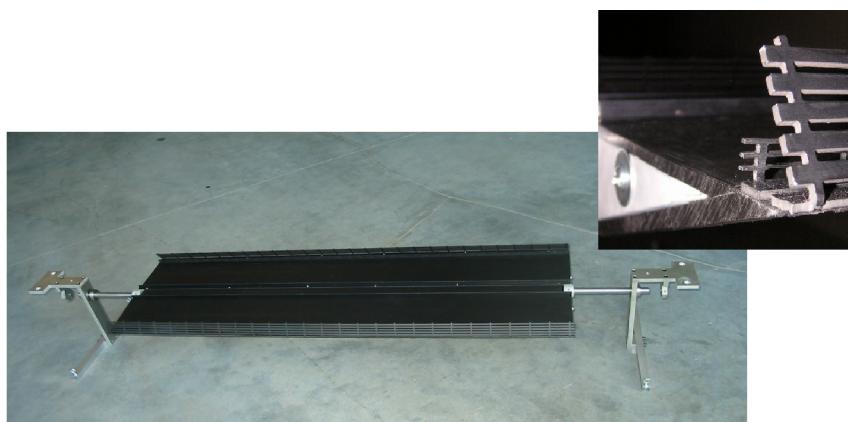


FIG. 4.4 – *Photo du modèle.*

Un artifice proposé par N.P. Jones [11] consiste à utiliser des cables cylindriques pour lesquels l'influence du nombre de Reynolds sur la traînée est connue (fig. 2.4). Les efforts aérodynamiques

des détails de la maquette se réduisent donc à la traînée des barrières ainsi qu'au couple créé par la traînée qui s'exprime par le produit  $C_i = F_i \times X_i$ . Ces forces sont reprises schématiquement dans la figure 4.5.

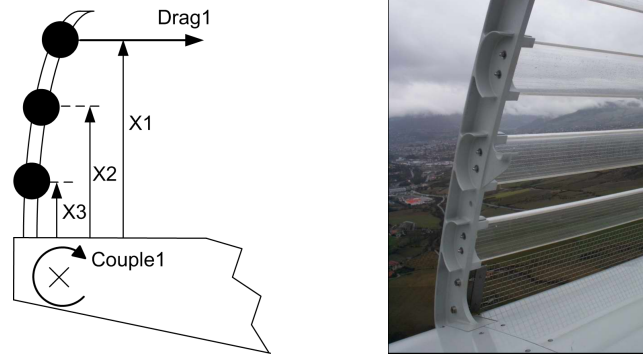


FIG. 4.5 – Barrières anti-vent.

Les paramètres géométriques des barrières de la maquette sont ajustés de manière à simuler la force et le couple, ce qui s'expriment selon les deux relations suivantes:

$$FD = \frac{\lambda_L^2}{\lambda_{C_D}} \frac{A_p}{A_m} \qquad FM = \frac{\lambda_L^3}{\lambda_{C_D}} \frac{\sum_i A_i^p X_i^p}{\sum_i A_i^m X_i^m}$$

Dans ces équations  $\lambda_{C_D}$  représente l'échelle des coefficients de traînée,  $A$  les différentes surfaces caractéristiques,  $X_i$  les bras de levier. Les indices  $p$  et  $m$  signifient respectivement prototype et modèle.

On joue sur les différentes surfaces ainsi que sur les bras de levier des barrières de la maquette pour que les variables  $FD$  et  $FM$  soient proches de l'unité.

Ces considérations géométriques permettent de reproduire correctement les détails aérodynamiques du prototype. Malgré le fait que les barrières dont on dispose ne soient pas dimensionnées de cette manière, on pourra quand même observer des effets, sur la stabilité notamment, des barrières anti-vent.

Les différences géométriques et aérodynamiques (des détails), entre le modèle et le prototype introduiront de légères différences entre nos résultats et ceux obtenus au CSTB et transmis par le bureau d'études Greisch.

### Extrémités du modèle:

Un phénomène bien connu des aérodynamiciens apparaît aux extrémités du modèle: *l'effet de bords*. Celui-ci est du à la différence de pression entre les faces supérieure et inférieure du tablier et à l'absence de structure aux extrémités de la section. Le fluide qui baigne le dessus du tablier est dévié vers le dessous du tablier au niveau des extrémités de la section. Ce mouvement au niveau du tablier entraîne l'apparition de tourbillons à l'arrière de la structure. Notons que l'orientation des tourbillons est opposée à celle d'un profil sustentateur traditionnel.



Ces considérations ne concernent que l'étude en soufflerie: il est évident que dans l'ouvrage réel, une fois terminé, ces effets n'apparaissent pas vu que les extrémités du tablier rejoignent toujours l'accès au pont (une route). Par contre ces effets apparaissent en bout d'une aile d'avion et il peut être intéressant de simuler les effets de bords de manière à optimiser la géométrie du bout d'aile.

Il existe une solution qui permet de s'affranchir de cet effet: elle consiste à placer des panneaux (ronds ou elliptiques) à chaque extrémité de la section. Ces panneaux empêchent la déviation du fluide du haut vers le bas du tablier, ce qui permet de se placer dans les conditions réelles et de considérer que l'écoulement est bi-dimensionnel.

Des études [4] ont montré que la présence de flasques aux extrémités du tablier n'était pas obligatoire dans le cas où le ratio *longueur/corde* est supérieur à 5. Ceci traduit simplement que la présence des flasques est nécessaire lorsque le modèle est court et donc dans ce cas, les effets de bords perturbent l'écoulement autour du profil sur une grande partie du modèle. Une éventuelle prise de pression sur une tranche perpendiculaire à l'axe longitudinal est alors faussée. Il faut également noter que cet effet est important dans le cas d'un profil d'aile car la différence de pression est grande, de manière à maximiser la portance de l'aile. Dans le cas d'un pont, la différence de pression est une conséquence de sa géométrie et non pas un but en soi. Elle est donc faible et l'effet de bords est d'autant moins marqué.

Dans notre cas, le ratio ne vaut que 3 mais pour des raisons pratiques, on décide de ne pas placer de flasques en bout de modèle. On verra si l'absence de flasques a des conséquences sur la traînée du profil.

### 4.3 Système de suspension

Le système de suspension permet de simuler le comportement dynamique du tablier dans la soufflerie. La maquette rigide du tablier est supportée par une structure composée de plusieurs ressorts. Ces ressorts sont destinés à simuler les caractéristiques structurales du viaduc réel.

Le système de suspension est schématisé par la figure (4.6). Il permet le déplacement du tablier selon trois degrés de liberté:

- Translation verticale ( $h$ )
- Translation dans la direction de l'écoulement ( $p$ )
- Rotation autour du centre élastique ( $\alpha$ )

Le déplacement du tablier selon ces trois degrés de liberté permet de déterminer le comportement dynamique de la structure en tenant compte, si nécessaire, des différents *couplages entre les degrés de liberté*.

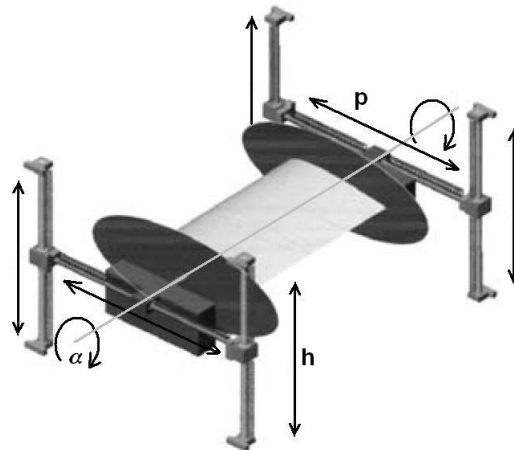


FIG. 4.6 – *Système de suspension.*

Dans cette structure, trois jeux de ressorts sont nécessaires. Chaque mouvement est guidé selon son axe et relié à des ressorts permettant de simuler la matrice des raideurs du prototype. C'est la similitude dynamique, qui s'exprime au travers de la fréquence réduite, qui permet de déterminer les raideurs des différents ressorts (§5.3).

Les mouvements de translations verticale et horizontale sont guidés le long de barres en acier. Il est nécessaire que ces mouvements soient réalisés en minimisant les frottements, c'est-à-dire sans ajouter de dissipation dans le modèle. Pour ce faire, les barres sont polies et un système pneumatique permet d'insérer un film d'air entre la barre et le palier (fig. 4.9). Cette technique permet d'atteindre de très bons résultats: la structure est faiblement amortie et, si nécessaire, de grands déplacements peuvent être générés.

Le mouvement de rotation du tablier se fait autour d'un axe passant par le centre de torsion de la section. Cet axe ne traverse pas le tablier sur toute sa longueur mais il est composé de 2 bouts d'axes, de manière à limiter le poids du tablier. Ces bouts d'axes sont libres en rotation grâce

à deux roulements à billes (fig. 4.10). Ces roulements sont à l'origine d'une certaine dissipation d'énergie dans le système. Cependant, s'ils restent propres et bien huilés, cette dissipation est faible.

Dans le cadre de ce travail on néglige le mouvement de flexion horizontale ( $p$ ) pour se concentrer sur les degrés de liberté prépondérants du tablier ( $\alpha$  et  $h$ ). le mouvement horizontal est donc bloqué de sorte que deux jeux de ressorts sont nécessaires pour simuler les matrices de raideur de torsion et de flexion verticale.

### **Elimination des modes indésirables:**

Les mouvements de roulis et de lacet ne doivent pas être pris en compte dans l'approche bi-dimensionnelle réalisée. Il est possible de les négliger grâce à un montage minutieux du système de suspension. Il faut que le montage du système soit le plus symétrique possible par rapport au plan vertical moyen du système. Le montage des différents ressorts doit être précis pour équilibrer au mieux le système.

### **Montage du système de suspension dans la veine fluide:**

Afin de minimiser la perturbation de l'écoulement due à la présence de la structure porteuse du tablier, on décide de retirer les barres horizontales supérieures et inférieures en amont du tablier ainsi que la barre supérieure horizontale en aval du tablier (fig. 4.11 gauche). Ces barres étaient importantes pour le montage et l'alignement de la structure.

Les armatures verticales qui restent pour soutenir la structure sont profilées de manière à limiter la perturbation de l'écoulement (fig. 4.11 droite). Vu que ces armatures se trouvent à proximité des parois de la veine, et que la longueur du tablier ( $1,2m$ ) est bien inférieure à la largeur de la veine fluide ( $2m$ ), l'écoulement au niveau du tablier est presque uniforme car très peu influencé par les turbulences à proximité des parois. Un tube de Pitot permet de mesurer précisément la vitesse du vent qui souffle sur le tablier. En effet, la présence des barres verticales a pour effet d'accélérer le fluide et la vitesse vue par le tablier est légèrement supérieure à celle que l'on impose grâce au ventilateur.

On s'assure que la vitesse amont est uniforme sur toute la largeur du tablier en mesurant la vitesse en plusieurs positions avec une consigne de  $16,3m/s$  (fig. 4.7).

La mesure de la vitesse est réalisée grâce au tube de Pitot qui est caractérisé par une précision de l'ordre du dixième de  $m/s$  sur la valeur moyenne de la vitesse. Dans la zone perturbée, il est donc inutile de vouloir mesurer les variations temporelles de la vitesse vu que celles-ci sont filtrées par le passage de l'air dans les tuyaux, c'est-à-dire par un amortissement de fluctuations de la vitesse. On mesure tout de même une faible vitesse de l'ordre de  $8m/s$ . L'écoulement est perturbé à proximité de la barre profilée de sorte que l'on mesure une vitesse de  $16,1m/s$ . Sur tout le reste de la partie centrale de la veine fluide, la vitesse est constante et vaut  $16,3m/s$ .

La dimension maximale du système de suspension dans la veine fluide est limitée par le phénomène de *blocage* de la veine. Ce phénomène apparaît lorsque la surface alaire du modèle

dépasse 5% de la surface de la veine fluide. Dans ce cas, la présence des parois de la veine modifie l'écoulement autour du modèle et les résultats ne peuvent pas être interprétés simplement. La surface à considérer est celle qui se trouve au niveau du tablier, c'est-à-dire la surface alaire du tablier uniquement. La surface du modèle en incidence maximale représente 4% de la surface de la veine, ce qui permet de s'affranchir du phénomène de blocage.

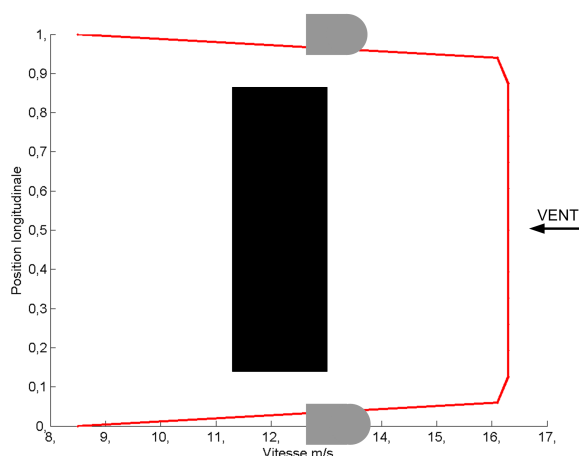


FIG. 4.7 – Evolution de la vitesse moyenne sur la largeur de la veine fluide (vue du dessus).

#### Remarque sur la présence de la barre horizontale:

Il est important de s'attarder sur la présence de la barre horizontale qui permet de rigidifier le système. En effet, ce cylindre de 2cm de diamètre se trouve à une distance de 20cm du tablier à incidence nulle. Lorsque ce dernier est incliné de 15° par rapport à l'horizontale, cette distance est réduite et vaut 15cm.

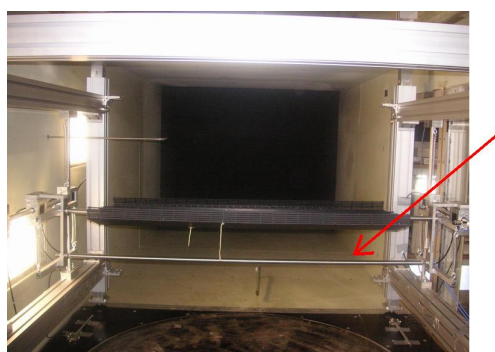


FIG. 4.8 – Barre horizontale qui rigidifie le montage.

On peut donc légitimement penser que l'écoulement autour du tablier est perturbé à cause du cylindre. La perturbation générée par la barre horizontale, assimilée à un cylindre, peut être modélisée au moyen de la méthode des singularités. On en déduit alors que la perturbation

engendrée sur le champ des vitesses est proportionnelle à l'intensité du doublet, elle-même fonction du carré du rayon du cylindre et de la vitesse de l'écoulement, et inversement proportionnelle au carré de la distance séparant le centre du cylindre et le tablier ( $2\pi UR^2/r^2$ ).

Pour un écoulement de  $20\text{m/s}$ , à une distance de  $15\text{cm}$  du cylindre, la vitesse de l'écoulement vaut moins de  $0,5\%$  de la vitesse à proximité du cylindre. On peut donc considérer que la modification de l'écoulement autour du tablier à cause du cylindre est négligeable.

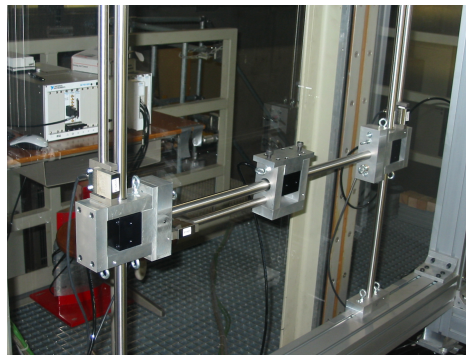


FIG. 4.9 – *Système de translation pneumatique.*



FIG. 4.10 – *Système de rotation du tablier.*

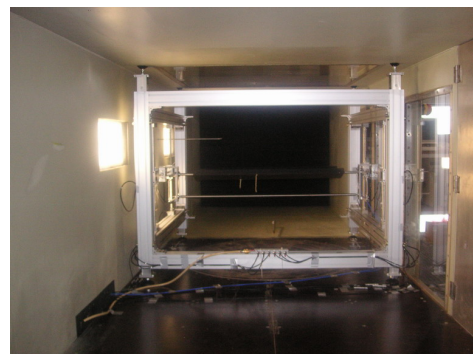
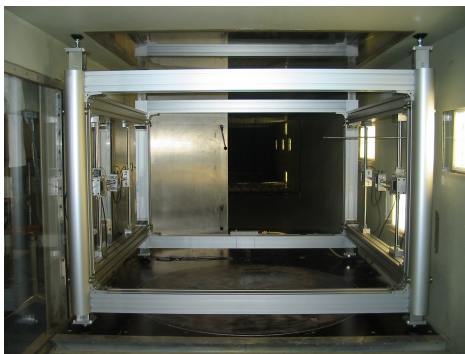


FIG. 4.11 – *Avant (à gauche) et après (à droite).*

## 4.4 Instrumentation

Selon l'étude entreprise, il est possible d'utiliser le système de suspension pour mesurer des efforts statiques (portance, traînée et couple de tangage) ou les déplacements du tablier soumis au vent. Les différents types de mesures sont présentés dans ce qui suit.

### 4.4.1 Capteurs de force et de couple

La méthode d'identification des coefficients stationnaires du tablier est présentée dans la section (6.1). Pour déterminer ces coefficients, il est nécessaire de mesurer les forces de portance, de traînée et le couple de tangage générés par le fluide sur le tablier.

La structure porteuse du tablier permet la mesure de ces efforts grâce à un ensemble de capteurs de force et de couple.

Les forces de portance et de traînée sont mesurées en remplaçant les ressorts relatifs aux mouvements selon  $h$  et  $p$  par des barres rigides en acier auxquelles on adjoint des cellules de force (fig. 4.12). Le couple de tangage du tablier est mesuré par un capteur de couple placé sur l'axe de rotation (fig. 4.13).

L'incidence du tablier par rapport à l'air amont (horizontal) est réglable précisément: le calage se fait au niveau du capteur de couple.

#### Répetabilité et sensibilité des mesures:

Plusieurs mesures consécutives sont réalisées avec la même masse calibrée (de 500gr) pour s'assurer de la répétabilité du système de mesures.

En utilisant un *offset*, il est possible de mesurer précisément la masse posée sur le tablier. On remarque que pour les différentes mesures, l'erreur est très faible et ne dépasse pas 1%.

On dispose donc d'un système fiable et précis. On réalise également un test de sensibilité qui permet de différencier des forces à 0,05N près, ce qui traduit la qualité du montage et la bonne précision des capteurs.

Les valeurs des forces de portance, de traînée et du couple de tangage s'étalent entre quelques Newton et plusieurs dizaines de Newton. Les mesures réalisées avec les capteurs de forces seront donc relativement précises.



FIG. 4.12 – Capteurs de force.

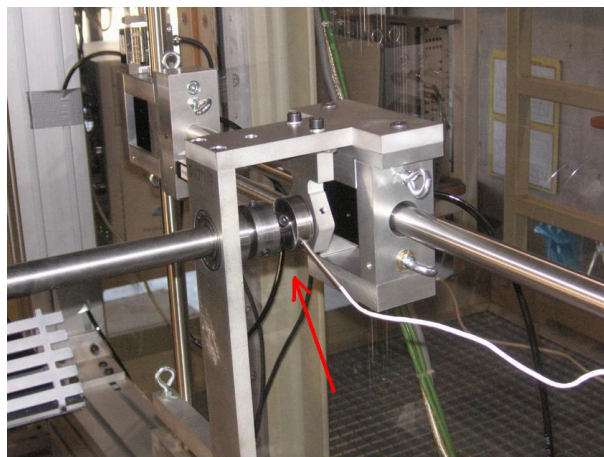


FIG. 4.13 – Capteur de couple.

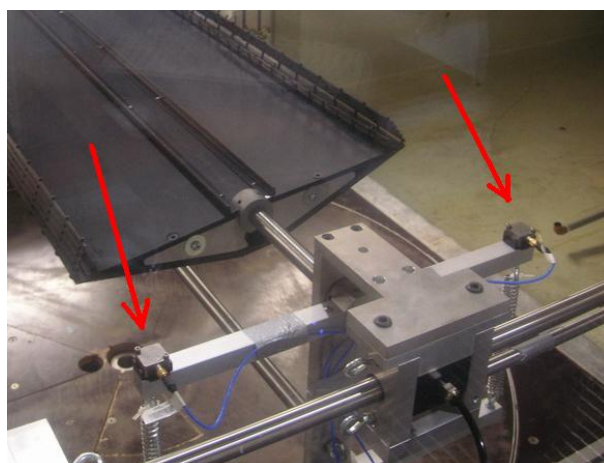


FIG. 4.14 – Positionnement des accéléromètres sur la structure.

### 4.4.2 Capteurs de déplacement

L'identification des caractéristiques modales de la structure qui vibre sous le vent est basée sur la réponse temporelle de la structure. Il est donc nécessaire de mesurer les déplacements du tablier lors qu'il est en mouvement. Pour ce faire, deux accéléromètres sont utilisés pour mesurer les mouvements de tangage et de flexion du tablier. Ils sont placés sur des barres qui oscillent avec le tablier de manière à ne pas perturber l'écoulement autour de ce dernier (fig. 4.14).

Ces capteurs permettent d'obtenir l'évolution des degrés de liberté  $h$  et  $\alpha$  durant la période de test. Les signaux mesurés par les accéléromètres sont traités et intégrés à deux reprises pour obtenir les déplacements désirés.

Les accéléromètres sont de type capacitif, ce qui permet une interprétation simple des accélérations en jeu. Ils sont reliés à un module d'acquisition de signaux qui est lui-même relié à un ordinateur. On utilise le logiciel LABVIEW [21] pour traiter les signaux et créer une interface pratique.

#### Interprétation des accélérations mesurées:

On dispose des accélérations qui sont fonction de l'inclinaison  $\alpha$  du tablier lors de son mouvement de rotation. L'amplitude du mouvement de rotation est faible de sorte qu'il est possible de linéariser la relation entre les accélérations mesurées et les accélérations des mouvements de flexion et de rotation.

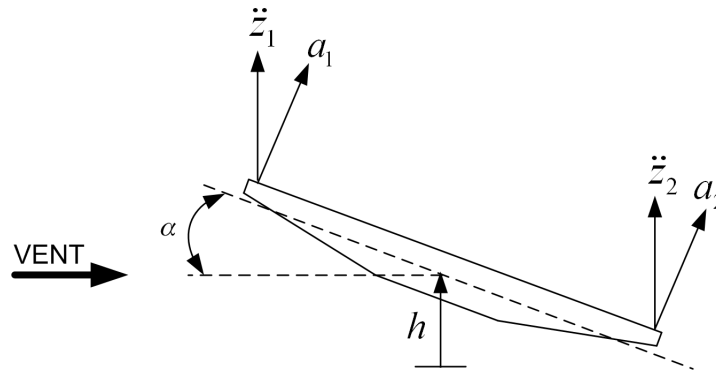


FIG. 4.15 – Accélérations mesurées.

Les accélérations selon la verticale  $\ddot{z}_1$  et  $\ddot{z}_2$  sont liées aux accélérations mesurées  $a_1$  et  $a_2$  entre elles par l'angle de tangage (fig. 4.15). Si on considère que la rotation du tablier est faible ( $\cos \alpha \approx 1$ ), les accélérations verticales deviennent:

$$\ddot{z}_1 = \frac{a_1}{\cos \alpha} \approx a_1 \qquad \ddot{z}_2 = \frac{a_2}{\cos \alpha} \approx a_2$$

Les accélérations des mouvements de flexion et de torsion se présentent alors comme suit:

$$\ddot{h} \approx \frac{\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2}{2} \qquad \ddot{\alpha} \approx \frac{\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1}{B}$$



On dispose donc d'un dispositif expérimental instrumenté qui permet de simuler le mouvement du tablier qui vibre sous le vent. Les différents mouvements sont enregistrés pour être ensuite traités pour en tirer les paramètres modaux.

Dans la suite du travail il faut calculer les raideurs des ressorts présents sur le dispositif. Ils sont déterminés grâce à la théorie des similitudes développée dans le chapitre qui suit.

# Chapitre 5

## Similitudes modèle/prototype

Lorsque l'on utilise une maquette à échelle réduite pour prédire le comportement d'un pont il est nécessaire de respecter des conditions de similitude, afin que les résultats obtenus soient représentatifs des actions du vent sur la structure réelle (le prototype). Ces conditions de similitude découlent de l'analyse dimensionnelle du problème. Cette analyse conduit à définir un ensemble de nombres sans dimension qui doivent être les mêmes entre le prototype et le modèle. Cependant dès que l'on s'écarte de l'échelle des longueurs unitaires, ce qui est toujours le cas pour des études de génie civil, il n'est plus possible de respecter l'entière des conditions de similitude. L'une des étapes primordiales de l'analyse est de définir les conditions moins importantes, c'est-à-dire celles qui peuvent être relaxées et les conséquences que cela entraîne.

### 5.1 Similitudes fondamentales

Le nombre et le type des paramètres de similitude à considérer dépendent des caractéristiques de l'étude aérodynamique. Les différentes conditions de similitude vont être passées en revue dans ce qui suit de manière à déterminer les caractéristiques du modèle utilisé dans la soufflerie.

#### **Similitude géométrique:**

Cette première similitude, paraît simple mais indispensable, est la similitude géométrique, qui vise à travailler avec un modèle du tablier qui respecte les mêmes proportions que la structure réelle. Il est donc important de travailler avec un modèle du tablier qui représente au mieux le tablier du viaduc de Millau.

On a vu lors de la présentation de la maquette, que les détails géométriques des équipements (barrières de sécurité, anti-vent...) demandent une attention toute particulière pour simuler au mieux l'effet des détails aérodynamiques sur les forces globales qui s'appliquent au tablier.

#### **Similitude de Reynolds:**

L'égalité des nombres de Reynolds  $Re$  entre le prototype et le modèle est impossible. En effet vu que le fluide de travail est l'air dans les deux cas, l'échelle des vitesses est proportionnelle à l'inverse de l'échelle géométrique.

$$Re = \frac{UB}{\nu} \rightarrow \frac{U_m}{U_p} = \frac{B_p}{B_m};$$

Où  $B$  est une grandeur caractéristique de l'ouvrage,  $\nu$  est la viscosité cinématique de l'air et  $U$  la vitesse du vent. Les indices  $m$  et  $p$  signifient respectivement modèle et prototype.

Sachant que la grandeur caractéristique du prototype est la largeur du tablier qui vaut  $32m$  et que celle du modèle vaut  $40cm$ , le rapport entre la vitesse dans la soufflerie et la vitesse réelle s'élève à 80. La vitesse du vent à imposer dans la veine de la soufflerie est donc énorme et totalement inaccessible.

Il faut noter que le respect de la similitude de Reynolds n'est pas indispensable pour simuler correctement le comportement du pont. En effet, le nombre de Reynolds exprime le rapport entre les forces d'inertie du fluide et les forces visqueuses. Il est donc important de le simuler là où la viscosité du fluide joue un rôle: dans les couches limites se développant à proximité des parois du tablier.

Plus précisément le nombre de Reynolds est important en ce qui concerne la position de la zone de décollement du flux d'air. Fort heureusement, la plupart des structures de génie civil, dont les ponts, sont des formes à arêtes vives et les points de décollement sont *fixés* au niveau de ces arêtes. Ces considérations ont été faites dès le début du travail dans la section 2.3.

Excepté pour les barrières anti-vent, on peut donc considérer l'écoulement indépendant du nombre de Reynolds et la similitude correspondante n'est pas prise en considération. Le nombre de Reynolds le plus important possible (vitesse élevée et larges dimensions) est tout de même recherché.

### **Similitude de Strouhal:**

Le nombre de Strouhal représente le rapport de la longueur caractéristique  $B$  à la longueur parcourue par une particule fluide  $UT$  à la vitesse de référence pendant la durée de référence  $T$  de l'écoulement:

$$St = \frac{B}{UT} \quad (5.1)$$

La signification physique de ce paramètre est relative aux phénomènes instationnaires. Elle a été introduite dans la section traitant des instabilités aérodynamiques (§ 2.4.1).

Le nombre de Strouhal est important en ce qui concerne l'aspect oscillatoire de la structure. On parle alors non plus de nombre de Strouhal mais bien de *fréquence réduite* car les phénomènes sont différents. La notion de fréquence réduite a été largement utilisée lors des considérations instationnaires du phénomène aéroélastique (§2.5.3).

Si  $T$  est la période d'oscillation du tablier, la fréquence réduite permet de déterminer dans quelle mesure l'écoulement est influencé par ces oscillations. Si la fréquence réduite est petite

par rapport à l'unité, cela signifie que la distance parcourue par une particule fluide pendant une période d'oscillation est grande devant la largeur du tablier. L'écoulement se comporte comme si les oscillations n'existaient pas: c'est l'hypothèse de quasi-stationnarité développée dans le début de ce travail. La notion de fréquence réduite permet donc d'instaurer la *similitude dynamique*, ce qui en fait un nombre sans dimension très important dans l'étude entreprise.

### Similitude de Froude:

La similitude Froude permet de rendre compte de l'importance des forces d'inertie par rapport aux forces de gravité. Cette similitude est rarement réalisée car son importance est faible. Elle peut être importante dans le cas où les forces de gravité influencent la raideur de la structure, ce qui peut arriver dans le cas de ponts suspendus.

Le nombre de Froude est défini par:

$$Fr = \frac{U_{ref}}{\sqrt{Bg}} \quad (5.2)$$

On en déduit que l'échelle de vitesse est proportionnelle à la racine de l'échelle géométrique. Lorsque la réduction géométrique est importante (souvent rencontré en génie civil), la vitesse du vent à imposer en soufflerie est faible, ce qui va à l'encontre de la similitude de Reynolds.

### Similitude de masse:

Cette similitude résulte du respect du rapport entre les forces aérodynamiques et les forces d'inertie et conduit à conserver la même masse volumique globale entre le prototype et le modèle.

Les échelles de masse linéique et d'inertie massique par unité de longueur s'expriment selon:

$$\lambda_m = \frac{m_m}{m_p} = \lambda_L^2 \qquad \lambda_I = \frac{I_m}{I_p} = \lambda_L^4$$

### Similitude d'amortissement:

La relation de similitude d'amortissement consiste à conserver les mêmes taux d'amortissement entre le prototype et le modèle. Un certain nombre d'artifices peuvent être utilisés pour y parvenir: lame dans un bain d'huile, mousse ou caoutchouc de liaison, système à courant de Foucault etc...

Une qualité importante du montage est d'insérer un amortissement indépendant de l'amplitude de vibration, du moins dans la gamme des faibles amortissements rencontrés dans les ouvrages d'art modernes.

## 5.2 Similitudes respectées sur le modèle

La similitude principale dans le cadre de cette étude est la *similitude dynamique*, traduite par la notion de fréquence réduite. Elle est respectée en ajustant les raideurs des différents ressorts présents dans la structure (§5.3).

La similitude géométrique visant à reproduire le viaduc de Millau dans les mêmes proportions est également respectée à l'exception des barrières qui ne sont pas dimensionnées précisément pour représenter, à l'échelle, les effets réellement subit par les barrières du viaduc de Millau.

La similitude de masse impose:  $\lambda_m = \lambda_L^2$ , ce qui signifie que la masse par unité de longueur de tous les éléments de la structure en translation verticale doit théoriquement valoir:

$$m_m = m_p \lambda_L^2 = 3,133 \text{kg}/m$$

Cependant la masse linéique du modèle du tablier vaut  $4,5 \text{kg}/m$ , à laquelle se rajoutent les masses en translation du système de suspension (barres, roulement, paliers...). La masse des ressorts est prise en compte par application des théorèmes énergétiques qui considèrent qu'il faut tenir compte du tiers de la masse du ressort à l'endroit où il est fixé sur la structure. La masse totale en translation  $m_m$  s'élève à  $21,4 \text{kg}/m$  et la similitude de masse n'est donc pas respectée.

La similitude d'inertie massique impose:  $\lambda_I = \lambda_L^4$ . L'inertie massique par unité de longueur doit valoir:

$$I_m = I_p \lambda_L^4 = 0.0301 \text{kgm}^2/m$$

L'inertie massique tient compte de tous les composants en rotation autour de l'axe du tablier. Elle vaut  $0.092 \text{kgm}^2/m$  et la similitude de répartition des masses n'est pas respectée non plus.

Il est important d'estimer les conséquences du non-respect des similitudes de masse et d'inertie massique sur les résultats de l'étude en soufflerie.

Les coefficients aéroélastiques sont identifiés correctement vu leur caractère adimensionnel. En effet, ces coefficients dépendent uniquement de la géométrie du tablier et de la fréquence réduite, qui sont toutes deux respectées sur le modèle. La similitude des amortissements n'est plus requise pour les mêmes raisons.

Le phénomène de flottement du tablier apparaît lors de l'étude en soufflerie pour une vitesse spécifique. Cette vitesse n'est pas interprétable directement au viaduc de Millau via l'échelle des vitesses qui découle de la similitude de Strouhal:  $\lambda_U = \lambda_L \lambda_f$ .

La vitesse réelle de flottement du tablier de Millau est calculable sur base des coefficients aéroélastiques en entreprenant une étude de stabilité telle qu'elle a été présentée dans la section 3.

Il est important de remarquer que le non-respect de ces similitudes est peu restrictif. En effet, lors de l'étude de la plupart des structures, les considérations aérodynamiques et aéroélastiques sont entreprises dès que la géométrie du tablier est fixée. Le dimensionnement suit alors son

cours et des modifications de la répartition des masses sont plus que probables. Le fait que les coefficients aéroélastiques soient indépendants de ces modifications permet le calcul des vitesses critiques sur base des études en soufflerie initiales.

### 5.3 Raideurs des ressorts du système de suspension

Sachant que la similitude de Strouhal n'est pas utilisable pour convertir directement la vitesse dans la veine fluide à son équivalent dans la vallée du Tarn, on ne s'attelle pas à fixer les fréquences de la maquette pour qu'elle correspondent à celles du viaduc de Millau.

Par contre il est important de conserver le même rapport entre les fréquences de torsion et de flexion pour le prototype et pour le modèle. Ce rapport permet de simuler correctement les effets de couplage entre les différents modes de vibration du viaduc.

On a donc certaines libertés en ce qui concerne le choix des ressorts du système de suspension. Les raideurs sont fixées en se basant sur les fréquences de torsion et de flexion qu'il faut utiliser pour balayer une gamme de vitesse réduite  $U/(\omega B)$  donnée.

On choisi de faire varier la vitesse réduite relative au mouvement de torsion entre 0 et 1. Cela permet de simuler une vitesse maximale de  $180m/s$ , ce qui est largement suffisant pour une étude d'une structure construite à 200 mètres de hauteur.

La vitesse maximale atteinte en soufflerie vaut  $20m/s$  pour limiter les risques de casse et garantir l'intégrité du système de suspension qui peut vibrer significativement. On sait aussi que la largeur de référence de la maquette  $B$  vaut  $0,4m$ .

On en déduit donc la pulsation de torsion selon:

$$\omega_\alpha = \frac{1 \times 20}{0,4} = 50rad/sec$$

A partir de ce résultat, on en déduit la pulsation de flexion grâce au respect du rapport entre les fréquences de torsion et de flexion pour le prototype et pour le modèle.

On veut que:

$$\left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_h}\right)_m = \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_h}\right)_p = \frac{0,92}{0,2505} = 3,67$$

De sorte qu'il faut que:

$$\omega_h = \frac{\omega_\alpha}{3,7} = 13,5rad/sec$$

Les pulsations propres sont reliées aux caractéristiques du système de suspension selon:

$$\omega_h = 2\pi n_h = \sqrt{\frac{k_h^T}{m^T}} \qquad \omega_h = 2\pi n_h = \sqrt{\frac{k_\alpha^T}{I^T}}$$

Le système de suspension peut être ramené à un système bi-dimensionnel qui permet d'interpréter aisément les différentes raideurs:

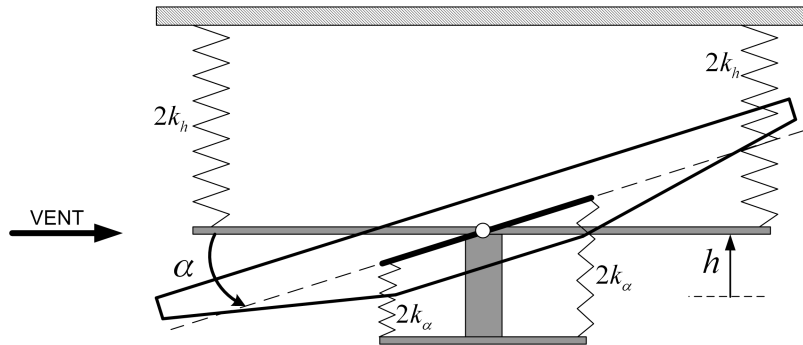


FIG. 5.1 – Schéma du système de suspension.

Les raideurs totales  $k_h^T$  et  $k_\alpha^T$  sont ajustées de manière à atteindre les fréquences voulues.

Les raideurs totales s'expriment simplement en se référant à la figure (5.1) par :

$$k_h^T = 4k_h \qquad k_\alpha^T = 4k_\alpha e^2$$

L'espacement entre les ressorts de torsion est fixé. Remarquons que l'on pourrait le modifier de manière à changer la fréquence de torsion en gardant les mêmes ressorts.

Les raideurs nécessaires sont calculées et reprises dans le tableau ci-dessous.

$k_h$	$1171\text{N/m}$
$k_\alpha$	$\text{N/m}$
$e$	$19,5\text{cm}$

On dispose à présent d'un modèle qui est *dynamiquement similaire* au viaduc de Millau.

Pour des raisons purement techniques, on verra que les ressorts qu'on utilise lors des essais dynamiques n'ont pas exactement les caractéristiques nécessaires. Malgré cela, le rapport  $(\omega_\alpha/\omega_h)_m$  reste assez proche du rapport des fréquences du viaduc de Millau.

Toutes les caractéristiques du tablier disposé dans le système de suspension sont reprises dans le tableau ci-dessous :

$m$	$21,4\text{kg/m}$
$I$	$0,092\text{kgm}^2/\text{m}$
$B$	$0,4\text{m}$
$e$	$19,5\text{cm}$
$n_\alpha$	$7,95\text{Hz}$
$n_h$	$2,15\text{Hz}$

# Chapitre 6

## Procédures d'identification

### 6.1 Identification des coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques de la section de pont sont importants pour déterminer les forces aérodynamiques qui s'appliquent au tablier. De plus, ils interviennent dans l'approche quasi-stationnaire du problème et permettent de calculer la limite des coefficients aéroélastiques et les différentes vitesses critiques dans le cas où la fréquence réduite tend vers zéro.

Cette identification consiste à déterminer l'évolution des coefficients  $C_L$ ,  $C_D$ , et  $C_M$  en fonction de l'incidence du vent sur le tablier. C'est la définition même des forces de portance, de traînée et du couple de tangage qui permet le calcul des coefficients aérodynamiques:

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2}\rho U^2 S C_L(i) \\ D = \frac{1}{2}\rho U^2 S C_D(i) \\ M = \frac{1}{2}\rho U^2 S B C_M(i) \end{cases}$$

Les mesures de la portance, de la traînée et du couple de tangage sont réalisées grâce au système de capteurs de forces présenté dans la section (4.4.1). On mesure directement les forces  $L$  et  $D$  ainsi que le couple  $M$  vu que c'est le tablier qui est orienté et que le vent incident est toujours horizontal.

Les coefficients aérodynamiques découlent des expressions des efforts:

$$\begin{cases} C_L(i) = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \\ C_D(i) = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \\ C_M(i) = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 S B} \end{cases}$$

Il est intéressant d'identifier les coefficients aérodynamiques pour deux vitesses de vent amont. En effet, on a montré que dans le cas d'une section de pont, les effets aérodynamiques sont peu influencés par la valeur du nombre de Reynolds (pour rappel, le point de décrochage est fixe pour une géométrie à arêtes vives §2.3). Cette double identification débouchera sur des coefficients plus ou moins consistants selon la valeur de cette hypothèse.



Les vitesses choisies pour identifier les coefficients sont reprises ci-dessous:

	Vitesse [m/s]	Reynolds	Régime
1 <sup>ère</sup> vitesse	10	$2,6 \cdot 10^5$	Laminaire
2 <sup>ème</sup> vitesse	20	$5 \cdot 10^5$	Transitoire

Pour chaque incidence, les différents efforts sont mesurés. Connaissant la vitesse du vent incident ainsi que la masse volumique, la longueur de référence  $B$  et la surface alaire, les différents coefficients peuvent être calculés.

En pratique, on choisi de faire varier l'incidence du profil entre -15 et 15 degrés par pas de 2 degrés. Cette large gamme d'angles d'incidence permettra de mettre en évidence une chute de portance au profit d'une augmentation de traînée: le *décrochage* du profil.

Il est évident que le tablier du viaduc de Millau ne se déforme pas de  $15^\circ$  en torsion. Par contre l'incidence du vent qui souffle sur le tablier peut varier et atteindre ces valeurs à certains moments. La connaissance des coefficients aérodynamiques peut donc être utile dans une étude du tablier soumis à un vent turbulent.

### Correction de la traînée mesurée:

La traînée mesurée par les capteurs horizontaux doit être corrigée de manière à déterminer la traînée du tablier uniquement. A la force mesurée, il faut retirer la traînée du système de translation. Pour ce faire, le tablier est retiré de la veine fluide et les efforts sous le vent sont mesurés en balayant la gamme de vitesse entre 6 et  $22m/s$ .

Ces mesures permettent de déterminer l'évolution de la traînée parasite en fonction de la vitesse du vent amont.

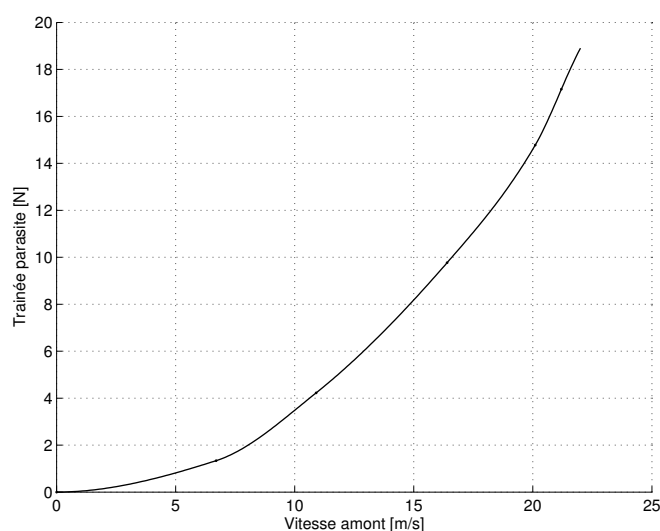


FIG. 6.1 – Traînée parasite en fonction de la vitesse

On remarque que l'évolution de la traînée varie bien comme le carré de la vitesse amont. La traînée parasite est relativement élevée à haute vitesse, elle peut représenter jusqu'à 40% de l'effort horizontal mesuré.

En soustrayant la traînée parasite de la force globale mesurée, on dispose de la traînée du tablier uniquement:

$$D_{\text{tablier}}(U,i) = D_{\text{mesure}}(U,i) - D_{\text{parasite}}(U)$$

Les résultats des mesures statiques sont présentés et discutés dans le chapitre 7 dédié aux résultats expérimentaux. On décide de calculer les coefficients aérodynamiques du tablier en service (avec l'ensemble des barrières) et du tablier en construction (avec les petites barrières extérieures) pour pouvoir comparer nos résultats à ceux du CSTB.

## 6.2 Méthodes d'identification modale utilisées

L'identification des phénomènes aéroélastiques est basée sur la variation des paramètres modaux de la structure lorsqu'elle vibre sous le vent. Il est donc nécessaire de disposer de méthodes d'identification modale fiables et simples à mettre en place pour extraire ensuite les coefficients aéroélastiques.

Deux méthodes d'identification modale ont été retenues. Il s'agit de la *méthode Stochastique des Sous-Espaces* (SSI) et de la *méthode d'Ibrahim Time Domain* (ITD).

Ces deux méthodes sont basées sur une analyse temporelle de la réponse libre de la structure. Deux choix sont possibles en ce qui concerne l'excitation du tablier: soit il est initialement au repos, soumis au vent amont et il vibre librement, soit il est bloqué en une position différente de la position d'équilibre et relâché dans un vent amont uniforme. Cette deuxième possibilité se nomme la *step relaxation*. Lors des essais en soufflerie, les deux méthodes seront abordées de manière à conserver la meilleure.

L'intérêt des méthodes d'identification choisies est qu'il n'est pas nécessaire de connaître les caractéristiques de l'excitation, le vent dans ce cas. On parle généralement d'identification à partir de mesures vibratoires ambiantes.

Il est important que les méthodes utilisées soient peu sensibles aux différentes sources de bruitage du signal mesuré. La première source de bruit émane des capteurs et des perturbations du signal. Un autre type de bruit provient directement du processus: la structure se déforme également sous le vent selon des fréquences élevées qui se superposent aux fréquences fondamentales de flexion et de torsion.

### 6.2.1 Méthode Stochastique des Sous-Espaces

L'identification par la méthode SSI est utilisée depuis peu pour l'analyse de la dynamique des systèmes linéaires. Cette méthode d'identification considère que la structure est excitée par des

bruits blancs<sup>1</sup> et qu'elle peut être mise sous la forme d'état stochastique suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + w \\ y = Cx + v \end{cases}$$

Où  $A$  est la matrice d'état,  $C$  est la matrice de sortie,  $x$  est le vecteur d'état,  $y$  est la sortie mesurée,  $w$  est le bruit du processus et  $v$  le bruit de mesure.

Cette représentation d'état est relative à un système continu. Dans notre cas, on réalise des mesures et la réponse du système est donc discrétisée. Les capteurs enregistrent un signal échantillonné par un pas constant  $\Delta t$ . Il faut alors passer à la forme discrétisée de la représentation d'état stochastique:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_d x_k + w_k \\ y_k = C_d x_k + v_k \end{cases}$$

Dans cette représentation, la matrice  $A_d$  est la matrice d'état discrétisée. Elle est reliée à son homologue continu  $A$  selon:

$$A_d = \exp(A\Delta t)$$

La méthode consiste à construire des matrices de covariance des sorties définies selon:

$$\Lambda_i = E[y(k+i)y(k)^T]$$

Dans le cas d'un système continu, le nombre de degré de liberté est théoriquement infini (on parle aussi de l'ordre du système  $n$ ). De manière générale, lors de l'étude vibratoire d'une structure continue, on détermine l'ordre du système de manière à représenter l'ensemble des modes de vibration dans la plage de fréquences que l'on s'est fixée.

Dans le cadre de la méthode SSI, l'ordre du système n'est pas connu a priori et il est nécessaire de l'incrémenter: à chaque itération, on crée une matrice de type Hankel définie selon:

$$H_i = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \dots & \Lambda_i \\ \Lambda_2 & \Lambda_3 & \dots & \Lambda_{i+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_i & \Lambda_{i+1} & \dots & \Lambda_{2i+1} \end{bmatrix}$$

Où la variable  $i$  est vaut le double de l'ordre du système<sup>2</sup>.

La décomposition de la matrice de Hankel en valeurs singulières permet de déterminer la matrice d'état  $A$  pour un ordre du système donné. Pour chaque ordre, les paramètres modaux sont calculés à partir de la matrice d'état (annexe A).

Vu que l'ordre d'un système réel est théoriquement infini, les matrices des covariances des sorties ne sont pas connues. Elles sont relativement bien approchées par l'expression générale:

$$\Lambda_i \simeq \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-i-1} (y(k+i)y(k)^T) \quad (6.1)$$

1. signal stochastique de moyenne Gaussienne nulle

2. Dans l'espace d'état, la dimension de la matrice  $A$  de l'équation  $\dot{x} = Ax + Bu$  vaut le double de l'ordre du système:  $A = [2n \times 2n]$

Où  $N$  est le nombre de mesures de la sortie  $y$ .

L'ordre du système peut être estimé de deux manières. La première consiste à examiner le nombre de valeurs singulières non nulles de la matrice de Hankel. Cette première technique ne donne pas toujours de bons résultats en pratique et il est alors nécessaire d'utiliser la seconde méthode: le diagramme de stabilisation. Ce diagramme représente les fréquences propres du système calculées pour chaque ordre. Il y a stabilisation des fréquences propres pour les résultats physiques de l'identification. Les autres solutions sont numériques et doivent être éliminées. L'ordre du système est alors le premier mode pour lequel toutes les fréquences stabilisées apparaissent.

En résumé, la méthode SSI permet d'identifier la forme d'état et donc l'ordre du système. Elle permet en outre de s'affranchir des signaux parasites si ceux-ci sont de type bruit blanc. Si ce n'est pas le cas et que l'entrée contient une fréquence dominante en plus du bruit blanc, ces composantes fréquentielles ne peuvent pas être isolées des fréquences du système et elles apparaîtront comme des valeurs propres de la matrice d'état.

Il est évident que dans notre cas le tablier vibre uniquement selon deux degrés de liberté, ce qui fixe l'ordre du système (à l'exception des modes de vibration parasites). L'identification est tout de même réalisée en incrémentant l'ordre pour observer une convergence des paramètres modaux. Ceci permet de s'assurer graphiquement de la physique des résultats obtenus.

On présente à titre d'exemple un diagramme de stabilité qui pourrait être construit en analysant le tablier qui vibre simultanément en flexion ( $3Hz$ ) et en torsion ( $9Hz$ ). On montre que dans ce cas l'ordre du modèle est clairement identifié aussi bien par le diagramme de stabilisation que la représentation de la diagonale de la matrice des valeurs singulières  $S$ .

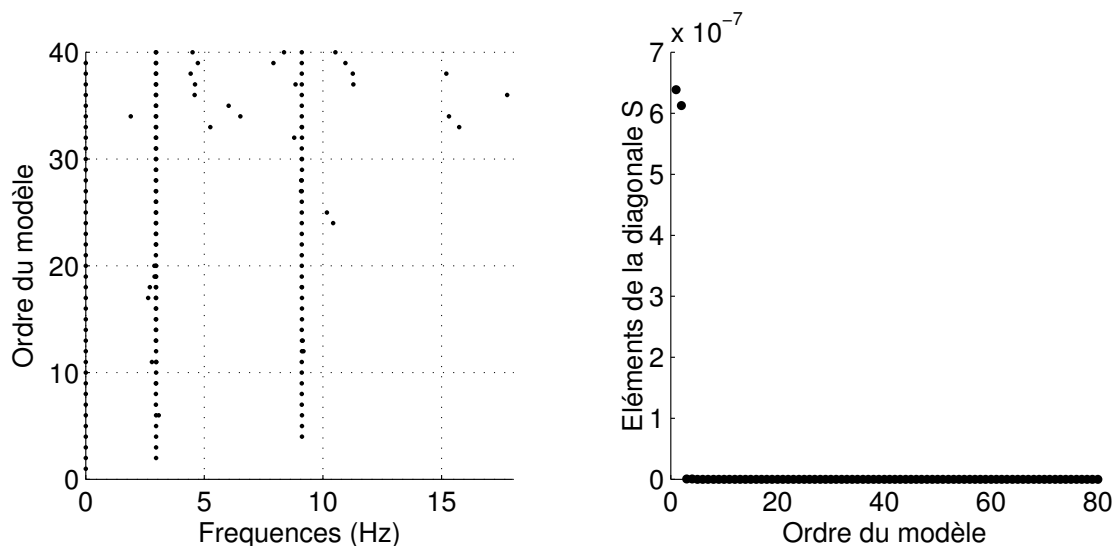


FIG. 6.2 – Diagramme de stabilisation et diagonale de la matrice singulière.

La méthode SSI qui vient d'être présentée est implémentée sous MATLAB de manière à disposer d'une routine d'identification flexible et fiable (annexe B.1).

### 6.2.2 Méthode Ibrahim Time Domain

La méthode d'Ibrahim Time Domain est également basée sur la réponse temporelle de la structure qui peut s'écrire:

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{k=1}^{2n} \mathbf{z}_{(k)} e^{\lambda_k t}$$

où  $2n$  représente le nombre de modes (inconnu *a priori*),  $\mathbf{z}_{(k)}$  un mode complexe et  $\lambda_k$  le pôle complexe correspondant.

En considérant  $L$  instants, la réponse libre prend la forme matricielle :

$$\underbrace{[\mathbf{q}(t_1) \dots \mathbf{q}(t_L)]}_{\mathbf{Q}} = \underbrace{[\mathbf{z}_{(1)} \dots \mathbf{z}_{(L)}]}_{\mathbf{Z}} \underbrace{\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & \dots & e^{\lambda_1 t_L} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{\lambda_{2n} t_1} & \dots & e^{\lambda_{2n} t_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Lambda}}$$

où  $\mathbf{Q}$  représente la matrice d'observation et  $\mathbf{Z}$  la matrice des modes non normés.

Un deuxième ensemble de mesures, décalé d'un intervalle de  $\Delta t$  par rapport au premier s'exprime selon:

$$\mathbf{q}(t_j + \Delta t) = \sum_{k=1}^{2n} \mathbf{z}_{(k)} e^{\lambda_k (t_j + \Delta t)} = \sum_{k=1}^{2n} \underbrace{\mathbf{z}_{(k)} e^{\lambda_k \Delta t}}_{\hat{\mathbf{z}}_{(k)}} e^{\lambda_k t_j}$$

et donc,

$$\underbrace{[\mathbf{q}(t_1 + \Delta t) \dots \mathbf{q}(t_L + \Delta t)]}_{\mathbf{Q}_{\Delta t}} = \underbrace{[\hat{\mathbf{z}}_{(1)} \dots \hat{\mathbf{z}}_{(2n)}]}_{\hat{\mathbf{Z}}} \underbrace{\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & \dots & e^{\lambda_1 t_L} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{\lambda_{2n} t_1} & \dots & e^{\lambda_{2n} t_L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Lambda}}$$

où  $\mathbf{Q}_{\Delta t}$  est la matrice d'observation décalée d'un temps  $\Delta t$ .

De la même manière, pour un décalage de  $2\Delta t$ , on obtient  $\mathbf{Q}_{2\Delta t} = \hat{\hat{\mathbf{Z}}} \mathbf{\Lambda}$  avec  $\hat{\hat{\mathbf{z}}}_{(i)} = \mathbf{z}_{(i)} e^{2\lambda_i \Delta t}$ .

En résumé, on a :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}_{\Delta t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Z} \\ \hat{\mathbf{Z}} \end{bmatrix} \mathbf{\Lambda} \quad \text{ou} \quad \mathbf{\Phi} = \mathbf{A} \mathbf{\Lambda} \\ \text{et} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}_{\Delta t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Z} \\ \hat{\hat{\mathbf{Z}}} \end{bmatrix} \mathbf{\Lambda} \quad \text{ou} \quad \hat{\mathbf{\Phi}} = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{\Lambda} \end{aligned}$$

En éliminant  $\mathbf{\Lambda}$ , on obtient :

$$\mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{\Phi}}^{-1} \mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}$$

Si on écrit :  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_n]$  et  $\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{a}}_1 \dots \hat{\mathbf{a}}_n]$ , on a

$$\mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{\Phi}}^{-1} \mathbf{a}_i = \hat{\mathbf{a}}_i$$

et donc le problème aux valeurs propres :

$$\Phi \hat{\Phi}^{-1} \mathbf{a}_i = e^{\lambda_i \Delta t} \mathbf{a}_i$$

où les  $n$  premières composantes des vecteurs  $\mathbf{a}_i$  déterminent les modes propres de la structure et les  $\lambda_i$  sont les valeurs propres correspondantes.

Il est alors possible d'enrichir artificiellement le modèle en "shiftant" un certain nombre de fois la réponse temporelle de manière à créer des stations virtuelles où la réponse est connue.

On se retrouve alors avec un modèle composé des résultats physiques et numériques. Pour identifier les solutions réelles, on utilise la notion de Modal Confidence Factor (MCF) qui permet de quantifier la qualité du résultat obtenu. Le MCF est défini par le rapport entre la contribution modale attendue et la contribution calculée. Il varie donc entre 0 et 1 selon que le mode identifié est numérique ou physique. Un mode dont le MCF est supérieur à 0,8 est considéré comme réel.

L'intérêt de décaler la réponse est de pouvoir limiter le nombre de capteurs. En effet si l'un des capteurs de la structure donne une réponse faible fortement bruitée, il est possible d'exclure ce capteur de l'analyse et de "shifter" les autres réponses (de bonne qualité) de manière à extraire les paramètres modaux le plus précisément possible.

La méthode est également implémentée sous MATLAB (annexe B.2).

### 6.3 Identification des coefficients aéroélastiques

L'identification des coefficients aéroélastiques est basée sur les propriétés modales du tablier. En effet, on a vu que les différents coefficients aéroélastiques se traduisent physiquement comme des modifications de l'amortissement ou de la raideur apparente du tablier. Ces effets peuvent être mis en évidence en analysant la réponse dynamique du modèle soumis au vent.

On présente dans ce qui suit une méthodologie qui permet d'identifier les coefficients aéroélastiques directs et indirects [6].

On rappelle les équations du mouvement en fonction des coefficients aéroélastiques:

$$\begin{aligned} m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) &= \frac{1}{2}\rho U^2 B [KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2H_3^*\alpha + K^2H_4^* \frac{h}{B}] \\ I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2\alpha) &= \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 [KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2A_3^*\alpha + K^2A_4^* \frac{h}{B}] \end{aligned}$$

#### 6.3.1 Identification des ADs directs (1DDL)

Une analyse modale de la structure vibrant selon un seul degré de liberté ( $h$  ou  $\alpha$ ) permet d'identifier les coefficients aéroélastiques **directs**:  $H_1^*$ ,  $H_4^*$ ,  $A_1^*$  et  $A_4^*$ .

La démarche d'identification des ADs relatifs au mouvement de flexion est expliquée dans ce qui suit. L'identification de ADs pour le mouvement de rotation est identique et seules les relations finales seront présentées.

Dans un premier temps, il est nécessaire de connaître la fréquence et l'amortissement du mouvement vertical de la structure *pour un vent nul*. Le tablier peut se mouvoir selon la verticale uniquement, le mouvement de rotation étant bloqué. L'analyse modale est basée sur la réponse libre du système excité par une impulsion de type *Dirac* par exemple.

L'équation du système se présente comme suit:

$$m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = 0$$

La solution de cette équation a la forme:

$$h(t) = h_0 e^{\lambda t} \sin(\omega t)$$

Où les paramètres  $\lambda$  et  $\omega$  s'expriment:

$$\lambda = -\xi_h\omega_h \qquad \omega = \omega_h \sqrt{1 - \xi_h^2}$$

Lorsque la structure est soumise aux forces aérodynamiques, les fréquences et amortissements modaux sont modifiés. En effet, l'amortissement aérodynamique (positif ou négatif) vient s'ajouter à l'amortissement structural. Les méthodes d'identification sont applicables à la structure *soumise au vent*. Les paramètres modaux sont identifiés comme dans le cas où le vent a

une vitesse nulle.

L'équation du mouvement du tablier soumis au vent s'écrit:

$$m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h) = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[ KH_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + K^2H_4^*(K)\frac{h}{B} \right] + L_{buff}$$

Dans cette équation, le terme  $L_{buff}$  représente la force de portance due au vent turbulent. Elle est considérée comme nulle dans le cadre de l'étude en soufflerie car le vent amont est très faiblement perturbé. La constante  $L$  est la longueur du tablier.

L'analyse modale du système soumis au vent permet de déterminer les deux nouveaux paramètres  $\omega'$  et  $\lambda'$ :

$$\lambda' = -\xi'_h\omega'_h = -\xi_h\omega_h + \frac{\rho UBKH_1}{4m} \quad \omega' = \omega'_h\sqrt{1 - \xi_h'^2} = \sqrt{\omega_h^2 - \frac{\rho U^2 K^2 H_4}{2m}}$$

La fréquence et l'amortissement sont donc "shiftés" selon que la structure est soumise au vent ou non. C'est ce phénomène de modification des paramètres modaux qui est à la base des instabilités aéroélastiques (§ 3).

Les coefficients aéroélastiques directs  $H_1^*$  et  $H_4^*$  sont donc déterminés par:

$$KH_1 = \frac{4m(\xi_h\omega_h - \xi'_h\omega'_h)}{\rho UB} \quad K^2H_4 = \frac{2m(\omega_h^2 - \omega_h'^2)}{\rho U^2}$$

Les coefficients aéroélastiques directs relatifs au mouvement de torsion sont déterminés par le même raisonnement, avec le degré de liberté de translation  $h$  bloqué. Les coefficients  $A_1^*$  et  $A_4^*$  s'expriment selon:

$$KA_2 = \frac{4I(\xi_\alpha\omega_\alpha - \xi'_\alpha\omega'_\alpha)}{\rho UB^3} \quad K^2A_3 = \frac{2I(\omega_\alpha^2 - \omega_\alpha'^2)}{\rho U^2 B^2}$$

Où  $I$  est l'inertie massique autour de l'axe du tablier.

Cette démarche qui traite un degré de liberté à la fois permet de déterminer les ADs directs de manière assez simple. Elle se base sur l'identification des paramètres modaux de la structure, ce qui traduit l'importance de disposer de méthodes d'identification fiables (§ 6.2).

### 6.3.2 Identification des ADs indirects (2DDL)

Les coefficients aéroélastiques indirects  $H_2^*$ ,  $H_3^*$ ,  $A_1^*$  et  $A_4^*$  peuvent être identifiés selon la méthode de Scanlan. Cette méthode demande un ajustement des fréquences de torsion et de flexion de manière à ce que la structure vibre selon une fréquence unique  $\omega$ .

La méthode d'identification de Scanlan considère que les ADs directs sont connus, ce qui est le cas à ce stade du travail.



C'est le mouvement couplé flexion/torsion du tablier qui est analysé pour déterminer les coefficients indirects. Les équations du mouvement du tablier dans un écoulement uniforme s'écrivent:

$$\begin{cases} m(\ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2 h) = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[ KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} \right] \\ I(\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha) = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[ KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} \right] \end{cases}$$

Par soucis de clarté, les équations sont mises sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \ddot{h} + 2\zeta_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2 h = H_1(\omega)\dot{h} + H_2(\omega)\dot{\alpha} + H_3(\omega)\alpha + H_4(\omega)h \\ \ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = A_1(\omega)\dot{h} + A_2(\omega)\dot{\alpha} + A_3(\omega)\alpha + A_4(\omega)h \end{cases} \quad (6.2)$$

Où les termes  $H_i(\omega)$  et  $A_i(\omega)$  ( $i = 1,2,3$ ) s'expriment:

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= \frac{\rho B^2 \omega H_1^*(K)}{2m} & A_1(\omega) &= \frac{\rho B^3 \omega A_1^*(K)}{2I} \\ H_2(\omega) &= \frac{\rho B^3 \omega H_2^*(K)}{2m} & A_2(\omega) &= \frac{\rho B^4 \omega A_2^*(K)}{2I} \\ H_3(\omega) &= \frac{\rho B^3 \omega^2 H_3^*(K)}{2m} & A_3(\omega) &= \frac{\rho B^4 \omega^2 A_3^*(K)}{2I} \\ H_4(\omega) &= \frac{\rho B^2 \omega^2 H_4^*(K)}{2m} & A_4(\omega) &= \frac{\rho B^3 \omega^2 A_4^*(K)}{2I} \end{aligned}$$

Si les fréquences de flexion et de torsion du tablier sont ajustées de manière à correspondre, les deux modes sont excités simultanément pour une fréquence  $\omega$ . Les mouvements de flexion et de torsion ont la forme:

$$h(t) = h_0 e^{\lambda t} \sin(\omega t) \qquad \alpha(t) = \alpha_0 e^{\lambda t} \sin(\omega t - \phi)$$

Le tablier est lâché avec une amplitude initiale de  $h_0$  et  $\alpha_0$  et oscille avec une pulsation  $\omega$ . Les deux mouvements peuvent être déphasés de la valeur  $\phi$ .

En pratique la fréquence de flexion est augmentée en doublant le nombre de ressorts verticaux dont la raideur est minutieusement choisie pour arriver à une fréquence commune.

On considère que le phénomène de flottement est un mouvement non amorti de torsion et de flexion, ce qui revient à annuler la variable  $\lambda$  dans l'expression des degrés de liberté  $h$  et  $\alpha$ . Les expressions de la vitesse et de l'accélération de chaque degré de liberté se présentent selon:

$$\begin{aligned} \dot{h}(t) &= h_0 \omega \cos(\omega t) & \dot{\alpha}(t) &= \alpha_0 \omega \cos(\omega t - \phi) \\ \ddot{h}(t) &= -h_0 \omega^2 \sin(\omega t) & \ddot{\alpha}(t) &= -\alpha_0 \omega^2 \sin(\omega t - \phi) \end{aligned}$$

En insérant ces expressions dans les équations (6.2) et en identifiant les termes en  $\sin(\omega t)$  et en  $\cos(\omega t)$ , il est possible d'en tirer les coefficients indirects:

$$\begin{cases} H_2(\omega) = \frac{1}{\omega} \left( \frac{h_0}{\alpha_0} \right) [(\omega_h^2 - \omega^2) \sin(\phi) + (2\zeta_h\omega_h - H_1(\omega))\omega \cos(\phi) - H_4(\omega) \sin(\phi)] \\ H_3(\omega) = -\frac{h_0}{\alpha_0} \left[ (\omega^2 - \omega_h^2) \cos(\phi) + (2\zeta_h\omega_h - H_1(\omega))\omega \sin(\phi) + H_4(\omega) \frac{1 + \sin(\phi)^2}{\cos(\phi)} \right] \\ A_1(\omega) = \frac{1}{\omega} \left( \frac{\alpha_0}{h_0} \right) [(\omega^2 - \omega_\alpha^2 + A_3(\omega)) \sin(\phi) + (2\zeta_\alpha\omega_\alpha - A_2(\omega))\omega \cos(\phi)] \\ A_4(\omega) = \frac{\alpha_0}{h_0} [(\omega^2 - \omega_\alpha^2 - A_3(\omega)) \cos(\phi) + (2\zeta_\alpha\omega_\alpha - A_2(\omega))\omega \sin(\phi)] \end{cases}$$

L'identification des coefficients  $H_2$ ,  $H_3$ ,  $A_1$  et  $A_4$  nécessite donc la mesure de cinq paramètres:  $\alpha$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $h_0$  et  $\alpha_0$ . Ces paramètres sont déterminés aisément sur base des signaux mesurés lors des tests en soufflerie.

Les coefficients aéroélastiques étoilés sont finalement déterminés, et l'identification est complète.

### Remarque importante à propos de la fréquence réduite:

La fréquence réduite  $K$  est définie par:

$$K = \frac{B\omega}{U}$$

Dans cette expression on retrouve la largeur du tablier  $B$ , la vitesse  $U$  de l'écoulement que l'on impose dans la veine fluide ainsi que la pulsation  $\omega$  du mouvement oscillatoire du tablier. La valeur assignée à cette dernière variable doit être clairement fixée de manière à rester objectif.

Plusieurs choix sont possibles:

- prendre la pulsation de flexion pour les fréquences réduites qui apparaissent dans les ADs qui traduisent l'influence du mouvement de flexion ( $H_1^*$ ,  $A_1^*$ ,  $A_4^*$ ,  $H_4^*$ ) et les pulsations de torsion pour les mouvements de torsion ( $A_2^*$ ,  $H_2^*$ ,  $H_3^*$ ,  $A_3^*$ ).
- prendre la pulsation de flexion pour tous les  $H_i^*$  et la pulsation de torsion pour les  $A_i^*$ .

Il faut ensuite savoir quelle pulsation choisir: la pulsation propre du système au repos ou la pulsation modifiée sous l'effet du vent?

Les différents articles qui traitent ce problème ne choisissent pas toujours les mêmes conventions. Un choix suggéré par [5] semble pourtant naturel et surtout plus physique: prendre la pulsation de flexion (torsion) pour les ADs qui traduisent l'effet du mouvement de flexion (torsion) pour chaque vitesse de vent (et non pas la pulsation au repos).

Cependant, pour identifier les coefficients indirects, on vient d'expliquer que le mouvement se fait selon une fréquence unique, grâce à un ajustement des ressorts de la structure. Pour ces coefficients le problème ne se pose pas et la pulsation à considérer dans l'expression de la fréquence réduite est la pulsation commune.

En résumé, les coefficients aéroélastiques se présentent selon:

$$\begin{aligned} H_1^*, H_4^* &= \text{fct}(\omega_h(U_i)) \\ A_2^*, A_3^* &= \text{fct}(\omega_\alpha(U_i)) \\ H_2^*, H_3^*, A_1^* \text{ et } A_4^* &= \text{fct}(\omega(U_i)) \end{aligned}$$

L'évolution des ADs en fonction de la fréquence réduite  $K$  est donc obtenue en modifiant la vitesse  $U$  de l'air dans la veine fluide.

C'est ce qui est réalisé durant les essais dynamiques présentés dans le chapitre ci-dessous. Pour chaque vitesse de vent, on réalise une étude modale qui permet d'identifier les coefficients aéroélastiques selon les méthodes qui viennent d'être présentées.

# Chapitre 7

## Résultats expérimentaux

Ce chapitre présente les résultats des essais réalisés en soufflerie. Les concepts théoriques présentés dans les chapitres précédents sont utilisés pour déterminer d'une part, les coefficients stationnaires via une étude statique du tablier et d'autre part les coefficients aéroélastiques du tablier qui vibre sous le vent. Ces résultats statiques et dynamiques permettent ensuite de quantifier les vitesses critiques grâce à une étude de stabilité. L'effet des barrières latérales sur la stabilité est mis en évidence grâce à une étude du tablier dans une configuration avec et sans barrières.

Après avoir présenté les différents résultats, on propose une comparaison des différentes approches du problème aéroélastique. Les approches quasi-stationnaire, instationnaire et analytique (de Théodorsen) sont comparées de manière à fixer les limitations de ces méthodes basées sur des hypothèses différentes.

La présentation des résultats expérimentaux est également menée en comparant, quand il y a lieu, nos résultats à ceux du CSTB, réalisés lors du dimensionnement du viaduc de Millau.

### 7.1 Mesures statiques

Le tablier est fixe dans la veine fluide. Il est maintenu en position d'incidence grâce au capteur de couple. Les mesures réalisées sont basées sur la moyenne du signal temporel des forces mesurées. En effet, les capteurs utilisés peuvent mesurer l'évolution des efforts selon la période d'échantillonnage qui leur est impartie. La moyenne de ces signaux temporels est une moyenne glissante, qui s'étend sur 10 secondes. Pour les grandes incidences, le signal est perturbé par les oscillations hautes fréquences du tablier (qui est bloqué). L'utilisation de la moyenne reste le meilleur moyen pour connaître les efforts subits par le tablier malgré ces oscillations parasites.

Les mesures statiques sont réalisées pour deux configurations du tablier:

- **en construction**: uniquement avec les barrières de sécurité à l'extérieur du tablier.
- **en service**: avec l'ensemble des barrières de sécurité et des pare-vents.

### 7.1.1 Tablier en construction

La configuration du tablier en construction est très proche de celle de la maquette du CSTB. Les résultats obtenus sont d'ailleurs assez similaires comme en témoigne la figure 7.1. On y présente les trois coefficients stationnaires pour les deux vitesses de vent ainsi que les résultats du CSTB. Pour information, les essais du CSTB ont été réalisés pour une vitesse de  $20\text{m/s}$ .

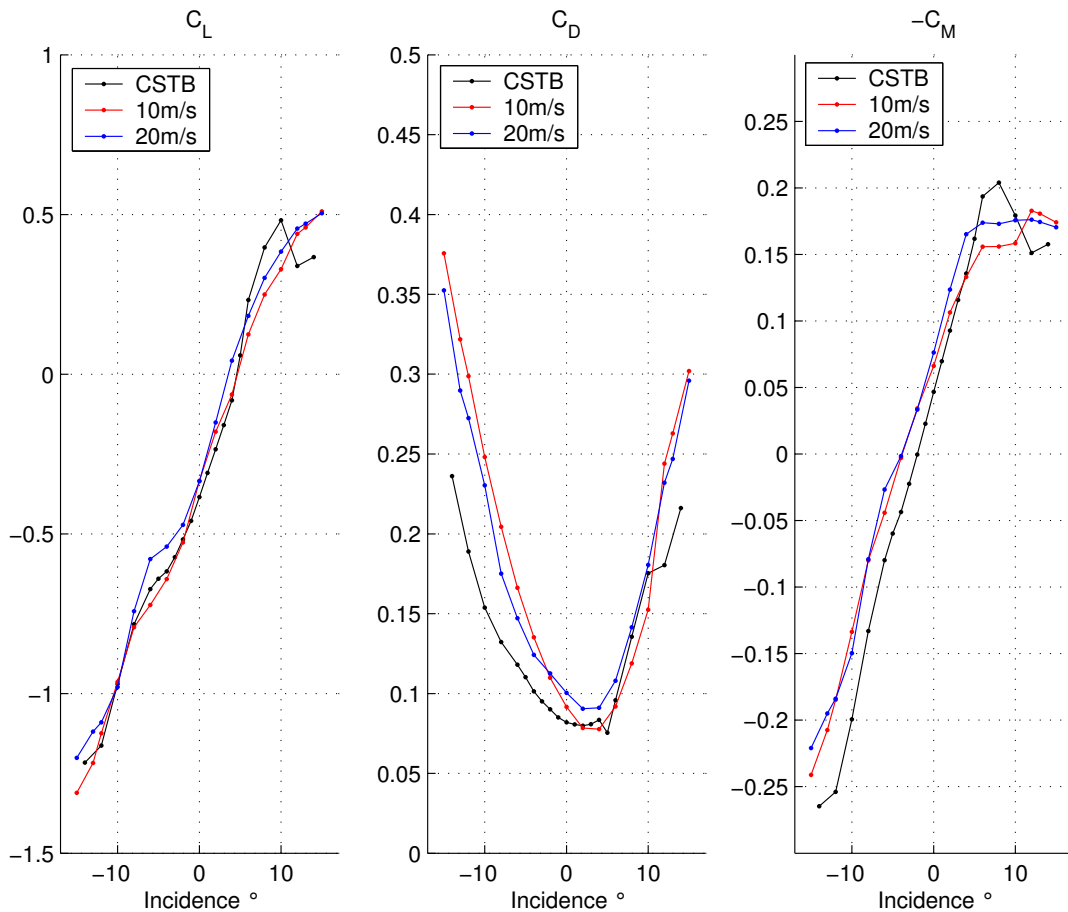


FIG. 7.1 – Coefficients stationnaires du tablier en construction.

Pour notre maquette, l'évolution du coefficient de portance montre que le décrochage n'est pas totalement atteint à  $15^\circ$  alors que le profil du CSTB semble décrocher à partir de  $10^\circ$ . Dans la gamme d'incidences de  $-10$  à  $10^\circ$  les courbes sont relativement proches.

On remarque que la traînée de la maquette du CSTB est plus faible que la nôtre, en tous cas pour la courbe de  $20\text{m/s}$ . Malgré cette légère différence, de l'ordre de 5%, les courbes sont similaires.

Les coefficients de tangage mesurés sont assez proches de celui du CSTB. On remarque que les trois courbes sont linéaires dans la gamme d'incidences de  $-10$  à  $10^\circ$ . Cette linéarité est due à la forme particulièrement profilée du tablier du viaduc de Millau.

Pour finir, notons que les coefficients aérodynamiques identifiés sont peu sensibles à la vitesse du vent imposée dans la soufflerie. Ceci rejoint bien l'hypothèse qui consiste à considérer que l'écoulement est faiblement dépendant du nombre de Reynolds pour des tabliers de pont.

Les faibles différences entre nos résultats et ceux du CSTB sont principalement dues aux maquettes utilisées. Les différences entre les maquettes seront énumérées au terme de l'étude du tablier en service réalisée dans ce qui suit.

### 7.1.2 Tablier en service

Les coefficients stationnaires du tablier pourvu de l'ensemble des barrières sont présentés dans la figure 7.2. On y retrouve également les résultats du CSTB pour la maquette en configuration de service. Dans ce cas on dispose uniquement des résultats des essais réalisés pour une gamme d'incidences de  $-10$  à  $10^\circ$ .

La première chose qui apparaît dans cette figure est la grande différence entre nos mesures et celles du CSTB en ce qui concerne les coefficients de traînée et de tangage.

Il faut savoir que la maquette de CSTB n'est pas vraiment comparable à celle utilisée dans le cadre de ce travail, principalement à cause des barrières latérales. Nos barrières sont trop bloquantes par rapport à celles du CSTB qui ont probablement été mises à l'échelle pour reproduire minutieusement les efforts aérodynamiques sur les détails géométriques (§4.2).

Le coefficient de traînée de la maquette en incidence nulle est de l'ordre de 0,25 dans cette configuration alors qu'il ne dépassait pas 0,1 sans les barrières. On peut donc en déduire que l'effet des barrières est important sur la traînée totale. Les différences géométriques entre nos barrières et celles du CSTB sont donc à l'origine de cet éloignement entre les courbes de la figure 7.2.

Vu que la traînée des barrières est importante, il se crée un couple non négligeable qui va dans le sens d'une diminution du couple de tangage global. Le coefficient de tangage à incidence nulle vaut  $-0.06$  dans notre cas et  $0.01$  pour le CSTB. D'après la règle des signes utilisée tout au long de ce travail, on en déduit que les barrières agissent comme des panneaux qui tendent à retourner le tablier en faisant monter le bord d'attaque.

Si les barrières ont beaucoup d'influence sur la traînée et le tangage, elles en ont peu sur la portance qui est très bien identifiée dans les trois cas. On note tout de même que le phénomène de décrochage n'apparaît pas exactement pour la même incidence comme dans le cas du tablier sans barrières.

Notons que les coefficients de portance et de traînée évoluent linéairement avec l'incidence malgré la présence des barrières. On remarque que la force de portance est dirigée vers le bas (déportance) jusqu'à une incidence de  $8^\circ$  alors que pour la configuration de construction la portance s'annulait déjà à  $4^\circ$ .

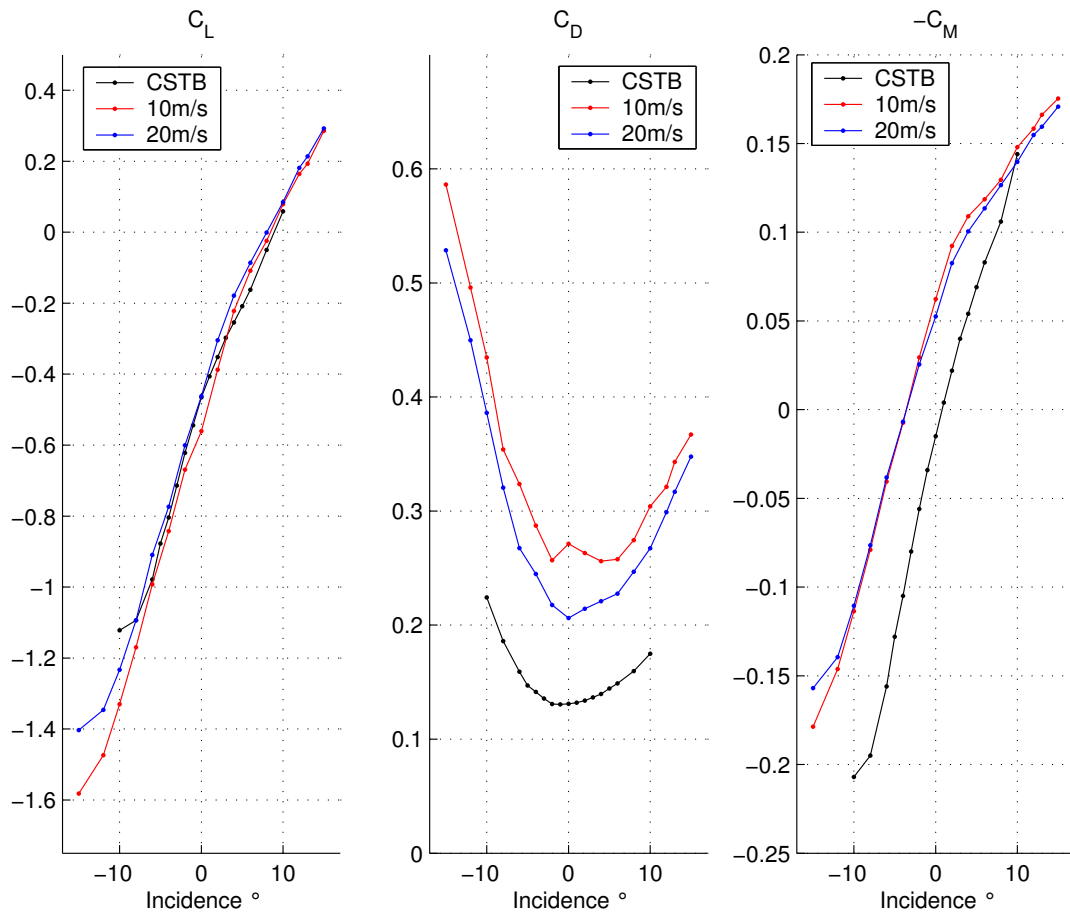


FIG. 7.2 – Coefficients stationnaires du tablier en service.

Les résultats présentés pour les deux configurations du tablier ont révélé certaines différences, plus ou moins marquées selon la présence ou non des barrières latérales. On propose d'énumérer les différents facteurs qui influencent les résultats:

- La géométrie des barrières qui a déjà été largement discutée.
- Le modèle étudié ne dispose pas de flasques latérales qui permettent de considérer un écoulement bi-dimensionnel en annulant les effets de bords. Ces effets peuvent influencer la traînée du profil en ajoutant une traînée tourbillonnaire. On a pu se rendre compte que les effets de cette traînée étaient très faibles en disposant des flasques d'essai. La traînée mesurée avec les flasques est identique à celle sans flasques. La traînée faible des flasques est donc compensée par l'annulation de la traînée due aux effets de bords. On en déduit que les effets de bords sont faibles et que la présence de flasques n'est pas indispensable.
- Les imperfections de la reproduction du tablier: les angles supérieurs et inférieurs du tablier ne sont pas les mêmes sur les différentes maquettes. L'épaisseur du tablier est également supérieure à l'épaisseur théorique que la maquette devrait avoir (6cm au lieu de 5,25cm).
- Une incertitude sur l'angle d'incidence du tablier (position de mesure de l'angle) peut également induire des approximations.
- Dans une moindre mesure, les rugosités des maquettes qui ne sont pas identiques.

## 7.2 Mesures dynamiques

Le tablier dans sa configuration de service est disposé dans la veine fluide avec l'ensemble des ressorts et des capteurs de mouvements tels qu'ils ont été présentés dans les chapitres précédents.

On décide de réaliser les tests pour deux configurations du tablier dans le système de suspension:

- Le tablier en **incidence nulle**, c'est-à-dire à l'horizontale dans la veine fluide.
- Le tablier incliné de **8 degrés** avec le bord d'attaque vers le haut. Cette disposition peu commune du tablier s'est avérée importante dans les études du CSTB car dans le tablier devient instable en torsion. Les coefficients aéroélastiques traduisent donc cette instabilité lorsqu'ils atteignent une certaine valeur après avoir changé de signe.

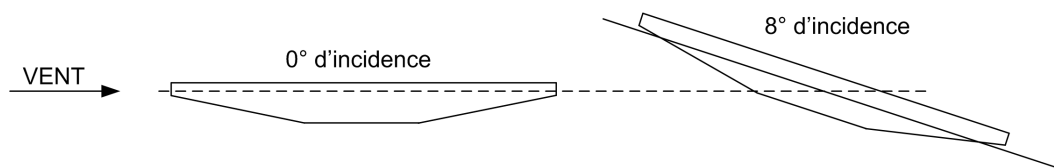


FIG. 7.3 – Les deux configurations du tablier en incidence.

Les coefficients aéroélastiques sont identifiés en considérant dans un premier temps les mouvements selon un seul degré de liberté pour identifier les ADs directs. On étudie ensuite le mouvement couplé torsion/flexion de manière à identifier les ADs indirects et à obtenir ainsi le jeu complet des coefficients aéroélastiques.

Les ressorts utilisés ne possèdent pas exactement les caractéristiques théoriques déterminées dans le chapitre 5. En effet, les fréquences modales qu'on désire imposer au modèle ne sont pas exactement atteintes. Ceci n'a aucune importance pour les essais qui traitent les mouvements selon un seul degré de liberté. Le rapport des fréquences torsion/flexion du modèle est peu différent de celui de Millau, et le mouvement couplé est donc bien simulé.

Les résultats expérimentaux sont présentés avec une série de remarques sur les phénomènes qui prennent place ainsi que sur les difficultés rencontrées pour atteindre certains résultats. On réalise également l'étude de la stabilité du tablier pour les différentes configurations testées en soufflerie. Pour terminer on compare les résultats expérimentaux aux résultats de l'approche analytique basée sur la théorie des profils minces §2.5.3.2.

### 7.2.1 Mouvement de torsion

Le tablier est libre de se déplacer en rotation mais son mouvement de translation verticale est bloqué grâce aux barres rigides verticales.

Le mouvement de torsion est relativement rapide ( $\sim 9Hz$ ) puisque les raideurs des ressorts utilisés dans le setup sont assez élevées. Les amplitudes maximales atteintes sont de l'ordre de 4 degrés. On peut tout de même voir le tablier vibrer, ce qui permet de réaliser les tests en observant le comportement du tablier et d'éviter ainsi d'atteindre de trop grandes amplitudes.

A faible vitesse de vent, la méthode de step-relaxation semble efficace et est préférée à la vibration libre du tablier sous le vent. Pour que le signal soit propre dès le début de la vibration du tablier, on excite ce dernier au moyen d'un marteau. Cette impulsion écarte le système de sa position d'équilibre, qu'il retrouve après un certain nombre d'oscillations.

### 7.2.1.1 Identification modale

La réponse temporelle du tablier en torsion est de type exponentielle décroissante. Pour illustrer la modification des paramètres modaux due au vent, on propose deux signaux temporels (fig. 7.4) qui représentent la réponse du tablier horizontal (première configuration) pour un vent nul et pour un vent de  $17m/s$ . Les deux signaux correspondent à une impulsion qui écarte le tablier de  $1^\circ$  de l'horizontal.

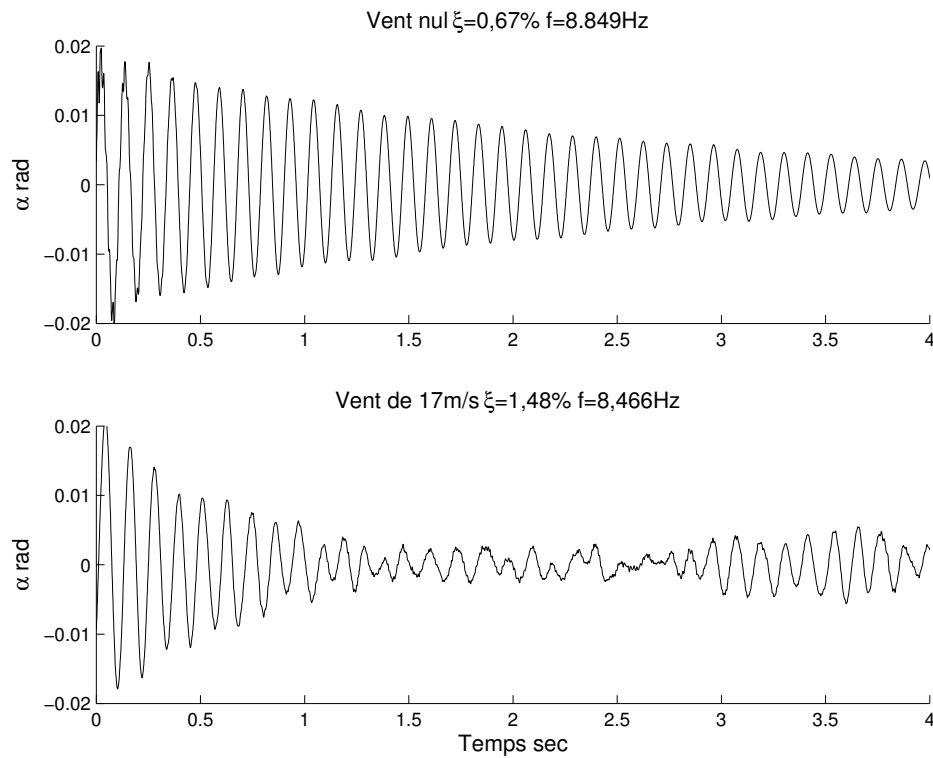


FIG. 7.4 – Réponse temporelle à une impulsion pour deux vitesses de vent.

On remarque directement que la réponse est fortement amortie par le vent, ce qui traduit le fait que l'amortissement augmente avec la vitesse pour une structure stable. On note également que la réponse libre du tablier est assez élevée quand le vent vaut  $17m/s$ . En outre, un amortissement important diminue la longueur utile du signal qui est analysé pour identifier les paramètres modaux. Pour un vent de  $17m/s$ , on dispose à peine d'une dizaine d'oscillations qui représentent le mouvement du tablier durant une seule seconde!

Notons que la fréquence de vibration de la structure semble peu modifiée par la vitesse du vent (pour rappel les termes de raideurs aérodynamiques varient peu). Elle diminue tout de même mais de manière limitée comme en témoigne la figure 7.5.



Cette figure est très importante car elle traduit à elle seule les différents phénomènes développés analytiquement dans les premiers chapitres de ce travail. On y représente l'évolution de l'amortissement et de la fréquence en fonction de la vitesse du vent pour les deux configurations du tablier. Les résultats expérimentaux apparaissent sous forme de symboles. Les différentes lignes continues représentent l'évolution de ces résultats au sens des moindres carrés. Elles permettent de se faire directement une idée de l'évolution des paramètres en fonction de la vitesse.

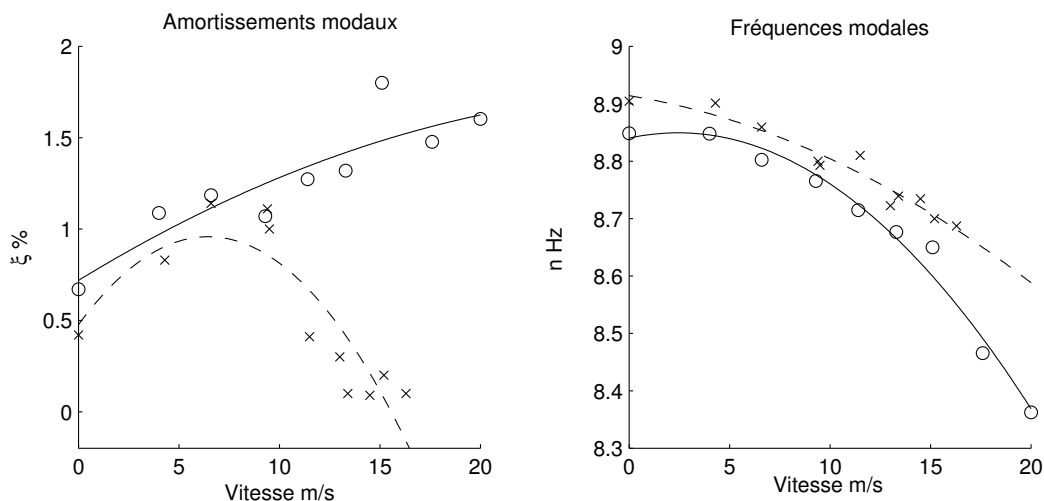


FIG. 7.5 – Paramètres modaux du tablier en service ( $0^\circ = \circ$  et  $8^\circ = \times$ ).

Pour la configuration horizontale du tablier, on remarque que l'amortissement croît uniformément avec la vitesse. Ce phénomène lié à une structure stable rejoint les observations faites à propos de la figure 7.4. Le graphique de droite montre que la fréquence de résonance de torsion diminue avec la vitesse du vent. Cette diminution de l'ordre de 7% est faible par rapport à l'augmentation de l'amortissement qui se voit triplé quand la vitesse passe de 0 à  $20\text{m/s}$ .

Dans sa deuxième configuration ( $8^\circ$ ), l'amortissement augmente rapidement dans un premier temps et diminue ensuite continûment pour finalement s'annuler et devenir négatif: la structure est instable. Remarquons que les mesures ont été réalisées jusqu'à  $16\text{m/s}$  pour éviter un endommagement de la structure. L'annulation de l'amortissement semble se produire pour une vitesse de  $16\text{m/s}$  qui est donc approximativement la vitesse critique de galop de torsion du tablier.

Insistons sur le fait que cette vitesse critique de l'ordre de  $16\text{m/s}$  n'est pas directement interprétable pour le viaduc de Millau à cause du non-respect des similitudes des masses. C'est donc uniquement la vitesse critique de notre maquette dans une configuration donnée (incidence, raideurs de ressorts). La vitesse critique du viaduc de Millau découle de l'analyse de stabilité basée sur les coefficients aéroélastiques, fonction des fréquences réduites. Cette étude de la stabilité est réalisée dans la suite du travail.

Pour terminer notons que les fréquences en fonction de la vitesse du vent sont identifiées relativement proprement et suivent bien leur courbe des moindres carrés. Par contre les

amortissements sont plus dispersés autour d'une tendance générale. Cette dispersion est due à la difficulté générale à identifier les amortissements d'une structure. De plus on peut légitimement penser que l'amortissement du tablier disposé dans le dispositif expérimental dépend de l'amplitude du mouvement du tablier. La température des roulements à billes qui assurent le mouvement de rotation peut également entraîner des variations lentes de l'amortissement dans le temps. Malgré cette dispersion, les résultats sont bons et les courbes de tendances permettent d'interpréter les phénomènes en jeu.

### 7.2.1.2 Coefficients aéroélastiques directs $A_2^*$ et $A_3^*$

Les coefficients aéroélastiques directs sont déterminés sur base des paramètres modaux qui viennent d'être identifiés en suivant la méthode du §6.3.1.

On ne s'attarde donc pas sur les expressions des ADs de manière à commenter au maximum les résultats expérimentaux sous forme graphique.

Les coefficients aéroélastiques directs sont identifiés et présentés ci-dessous (fig. 7.6) en fonction de la vitesse réduite  $U_r = U/\omega B$ . Comme pour l'analyse modale, on superpose les résultats des deux configurations du tablier pour identifier des différences selon le caractère stable ou non de la structure.

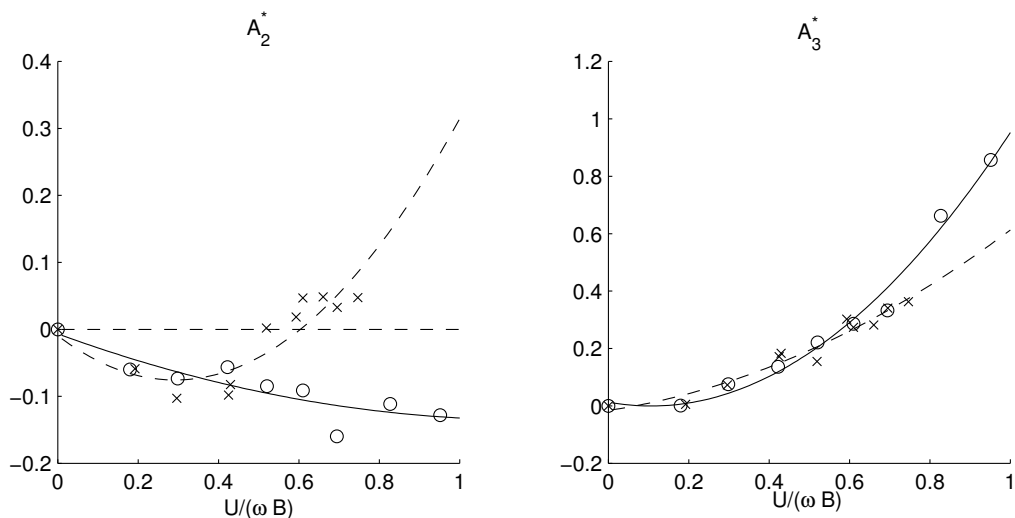


FIG. 7.6 – Coefficients aéroélastiques du tablier en service ( $0^\circ = \circ$  et  $8^\circ = \times$ ).

En ce qui concerne la configuration stable du tablier ( $0^\circ$ ), le coefficient direct  $A_2^*$  est strictement décroissant et toujours négatif, du moins dans la gamme de vitesse réduite balayée lors des tests. Le risque d'instabilité est donc écarté, ce qui rejoint les conclusions tirées de l'évolution de l'amortissement en fonction de la vitesse.

Pour la configuration instable du tablier (à  $8^\circ$  d'incidence), le coefficient direct  $A_2^*$  initialement négatif s'annule pour une vitesse réduite proche de 0,6 et devient d'autant plus grand que la vitesse réduite augmente. Une étude de stabilité plus complète doit être entreprise pour quan-

tifier la vitesse critique. Cette étude est réalisée dans ce qui suit (§7.4).

Le coefficient  $A_3^*$  est uniformément croissant avec la vitesse réduite. On peut considérer qu'il varie peu avec l'incidence du vent sur le tablier.

Remarquons que les différents résultats de  $A_3^*$  suivent tous la même tendance, ce qui n'est pas le cas de  $A_2^*$ . C'est la présence de l'amortissement dans l'expression de  $A_2^*$  qui en est la cause. Pour rappel les coefficients directs sont identifiés selon:

$$KA_2 = \frac{4I(\xi_\alpha \omega_\alpha - \xi'_\alpha \omega'_\alpha)}{\rho U B^3} \qquad K^2 A_3 = \frac{2I(\omega_\alpha^2 - \omega'_\alpha{}^2)}{\rho U^2 B^2}$$

Pour terminer rappelons que la pulsation  $\omega$  qui intervient dans la fréquence réduite et la vitesse réduite est la pulsation du mouvement de torsion modifiée par les effets aérodynamiques  $\omega'_\alpha$ .

## 7.2.2 Mouvement de flexion

On étudie ensuite le mouvement de flexion simple, en bloquant la rotation du tablier autour de son axe. La structure est alors suspendue à un ensemble de ressorts et oscille verticalement selon un mouvement peu amorti.

On excite la structure en la déplaçant de sa position d'équilibre par un coup de marteau comme pour la torsion simple.

### 7.2.2.1 Identification modale

On présente à la figure 7.7 l'évolution des paramètres modaux pour les deux configurations du tablier. On remarque directement que l'amortissement grandit uniformément avec la vitesse aussi bien pour  $0^\circ$  que  $8^\circ$  d'incidence. L'amortissement aérodynamique est donc positif à tout moment et il augmente l'amortissement apparent de la structure.

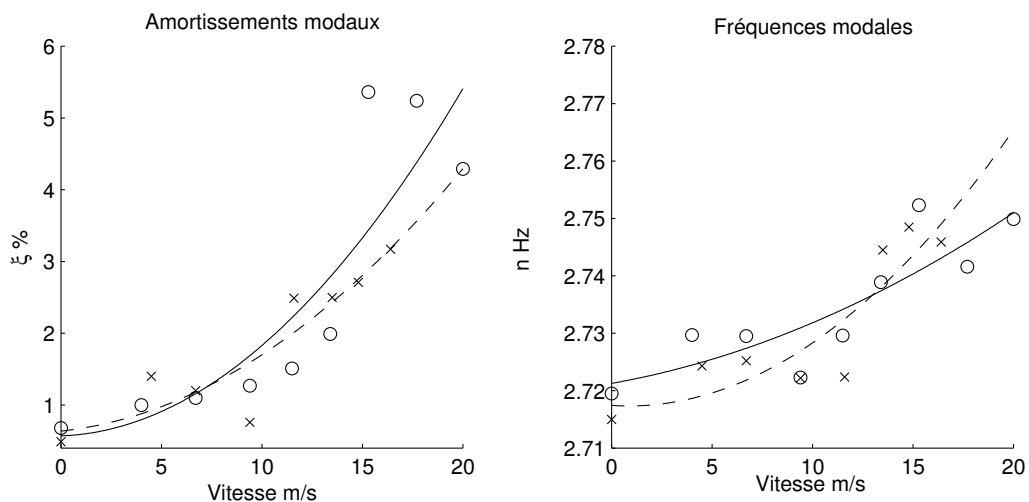


FIG. 7.7 – Paramètres modaux du tablier en service ( $0^\circ = \circ$  et  $8^\circ = \times$ ).

La fréquence de flexion diminue avec la vitesse du vent, ce qui confirme les considérations théoriques des chapitres précédents. C'est d'ailleurs l'augmentation de la fréquence de flexion et la diminution de la fréquence de torsion qui est à la base du flottement couplé (§7.2.3). Remarquons que l'augmentation de la fréquence est faible: elle varie à peine d'un pourcent entre 0 et  $20m/s$  alors que l'amortissement augmente de 700%!

L'identification des paramètres modaux est relativement saine malgré la dispersion des résultats, probablement due aux effets non linéaires introduits par les ressorts.

Le tablier paraît donc stable vis-à-vis du galop de flexion. L'étude des coefficients aéroélastiques réalisée dans ce qui suit permet de s'en convaincre sur base des critères de stabilité du chapitre 3.

La masse élevée du système de translation ( $25,6kg$ ) étire fortement les ressorts (2 à 3 cm) de sorte que ceux-ci sortent de leur domaine élastique et des phénomènes non linéaires apparaissent. Heureusement ces effets sont faibles et n'entachent pas les résultats de l'identification modale. On observe seulement une plus grande dispersion de résultats autour de la tendance générale.

### 7.2.2.2 Coefficients aéroélastiques directs $H_1^*$ et $H_4^*$

Les coefficients directs de flexion sont tous deux nuls sans vent et strictement décroissants avec la vitesse. Cette observation est valable pour les deux configurations du tablier (fig. 7.8).

L'analyse de stabilité du tablier présentée au chapitre 3 nous apprend qu'il y a risque d'instabilité de galop en flexion si le coefficient  $H_1^*$  est positif. Les tests en soufflerie montrent qu'il est toujours négatif de sorte que le tablier est stable en flexion comme le laissait présager l'analyse modale.

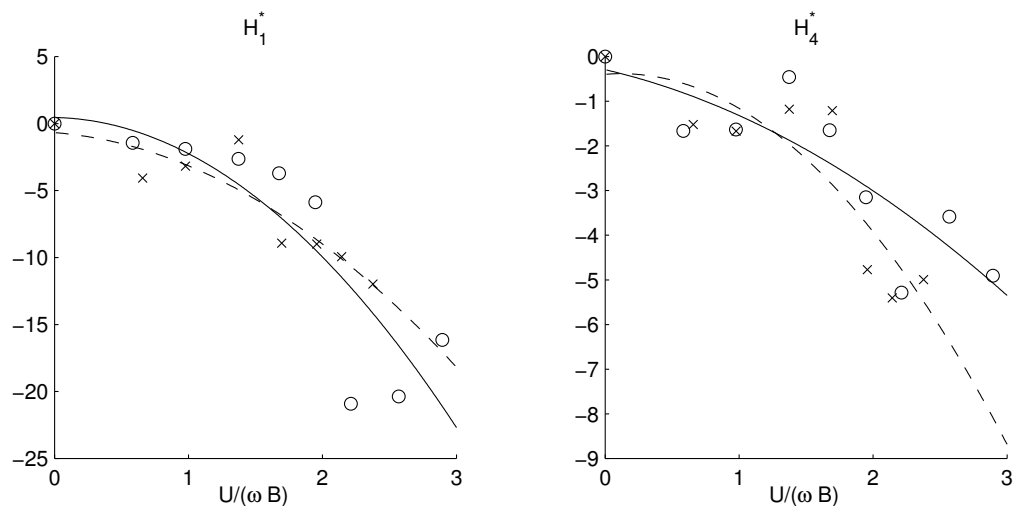


FIG. 7.8 – Coefficients aéroélastiques du tablier en service ( $0^\circ = \circ$  et  $8^\circ = \times$ ).

Notons que la pulsation considérée dans l'expression de la vitesse réduite est la fréquence  $\omega_h$ . Ceci explique pourquoi la vitesse réduite atteint 3 alors qu'elle atteignait seulement 1 pour la torsion simple.

### 7.2.3 Mouvement couplé en flexion/torsion

On vient de traiter les mouvements de torsion et de flexion séparément et d'identifier les coefficients aéroélastiques correspondants. On propose à présent d'étudier le mouvement du tablier lorsque celui-ci est libre de se mouvoir en torsion et en flexion.

Dans le chapitre 6, on a présenté une méthode qui permet d'identifier les coefficients aéroélastiques indirects en étudiant le mouvement du tablier, libre de vibrer en torsion et en flexion. Cette méthode demande un réglage précis des raideurs de ressorts du système de suspension de manière à ce que les fréquences de torsion et de flexion soient identiques. Ces réglages n'ont pas été réalisés dans le cadre de ce travail, mais on propose de réaliser l'identification des coefficients aéroélastiques directs  $A_2^*$ ,  $A_3^*$ ,  $H_1^*$  et  $H_4^*$  sur base de la réponse du tablier, libre de vibrer selon ses deux degrés de liberté.

De manière générale, il apparaît que les coefficients aéroélastiques sont sensibles au nombre de degrés de liberté laissés libres lors du mouvement du tablier. Par exemple, les ADs directs de flexion pour un mouvement de flexion pure sont différents de ceux qui seraient identifiés pour un tablier libre de se mouvoir en flexion, torsion mais également en translation horizontale ( $p$  négligé dans le cadre de ce travail).

Comme pour les mouvements à un seul degré de liberté, on présente l'évolution des paramètres modaux puis les coefficients aéroélastiques.

Les essais sur le tablier libre de vibrer en torsion et en flexion sont réalisés en maintenant ce dernier horizontal.

#### 7.2.3.1 Identification modale

Les résultats des analyses modales des mouvements à un et à deux degrés de liberté<sup>1</sup> sont présentés dans la figure 7.9. Les deux graphes supérieurs sont relatifs au mouvement de torsion et les deux autres au mouvement de flexion.

La première chose à remarquer est que les paramètres modaux ont été modifiés entre les essais à un ddl et à deux ddl. A titre d'exemple, pour le mouvement de torsion, on passe d'un amortissement de 0,6% à 1,9% pour une vitesse de vent nulle.

Ce changement des paramètres modaux est du à des modifications du set-up expérimental pour passer d'une configuration à l'autre. Elle n'est pas trop pénalisante dans le sens où l'on s'intéresse à l'évolution des différents paramètres en fonction de la vitesse du vent.

En ce qui concerne le mouvement de torsion, on remarque que l'amortissement est strictement croissant et que la fréquence diminue. La tendance est la même selon que la flexion soit bloquée ou pas.

---

1. Dans la suite on utilise la notation ddl pour Degré De Liberté.

Le cas de la flexion est bien différent: la fréquence de flexion qui est censée augmenter, diminue uniformément de manière importante (en gras dans la figure 7.9). On observe une diminution de l'ordre de 10% de la fréquence de flexion alors qu'elle augmentait à peine de 1% pour le mouvement de flexion simple.

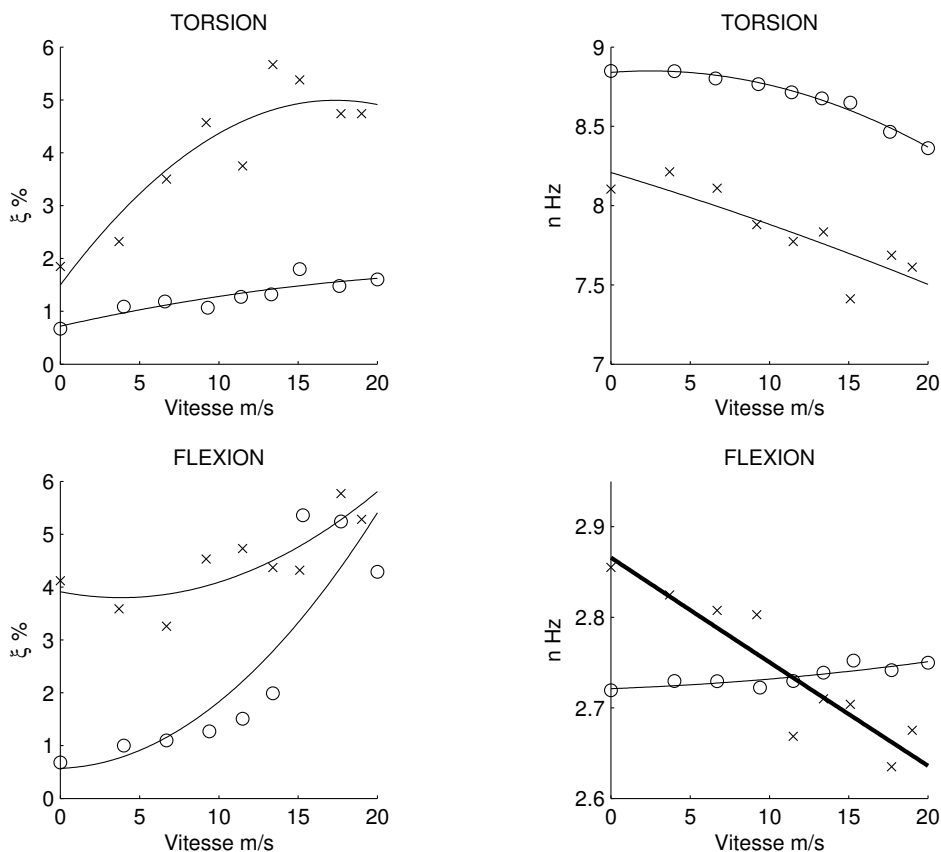


FIG. 7.9 – Comparaison des paramètres modaux du tablier en service - 1ddl (○) - 2ddl (×).

Il faut noter que les signaux mesurés sont de qualité moindre par rapport à ceux des essais selon un seul ddl. On l'explique en partie par un montage différent des ressorts, qui joue sans doute également sur l'amortissement du mouvement.

En ce qui concerne le risque d'instabilité de flottement couplé, on conclut que dans le domaine de vitesses balayé, les fréquences de flexion et de torsion s'éloignent. Ceci écarte tout risque d'instabilité de flottement par effet de couplage telle qu'elle a été présentée dans les sections 3.1.3 et 3.2.3. Notons que la tendance de la fréquence de flexion peut changer pour des vitesses supérieures et diminuer pour évaluer à haute vitesse la fréquence de torsion (qui semble diminuer uniformément).

### 7.2.3.2 Coefficients aéroélastiques

Les coefficients aéroélastiques directs identifiés dans cette section sont superposés à leurs homologues de torsion et de flexion simple (fig. 7.10).

Vu que ces coefficients sont basés sur les paramètres modaux, les mêmes conclusions peuvent être faites en ce qui concerne le mouvement de flexion.

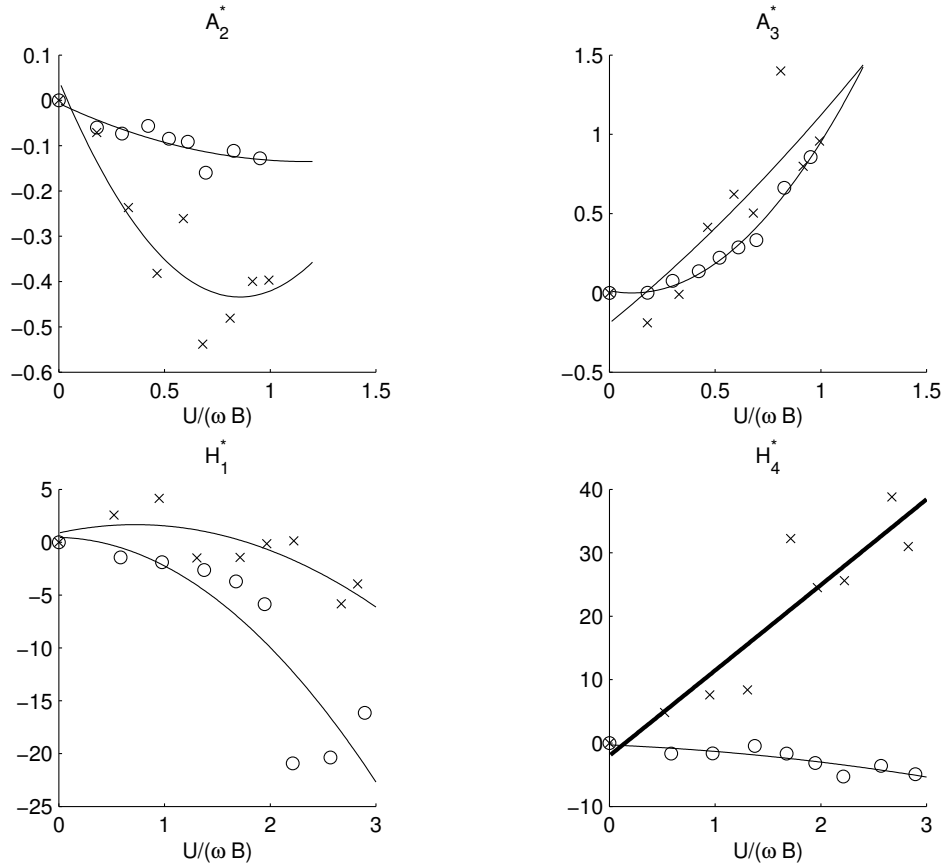


FIG. 7.10 – Comparaison des coefficients aérodynamiques du tablier en service - 1ddl ( $\circ$ ) - 2ddl ( $\times$ ).

Le coefficient  $H_1^*$  semble correctement identifié, bien que sa valeur reste proche de zéro au lieu de décroître uniformément. Par contre la forme du coefficient  $H_4^*$  est totalement inversée. Cette augmentation constante est évidemment due à la diminution de la fréquence de flexion avec la vitesse.

Les coefficients relatifs au mouvement de torsion suivent les mêmes tendances selon que la flexion soit bloquée ou pas. Les ordres de grandeurs sont également comparables.

Pour conclure cette série d'essais, notons que, malgré le fait qu'on ne puisse pas identifier les coefficients aérodynamiques indirects, on s'attendait tout de même à pouvoir observer de légères modifications des coefficients directs. Les larges différences observées selon que les degrés de liberté soient libres ou non nous poussent à croire que les signaux de flexion sont peu fiables. Il se peut également qu'il y ait un couplage mécanique entre les mouvements de torsion et de flexion alors que le système de suspension permet théoriquement de les découpler.

### 7.3 Influence des barrières anti-vent

Les barrières anti-vent disposées à l'extérieur du tablier ont pour but de protéger du vent les usagers du viaduc. Ces barrières modifient donc l'écoulement qui n'épouse plus la face supérieure du tablier. La bande de roulage du tablier se trouve dans une zone de recirculation de l'air à faible vitesse.

Pour mettre en évidence l'influence des barrières sur le comportement du tablier, on réalise des essais sans barrières dans la seconde configuration du tablier ( $8^\circ$  d'incidence). On se concentre sur le mouvement de torsion pure car on a montré que le tablier est instable en galop de torsion dans cette configuration. Les essais des configurations avec et sans les barrières sont comparées qualitativement dans cette section. L'étude de stabilité (§7.4) permettra de quantifier l'effet des barrières sur la vitesse critique de galop.

On ne présente pas ici les résultats de l'identification modale pour se concentrer sur les coefficients aéroélastiques. Ceux-ci sont présentés dans la figure 7.11 pour le tablier avec et sans barrières.

Par définition, les coefficients aéroélastiques dépendent uniquement de la géométrie de la section étudiée. On remarque en effet une modification des ADs selon que les barrières soient disposées sur le tablier ou pas.

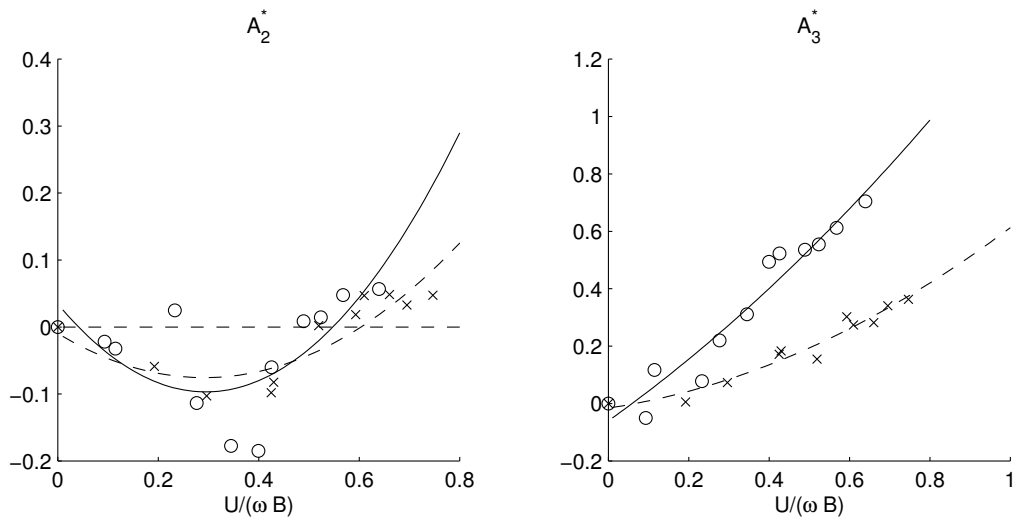


FIG. 7.11 – Coefficients aéroélastiques en service ( $\times$ ) et en construction ( $\circ$ ).

Le coefficient  $A_3^*$  reste strictement croissant, et son identification est assez saine (vu que seules les fréquences modales interviennent dans son expression).

Le coefficient  $A_2^*$  du tablier sans barrières traduit toujours la présence d'une instabilité de galop en torsion. Pourtant cette instabilité semble apparaître pour une vitesse supérieure à la vitesse critique du tablier pourvu de barrières. La vitesse réduite qui correspond à l'annulation de  $A_2^*$  passe en effet de 0,5 à 0,6. Notons que cette analyse de  $A_2^*$  est basée sur la courbe de tendance



des résultats expérimentaux et a donc peu de valeur quantitativement.

Un autre phénomène a été observé durant les essais du tablier sans barrières: *l'échappement tourbillonnaire* présenté à la figure 7.12. Cette figure représente la réponse du tablier qui vibre librement pour différentes vitesses de vent. Pour une vitesse de  $5,7\text{m/s}$  on se rend compte que le tablier a un mouvement auto-entretenu par l'éjection des tourbillons de Von-Karman au bord de fuite du tablier. Des amplitudes de torsion assez élevées, de l'ordre de  $2^\circ$ , sont donc atteintes. Pour une vitesse inférieure à  $5,7\text{m/s}$ , la réponse est très faible et md'échappement tourbillonnaire n'apparaît pas mais on voit que le tablier vibre librement selon des amplitudes 10 fois plus faibles que celles de l'échappement de Von Karman.

Le phénomène de signature qui est clairement mis en évidence par ces signaux est donc spécifique à une seule vitesse pour laquelle les amplitudes atteintes sont grandes mais sont considérées dans les problèmes de fatigue ou de confort et non de la tenue du tablier.

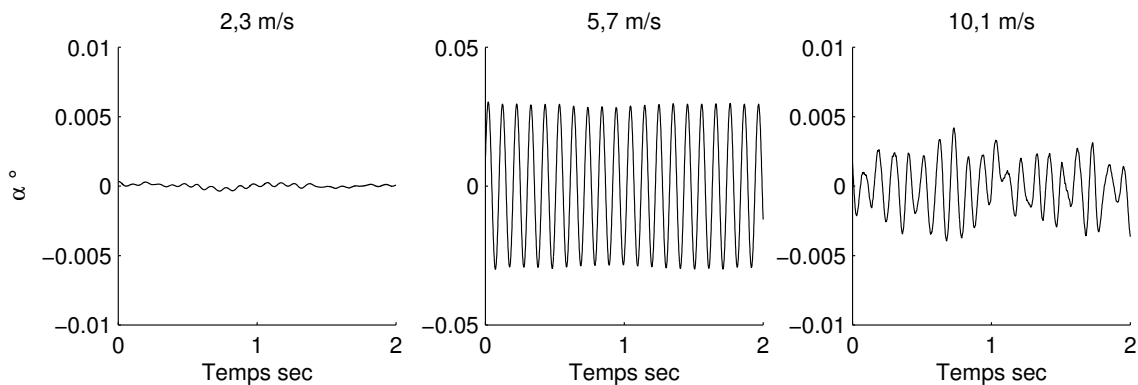


FIG. 7.12 – Tablier en construction à  $8^\circ$  d'incidence: réponse en torsion pour différentes vitesses.

Remarquons que la formule basée sur le nombre de Strouhal présentée dans la section 2.4.1 propose une vitesse d'instabilité de signature de l'ordre de  $5\text{m/s}$ . Cette formule est donc relativement fiable pour évaluer la vitesse pour laquelle il y a échappement tourbillonnaire. Si l'on applique cette formule pour déterminer la vitesse critique d'excitation du mode de flexion, on obtient une vitesse de l'ordre  $1\text{m/s}$ . Cette vitesse très faible n'a pas été imposée dans la soufflerie qui s'avère peu précise pour des niveaux de vitesse si bas. C'est pourquoi le phénomène d'échappement tourbillonnaire n'a pas été observé lors des tests de flexion simple (§7.2.2).

La présence des barrières a tendance à détruire les harmoniques de l'écoulement en induisant des perturbations importantes de la vitesse du fluide. Tout comme un vent turbulent, les barrières empêchent donc l'installation de l'instabilité due à l'échappement tourbillonnaire. C'est pour cette raison que ce phénomène n'est pas apparu lors des essais du tablier en configuration de service disposé à  $8^\circ$  d'incidence.

Pour terminer cette description de l'échappement tourbillonnaire, on propose de montrer l'apparition de ce phénomène sur le coefficient aéroélastique  $A_2^*$ . En effet, si on relie les points expérimentaux au lieu de faire une courbe des moindres carrés, on remarque que le coefficient

aéroélastique s'annule et devient positif pour une vitesse réduite inférieure à 0,5 (vitesse critique de galop de torsion).

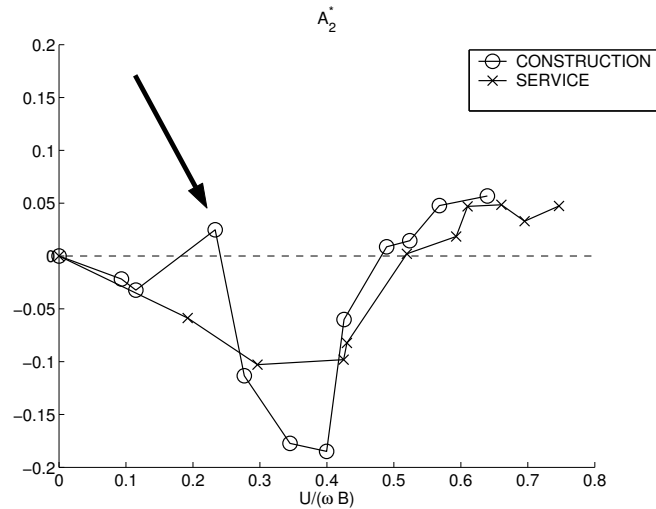


FIG. 7.13 – Influence de l'échappement tourbillonnaire sur  $A_2^*$ .

Pour  $U/B\omega_{alpha} \sim 0,22$  le coefficient  $A_2^*$  est positif. Si on considère que l'amortissement structural est négligeable, cette vitesse réduite est assimilable à une vitesse critique dimensionnelle qui vaut:  $U \sim 0,22B\omega_{alpha} = 0,22 \times 0,4 \times 2\pi \times 9 = 4,97m/s$ . On peut donc estimer la vitesse d'échappement tourbillonnaire en observant le signe des coefficients aéroélastiques pour de faibles vitesses. Les résultats qui ressortent de nos mesures sont bien corrélés à ceux obtenus par le CSTB.

## 7.4 Stabilité du tablier

On propose de quantifier les vitesses critiques des différentes instabilités qui ont été mises en évidence dans les sections qui précèdent. On se base donc sur les principes de l'étude de stabilité des approches quasi-stationnaire et instationnaire telles qu'elles ont été présentées dans le chapitre 3.

La première chose à faire est de présenter les données utilisées pour l'étude de stabilité. En ce qui concerne le viaduc de Millau, on considère:

$$\begin{array}{l|l} B & 32 \text{ m} \\ I & 1231189 \text{ kgm}^2/\text{m} \\ m & 20050 \text{ kg/m} \\ \omega_\alpha & 2\pi \times 0,92 = 5,78 \text{ rad/s} \end{array}$$

On dispose de peu d'informations en ce qui concerne l'amortissement de modes de torsion et de flexion du viaduc de Millau. En parcourant un certain nombre d'articles qui traitent du comportement aéroélastique des viaducs, on se rend compte que dans le cas d'un tablier métallique, les amortissements des modes de flexion et de torsion sont de l'ordre de 0.5 et 1% respectivement.

Les approches quasi-stationnaire et instationnaire sont présentées successivement. On propose de comparer les résultats des deux configurations du tablier (en construction et en service), ce qui permet de quantifier l'effet des barrières sur les vitesses critiques.

### Approche quasi-stationnaire:

Dans cette approche, on utilise les résultats des essais statiques pour calculer les gradients des coefficients de portance et de tangage à incidence nulle.

On obtient:

	Service	Construction
$\frac{dC_L}{di}(0)$	4,239	4,655
$\frac{dC_M}{di}(0)$	-0,856	-1,146

On considère ensuite chaque degré de liberté selon qu'il soit instable ou non.

Le mouvement de flexion simple est stable comme on l'a montré dans les sections qui précèdent. Cela se confirme à cause du signe positif du gradient de portance du viaduc. En effet, on a mis en évidence dans le chapitre 3 que l'instabilité de galop en flexion n'apparaît que si ce gradient est négatif, de manière à obtenir une vitesse critique positive (relation 3.3).

D'après les résultats de l'analyse dynamique, le mouvement de torsion simple est instable. L'approche quasi-stationnaire propose une vitesse critique de galop en torsion basée sur les équations du mouvement largement simplifiées. Cette relation, rappelée ci-dessous, dépend des

paramètres  $I$ ,  $\xi_\alpha$ ,  $\omega_\alpha$ ,  $\rho$ ,  $B^2$  et des gradients de portance et de tangage.

$$U_c = \frac{4I\zeta_\alpha\omega_\alpha}{\rho B^3 \frac{[\frac{dC_M}{di}(0)]^2}{\frac{dC_z}{di}(0)}} \quad (7.1)$$

La vitesse critique de galop est directement proportionnelle à l'amortissement de la structure. Or celui-ci n'est pas connu précisément. Les résultats de cette formulation sont donc à prendre avec précaution.

On obtient:

	Service	Construction
$U_c$ [m/s]	64,2	39,4

Ces résultats sont peu représentatifs de la réalité à cause de l'hypothèse de quasi-stationnarité sur laquelle ils se basent.

De plus, ne disposant pas de données relatives au tablier en construction, on doit calculer sa vitesse critique avec les paramètres du tablier en service, ce qui fausse largement les résultats.

Ces vitesses peu consistantes n'ont donc pas de grande valeur quantitative, surtout quand les paramètres qui y apparaissent ne sont pas fiables: la vitesse (7.1) est directement proportionnelle à l'amortissement de torsion  $\zeta_\alpha$  qui n'est pas connu précisément.

Pour finir on donne une estimation de la vitesse de divergence du tablier dans ses deux configurations. En appliquant la relation 2.7, on obtient:

	Service	Construction
$U_d$ [m/s]	322	279

Ces vitesses énormes permettent uniquement de s'assurer que le phénomène de divergence du tablier n'apparaît pas. Il est évident qu'elles n'ont aucun sens physique vu qu'on se trouve dans le domaine du haut subsonique et même transsonique, dans lequel les raisonnements réalisés ne sont pas valables.

### Approche instationnaire:

L'étude de la stabilité aéroélastique du tablier a été présentée dans la section 3.2. Elle est basée sur les coefficients aéroélastiques directs qui viennent d'être identifiés.

En ce qui concerne le mouvement de flexion simple, on sait qu'il est stable parce que le coefficient direct  $H_1^*$  est toujours négatif.

---

2. Si on utilise les coefficients stationnaires, il est nécessaire de considérer une longueur de référence qui vaut  $27,75m$ . Cette longueur provient des études statiques du CSTB qui considère la largeur du tablier sans barrières latérales comme référence. Pour pouvoir comparer nos résultats à ceux du CSTB on utilise également cette longueur de référence.

Pour rappel, la vitesse critique de galop en torsion est exprimée par l'égalité suivante:

$$A_2^* \left( \frac{\hat{\omega}_\alpha B}{U} \right) = \zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\hat{\omega}_\alpha} \frac{4I}{\rho B^4}$$

Comme on l'a remarqué, la fréquence de torsion du tablier diminue très faiblement avec la vitesse du vent. Il est donc usuel de considérer que le rapport  $\omega_\alpha / \hat{\omega}_\alpha$  tend vers l'unité. Le membre de droite de l'équation ci-dessus se réduit donc à  $\frac{4I\zeta_\alpha}{\rho B^4}$ , dans lequel tous les paramètres sont connus.

On détermine ensuite la vitesse réduite  $1/K$  telle que le coefficient  $A_2^*$  égale ce rapport.

En théorie, la fréquence qui intervient dans l'expression de la vitesse réduite est la fréquence de torsion modifiée par les effets aérodynamiques. On sait que cette fréquence diminue très faiblement avec la vitesse et en pratique, elle est souvent confondue à la fréquence au repos. Le rapport  $\frac{4I\zeta_\alpha}{\rho B^4}$  vaut 0,039 pour le tablier en service et en construction. Les vitesses réduites correspondantes pour les deux configurations du tablier découlent de la figure 7.14:

	Service	Construction
$U_r$	0,605	0,555

Les vitesses critiques de galop de torsion sont finalement déterminées selon:

$$\frac{U_c}{B\omega_\alpha} = 0,605 \rightarrow U_{service} = 111,9m/s \quad \frac{U_c}{B\omega_\alpha} = 0,555 \rightarrow U_{construction} = 102,7m/s$$

Ces vitesses assez élevées traduisent le fait que le tablier du viaduc est stable en torsion dans la gamme des vitesses du vent atteintes dans la vallée du Tarn. En effet, des vents de vitesses maximales de l'ordre de  $70m/s$  ont été mesurées sur site. Le phénomène de galop apparaît donc largement en dehors des conditions d'utilisation du viaduc.

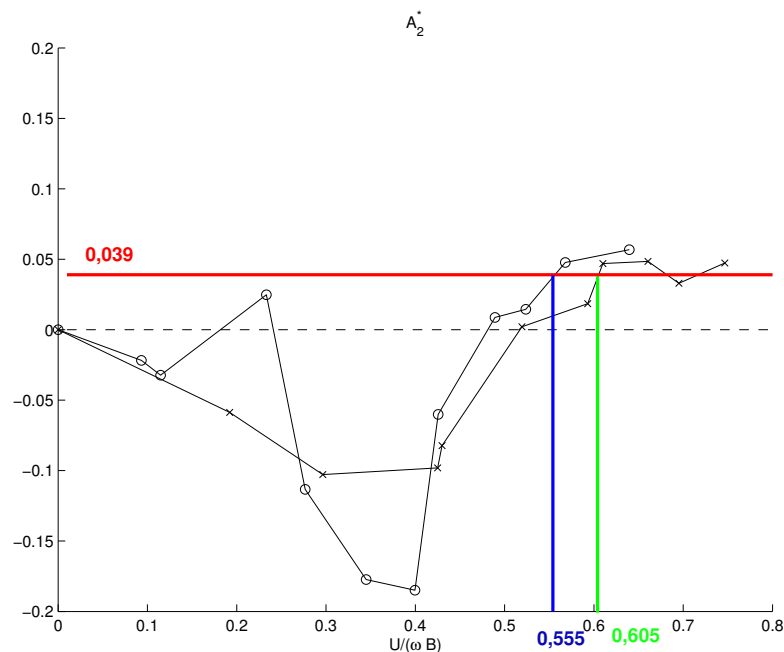


FIG. 7.14 – Stabilité en torsion - Service (x) - Construction (o).

On remarque que les vitesses critiques calculées sont assez proches et que la vitesse la plus faible est celle du tablier en construction, qui est dépourvu de barrières. Il ne faut pas perdre de vue que cette vitesse est calculée sur base des caractéristiques (inertie, fréquence de torsion) du tablier en service.

## 7.5 Comparaison des résultats

On propose de comparer les résultats des différentes approches possibles: hypothèse des profils minces, approche quasi-stationnaire et résultats expérimentaux.

Dans un premier temps on compare nos résultats expérimentaux aux différentes approches analytiques de manière à pouvoir juger de la qualité des hypothèses réalisées dans ces approches.

Les résultats proposés sont relatifs au tablier en incidence nulle par rapport au vent amont. Il serait en effet erroné de vouloir mettre en vis-à-vis une approche analytique linéarisée autour de l'incidence nulle et des résultats expérimentaux relatifs au tablier incliné de  $8^\circ$  sur l'horizontale.

Vu que seuls les coefficients aéroélastiques directs ont été identifiés, on se contente de présenter ces derniers de manière à comparer les courbes expérimentales aux courbes analytiques.

### 7.5.1 Théorie vs expérimental

Les essais statiques permettent de déterminer les coefficients stationnaires et leurs gradients par rapport à l'incidence. L'approche quasi-stationnaire permet de déduire la tendance des coefficients aéroélastiques selon les relations présentées dans la section 2.5.4.

L'approche des profils minces réalisée par Théodorsen est quant à elle purement analytique et ne dépend en aucune manière des résultats des essais.

Les résultats de ces deux approches sont superposés aux courbes de tendances des résultats expérimentaux dans la figure 7.15. On y présente les coefficients aéroélastiques directs de torsion et de flexion.

Toutes les tendances sont identiques et sont relatives à un comportement stable du tablier: les coefficients  $A_2^*$  et  $H_1^*$  sont négatifs et strictement décroissants.

Les coefficients aéroélastiques sont présentés en fonction de la vitesse réduite, comme pour les autres résultats de ce chapitre. Pour rappel, l'approche quasi-stationnaire est la limite de l'approche instationnaire lorsque la fréquence réduite tend vers zéro. Ce qui revient à prendre la limite de la vitesse réduite à l'infini ( $U_r = 1/K$ ).

On remarque que les coefficients  $A_2^*$  et  $A_3^*$  suivent bien cette considération théorique, ce qui n'est pas le cas pour les coefficients de flexion. Notons tout de même que les vitesses réduites

maximales ne sont pas très élevées de sorte que la fréquence réduite minimale vaut 0,33. Les courbes se rejoignent sans doute pour des fréquences réduites beaucoup plus faibles ( $\rightarrow 0$ ).

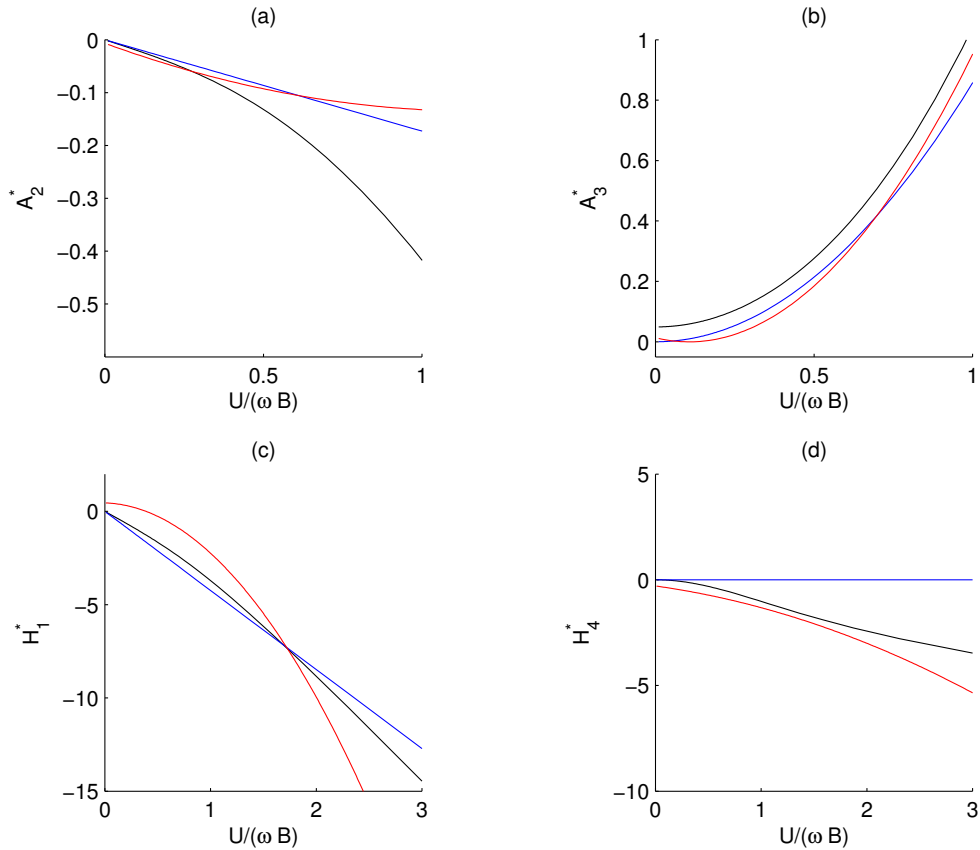


FIG. 7.15 – Résultats: Expérimentaux — - Théodorsen — - Quasi-stationnaire — .

Les courbes proposées par l'approche des profils minces sont également assez proches des autres résultats et les ordres de grandeur de l'ensemble des résultats sont très bien respectés. On en déduit que malgré les hypothèses importantes sur lesquelles elles reposent (quasi-stationnarité, linéarisation autour de l'incidence, termes du second ordre négligés), les approches théoriques présentées sont consistantes, du moins dans le cas d'un comportement stable du tablier.

### 7.5.2 ULg vs CSTB

Les résultats des essais du CSTB confirment que le tablier (à  $8^\circ$  d'incidence) est instable en galop de torsion. En appliquant la méthodologie présentée dans la section 7.4, il est possible de quantifier les vitesses critiques de galop de torsion sur base des résultats des essais du CSTB.

Ces vitesses sont calculées et comparées dans le tableau suivant:

	Service	Construction
CSTB	136,3m/s	104,3m/s
ULg	111,9m/s	102,7m/s

On remarque que les ordres de grandeur sont respectés et que les résultats du CSTB se trouvent également en dehors de la gamme des vitesses de vent atteintes sur site. Le viaduc est donc stable dans ces conditions d'utilisation.

Les vitesses critiques du tablier en construction sont très proches, du fait que les maquettes dans cette configuration sont quasiment identiques.

Par contre, dans sa configuration de service, on trouve une différence de 18% entre nos essais et ceux du CSTB. Cet écart est évidemment dû aux différences géométriques entre les maquettes en configuration de service. Comme on l'a remarqué lors des essais statiques, ce sont les barrières latérales qui induisent de telles différences entre les résultats.

L'ensemble des essais a donné de bons résultats et les différences ont pu être expliquées concrètement. La plupart de nos résultats sont correctement corrélés à ceux du CSTB de sorte que les différentes instabilités ont été traduites par les résultats des analyses modales ou par les coefficients aéroélastiques.



# Chapitre 8

## Conclusions et perspectives

### 8.1 Conclusions

Dans le cadre de ce travail, nous avons étudié analytiquement et expérimentalement le problème de la stabilité au vent d'un tablier de pont. Plus particulièrement, la méthodologie dite du "*test sectionnel*" a été appliquée au viaduc de Millau afin d'identifier les coefficients de couplage aéroélastique de Scanlan.

Une maquette d'une portion du tablier du viaduc de Millau a ainsi été fabriquée et testée dans la soufflerie de l'ULg. Les résultats expérimentaux obtenus ont pu être corrélés avec les données provenant de la soufflerie du CSTB. La bonne adéquation des résultats dans la configuration du tablier en phase de construction (tablier sans les barrières anti-vent) nous a permis de valider le dispositif expérimental ainsi que le mode opératoire appliqué.

Dans la configuration "tablier en service" (tablier avec les barrières anti-vent), on a pu remarquer quelques différences entre nos mesures et celles réalisées à la soufflerie du CSTB. Ces différences peuvent s'expliquer par des imperfections, principalement au niveau de la maquette, à savoir:

- la géométrie des barrières qui modifie sensiblement les résultats en augmentant notamment la traînée et le couple de tangage,
- une épaisseur trop importante du tablier,
- les angles du tablier non respectés,
- l'absence de flasques aux extrémités du tablier,
- l'état de surface du tablier,

On note également que l'incidence du tablier est mesurée au degré près, et qu'une légère erreur peut entacher les courbes des coefficients aérodynamiques qui se voient translatées. Malgré les multiples sources d'erreurs et les différences géométriques qui viennent d'être citées, les résultats statiques sont sains: en l'absence de barrières, on retrouve une tendance linéaire des coefficients de portance et de couple, typique d'une section profilée.

L'identification des caractéristiques modales a été relativement aisée grâce aux méthodes implémentées mais surtout parce qu'elles traitent des signaux de bonne qualité et peu bruités.

Les difficultés rencontrées proviennent du fait que l'amortissement est un phénomène difficile à identifier, à l'inverse de la fréquence d'oscillation qui pose peu de problèmes.

Les essais dynamiques ont été menés de manière à mettre en évidence différents phénomènes. On a donc réalisé des essais en disposant le tablier en incidence nulle et à  $8^\circ$  d'incidence par rapport à l'horizontale. La configuration du tablier a également été modifiée pour isoler les effets des barrières anti-vent.

Dans sa configuration de service, c'est-à-dire avec l'ensemble des barrières (de sécurité et anti-vent), le tablier est toujours stable en flexion. Par contre, pour cette même configuration du tablier mais disposé à  $8^\circ$  d'incidence, une instabilité de galop en torsion apparaît pour une vitesse de  $112\text{m/s}$ . Cette vitesse élevée est principalement due à la grande valeur de la première fréquence de torsion du tablier ( $0,92\text{Hz}$ ). En effet, le tablier du viaduc de Millau est caractérisé par une grande rigidité torsionnelle, probablement due à l'ensemble des caissons métalliques qui constituent le tablier. La vitesse critique calculée sur base des mesures du CSTB vaut  $136\text{m/s}$ . Au vu des différences géométriques entre le modèle du CSTB et le nôtre, la vitesse de  $112\text{m/s}$  semble correcte, ce qui crédibilise l'ensemble des identifications modales et les coefficients aéroélastiques réalisés dans ce travail.

L'effet des barrières anti-vent a pu être mis en évidence en étudiant le comportement du tablier sans barrières, à  $8^\circ$  d'incidence et pouvant se mouvoir en torsion uniquement. Deux phénomènes ont été observés. Premièrement l'échappement tourbillonnaire pour une vitesse très basse ( $5,7\text{m/s}$ ). Il semble que ce phénomène n'apparaisse pas en présence de barrières car ces dernières cassent les harmoniques de l'écoulement et l'excitation périodique des tourbillons alternés ne se développe pas. On a ensuite observé que la vitesse critique de galop de torsion est plus faible sans barrières. Rappelons que ces vitesses ont été calculées sur bases des caractéristiques (inertie, masse...) du tablier en service. Pourtant les mêmes conclusions ont été faites lors de l'étude en soufflerie au CSTB.

Le couplage entre la torsion et la flexion n'a pas été mis en évidence lors des essais en soufflerie. Notons que lors des essais du CSTB, ces mêmes tests ne sont pas réalisés non plus. Le rapport élevé entre la fréquence de torsion et la fréquence de flexion rend le phénomène de couplage torsion/flexion peu probable. En effet c'est le rapprochement des fréquences de ces modes qui est à l'origine d'un flottement couplé. Il apparaît donc que l'étude de la stabilité aéroélastique du tablier du viaduc de Millau peut se limiter à l'étude des mouvements de torsion et de flexion simple.

En partant de l'hypothèse de quasi-stationnarité, une étude théorique a été menée parallèlement aux essais en soufflerie. On a montré que ces méthodes permettent d'obtenir les tendances des différents coefficients aéroélastiques dans le cas d'une configuration stable. Il ne faut donc pas compter sur ces méthodes pour identifier les vitesses critiques des différents mouvements du tablier.

Cette étude a donc permis de mettre en évidence les principaux effets dynamiques subis par un tablier à cause du vent. Une étude aéroélastique du tablier du viaduc débouche sur une estimation relativement précise des vitesses critiques qui représentent un danger pour l'ouvrage.

Les coefficients aéroélastiques du tablier identifiés peuvent être insérés dans l'analyse du comportement global du viaduc. Le modèle *éléments finis* peut donc être complété en insérant les raideurs et amortissements modifiés par l'effet du vent.

## 8.2 Perspectives

Les éléments suivants permettraient d'améliorer la qualité du dispositif expérimental:

- une mise à l'échelle des barrières anti-vent pour que les efforts aérodynamiques soient mieux respectés,
- plusieurs jeux de ressorts de qualité supérieure, disposés de part et d'autre de la structure en translation pour limiter les effets non-linéaires dus à de trop grands déplacements,
- un carénage de la structure porteuse et de tout le système de suspension et de mesure. Ce carénage permet de s'affranchir des effets de bords aux extrémités du tablier.

De plus, la totalité des coefficients aéroélastiques pourrait être identifiée simultanément en considérant le mouvement de flexion transversale qui n'a pas été pris en compte dans cette étude. Notons qu'une méthode d'identification, au sens des moindres carrés, des 18 coefficients aéroélastiques est présentée dans [2].

L'effet de la turbulence sur la stabilité du pont est également un point qui serait très intéressant à étudier; la modélisation en soufflerie d'un écoulement turbulent nécessiterait alors la mise au point d'un générateur de turbulences constitué de volets mobiles.

Une étude quantitative de l'écoulement autour de tablier est également envisageable. Pour ce faire, on pourrait utiliser le système PIV afin de visualiser les tourbillons ou le point de décollement du fluide (censé rester fixe au niveau des arêtes vives). Il est également possible d'utiliser un ensemble de capteurs de pression disposés sur une tranche du tablier. On pourrait également utiliser un système de "peigne" muni de capteurs de pression disposés dans le sillage du tablier afin de quantifier plus précisément la traînée du profil étudié.

A plus long terme, on pourrait envisager des essais du type "*taut-strip*" (voir §4.2). Ceci permettrait d'étudier les effets du profil de la couche limite atmosphérique sur le comportement du pont. Il serait également intéressant de mettre en place un système de contrôle actif, c'est-à-dire de régulation des mouvements du tablier par des appendices asservis.

Pour finir, notons que le dispositif expérimental utilisé permet également l'étude du comportement des câbles haute tension, des profils d'ailes...

# Chapitre 9

## Bibliographie

1. Aimin Yan, Jean-Claude Golinval (2004): "*Structural Damage Localization by Measured Flexibility and Stiffness via Subspace Identification*".
2. Airong Chen, Xianfei He, Haifan Xiang (2002): "*Identification of 18 flutter derivatives of bridge decks*", Journal of Wind Engineering 90 (p2007-p2022).
3. Jacques Biétry: "*Wind Effects on Footbridges*".
4. J.M.W Brownjohn, Cheong Chuen CHoi (2001): "*Wind tunnel section model study of aeroelastic performance for Ting Kau Bridge Deck*", Wind and structures Vol 4, No 5.
5. J.M.W Brownjohn, J. Bogunovic Jakobsen (2001): "*Strategies for aeroelastic parameter identification from bridge deck free vibration data*", Journal of Wind Engineering 89 (1113-1136).
6. C. Cremona et J.C Foucriat: "*Comportement au vent des ponts*", Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées.
7. Denoël, V. (2005): "*Application des méthodes d'analyse stochastique à l'étude des effets du vent sur les structures de génie civil*", Thèse de doctorat, Université de Liège.
8. J.A. Essers: "*Mécanique des fluides* ", Notes de cours, Université de Liège.
9. Jean-Claude Golinval: "*Mesures de vibrations et identifications des structures* ", Notes de cours, Université de Liège.
10. C.S. Huang, H.L. Lin (2001): "*Modal identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach*", Earthquake engineering and structural dynamics.
11. N.P. Jones, R.H. Scanlan, P.P. Sarkar, L. Singh (1995): "*The effect of section model details on aeroelastic parameters*", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics (p45-p53).
12. Massimiliano Lazzari (2005): "*Time domain modelling of aeroelastic bridge decks: a comparative study and an application*", International Journal for numerical methods in engineering.

13. B. Peeters, G de Roeck (1999): "*Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis*", Mechanical systems and signal processing.
14. P.P. Sarkar, A.G. Chowdhury, T.B. Gardner (2004): "*A novel elastic suspension system for wind tunnel section model studies*", Journal of Wind Engineering 92 (p23-p40).
15. P.P. Sarkar, N.P. Jones, R.H. Scanlan: "*Identification of aeroelastic parameters of flexible bridges*", ASCE.
16. L. Stainier (2004): "*Notes du cours d'aéroélasticité* ", Université de Liège.
17. Theodorsen, T. (1935): "*General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*", Technical Report 496, NACA.
18. Figure tirée de: [http://www.iesd.dmu.ac.uk/wind\\_energy](http://www.iesd.dmu.ac.uk/wind_energy)
19. *Notes de calculs au vent*, **beg**.
20. Notes de calculs: *Etude aéroélastique du viaduc de Millau*, **CSTB**
21. [www.ni.com/labview](http://www.ni.com/labview)

## Annexe A

# Extraction des paramètres modaux sur base de la matrice d'état

La méthode des Sous-Espaces permet d'identifier la matrice d'état du système discrétisé  $A_d$ . Les modes propres et valeurs propres physiques sont tirées de la matrice d'état du système continu. Cette matrice est déterminée selon:

$$A = \frac{\log(A_d)}{\Delta t}$$

Les paramètres modaux sont ensuite tirés de la décomposition en valeurs propres de la matrice  $A$ :

$$A = \Phi \Lambda \Phi^{-1}$$

Où  $\Lambda = \text{diag}(\lambda)$  est une matrice diagonale contenant les valeurs propres complexes du système continu et  $\Phi$  contient les modes propres disposés en colonnes.

Les valeurs propres qui viennent d'être déterminées se présentent sous la forme complexe conjuguée:

$$\lambda_r, \lambda_r^* = \omega_r (-\zeta_r \pm i \sqrt{1 - \zeta_r^2})$$

Où l'on retrouve l'amortissement  $\zeta_r$  et la pulsation  $\omega_r$  qui sont calculés selon:

$$\begin{cases} \omega_r = |\lambda_r| \\ \zeta_r = -\frac{\Re(\lambda_r)}{\omega_r} \end{cases}$$

## Annexe B

# Routines d'identification modale

### B.1 Méthode des sous-espaces

```
% =====  
% Acusition du signal  
% =====  
q=signal;          % signal=(nxm) avec n=# de points de mesure et m=# de mesures  
taille=size(q); n0=taille(1);  
  
% =====  
% Construction des matrices lambda  
% =====  
i_max=20          % Ordre maximal du modèle identifier  
  
% Les matrices lambda sont constituées des matrices des covariances des sorties  
  
for i=1:2*i_max  
    L=zeros(n0);  
    for k=1:length(q)-i  
        L=L+q(:,k+i)*q(:,k)';  
    end  
    lambda_moy=L/(length(q)-i);  
    for v=1:n0  
        for w=1:n0  
            lambda(i,v,w)=lambda_moy(v,w);  
        end  
    end  
end  
  
% =====  
% Analyse vibratoire  
% =====
```

```

m=i_max/2
i=2*m;

% =====
% Mise sous la forme de matrices de HANKEL
% =====

for k=0:i-1
    for j=0:i-1
        for v=1:n0
            for w=1:n0
                LAM(v,w)=lambda(k+j+1,v,w);
            end
        end
        H(n0*k+1:n0*k+n0,n0*j+1:n0*j+n0)=LAM;
    end
end

% =====
% Décomposition en valeurs simples SVD
% =====

[U,S,V]=svd(H);
for p=2:length(S)/2

    U1=U(:,1:p);
    S1=S(1:p,1:p);
    V1=V(:,1:p);

    % Matrices d'observabilité et de controlabilité
    O_i=U1*S1^0.5;
    C_i=S1^0.5*V1';

    % Construction des matrices O_shift_first et O_shift_last
    O_shift_first=O_i(1+n0:i,:);
    O_shift_last=O_i(1:i-n0,:);

    % Calcul de la matrice A
    A=pinv(O_shift_first)*O_shift_last;

    % Calcul de la matrice C
    C=O_i(1:n0,:);

% =====
% Extraction des valeurs propres, vecteurs propres et coefficients
% d'amortissement du système

```



```

% =====

% système discret
[mode1,v1]=eig(A);

% Vecteurs propres
mode2=C*mode1;

% Paramètres modaux
h=1;
for r=1:length(v1)
    v2(r)=log(v1(r,r))/dt;
    if imag(v2(r)) >= 0 % Sélection des valeurs propres
        indice(h)=r;    % (car elles sont complexes conjuguées)
        h=h+1;
    end
end
for g=1:length(indice)
    v3(g)=v2(indice(g));
    mode3(:,g)=mode2(:,indice(g));
end
for k=1:length(v3)
    v4(k)=abs(v3(k))/(2*pi);
    e1(k)=-real(v3(k))/abs(v3(k));
end
[v5,tri]=sort(v4);
for ii=1:length(tri)
    e2(ii)=e1(tri(ii));
    mode4(:,ii)=mode3(:,ii);
end

% Construction des matrices reprennant les résultats
% pour les différentes valeurs de p (STOCKAGE)

taill=size(v5);
for k=1:taill(2)
    f(p,k)=v5(k);
end
taill=size(e2);
for k=1:taill(2)
    e(p,k)=e2(k);
end
end

% CONSTRUCTION DU DIAGRAMME DE STABILISATION DES FREQUENCES
taille=size(f); figure;

```

```

hold on
grid on
for k=1:p
    plot(f(k,:),k*ones(1,taille(2)),'.')
end
axis([0 100 0 p]);
title('FREQUENCES')
xlabel('Frequences(Hz)')
ylabel('Ordre du modèle')
hold off

% CONSTRUCTION DU DIAGRAMME DE STABILISATION DES AMORTISSEMENTS
taille=size(e);
figure;
hold on
grid on
for k=1:p
    plot(e(k,:),k*ones(1,taille(2)),'.')
end axis([-0.2 0.2 0 p]);
title('AMORTISSEMENTS')
hold off

```

## B.2 Méthode Ibrahim Time Domain

```

% =====
% Acusition du signal
% =====

q=signal;      % signal=(nxm) avec n=# de points de mesure et m=# de mesures

L=length(q); nbr=n0;

dtho=5; %tho
s=1; %Delta_t

n=5;

% Création de matrices d'observation

for r=1:n
    for g=1:nbr
        Q0((r-1)*nbr+g,:)=q(g,1+(r-1)*dtho:L-2*s+dtho*(r-n));
        Q1((r-1)*nbr+g,:)=q(g,s+1+(r-1)*dtho:L-s+dtho*(r-n));
    end
end

```

```

        Q2((r-1)*nbr+g,:) = q(g, 2*s+1+(r-1)*dtho:L+dtho*(r-n));
    end
end

phi1=[Q0;Q1]; phi2=[Q1;Q2];

clear Q0 Q1 Q2

AA=0.5*(((phi2*phi2')*pinv(phi1*phi2'))+((phi2*phi1')*pinv(phi1*phi1')));

[Ar,V]=eig(AA); % Résolution du problème aux valeurs propres

%=====
% Extraction des paramètres modaux
%=====

nn=length(V); h=1; for r=1:nn
    lambda(r)=log(V(r,r))/(s*dt);

    if imag(lambda(r))>=0
        indice(h)=r;
        h=h+1;
    end

end

for g=1:length(indice)
    lambda_trie(g)=lambda(indice(g));
    Ar_trie(:,g)=Ar(:,indice(g));
end

for r=1:length(lambda_trie)

    a(r)=real(lambda_trie(r));
    b(r)=imag(lambda_trie(r));
    Damp_ratio(r)=sqrt(1/(1+(b(r)/a(r))^2));
    omega(r)=abs(lambda_trie(r));
    freq(n,r)=omega(r)/(2*pi);
    amort(n,r)=Damp_ratio(r);

end

%=====
% Calcul des Modal Confident Factor
%=====

```

```
for i=1:2*nbr
    for k=1:length(indice)
        MCF(i,k)=abs(Ar_trie(i,k)*exp(lambda_trie(k)*dtho*dt*n)/Ar_trie(i+n*nbr,k));
        if MCF(i,k)>1
            MCF(i,k)=1/MCF(i,k);
        end
    end
end

MCF=sum(MCF,1)/(2*nbr);

%=====
% Selection de modes physiques en fonction de la valeur du MCF
%=====
j=1; for i=1:length(indice)
    if MCF(i)>0.8
        freqphys(j)=freq(n,i);
        amortphys(j)=amort(n,i);
        modephys(:,j)=Ar_trie(1:nbr,j);
        mcf(j)=MCF(i);
        absmcf(j)=i;
        j=j+1;
    end
end

%=====
% Présentation des résultats
%=====

[freqphys,tri]=sort(freqphys); for i=1:length(tri)
    e(i)=amortphys(tri(i));
    mcf(i)=mcf(tri(i));
end

result=[freqphys ; e ; mcf]
```