Extrait du « *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège* »
n° 3, mars 1950



# Remarques sur les systèmes catadioptriques de Bouwers

par P. SWINGS,
Professeur à l'université de Liège

Résumé

L'auteur donne des expressions algébriques et des exemples numériques pour les systèmes optiques dans lesquels l'aberration sphérique d'un ou plusieurs miroirs sphériques est compensée par celle d'un ménisque de faible puissance, mais de grand facteur de forme. La correction par une lame plan-parallèle est aussi envisagée.

En 1940, A. Bouwers [1] a découvert un moyen de corriger l'aberration sphérique d'un miroir sphérique de grande ouverture relative, en introduisant un ménisque de faible puissance, mais de grand facteur de forme (« shape factor »). Ce ménisque dont les surfaces sont sphériques remplace en quelque sorte la lame correctrice asphérique de Schmidt. Par un choix convenable du ménisque et du diaphragme, la symétrie centrale du miroir sphérique subsiste, de sorte que les aberrations du troisième ordre sont absentes sur une surface focale sphérique. De tels systèmes peuvent être employés pour les projecteurs, appareils de signalisation, chambres photographiques, microscopes, lunettes astronomiques, etc...

Par suite de la guerre, les travaux de Bouwers ne furent connus qu'avec un grand retard dans de nombreux pays. Entre temps,

(1) Pour un exposé complet des travaux de Bouwers, voir A. Bouwers, Achievements in Optics, Amsterdam, 1946, et F. Hekker, On Concentric Optical Systems (Thèse), Delft, 1947. On trouve dans la thèse de Hekker, les références aux travaux antérieurs à 1941 qui peuvent être considérés comme apparentés étroitement au sujet.

l'opticien russe D.D. Maksutov [1] publia aux Etats-Unis, en mai 1944, les résultats d'une étude de systèmes consistant en un miroir sphérique et un ménisque. Gabor, en Angleterre, avait aussi considéré de tels systèmes [2]. Dès 1943, des chercheurs américains avaient indépendamment calculé et réalisé de tels systèmes [3], mais leurs travaux n'avaient pas été publiés pour des raisons militaires. En 1943, j'avais appris que Bouwers s'était occupé de systèmes de ce genre et, en vue d'applications pratiques urgentes, j'en avais fait une étude optique assez détaillée qui, terminée le 9 juillet 1943 et distribuée en un nombre restreint d'exemplaires, ne fut pas publiée durant la guerre. Une chambre de spectrographe appliquant mes résultats de calculs avait été fabriquée à cette époque; elle est à présent incorporée dans un spectrographe de haute luminosité pour effet Raman. Quoique les systèmes optiques considérés soient encore parfois appelés « systèmes de Maksutov », il paraît souhaitable de les désigner plutôt comme « systèmes de Bouwers ». Les mérites de Maksutov qui, évidemment, travailla indépendamment de Bouwers, n'en sont pas moins grands.

De nombreux travaux ont maintenant été publiés au sujet de ce système qui présente sur celui de Schmidt, l'avantage de ne requérir que des surfaces sphériques. Il n'est évidemment plus désirable de publier in extenso mes calculs de 1943 ni, surtout, la discussion des applications possibles. La note présente a simplement pour objet d'attirer l'attention sur certaines formules algébriques qui peuvent avoir quelque utilité pour les calculs ou pour un exposé didactique de la question.

a) *Système à symétrie sphérique parfaite et à une seule réflexion* — Si le miroir sphérique et les deux surfaces du ménisque ont le même centre et si la pupille d'entrée est bien choisie, le système aura une symétrie sphérique parfaite. Si l'aberration sphérique (A.S.) est corrigée, le système ne présentera, pour tout le champ, ni A.S., ni coma, ni astigmatisme, ni distortion; la surface

---

[1] J.O.S.A., *34*, 276, 1944.

[2] British Patent 544.694. Déposé le 28-1-1941.

[3] Voir par ex. L.G. Henyey et J.L. Greenstein, American Journal of Roentgenology and Radium Therapy, *59*, 565, 1948.

54603 B
(1)



focale sera une sphère concentrique au miroir. Il suffira, dans l'optique du troisième ordre, que le diaphragme d'entrée passe par le centre. L'aberration chromatique longitudinale introduite par le ménisque sera faible, étant donné la faible puissance de la lentille; on peut d'ailleurs aisément envisager un ménisque achromatique à deux verres collés, sans se départir fortement de la symétrie sphérique.

Considérons d'abord le cas d'un objet à l'infini. Soient : C, le centre commun aux trois surfaces sphériques;

$r_1$ et $r_2$ les rayons de courbure du ménisque, $r_3$ celui du miroir;

$n$ l'indice de réfraction du ménisque;

$i_1$ et $i_1'$ les angles d'incidence et d'émergence d'un rayon lumineux, à la face 1 du ménisque;

$i_2$ et $i_2'$ les angles d'incidence et d'émergence d'un rayon lumineux, à la face 2 du ménisque;

$i_3$ l'angle d'incidence et de réflexion au miroir.

Après traversée du ménisque [1], le rayon rencontre le diamètre parallèle au rayon (que nous appellerons l'axe) à une distance $CF_1$ du centre donnée par

$$CF_1 = \frac{r_1 \sin i_1}{\sin(i_1+i_2-i_1'-i_2'+2i_3)} = \frac{r_3 \sin i_3}{\sin(i_1+i_2-i_1'-i_2'+2i_3)} \qquad (1)$$

Si l'angle d'incidence $i_1$ est l'angle limite du pinceau lumineux, l'ouverture du ménisque est $2r_1 \sin i_1$; celui de la sphère $2r_3 \sin(i_1 + i_2 + i_3 - i_1' - i_2')$. Tous les angles $i$ et $i'$ se déduisent immédiatement de $i_1$, $n$, $r_1$, $r_2$ et $r_3$. Pour une faible ouverture ($i_1 \to 0$), la formule (1) se déduit à l'expression gaussienne

$$CF_o = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{2}{r_3}} \qquad (2)$$

[1] A l'aller seulement; dans le cas actuel, nous supposons que le ménisque n'est pas, à nouveau, traversé par le rayon après réflexion sur le miroir. Nous considérons ici le cas où les concavités des surfaces du ménisque et du miroir sont dans le même sens par rapport au rayon incident. On peut traiter de la même façon le cas où le ménisque est convexe par rapport au rayon incident.

s-Unis, en
ısistant en
erre, avait
chercheurs
isé de tels
ıbliés pour
ı Bouwers
pplications
ique assez
un nombre
la guerre.
:sultats de
à présent
osité pour
érés soient
il paraît
:s de Bou-
:, travailla
grands.
ıu sujet de
vantage de
vidемment
e 1943 ni,
. note pré-
r certaines
té pour les
ı.

*le réflexion*

sque ont le
le système
. sphérique
t le champ,
la surface

ican Journal

Si on se donne des valeurs de $r_3$ et $n$, on peut adopter une valeur de $r_1$ et rechercher le $r_2$ (c'est-à-dire l'épaisseur) qui, pour une incidence $i_1^o$, donne $CF_i^o$ égale à $CF_o$. Toutefois, l'expression (1) ne fournit plus alors pour d'autres valeurs de $i_1$, des distances $CF_i$ égales à $CF_o$. Autrement dit, le système optique considéré ne peut pas corriger, en toute rigueur, l'aberration sphérique comme c'est le cas dans le système de Schmidt. Nous pouvons toutefois constater par des exemples numériques, que l'A.S. peut être considérablement réduite; au fait, elle peut être réduite à 1 ou 2 % de sa valeur en l'absence de ménisque correcteur.

Pour faire une estimation première de la valeur de $r_2$ qui corrige l'A.S. correspondant à un jeu de valeurs de $r_1$, $n$, $r_3$ et $i_1^o$, on développera (1) en série de $i_3$ et on supposera, en première approximation, que $\frac{r_2 - r_1}{r_1}$ est une quantité petite par rapport à 1. Bien entendu, une telle approximation ne peut constituer qu'un point de départ pour la détermination de $r_2$. Celle-ci doit se faire par tracé de rayons [1]. Un exemple calculé est le suivant : $r_1 = 79.412$ mm; $r_2 = 99.265$ mm; $r_3 = 218.382$ mm; $n = 1.502$; $CF_o = 100.0$ mm (distance focale gausienne). Le diamètre D du cercle de confusion calculé par tracé de rayons à l'ouverture relative f/1.26 est D = 14.5 microns. Une variation d'indice $n$ de $\pm$ 0.003 fournira une aberration chromatique de diamètre 13 $\mu$. Pour maintenir la définition dans tout le champ, un diaphragme correspondant à f/1.26 doit être placé au centre. Si on veut éviter du vignettage, il faut que les ouvertures du ménisque et du miroir soient supérieures à celle du diaphragme; on les détermine géométriquement sans aucune difficulté.

Si l'objet O est à distance finie, désignons CO par $d$. Soit $\alpha$ l'angle d'un rayon incident $OP_1$ avec l'axe OC. L'intersection finale du rayon avec l'axe est définie par

$$CO'_i = \frac{r_3 \sin i_3}{\sin(\alpha + i_1 - i'_1 + i_2 - i'_2 + 2i_3)} \tag{3}$$

[1] Les méthodes d'eikonal ne sont pas suivies ici, parce que l'optique du troisième ordre ne peut guère suffir aux grands rapports d'ouverture et parce que les valeurs calculées des aberrations du cinquième ordre impliqueraient, de toute façon, une vérification par tracé de rayons.

L'image gaussienne ($i_3 \rightarrow 0$) est définie par

$$CO'_o = \frac{1}{\frac{1}{d} + \frac{2}{r_3} + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \qquad (4)$$

On peut calculer un système qui réduit l'A.S. au minimum pour l'objet O; mais ce système n'est, évidemment, pas le même que pour l'objet à l'infini.

L'épaisseur optimum $r_2 - r_1$ dépend fortement de $r_1$; elle grandit rapidement avec $r_1$. L'exemple numérique suivant, correspondant à $n = 1.62$, illustre cette variation dans le cas d'un objet à l'infini :

pour $r_1 = 0.25\, r_3$, l'épaisseur $r_2 - r_1$, doit valoir environ $0.015\, r_3$
pour $r_1 = 0.32\, r_3$, » » » » » $0.035\, r_3$
pour $r_1 = 0.38\, r_3$, » » » » » $0.079\, r_3$

Considérons encore le cas d'un objet à l'infini, lorsque le rayon après réflexion, traverse à nouveau le ménisque. On a alors

$$CF_i = \frac{r_3 \sin i_3}{\sin 2\,(i_1 + i_2 + i_3 - i'_1 - i'_2)} \qquad (5)$$

et le foyer gaussien est défini par

$$CF_o = \frac{r_3}{2 + \frac{2 r_3 (r_2 - r_1)(n-1)}{n\, r_1 r_2}} \qquad (6)$$

Par tracé de rayons, on peut constater que ce cas n'a guère d'intérêt pratique.

Considérons le cas où $r_2 = r_3$ (ménisque réflecteur). La distance $CF_i$ est alors donnée par

$$CF_i = \frac{r_1 \sin i_1}{\sin 2\,(i_1 + i_2 - i'_1)} = \frac{n\, r_2 \sin i_2}{\sin 2\,(i_1 + i_2 - i_1)} \qquad (7)$$

et le foyer gaussien par

$$CF_o = \frac{r_1}{2\left(1 - \frac{1}{n} + \frac{r_1}{n r_2}\right)} \qquad (8)$$

Il ne semble pas possible d'obtenir de bon résultat pratique au moyen d'un tel système.

L'épaisseur, la position et l'indice de réfraction du ménisque affectent considérablement la définition du système. Leur effet dépend fortement de l'ouverture relative; il arrive que la définition ne soit pas améliorée en réduisant, dans certaines limites, l'ouverture relative. Ces questions ne peuvent se traiter que par calculs trigonométriques.

b) *Système à symétrie sphérique du type cassegrain.* — Si après réfraction par le ménisque et réflexion par le grand miroir sphérique concave, le faisceau lumineux, avant sa convergence, est encore réfléchi par un miroir convexe concentrique au miroir concave, on a un système du type cassegrain où les conditions de symétrie sphérique existent encore. Naturellement le miroir convexe intercepte une partie du faisceau incident.

Par exemple, si on veut amener le foyer final à une distance 20.0 derrière le vertex du miroir concave (perforé) qui, sans cassegrain, aurait une distance focale $CF_o = 100.0$, il faut employer un miroir convexe qui intercepte 36 % de la lumière incidente pour un champ de 12°.

Désignons par $r_4$ le rayon du miroir cassegrain convexe et par $i_4$ l'angle d'incidence et réflexion d'un rayon, initialement parallèle à l'axe. Nous avons

$$\sin i_4 = \frac{r_1}{r_4} \sin i_1 = \frac{r_3}{r_4} \sin i_3 .$$

Le foyer final est défini par

$$CF_i = \frac{r_1 \sin i_1}{\sin (2i_4 + i_1' + i_2' - 2i_3 - i_1 - i_2)} \tag{9}$$

et le foyer gaussien par

$$CF_o = \frac{1}{2\left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \tag{10}$$

On peut obtenir d'excellents systèmes optiques de cette façon.

L'exemple suivant illustre un cas de système de rapport d'ouverture assez faible, mais de longue distance focale :

$r_1 = 332.73$ mm; $r_2 = 369.51$ mm; $r_3 = 910.85$ mm; $r_4 =$ 606.36 mm; $n = 1.52262$.

La distance focale est $CF = 1000$ mm; à l'ouverture relative f/9, le diamètre du cercle de confusion n'est que 3.2 $\mu$.

c) *Cas général du ménisque.* — Il n'y a aucune difficulté à traiter par tracé trigonométrique de rayons, le cas d'un ménisque dont les deux surfaces ont des centres qui diffèrent du centre du miroir sphérique. Pour des raisons d'ordre pratique, j'ai surtout étudié le cas où la première surface a le même centre $C_1$ que le miroir, alors que le centre $C_2$ de la seconde surface est déplacé d'une petite quantité $\delta$ (positive si $C_1C_2$ dirigé vers le miroir). Si l'on pose

$$A = (n-1)^2\,\delta^2 + (n-1)\,\delta\,[r_1 + (n-1)\,r_2] + nr_1r_2\,,$$

la distance focale gaussienne du système est

$$f_o = \frac{nr_1r_2r_3}{2A - (n-1)\,r_3\,[r_1 - r_2 + (n-1)\,\delta]}$$

et le foyer principal H est distant du centre $C_1$ de la longueur

$$C_1H = \frac{(n-1)r_3\,\delta[r_1 + (n-1)\,(r_2 + \delta)]}{2A - (n-1)\,r_3\,[r_1 - r_2 + (n-1)\,\delta]}$$

De tels systèmes offrent des possibilités plus grandes que les systèmes à symétrie sphérique; mais il est nécessaire de vérifier que des aberrations autres que l'A.S. ne sont pas introduites.

Tout comme dans le cas des systèmes symétriques, on doit examiner l'effet de l'épaisseur, de la position et de l'indice du ménisque et, en plus, l'effet des décalages des centres $C_1$ et $C_2$ par rapport au centre du miroir.

Le réflecteur de Mangin est un cas extrême de système à ménisque, celui où la deuxième surface du ménisque se confond avec celle du miroir. Ce réflecteur est bien connu. On peut réduire son A.S. à une très faible valeur, mais l'aberration de coma devient importante.

d) *Correction de l'aberration sphérique d'un miroir sphérique par une lame plan-parallèle.* — Introduisons normalement à l'axe, une lame plan parallèle d'épaisseur $t$ et indice $n$, qui est retraversée par le faisceau après réflexion. Le foyer gaussien $F_o$

du miroir est déplacé vers le centre C de la longueur $t\left(1-\frac{1}{n}\right)$, mais les rayons marginaux sont déplacés plus fortement vers C. On peut rechercher l'épaisseur $t$ telle que pour l'angle d'incidence $i$, le foyer $F_i$ soit déplacé vers C d'une longueur compensant l'A. S. du miroir. On trouve immédiatement

$$t=\frac{nr\left(\frac{1}{\cos i}-1\right)}{2\left(1-\frac{\cos 2i}{\cos i'}\right)} \qquad (11)$$

$i'$ étant défini par

$$\sin i'=\frac{1}{n}\sin 2i$$

Une valeur approximative de $t$ tirée de (11) est

$$t\simeq\frac{r}{8}\times\frac{n^3}{n^2-1},$$

indépendante de $i$. Une lame parallèle peut donc corriger de façon assez satisfaisante, l'A.S. pour toutes les valeurs de $i$. Comme la fonction $\frac{n^3}{n^2-1}$ a un minimum peu accentué vers $n=1.7$, l'épaisseur requise est pratiquement indépendante de l'indice $n$ entre $n=1.5$ et 1.9.

Pour compenser de façon excellente un miroir sphérique, il faut une lame épaisse. Par exemple, un miroir sphérique de distance focale gaussienne 100.0 mm, combiné à une lame d'épaisseur $t=63.0$ mm et indice $n=1.502$ donne un cercle de confusion de diamètre 22 $\mu$ quand on l'utilise à f /0.81.

Evidemment, l'aberration chromatique longitudinale introduite par une telle lame épaisse est considérable; le système ne serait donc applicable que dans un domaine étroit de longueurs d'onde. Une autre objection est la coma.

Institut d'Astrophysique, février 1950.

ADDENDUM. — Alors que cette note se trouvait à l'impression, est paru un important mémoire de Horst KÖHLER, intitulé « Die Entwicklung der aplanatischen Spiegelsysteme » (*Astronomische Nachrichten*, *278*, I, 1949). Ce mémoire contient une bibliographie et une discussion complète des systèmes à ménisque. Leur découverte serait due indépendamment et à peu près simultanément à D. GABOR (Angleterre, brevet n 1940), K. PENNING (Allemagne, brevet allemand du 6-III-1941), A. BOUWERS (Hollande, brevet néerlandais des 7-VII-1941 et 1-II-1942) et D.D. MAKSUTOV (U.R.S.S., brevet russe du 3-XI-1941).

(5763) Ceuterick-Louvain