

261.371 B

FONDS Henri Heber-L	
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE	
7/3	4821
25 JUL 1939	
Fiches	Direction
Secrétariat	

CONSIDÉRATIONS

RELATIVES A LA

DISTRIBUTION DES CONDITIONS PHYSIQUES
AU SEIN
DES ATMOSPHERES STELLAIRES

PAR

P. SWINGS

Professeur à l'Université de Liège.

EXTRAIT DES MÉMOIRES DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE LIÈGE.
4^e SÉRIE, TOME III, 1938.

BRUXELLES

M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE
Rue de Louvain, 112

1938



CONSIDÉRATIONS

RELATIVES

A LA DISTRIBUTION DES CONDITIONS PHYSIQUES AU SEIN DES ATMOSPHÈRES STELLAIRES

RÉSUMÉ.

L'auteur passe en revue les grands problèmes de l'Astrophysique où s'introduit la question de la distribution des conditions physiques au sein des atmosphères stellaires; il discute et coordonne les travaux effectués jusqu'à présent et y apporte occasionnellement des contributions personnelles.

CHAPITRE PREMIER.

POSITION DU PROBLÈME.

Les spectres des étoiles tels qu'ils nous sont fournis par nos instruments d'observation résultent d'une double superposition d'effets. D'une part, les spectres continus aussi bien que les raies d'émission et d'absorption proviennent d'éléments (électrons, atomes, molécules) situés aux différentes profondeurs de l'atmosphère stellaire. D'autre part, pour les étoiles, nous recevons la somme des rayonnements sortant de tous les points du disque stellaire, c'est-à-dire la somme des radiations émises suivant toutes les inclinaisons; ce n'est que dans le cas du Soleil qu'on peut examiner le rayonnement issu d'un point déterminé de la surface, c'est-à-dire émis dans une direction bien définie (radiale au centre du disque, tangen-

tielle au bord extrême). Il paraît donc logique d'essayer de trouver, en partant d'une analyse aussi soignée que possible des spectres stellaires, la distribution des conditions physiques au sein des atmosphères et pas seulement des valeurs moyennes des paramètres qui interviennent (température, pression électronique, pression gazeuse, ionisation, excitation, dissociation...). Une fois ces distributions connues de façon suffisante, il s'agira d'en étudier les applications aux problèmes d'Astrophysique concernant les phénomènes se passant dans les atmosphères stellaires.

En fait, dans tous les premiers travaux d'Astrophysique, on n'a guère tenu compte de la variation des conditions physiques en fonction de la profondeur; on se contentait de prendre pour la pression électronique, l'ionisation, le coefficient d'absorption continue, etc..., une valeur moyenne pour toute la couche renversante. Ces travaux qui, somme toute, considéraient l'atmosphère stellaire en bloc, ont fourni de bons résultats en ce qui concerne les phénomènes principaux observés : comportement « global » de l'ionisation atomique et de la dissociation moléculaire en fonction du type spectral et de la magnitude absolue, classification spectrale, premières déterminations d'abondances relatives, effet Stark, etc... De plus en plus, on se rend toutefois compte de la nécessité de compléter ces modèles trop simples d'atmosphères stellaires; l'analyse plus fine des observations nous amène à étudier la variation des phénomènes aux différentes profondeurs de l'astre et le résultat des intégrations sur toutes ces profondeurs.

Dans ces dernières années, de nombreux mémoires ont paru touchant l'une ou l'autre question en rapport avec la structure des atmosphères stellaires. Nous nous sommes proposé de discuter l'ensemble de ces travaux, de les

compléter sur certains points importants et de faire ainsi une synthèse de nos connaissances actuelles dans cet important domaine.

Dans cet exposé nous examinerons essentiellement deux problèmes : celui du spectre continu et celui des raies d'absorption; nous envisagerons ensuite, au chapitre VII, quelques-unes des applications.

La distribution d'énergie dans le spectre continu et l'obscurcissement au bord ont été expliqués dans leurs grandes lignes par Schwarzschild, par Lindblad et par Milne en considérant un coefficient constant k d'absorption continue. En fait, on peut montrer que k varie certainement avec la longueur d'onde λ ; cependant, on ne peut pas encore expliquer quantitativement les observations d'obscurcissement et de répartition spectrale en supposant que k soit uniquement fonction de λ . Il faut en plus considérer la variation de k avec la profondeur, ce qui, évidemment, introduit toute la question de structure de l'atmosphère.

Le profil des raies d'absorption constitue par excellence le domaine où s'introduisent les distributions de conditions physiques. Il y a lieu d'ailleurs d'envisager trois problèmes : le profil des raies stellaires simples, la variation du profil d'une raie d'absorption solaire en fonction de la position du point examiné du disque et enfin le profil des raies stellaires ou solaires partiellement superposées. Dans le premier cas, on observe une valeur moyenne du profil pour tous les angles d'émergence, alors que dans le second on examine un rayonnement émis dans une direction déterminée. Quant au troisième problème signalé, sa solution implique la discussion des distributions des deux espèces d'atomes donnant lieu aux deux raies partiellement superposées.

Bien entendu, la structure des atmosphères stellaires

s'introduit dans de nombreux autres domaines : l'évolution de l'intensité des raies en fonction du type spectral, la classification spectrale, les effets de magnitude absolue, les équilibres de dissociation moléculaire, les céphéïdes et les variables à longue période, les étoiles du type P Cygni et les novae, etc... Plusieurs questions de ce genre sont actuellement à l'étude à l'Institut d'Astrophysique de Liège; certaines d'entre elles sont esquissées au chapitre VII.

Le lecteur non familiarisé avec les questions d'Astrophysique pourra trouver dans de nombreux exposés d'Astrophysique théorique la signification et l'intégration des deux problèmes classiques de Schwarzschild et de Schuster. On peut consulter, par exemple, les conférences faites à Liège, en 1933, par S. Chandrasekhar, publiées dans les *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège*, t. XX, 1933.

CHAPITRE II.

COMMENT PEUT-ON ENVISAGER LA VARIATION DES CONDITIONS PHYSIQUES AU SEIN DE L'ATMOSPHERE D'UNE ÉTOILE NORMALE ?

Suivant que nous considérons le spectre continu ou les raies d'absorption, nous envisageons, d'une part, la photosphère, d'autre part, la couche renversante. La couche renversante constitue l'intermédiaire entre la photosphère, où règne un équilibre thermodynamique local, et la chromosphère, où nous avons un équilibre radiatif monochromatique.

Pour définir une atmosphère stellaire, on doit connaître la température effective T_e , la gravité g et les abondances relatives des différents éléments. Nous verrons plus loin

comment, étant donnée une composition chimique déterminée, on peut calculer le coefficient d'absorption continue k_c et le coefficient moyen \bar{k} de Rosseland en fonction de la température T et de la pression électronique P_e . D'ailleurs, nous pouvons alors obtenir également le degré d'ionisation X (rapport du nombre d'électrons libres au nombre d'atomes) et la pression gazeuse p en fonction de T et de P_e . Il suffit pour calculer X d'appliquer les équations d'équilibre d'ionisation de Saha éventuellement sous leur forme corrigée et complétée par Pannekoek; on aura alors

$$p = P_e \cdot \frac{1 + X}{X}. \quad (1)$$

Des tables de X et p , en fonction de P_e et T , ont d'ailleurs été dressées par Russell et par Pannekoek (abondances du type Russell), d'une part, par Unsöld, d'autre part (abondances du type Unsöld).

On prend d'habitude comme paramètre pour définir les couches, l'épaisseur optique

$$\tau = \int_0^h \bar{k}(h) \cdot \rho(h) \cdot dh, \quad (2)$$

$\rho(h)$ étant la densité et $\bar{k}(h)$ le coefficient moyen d'absorption continue de Rosseland à la profondeur h , mesurée à partir d'un niveau de référence choisi (correspondant à un ρ très petit).

Dans ces conditions, la température T à la profondeur optique τ est, en première approximation, fournie par (voir plus loin)

$$T^4 = \frac{T_e^4}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right), \quad (3)$$

T_e étant la température effective (correspondant à $\tau = \frac{2}{3}$).

Si nous désignons par p' la pression de radiation à la

profondeur h , nous aurons l'équation d'équilibre mécanique

$$\frac{dp}{dh} + \frac{dp'}{dh} = g\rho; \tag{4}$$

nous adopterons

$$p' = \frac{1}{3} aT^4; \tag{5}$$

d'ailleurs, par définition de τ , on a

$$\frac{d\tau}{dh} = \bar{k} \cdot \rho; \tag{6}$$

donc

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\bar{k}(T, P_e)} \frac{dp'}{d\tau}. \tag{7}$$

Nous nous rappellerons que, d'après (4), p est une certaine fonction de P_e et de T :

$$p = p(T, P_e); \tag{8}$$

dans (7), on éliminera P_e par (8), p' par (5) et T par (3). Il restera finalement une équation différentielle du type

$$\frac{dp}{d\tau} = \varphi(p, \tau); \tag{9}$$

celle-ci, après intégration, fournit l'expression de p en fonction de τ , moyennant la condition à la limite $(p)_{\tau=0} = 0$. De (8) on tirera alors P_e en fonction de τ . Si l'on connaît les abondances relatives des différents éléments et leur état d'ionisation, l'équation d'état $p = p(\rho, T)$ ou encore l'équation (7) fournira la densité ρ en fonction de τ . On aura ainsi déterminé la distribution des conditions physiques au sein de l'atmosphère stellaire.

Cette méthode a été appliquée à divers cas d'atmosphères modèles. D'abord par Milne (4) dans sa *Bakerian Lecture* de 1929; mais Milne avait employé l'expression d'Eddington (2) $m P_e T^{-\frac{3}{2}}$ pour le coefficient d'absorption

continue ($m = c^6$), alors qu'une formule en $P T^{-\frac{11}{2}}$ a été trouvée dans la suite. Chandrasekhar (3) a repris le même problème dans le cas d'une atmosphère à un seul constituant où une partie des atomes sont ionisés une fois; il a d'ailleurs adopté une valeur moyenne de X pour toute l'atmosphère. La formule de Chandrasekhar fournissant P_e en fonction de T (et par suite de τ) est

$$P_e = \alpha T^4 \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}, \tag{10}$$

α étant une constante et T_0 la température en $\tau = 0$ ($T_0 = 0.844 T_0$).

Le même problème a également été traité par A. Unsöld (4) dans le cas d'une matière stellaire composée en masse, d'un tiers d'hydrogène et de deux tiers, ayant la constitution de la Terre. Cette analyse finie (« Feinanalyse ») des atmosphères est extrêmement importante.

Enfin, le grand mémoire de Pannekoek (5), complété par les travaux de Minnaert (6), fournit les distributions pour de la matière stellaire ayant la composition Russell-Pannekoek, c'est-à-dire 1000 atomes d'hydrogène pour 1 atome métallique.

Un travail récent de E. R. Mustel (7) examine un modèle de photosphère à deux constituants : l'hydrogène ionisé et l'hélium neutre, pour une température effective de 10.000° (modèle approximant les atmosphères des étoiles AO). L'auteur a comparé les résultats tirés de ses formules à ceux d'une atmosphère à un constituant, du type de Milne ou Chandrasekhar.

Dans les contributions personnelles qui suivront, nous emploierons d'habitude pour la distribution de T et P_e avec τ , les formules (3) et (10), en choisissant les valeurs convenables de α . On pourrait d'ailleurs reprendre les

mêmes calculs en employant des formules plus compliquées ou en utilisant les valeurs numériques calculées soit par Unsöld, soit par Pannkoek : quelques essais nous ont montré que les résultats obtenus ne seraient guère modifiés.

Nous aurons encore l'occasion de discuter plus loin la question de la distribution de la température en fonction de τ , la loi (3) ne constituant en fait qu'une première approximation ; nous nous sommes d'ailleurs arrêté à cette approximation dans nos calculs personnels. Remarquons que, dans ce qui suit, nous n'envisagerons qu'une « distribution physique ». En fait, un travail de R. Wildt (8) a montré que si le gradient de température maintenu par le flux de rayonnement est inférieur au gradient adiabatique de la matière stellaire, les différents constituants de l'atmosphère pourront se séparer par diffusion. Ceci donnera lieu à une « stratification chimique », possible dans certains types d'étoiles et que nous ne considérerons jamais dans la suite de cet exposé.

CHAPITRE III.

LE PROBLEME DU SPECTRE CONTINU DU SOLEIL ET DES ÉTOILES.

A. — Équation générale.

La théorie du spectre continu repose sur les trois hypothèses suivantes :

1° Il règne un équilibre radiatif dans les couches atmosphériques qui nous intéressent ; autrement dit, le flux net de rayonnement intégré sur l'angle solide 4π est le même dans toutes les couches (ceci se justifie s'il n'y a pas de source d'énergie dans les couches considérées) ;

2° Le coefficient d'émission j_ν est, pour toute fréquence ν du spectre continu, donné par la relation de Kirchhoff :

$$j_\nu = k_\nu B_\nu(T),$$

où k_ν est le coefficient d'absorption et $B_\nu(T)$ la fonction de Planck pour la température locale T (ceci correspond au cas d'équilibre thermodynamique local) ;

3° On considère l'atmosphère composée de couches planes, parallèles. (Cette hypothèse est permise pour les étoiles normales où la couche atmosphérique est extrêmement mince comparée au rayon stellaire.)

Considérons l'énergie $I_\nu(\theta)$ émise pour la fréquence ν , dans une direction faisant un angle θ avec la normale x à la surface. L'équation différentielle fondamentale d'un champ de rayonnement est

$$\cos \theta \frac{dI_\nu}{\rho dx} = k_\nu I_\nu - j_\nu. \quad (11)$$

La condition d'équilibre thermodynamique local transcrit (11) en

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_\nu}{\rho dx} = k_\nu [I_\nu - B_\nu(T)]; \quad (11')$$

à chaque direction θ , et à chaque fréquence ν correspond une équation différentielle (11'). Nous associerons à cette double infinité d'équations différentielles l'hypothèse de l'équilibre radiatif et une expression adéquate de k_ν ; l'intégration nous fournira le champ de rayonnement au sein de l'atmosphère et, en particulier, le spectre continu sortant de l'étoile.

B. — Cas du coefficient d'absorption continu k_ν indépendant de la fréquence ν et de la profondeur x .

L'hypothèse $k_\nu = k$ a été introduite en premier lieu pour des raisons de simplicité mathématique et aussi

parce que l'accord des résultats avec les observations n'est pas mauvais en première approximation. Une intégration sur toutes les fréquences transforme (41') en

$$\cos \theta \cdot \frac{dI}{\rho dx} = k [I - B], \tag{41''}$$

avec

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu \quad \text{et} \quad B = \int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{\sigma}{\pi} \cdot T^4;$$

σ étant la constante de Stefan-Boltzmann. On a posé

$$\tau = \int_0^\infty k \rho dx, \tag{42}$$

ce qui remplace (41') par

$$\cos \theta \cdot \frac{dI}{d\tau} = I - B. \tag{41'''}$$

Un premier problème consiste à trouver la distribution de T en fonction de τ , ou, si l'on veut, $B(\tau)$.

On peut intégrer (41''') par un procédé approché (*) dû à Eddington (9), ou en partant d'une équation intégrale équivalente [travaux de W. H. Jackson (10), L. V. King (11), K. Schwarzschild (12), Hopf (13), E. von Freundlich, E. Hopf et V. Wegner (14), Bronstein (15), ou encore en utilisant les polynômes de Legendre (par exemple, les travaux d'Eddington (2) et de L. Gratton (16)]. Sans nous attarder aux remarquables développements analytiques (notamment ceux de Hopf) relatifs au problème de l'équilibre radiatif, nous donnons les solutions approchées pour $B(\tau)$. Lindblad (17)

(*) Un exemple d'intégration est fourni au § D, p. 86.

et Milne (18) ont utilisé la solution approchée habituellement admise maintenant :

$$B(\tau) = \frac{F}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right), \tag{43}$$

F étant le flux constant (hypothèse 4)

$$F = \int I \cos \theta d\omega, \tag{44}$$

$d\omega$ étant l'élément d'angle solide et l'intégrale portant sur l'angle solide 4π .

Par définition, on a

$$F = \sigma T_s^4 \quad \text{et} \quad B = \frac{\sigma}{\pi} T_s^4,$$

T_s étant la « température effective » (*); (43) revient donc à

$$T_s^4 = \frac{1}{2} T_s^4 \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right). \tag{43'}$$

Une solution approchée plus précise a été fournie par A. Unsöld et Maue (19) :

$$B(\tau) = \frac{F}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau - \frac{1}{16} (1 + 3\tau) e^{-\tau} + \frac{\tau}{4} \left(1 + \frac{3}{4} \tau \right) E_1(\tau) \right], \tag{43''}$$

avec

$$E_1(\tau) = \int_1^\infty \frac{e^{-\mu}}{\mu} d\mu.$$

Le terme correctif

$$\Delta\tau = -\frac{1}{16} (1 + 3\tau) e^{-\tau} + \frac{\tau}{4} \left(1 + \frac{3}{4} \tau \right) E_1(\tau)$$

va en augmentant continuellement :

de	-0,125	en	$\tau = 0$
à	+0,008	en	$\tau = 1$,

puis diminue jusque + 0,0013 en $\tau = 3$.

(*) Par définition, la température effective T_s est reliée au flux F par

$$F = \sigma T_s^4.$$

D'ailleurs $\Delta\tau \rightarrow 0$ pour $\tau \rightarrow \infty$. La formule (43'') ne diffère donc de l'expression classique (43) ou (43'), qu'aux environs immédiats de la surface extérieure.

D'autres expressions pour $B(\tau)$ ont encore été fournies.

Si l'on transporte l'expression de B dans (44'''), on pourra calculer l'intensité $I(\tau, \theta)$. Avec l'approximation (43) on trouve, en particulier, pour le rayonnement émergent

$$I(0, \theta) = \frac{1}{2} \frac{F}{\pi} \left(1 + \frac{3}{2} \cos \theta \right);$$

d'où la loi théorique d'obscurcissement au bord [pour l'intensité I intégrée sur toutes les fréquences]

$$\frac{I(0, \theta)}{I(0, 0)} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cos \theta = 1 - \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cos \theta. \quad (45)$$

Les observations du disque solaire ont donné le résultat empirique

$$I(0, \theta) = I(0, 0) \cdot [1 - u + u \cos \theta], \quad (46)$$

u étant le coefficient d'obscurcissement. La théorie esquissée ici donne donc au coefficient u la valeur 0,6, ce qui est, en gros, d'accord avec les observations.

On constate, en particulier, le lien qui existe entre la loi de variation de T avec la profondeur τ et la loi d'obscurcissement au bord.

Le calcul effectif de l'intensité $I_\lambda(0, \theta)$ pour une longueur d'onde déterminée est facile. La radiation émergente d'une étoile est

$$I_\lambda(\theta) = \int_0^\infty B_\lambda(T_\tau) e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau \quad (17)$$

et, en particulier, pour l'incidence normale,

$$I_\lambda(0) = \int_0^\infty B_\lambda(T_\tau) e^{-\tau} d\tau. \quad (17')$$

Ces formules se comprennent immédiatement, puisque la radiation émergente consiste en la radiation de toute la masse, sauf que le rayonnement $B_\lambda(T_\tau)$ provenant d'un point P de profondeur optique τ est déduit du facteur $e^{-\tau}$. Introduisant (43') dans (17'), on trouve

$$I_\lambda(\theta) = 2hc^2\lambda^{-5} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{e^{\lambda RT_0(u + \frac{3}{2} \cos \theta) - \frac{1}{4}} - 1}; \quad (18)$$

des tables de la fonction (18) ont été dressées par Lindblad (47) et par Milne (48) pour différentes valeurs de T_0 , λ et θ .

La loi d'obscurcissement pour la longueur d'onde λ sera donc donnée par

$$\frac{I_\lambda(\theta)}{I_\lambda(0)},$$

en employant la formule (18). L'accord avec les observations solaires peut être considéré comme assez bon en première approximation.

On a commencé des travaux d'observations photométriques de l'obscurcissement pour les étoiles variables à éclipse [voir, par exemple, Rosenberg (20)]; mais les résultats ne sont pas encore assez certains et nombreux pour pouvoir être discutés.

C. — Pourquoi on doit envisager un coefficient k_ν variable avec ν et ∞ .

Les formules déduites du paragraphe précédent ne fournissent pas un accord parfait avec les observations

solaires. En particulier, Minnaert ⁽²¹⁾ a montré que les observations de l'obscurcissement

$$\frac{I_k(\theta)}{I_k(0)},$$

en lumière monochromatique et de la distribution d'énergie I_k ne permettent pas de supposer le coefficient d'absorption continue k constant. Il a montré qu'il ne suffit même pas de considérer que k varie avec la fréquence ν , mais encore qu'il varie en profondeur. D'ailleurs, Milne ⁽¹⁾ a montré que si l'on adopte une valeur constante de k , on ne peut arriver à une interprétation de l'effet positif observé de magnitude absolue.

Physiquement, ceci se conçoit parfaitement. Pour un atome A déterminé, l'absorption continue peut résulter de différents processus :

1° L'échange entre électrons et radiations (« free-free transitions »), c'est-à-dire les transitions entre niveaux du continuum commençant à la limite des séries d'absorption. En d'autres termes, quand un électron libre et un atome ionisé entrent en collision en présence de radiations lumineuses, l'électron libre peut acquérir de l'énergie cinétique aux dépens du rayonnement lumineux (formule de Kramers ⁽²²⁾ basée sur le principe de correspondance ; formules de Gaunt ⁽²³⁾, de Sugiura ⁽²⁴⁾ et de Menzel-Pekeris ⁽²⁵⁾ par la mécanique quantique) : la probabilité correspondante est proportionnelle à $P_e T^{-2} \nu^{-3}$; Menzel et Pekeris ont d'ailleurs montré qu'un phénomène analogue se présente avec des atomes neutres, mais beaucoup plus faiblement qu'avec les ions; le cas ne doit être considéré avec soin qu'en ce qui concerne les raies blanches.

2° L'ionisation photoélectrique des atomes (« bound-free transitions »), c'est-à-dire les transitions entre

niveaux discrets et le continuum d'ionisation. Le calcul se fait pour les atomes hydrogénéoïdes par une formule de Kramers. La probabilité est proportionnelle à ν^{-3} ; à première vue, elle ne dépend pas de P_e et T , mais elle en est dépendant fonction indirectement, puisque T et P_e déterminent les populations sur les différents niveaux excités des divers états d'ionisation. Le calcul pour les atomes non hydrogénéoïdes est complexe; divers essais n'ayant pas encore fourni de résultats définitifs ont été faits surtout par Unsöld, v. d. R. Woolley ⁽²⁶⁾ et Pannekoek. Cette absorption consiste en une série de bandes continues : à chaque niveau électronique d'un atome ou ion correspond une bande d'absorption dégradée vers le violet, présentant une arête vive à la fréquence ν_0 juste suffisante pour l'ionisation dans le niveau considéré.

3° Il faut encore multiplier le coefficient d'absorption continue obtenu pour chaque valeur de ν et T par le facteur $1 - e^{-h\nu/kT}$, qui tient compte des émissions induites ⁽²⁷⁾.

Le calcul du coefficient k_ν est extrêmement laborieux (outre les processus indiqués, il y aurait lieu de calculer, dans le cas des étoiles de type avancé, les contributions moléculaires à l'absorption continue). Il a été fait dans le cas d'une atmosphère composée seulement d'hydrogène, par W. H. Mc Crea ⁽²⁸⁾ et par A. Unsöld ⁽²⁹⁾; dans le cas d'une atmosphère complexe du type solaire par L. Biermann ⁽³⁰⁾ (employant la première composition donnée par Russell ⁽³¹⁾ en 1929); par A. Unsöld ⁽³²⁾ (qui adopte une abondance relative des atomes d'hydrogène et des métaux égale à $\frac{14}{1}$, donc plus faible que celle de Russell de manière à être d'accord avec les masses atomiques moyennes des intérieurs d'étoiles), par W. Jahn ⁽³³⁾ (partant du « mélange Russell » 1929) et enfin, de façon

extrêmement détaillée, par A. Pannekoek ⁽³⁴⁾ (qui adopte le « mélange Russell » ⁽³⁵⁾ 1933 à teneur extrêmement élevée en atomes d'hydrogène $\frac{1000}{1}$ par rapport aux métaux). En fait, le calcul de k_v doit être basé sur les données suivantes :

- a) L'abondance relative des éléments;
- b) La répartition des éléments sur les différents niveaux électroniques des atomes et ions;
- c) L'expression du coefficient d'absorption continue pour tous les atomes et ions sur tous leurs niveaux.

On peut « estimer » le facteur (a) en partant des intensités observées des raies; on ne peut toutefois arriver à aucune valeur certaine de la concentration relative de l'hydrogène et des métaux. Quant au facteur b , il peut se calculer en appliquant les équations d'équilibre thermodynamique éventuellement corrigées (par exemple, du type de Pannekoek ^(*); celles-ci introduisent T et P_e .

Nous n'exposerons pas ici comment on a procédé pour calculer des tables de k_v ; mais il apparaît évident qu'en tout cas, k_v est certainement fonction de ν ; il dépend aussi de τ par l'intermédiaire de T et P_e . [Cf. par exemple Lacroute ^(35'), H. Kienle ^(35'') ou B. Strömngren ⁽³⁶⁾.]

D. — Intégration du problème lorsque k est fonction de la fréquence ν et de la profondeur x .

Nous supposons que la dépendance de k vis-à-vis de ν est la même quel que soit τ et poserons ⁽³⁶⁾

$$k_v = n_v \cdot \bar{k}(\tau). \tag{49}$$

(*) Cette correction est encore discutable.

Nous définirons maintenant τ par

$$\tau = \int_0^{\infty} \bar{k} \cdot \rho \cdot d\omega. \tag{20}$$

L'équation de transport (11'') devient

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_v}{d\tau} = n_v (I_v - B_v). \tag{21}$$

Nous traiterons cette infinité d'équations différentielles par la méthode approchée d'Eddington ⁽⁹⁾. Pour cela, nous définissons les valeurs moyennes suivantes (les intégrales portant sur l'angle solide 4π) :

$$J_v = \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} \text{ (intensité moyenne à la fréquence } \nu); \tag{22}$$

$$H_v = \int I_v \cos \theta \frac{d\omega}{4\pi} \left(\equiv \frac{1}{4\pi} \int \text{flux net} \right); \tag{23}$$

$$K_v = \int I_v \cos^2 \theta \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{24}$$

Avec Eddington, nous adopterons la valeur approchée

$$K_v = \frac{1}{3} J_v. \tag{25}$$

ce qui est tout-à-fait correct lorsque I_v est une expression linéaire en $\cos \theta$.

L'intégration de (21) sur toutes les directions donne

$$\frac{dH_v}{d\tau} = n_v (J_v - B_v). \tag{26}$$

En multipliant les deux membres de (21) par $\cos \theta$ et en intégrant sur toutes les directions, on trouve

$$\frac{d^2 K_v}{d\tau^2} = n_v H_v. \tag{27}$$

L'élimination de H_v et K_v entre (25), (26) et (27) donne

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau^2} = 3n_v^2 (J_v - B_v). \tag{28}$$

Pour intégrer (28), nous supposons que B_ν peut se développer en séries de puissances de τ et qu'on peut s'arrêter à une expression linéaire [cf. Milne (1)]

$$B_\nu(\tau) = a_\nu + b_\nu \tau. \tag{29}$$

L'intégration se ramène d'ailleurs toujours à des quadratures pour des expressions quelconques de τ . La solution de (28) dans le cas d'une expression linéaire de $B_\nu(\tau)$ est

$$J_\nu - B_\nu = \alpha e^{\sqrt{3}n_\nu \tau} + \beta e^{-\sqrt{3}n_\nu \tau}. \tag{30}$$

Une première condition aux limites, c'est que pour $\tau \rightarrow \infty$ on a $J_\nu \rightarrow B_\nu$; par suite, α doit être nul. La seconde condition, c'est que, à la surface ($\tau = 0$), il n'y a pas de radiation incidente, ce qui, d'après Eddington, équivaut à

$$(H_\nu)_{\tau=0} = \frac{1}{2} (J_\nu)_{\tau=0},$$

ou bien

$$\left(\frac{dJ_\nu}{d\tau} \right)_{\tau=0} = \frac{3}{2} n_\nu (J_\nu)_{\tau=0},$$

d'où

$$\beta = \frac{\frac{2}{3} b_\nu - a_\nu}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3}};$$

après quelques calculs élémentaires, on trouve

$$\frac{\mathfrak{K}_\nu}{\pi} = \frac{4}{3} \frac{b_\nu}{a_\nu} - 4 \cdot \frac{\frac{2}{3} \frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu}{2 + \sqrt{3}} e^{-\sqrt{3}n_\nu \tau}. \tag{31}$$

Quelques calculs assez simples [cf., par exemple,

B. Strömrgren (36)) montrent qu'en choisissant pour \bar{k} la valeur définie par

$$\frac{1}{\bar{k}} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} b_\nu d\nu}{\int_0^\infty b_\nu d\nu}. \tag{32}$$

la relation entre la température T_τ et la profondeur optique $\tau \equiv \int_0^\tau \bar{k} \rho dx$ est indépendante de la manière dont k_ν varie avec ν . En fait, on a alors en première approximation

$$T^4 = \frac{T_g^4}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right). \tag{33}$$

Le coefficient \bar{k} défini par (32) (moyenne harmonique du coefficient d'absorption k_ν , la fonction de poids étant b_ν) est le coefficient moyen de Rossetand; pour son calcul, on peut parfois s'aider de tables dressées par B. Strömrgren (37).

Le calcul du rayonnement $I_\nu(\theta, \theta)$ de fréquence ν et d'émergence θ se fait ensuite immédiatement comme dans le cas précédent, de même que le flux net $\mathfrak{K}_\nu(0)$ à la surface (la seule grandeur observable pour une étoile). Quant aux coefficients a_ν et b_ν de l'expression linéaire (29), ils s'obtiennent immédiatement en partant de la formule générale de B_ν :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

dans laquelle on introduit T_τ défini par (33). Le développement en série de Taylor fournit

$$\left. \begin{aligned} a_\nu &= B_\nu(T_0) \\ b_\nu &= \frac{3}{8} u_0 \frac{1}{1 - e^{-u_0}} B_\nu(T_0) \text{ avec } u_0 = \frac{h\nu}{kT_0}. \end{aligned} \right\} \tag{34}$$

E. — Résultats.

Unsöld et Maue ⁽¹⁹⁾ ont déterminé la fonction n_v qui fournit le meilleur accord avec les observations de distribution d'intensité du spectre solaire en fonction de la fréquence ν . Ils ont trouvé que n_v varie très peu avec ν : leur k_v « observé » est seulement un peu plus grand dans le violet que dans le rouge. Ce résultat ne paraissait pas en bon accord avec les calculs de k_v qui fournissaient un accroissement de ce coefficient dans le rapport 2 : 1 ou même 3 : 1 quand on passe de 7000 à 4000 Å ; il ne faut d'ailleurs pas accorder trop grande importance à cette discordance, étant donné le peu de précision des calculs de k_v .

C'est M. Minnaert ⁽⁴⁰⁾ qui, le premier, a montré, en partant des observations, qu'on doit introduire un coefficient d'absorption continue variant à la fois avec λ et avec x si l'on veut espérer expliquer simultanément l'obscurcissement au bord en lumière monochromatique (*) et la distribution d'énergie solaire en fonction de la longueur d'onde. Il est donc parti des calculs de Pannekoek et a réuni les valeurs de $\log_{10} p$, $\log_{10} P_e$, T et τ_λ (de $\lambda = 3000$ à $\lambda = 8000$) (**) en fonction du τ de Rosseland, pour τ allant de 0 à 12.3. Il a, pour chaque élément de volume, calculé l'énergie émise conformément à la formule de Planck (et ne s'est donc pas contenté de l'approximation

(*) Minnaert a d'ailleurs montré récemment ⁽⁴⁰⁾ qu'il faut à tout prix étudier l'obscurcissement au bord, en lumière monochromatique; l'obscurcissement « global » ne peut être observé directement à cause de l'influence des atmosphères solaire et terrestre. Il faut plutôt calculer l'effet global en partant des effets en lumière monochromatique.

(**) On définit τ_λ par $\tau_\lambda = \int_0^x k_\lambda \rho dx$, k_λ étant le coefficient d'absorption continue pour la longueur d'onde λ .

Finalement, on obtient ainsi

$$I_\nu(0, \theta) = B_\nu(T_0) \left\{ 1 + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{3}{8} \cdot u_0 \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_0}} \cos \theta \right\} \quad (35)$$

et

$$\frac{\bar{\mathfrak{E}}_\nu(0)}{\pi} = B_\nu(T_0) \left\{ 1 + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{1}{4} \cdot u_0 \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_0}} \right\}. \quad (36)$$

Pour une fréquence ν déterminée, l'obscurcissement au bord et l'intensité globale dans le spectre paraîtront augmentés ou diminués par rapport au corps gris (cas de $n_\nu = 1$), suivant que le coefficient d'absorption k_ν dans cette fréquence est $>$ ou $<$ que \bar{k} .

Au lieu de partir de $\tau = 0$ pour le développement de Taylor, on peut partir de $\tau = \frac{2}{3}$, correspondant à $T = T_e$. On a alors

$$I_\nu(0, \theta) = B_\nu(T_e) \left\{ 1 - \frac{1}{8} u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{3}{16} u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \cos \theta \right\}, \quad (37)$$

$$\frac{\bar{\mathfrak{E}}_\nu(0)}{\pi} = B_\nu(T_e) \left\{ 1 + \left(\frac{1}{n_\nu} - 1 \right) \frac{1}{8} \cdot \frac{u_e}{1 - e^{-u_e}} \right\}, \quad (38)$$

avec

$$u_e = \frac{h\nu}{kT_e}.$$

Remarquons qu'on peut tenir compte de l'influence de la diffusion sélective régnant dans le domaine des raies d'absorption en calculant le coefficient moyen \bar{k} de Rosseland par une moyenne (harmonique, pondérée) de la somme du coefficient d'absorption k_ν et du coefficient de diffusion sélective s_ν .

Remarquons encore que les expressions (36) et (38) peuvent donner des divergences considérables à partir du corps noir [cf. les travaux de Pannekoek ⁽³⁹⁾].

linéaire qu'il trouve nettement insuffisante). Le rayonnement émergé est alors dérivé de

$$I_{\lambda}(0, \theta) = \int E_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \theta} \sec \theta \cdot d\tau_{\lambda} \quad (39)$$

On ne peut dans le calcul de $I_{\lambda}(0, \theta)$ employer les tables de Milne et de Lindblad, car celles-ci ne tiennent pas compte de la variation de k avec la profondeur. Après intégration numérique, Minnaert a fait un diagramme du coefficient u_{λ} tel que

$$\frac{I_{\lambda}(0, \theta)}{I_{\lambda}(0, 0)} = 1 - u_{\lambda} + u_{\lambda} \cos \theta,$$

en fonction de λ . L'accord est maintenant excellent, sauf dans l'ultra-violet; mais les mesures dans ce domaine sont assez anciennes et imprécises et, d'autre part, les valeurs supposées de k_{λ} sont peut être trop grandes dans l'ultra-violet (*).

Minnaert a ensuite déterminé la distribution théorique d'énergie dans le spectre du centre du disque. L'accord est excellent dans le rouge et l'infrarouge photographique, mais il y a encore une discordance dans les courtes longueurs d'onde. Une discordance nette a aussi été mise en évidence par D. Barbier (40) au passage de la discontinuité se trouvant à la limite de la série de Balmer.

Ces importantes recherches montrent que le « modèle » de Pannenkoek fournit déjà une bonne première approximation dans le cas de la distribution des conditions physiques au sein des couches renversantes solaires (**).

(*) Une correction aux valeurs de k_{λ} exigerait beaucoup de calculs, car chaque modification de k_{λ} influence le k de Roseland et, par suite, tout le système de valeurs de τ et E . Une telle correction sera pourtant nécessaire lorsqu'on aura des observations meilleures du « limb darkening » dans l'ultra-violet.

(**) Il serait toutefois abusif d'en tirer la conclusion que l'abondance en hydrogène du type Unsöld est fautive !

Il sera intéressant de rediscuter complètement le problème théorique dès que l'on possèdera des observations plus précises de l'obscurcissement au bord en lumière monochromatique.

CHAPITRE IV.

LE PROFIL DES RAIES STELLAIRES SIMPLES (*).

A. — Le problème mathématique général.

La présence des raies d'absorption est due au fait que, pour les fréquences ν très rapprochées des raies d'un élément, le coefficient d'émission j_{ν} diffère fortement de sa valeur correspondant à l'équilibre thermodynamique. L'équation différentielle fondamentale est évidemment de même forme que pour le spectre continu (équation 11); nous l'écrivons

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_{\nu}}{\rho dx} = [k_{\nu}] I_{\nu} - [j_{\nu}] \quad (40)$$

les notations $[k_{\nu}]$ et $[j_{\nu}]$ représentant les coefficients d'absorption et d'émission résultants, pour la fréquence ν . Seulement, au voisinage des raies d'émission, $[j_{\nu}]$ n'est plus obtenu par la relation de Kirchhoff.

Désignons par k_{ν} le coefficient d'absorption continue et par l_{ν} le coefficient de diffusion à la fréquence ν ; nous précisons l'expression de l_{ν} au paragraphe suivant. Si l'on se contente de considérer l'absorption continue et la diffusion, l'équation fondamentale revient à

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_{\nu}}{\rho dx} = (k_{\nu} + l_{\nu}) I_{\nu} - k_{\nu} B_{\nu} - l_{\nu} J_{\nu}, \quad (41)$$

B_{ν} étant le rayonnement du corps noir à la fréquence ν

(*) Par opposition avec le cas des raies « blended », qui seront considérées dans le chapitre VI.

et à la profondeur x , et J , la valeur moyenne de $I_v(\theta)$ (cf. formule 22).

L'équation (44) ne tient pas compte de l'énergie absorbée par chocs de deuxième espèce, ni de l'énergie émise à la suite des chocs. Si l'on veut tenir compte des effets de collisions, nous devons remplacer (44) par

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_v}{\rho dx} = (k_v + l_v) I_v - k_v B_v - (1 - \varepsilon) l_v J_v - \varepsilon l_v B_v. \quad (42)$$

Enfin, si l'on veut encore tenir compte de la fluorescence entre les niveaux stationnaires et les électrons libres, on devra écrire

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_v}{\rho dx} = (k_v + l_v) I_v - k_v B_v - (1 - \varepsilon) l_v J_v - \varepsilon l_v Q B_v, \quad (43)$$

dans laquelle (cf. B. Strömgen (41)) :

1° ε représente la proportion des passages à partir de l'état supérieur, dus aux chutes vers le niveau inférieur à la suite de collisions et aux photo-ionisations à partir de l'état supérieur;

2° Q est un facteur indiquant comment l'intensité du rayonnement ionisant diffère du rayonnement de Planck à la température locale T .

En fait ε est toujours petit (< 0.01) et Q est en général légèrement supérieur à 1. Naturellement, (41) et (42) sont des cas particuliers de (43), correspondant respectivement à $Q = 1$, $\varepsilon = 0$ et $Q = 1$, $\varepsilon \neq 0$.

L'équation (43) est la forme la plus générale dans le cas des raies provenant du niveau fondamental et lorsqu'on ne considère pas la fluorescence par raies; en fait d'ailleurs, la théorie du coefficient de diffusion l_v n'a été faite de façon assez satisfaisante que dans le cas d'une raie partant du niveau normal. Nous précisons au § suivant la signification de l_v , ε et Q .

Le traitement de l'infinité double d'équations différentielles (*) (43) s'effectue suivant la méthode classique d'Eddington, comme pour le cas du spectre continu. On applique les opérations

$$\int \dots \frac{d\omega}{4\pi} \quad \text{et} \quad \int \dots \cos \theta \frac{d\omega}{4\pi},$$

où les intégrales portent sur toutes les directions θ . On fait l'approximation classique d'Eddington

$$\int I_v \cos^2 \theta \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{3} \int I_v \frac{d\omega}{4\pi};$$

on obtient alors deux équations différentielles entre lesquelles on élimine

$$\int I_v \cos \theta \frac{d\omega}{4\pi}.$$

Si l'on pose

$$dl_v = (k_v + l_v) \rho dx; \quad \tau_v = \frac{l_v}{k_v} \quad \text{et} \quad \lambda_v = \frac{1 + \varepsilon \tau_v}{1 + \tau_v}, \quad (44)$$

le système d'équations différentielles (43) conduit finalement à

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3\lambda_v \left(J_v - \frac{1 + \varepsilon \tau_v Q}{1 + \varepsilon \tau_v} B_v \right). \quad (45)$$

Le facteur $\frac{1 + \varepsilon \tau_v Q}{1 + \varepsilon \tau_v}$ est toujours très voisin de 1, sauf lorsque τ_v est grand, c'est-à-dire au voisinage immédiat du centre des raies; si l'on ne considère pas ce domaine de fréquence ou si l'on n'étudie que les largeurs équivalentes, on remplace $\frac{1 + \varepsilon \tau_v Q}{1 + \varepsilon \tau_v}$ par 1, et l'on écrira donc, au lieu de (45),

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3\lambda_v (J_v - B_v), \quad (46)$$

où λ_v et B_v doivent être considérés comme des fonctions connues de τ_v .

(*) En fait, il s'agit plutôt d'équations intégrées-différentielles.

Les conditions aux limites sont :

- 1. Quand $t_y \rightarrow \infty$, $J_y \rightarrow B$, ne croît pas exponentiellement;
- 2. Quand $t_y \rightarrow 0$, $J_y \rightarrow 2H$, (d'Eddington) :

$$\left(\frac{J_y}{t_y}\right)_{t_y=0} = 2 \left(\frac{H_y}{t_y}\right)_{t_y=0} \text{ ou encore } \frac{2}{3} \left(\frac{dJ_y}{dt_y}\right)_{t_y=0} = \left(\frac{J_y}{t_y}\right)_{t_y=0}. \quad (47)$$

Une fois connu J_y , on l'introduira dans (43) et l'on pourra, par quadrature, trouver l'expression de $I_y(\theta)$ en fonction de la profondeur; en particulier, on obtiendra le rayonnement sortant sous un angle θ . D'ailleurs, dans le cas des étoiles, il suffit de trouver « l'intensité globale », c'est-à-dire l'intensité moyenne J_y , rayonnée dans toutes les directions.

Le seul problème qui présente des difficultés est la solution du problème aux limites (46). Nous aurons l'occasion d'examiner dans la suite les solutions obtenues quand le coefficient λ_y est indépendant de la profondeur, ou bien est une fonction linéaire de celle-ci, etc....

Les équations différentielles de transport (43) peuvent d'ailleurs être remplacées assez facilement par une équation intégrale, comme il a été montré par W. H. Jack-son⁽¹⁰⁾, puis développé par L. V. King⁽¹¹⁾, K. Schwarzschild⁽¹²⁾ et surtout Hopf⁽¹³⁾.

Si l'on pose

$$\Phi = \frac{1}{k+l} (lJ + kB); \quad \lambda = \frac{1}{1+\eta};$$

$$dz = \rho dz; \quad d\tau = (k+l) \rho dz,$$

les équations (41) (choisis ici pour simplifier l'écriture) sont équivalentes à l'équation intégrale, linéaire, non homogène en $\Phi(z)$,

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} (1-\lambda) \int_0^\infty \Phi(\tau) \cdot K(|\tau-z|) \cdot d\tau + \lambda B, \quad (48)$$

avec la notation

$$K(x) = \int_0^\infty e^{-u} \frac{du}{u}.$$

Pour les détails, nous renvoyons à la belle monographie de E. Hopf. Nous verrons plus loin quel parti Unsöld a tiré de cette équation intégrale.

Avant d'examiner l'intégration de l'équation (46), nous croyons utile de préciser ce que signifient les coefficients l_y , e et η_y .

B. — Les coefficients l_y , e et η_y .

a) *Le coefficient de diffusion sélective l_y .* — Si α_y est le coefficient atomique de diffusion et si N désigne le nombre d'atomes absorbants par unité de masse, on a

$$l_y = N\alpha_y. \quad (49)$$

Pour un atome au repos et non perturbé, le coefficient atomique α_y est, pour une raie d'absorption partant du niveau normal et arrivant à un niveau k ,

$$\alpha_y = B_{lk} \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{\delta_k}{\pi} \cdot \frac{1}{\delta_k^2 + (\nu - \nu_0)^2}, \quad (50)$$

avec

$$\delta_k = \frac{1}{4\pi} \sum A_{kr}$$

(la somme portant sur tous les niveaux d'énergie E_r , inférieure à E_k); les A et B étant les coefficients d'Einstein. δ_k est de l'ordre de 10^{-4} A; dans toutes les applications astronomiques, on a $\nu - \nu_0 > \delta_k$; on peut donc au dénominateur de (50) négliger δ_k^2 devant $(\nu - \nu_0)^2$.

L'expression (50) est rigoureuse; dans le cas d'une raie allant d'un niveau i à un niveau k , on n'a plus qu'une expression approchée, analogue à (50), mais où l'on doit remplacer δ_k^2 par $(\delta_i + \delta_k)^2$. La grandeur $\delta = \delta_i + \delta_k$ est la « largeur naturelle » de la raie.

En fait, la raie est élargie par l'agitation thermique, l'interaction entre les atomes (chocs), l'effet Stark, etc., les trois facteurs indiqués étant les plus importants dans le cas des atmosphères stellaires. Si l'on tient compte de la distribution maxwellienne des vitesses du gaz, on trouve qu'une raie parfaitement monochromatique $\nu_0 a$, par suite d'effet Doppler, une répartition

$$\alpha_\nu = \text{const.} \cdot e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\beta}\right)^2} \quad \text{avec } \beta = \frac{\nu}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m_H \cdot a}} \quad (51)$$

où a est le poids atomique de l'élément considéré.

Voigt ⁽⁴²⁾ a déterminé la formule qui tient compte à la fois de la largeur naturelle et de l'effet Doppler thermique; pratiquement cette formule se ramène à

$$\alpha_\nu = c^{16} \left[\frac{\delta}{\Delta\nu^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta\nu}{\beta}\right)^2} \right] \quad \text{si } \Delta\nu > \beta \quad (52')$$

et

$$\alpha_\nu = c^{16} \left[\frac{2\delta \cdot \Delta\nu}{3\beta^2 \cdot \sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta\nu}{\beta}\right)^2} \right] \quad \text{si } \Delta\nu < \beta. \quad (52'')$$

La formule (52') est valable dans les ailes de la raie; on remarquera que, dès qu'on s'éloigne du centre, (52') fournit une valeur proche de (50). En revanche, très près du centre de la raie, on doit employer (52''), qui se ramène à (51). Autrement dit, les ailes sont surtout dues à la largeur naturelle et le centre au « corps Doppler ».

Pour tenir compte de l'élargissement par chocs, il faut d'abord remplacer la largeur naturelle δ par une largeur effective

$$\delta_{\text{eff}} = \delta + c, \quad (53)$$

c étant un facteur proportionnel au nombre de passages par seconde, calculé à partir de la théorie cinétique des

gaz en adoptant un diamètre d'action adéquat (de 5 à 10 Å).

Il y a aussi un élargissement dû à l'amortissement par collisions, qui a surtout été étudié récemment par W. Lentz et V. Weiskopf et appliqué par Unsöld ⁽⁴³⁾; cet amortissement consiste en des perturbations de la phase des atomes excités, causées par le passage d'électrons ou d'ions; Unsöld a pu, par sa théorie, interpréter le comportement anormal des raies de Mg de la série $3 \cdot P^0 - n \cdot D$, observé par Minnaert et Genard ⁽⁴⁴⁾.

Le calcul de l'élargissement par effet Stark peut se faire en parlant des recherches de Holtsmark ⁽⁴⁵⁾; ce calcul a été fait par Pannekoek ⁽⁴⁶⁾ et surtout par Verwey ⁽⁴⁷⁾; l'effet Stark a été observé dans les étoiles chaudes par Struve et Elvey ⁽⁴⁸⁾. Tout récemment, Siruve ⁽⁴⁹⁾ a montré l'importance que présente l'effet d'amortissement par collisions du type d'Unsöld, dans toutes les discussions d'effet Stark.

On constate donc que l'on peut obtenir une expression de α_ν en fonction de ν . D'ailleurs, si l'on adopte une composition chimique déterminée de l'atmosphère stellaire et si l'on connaît T , et g , on pourra aux différentes profondeurs optiques τ calculer le nombre N d'atomes absorbants par unité de masse: il suffira pour cela de calculer les conditions d'ionisation et d'excitation des atomes considérés, en fonction de τ . Nous pourrions donc ainsi connaître la grandeur k_ν .

b) *Le paramètre ϵ .* — En intégrant les équations (41) (cas où $\epsilon = 0$), on constate (voir plus loin) qu'au centre ν_0 des raies fortes, l'intensité résiduelle τ devrait être pratiquement nulle (*); ceci provient du fait que

(*) L'intensité résiduelle pour une fréquence ν est la mesure de l'intensité lumineuse à la fréquence ν , l'intensité du fond continu au voisinage immédiat de ν étant prise comme unité.

pour $\nu \rightarrow \nu_0$ le coefficient de diffusion devient très grand (si l'on tient compte à la fois de l'absorption continue k_ν et de la largeur naturelle ν , on trouve $r \sim 10^{-3}$). Or les observations des raies fortes avaient conduit jusqu'à tout récemment à des valeurs beaucoup plus grandes de r de l'ordre de 5 à 15 %. Pour expliquer de telles valeurs de r , on a fait des essais dans deux directions : on a considéré l'influence des collisions et celle de la fluorescence (*).

On a abandonné actuellement l'hypothèse d'un effet direct appréciable des collisions [travaux d'Unsöld⁽⁵⁴⁾, Woolley⁽⁵⁵⁾, Pannekoek⁽⁵⁶⁾]; en fait, aux pressions de l'ordre de 10^2 C.G.S. régnant dans les couches renversantes, les chocs sont rares et tous ne sont même pas efficaces. Quant à la fluorescence, son rôle peut n'être pas négligeable. Rosseland⁽⁵⁷⁾ a, le premier, montré en 1926 que si trois états quantiques sont susceptibles de former un cycle de transitions permises et si les atomes sont baignés dans un rayonnement dilué, le cycle est parcouru plus souvent dans le sens qui correspond à l'absorption d'un quantum et à l'émission de deux qu'en sens inverse. Pour les fréquences faibles, il y a donc plus de quanta émis que de quanta absorbés. A cause des règles de sélection, on ne peut avoir un cycle triangulaire permis entre trois états discrets [Woolley⁽⁵⁸⁾]; mais si le cycle comprend l'état ionisé, il n'y a plus d'interdiction. Unsöld⁽⁵⁹⁾, Ström-gren^(59a) (1935) et Pannekoek⁽⁶⁰⁾ (1935) ont, en consi-

(*) On a aussi examiné si une absorption de quanta dans les ailes ne pouvait pas être réémise sur toute la raie (redistribution en fréquence). Cette hypothèse — surtout travaillée par Woolley⁽⁵⁹⁾, Pannekoek⁽⁶¹⁾ et Unsöld⁽⁶²⁾ — est généralement abandonnée à cause des grosses difficultés physiques mises en évidence par Weisskopf⁽⁶³⁾. Elle conduit à l'importante question de la « mémoire atomique » (cf. le § B du chap. VI).

dérant de tels cycles, prévu des intensités centrales de l'ordre de 5 à 15 % comme on les avait observées; le travail de Ström-gren est particulièrement important. Tous calculs faits, l'influence des photo-ionisations et des captures d'électrons revient à introduire les coefficients ϵ et Q des équations (43). La différence entre Ström-gren et Pannekoek consiste en ce que le premier envisage seulement la dilution générale, tandis que le second tient aussi compte de l'intensité réduite des fréquences absorbées, dont la dilution varie avec la profondeur optique et la distance au centre de la raie.

Le problème du facteur ϵ a rebondi tout récemment à la suite des observations très précises de Redman⁽⁶⁴⁾ et d'Allen⁽⁶²⁾. Redman a déterminé les profils de plusieurs raies fortes du spectre solaire, en portant son attention sur le centre des raies et en employant une technique photométrique extrêmement raffinée (emploi d'un monochromateur préliminaire pour éviter la diffusion; mesure du profil « instrumental » en partant de raies de Krypton; etc...). Il a trouvé des intensités centrales comprises entre 1.9 et 2.5 % avec une erreur probable inférieure à 0,7 %; seules les raies de Balmer ont de grandes intensités centrales (de l'ordre de 15 %), mais ceci semble bien dû à l'effet Stark.

Des observations analogues ont été publiées à peu près simultanément par C. W. Allen, qui a mesuré les intensités centrales de 91 raies solaires dans le rouge et l'infrarouge; les corrections « instrumentales » ont été obtenues en partant d'une étude des raies atmosphériques de O_2 qui apparaissent sur les mêmes clichés. Les résultats d'Allen sont analogues à ceux de Redman.

La conclusion des auteurs est qu'il n'est pas nécessaire, pour interpréter les observations, d'abandonner la



méthode simple (équation 41) de calcul des profils de raies. L'effet serait purement dopplérien. Étant donnée la largeur finie de la fente et la visibilité non parfaite, la plus petite aire du disque solaire fournissant la lumière qui donne le spectre est, dans les observations de Redman, d'environ 10⁷ km². Supposons qu'une telle surface solaire comprenne des unités indépendantes ayant les propriétés suivantes :

- a) Chacune couvre environ 10⁸ km²;
- b) Chacune produit une rate d'absorption à centre parfaitement obscur;
- c) Chacune a son mouvement particulier, la vitesse moyenne étant d'environ 1 à 1.5 km/sec⁻¹.

Dans ces conditions, la raie mesurée aura la forme observée, avec une intensité centrale de 2 à 2,5 %. En fait, il n'y a, à l'heure actuelle, rien qui s'oppose à cette hypothèse; un mouvement turbulent vertical de l'ordre de 1 km/sec⁻¹ est très possible dans les régions élevées de la couche renversante.

Les travaux d'observations de Redman et d'Allen conduiraient donc plutôt à penser que l'on peut se contenter des équations (41) correspondant à $\epsilon = 0$. Il nous arrivera néanmoins parfois de considérer plutôt les équations (43), les résultats s'appliquant d'ailleurs immédiatement au système (41) en faisant $\epsilon = 0$.

- c) *Le paramètre τ_v .* — Nous avons défini τ_v par

$$\tau_v = \frac{l_v}{k_v} \tag{44'}$$

et nous avons constaté que l'expression importante dans l'équation (46) est $\frac{1}{1+\tau_v}$, du moins quand ϵ est nul. Il est important d'examiner le domaine de variation de τ_v et de $\frac{1}{1+\tau_v}$. Comme nous le verrons plus loin, on a toujours,

dans les premiers essais, considéré τ_v constant. Or ceci ne peut évidemment être qu'une première approximation, car au voisinage de la surface, k_v est petit vis-à-vis de l_v , alors que l'inverse se présente dans les couches profondes (*). Le rapport $\frac{1}{1+\tau_v}$ varie donc de 0 à 1, depuis la surface jusqu'à l'intérieur; considérer $\frac{1}{1+\tau_v}$ constant revient alors à prendre une valeur moyenne comprise entre 0 et 1 (**). Eddington (63) a été amené à chercher pour $\frac{1}{1+\tau_v}$ une expression linéaire $\alpha + \beta\tau$ (α et $\beta =$ constantes); cette loi ne peut être valable que dans le cas

(*) Ceci correspond au fait que, dans les couches superficielles, on a sensiblement affaire à une diffusion monochromatique pure (problème de Schuster), alors que dans la photosphère on a l'équilibre thermodynamique local (problème de Schwarzschild). En fait, k_v varie de façon compliquée avec τ , l'allure de la variation dépendant du domaine considéré de températures et pressions; quant à l_v , il est proportionnel à la teneur en atomes absorbant la fréquence ν ; l_v variera donc avec l'ionisation et l'excitation qui sont fonctions de τ .

(**) On adoptera, par exemple, comme valeur moyenne

$$\tau_v = \frac{\int_0^x l_v \cdot \rho \cdot dx}{\int_0^x k_v \cdot \rho \cdot dx}$$

la profondeur x étant choisie de manière à tenir compte pratiquement de tous les atomes situés jusqu'au niveau où l'opacité générale devient si grande qu'un rayon ne peut plus y pénétrer. On constatera immédiatement que

$$\tau_v = \frac{\mathcal{O} \sigma_\nu}{\tau_0}$$

$\mathcal{O} \tau$ étant le nombre d'atomes absorbants situés dans une colonne cylindrique de 1 cm² de base, ayant une hauteur x_0 correspondant à la profondeur optique τ_0 de la surface photosphérique équivalente.

d'une distribution assez complexe de la densité en atomes absorbants.

En fait, si η était constant dans chaque atmosphère, le maximum d'intensité d'une raie d'absorption se présenterait dans le même type spectral pour tous les points du profil, ce qui n'est pas le cas : Miss Payne et Miss Williams⁽⁶¹⁾ ont montré que, pour les raies de Balmer, le maximum d'intensité est en A0 pour l'intensité résiduelle $r = 0.48$ et en A3 — A5 pour $r = 0.96$. Woolley⁽⁶⁵⁾ a interprété cette observation en considérant un η variable.

C. — Schéma général de l'intégration de l'équation (46).

Les deux fonctions de t , qui interviennent dans (46) sont B_v et λ_v . Dans la plupart des cas traités, on emploie pour B_v une expression linéaire $a_v + b_v t$; il se fait toutefois que, si l'on prend $\lambda =$ constante, l'intégration de (46) se ramène à des quadratures quelle que soit la fonction $B_v(t_v)$. Ceci correspond au fait mis en évidence par Milne⁽⁶⁶⁾ et Rosseland⁽⁶⁷⁾ qu'on peut, de façon relativement simple, éviter les suppositions concernant la fonction B .

Quant à λ_v , — ou, si l'on veut, $\frac{1}{1+\tau_v}$ dans les cas pratiques, — son expression en fonction de t , est capitale pour l'intégration. On peut esquisser comme suit les divers cas dans lesquels les divers chercheurs se sont placés :

1° On a d'abord pris une valeur moyenne $\bar{\lambda}_v$ indépendante de τ et l'on a remplacé $B_v(t_v)$ par une expression linéaire approchée. On a déduit alors l'intensité moyenne émise, et par suite, le contraste τ , en tout point de la raie d'absorption (Milne, Eddington, etc.).

2° On a choisi une expression linéaire approchée de $\lambda_v(t_v)$ et de $B_v(t_v)$. Le problème peut encore s'intégrer

analytiquement en employant les fonctions de Bessel (Eddington). Une application a été faite à l'analyse des raies de Ca et Ca⁺ dans le Soleil (Woolley). D'autres intégrations analytiques rigoureuses ont été faites par L. Spitzer pour certaines autres expressions de λ_v .

3° Unsöld a montré que, pour les parties extrêmes des ailes, on peut calculer τ_v sans se soucier de la forme de la fonction $\tau_v(t_v)$.

4° Pannekoek a choisi la voie numérique : on peut toujours résoudre numériquement l'équation (46) si l'on connaît les expressions numériques des fonctions λ_v et B_v .

5° On peut subdiviser l'atmosphère en un certain nombre de couches séparées dans chacune desquelles λ_v est constant, ou bien est une fonction linéaire de t_v . Cette voie a été suivie par Eddington, Woolley, Unsöld, ten Bruggencate, Wellmann. Nous indiquerons plus loin une nouvelle façon de résoudre ce problème.

6° Dans le cas où λ_v varie de telle façon que ses modifications relatives ne soient pas grandes au sein de l'atmosphère (en étant d'ailleurs arbitraires), B. Strömgren a pu obtenir des formules très commodes pour le calcul de r . On peut d'ailleurs montrer que les modifications de τ peuvent être assez grandes sans introduire d'erreur sérieuse dans la valeur calculée de r .

Les auteurs qui se sont occupés du calcul des profils théoriques sont souvent partis de compositions différentes des atmosphères stellaires ou d'hypothèses différentes sur les facteurs ϵ_v , k_v , τ_v et B_v ; ils ont aussi suivi des procédés différents d'intégration. Rien d'étonnant par conséquent à ce que les profils théoriques trouvés dans les travaux astrophysiques récents soient parfois différents. C. W. Allen⁽⁶⁸⁾ a comparé de façon lumineuse ces divers profils et a trouvé que l'un des profils donnés

par Pannekoek (69) paraissait le mieux convenir au cas du Soleil; c'est ce type de profil qu'Allen a utilisé dans ses calculs subséquents.

Remarquons encore que, dans tout ce qui précède, on n'avait pas tenu compte des raies d'absorption dans le calcul du coefficient moyen d'absorption de Rosseland. En fait, les observations des spectres du Soleil [Mulders (70)] et des étoiles [Shajn (71), Günther (72), Williams (73)] ont montré qu'environ 10% de l'énergie du fond continu est enlevée par l'ensemble des raies (*), moins dans les grandes longueurs d'onde et moins également à température élevée. Pannekoek (74) a corrigé ses valeurs de \bar{k} pour tenir compte de cette absorption par raies. Cette question — le « blanketing effect » — a été reprise de façon plus précise par Ambarzumian (75), Chandrasekhar (76) et Hopf (77).

D. — Intégration dans le cas $\tau_0 = \text{constante}$ (78)
par rapport à t_v (ou par rapport à τ).

Cette hypothèse revient donc à supposer qu'on prend une valeur moyenne du rapport $\frac{t_v}{k_v}$ pour toute la couche renversante. De plus, nous supposons d'abord que ϵ est également constant et que B_v est une fonction linéaire de t_v .

$$B_v = a_v + p_v t_v.$$

Dans ce cas, l'intégration de l'équation (46)

$$\frac{d^2 J_v}{dt_v^2} = 3\lambda_v (J_v - B_v) \tag{46}$$

s'effectuera suivant une méthode absolument identique à

(*) Vers 33600 : 35,4 %; vers 4300 : 23,5 %; vers 5200 : 11,8 %; vers 5900 : 3 %; vers 7700 : 0,9 % dans le cas du Soleil (d'après Mulders).

celle suivie au paragraphe D du chapitre III; on trouvera

$$J_v = a_v + p_v t_v - \frac{\frac{2}{3} p_v}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_v}} \cdot e^{-\sqrt{3\lambda_v} t_v}$$

et par suite

$$\left(\frac{F_v}{\pi}\right)_{t_v=0} = \frac{\frac{4}{3} a_v \sqrt{3\lambda_v} + \frac{4}{3} p_v}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_v}}; \tag{54}$$

dans cette formule (54), il suffit d'introduire les valeurs de a_v et p_v .

L'intégration de (46) dans le cas $\lambda_v = \text{cte}$ se ramène d'ailleurs toujours à une quadrature, quelle que soit la fonction $B(t)$. On peut montrer, en effet, par les méthodes classiques, que l'on a (si $\lambda_v = \text{cte}$) (79)

$$\left(\frac{F_v}{\pi}\right)_{t_v=0} = \frac{\frac{4}{3} a_v \sqrt{3\lambda_v} + \frac{4}{3} p_v}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_v}} + \frac{\frac{4}{3}}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_v}} \int_0^\infty e^{-\sqrt{3\lambda_v} t} \frac{d^2 B_v}{dt_v^2} dt_v. \tag{55}$$

Si, au lieu de l'intensité moyenne, nous désirons l'intensité émergente $I_v(0, \theta)$ dans une direction donnée, on portera les expressions de J_v et B_v dans l'équation fondamentale (43) et l'on trouvera

$$I_v(0, \theta) = a_v + p_v \cos \theta - \frac{\frac{2}{3} p_v}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_v}} \cdot \frac{1 - \lambda_v}{1 + \sqrt{3\lambda_v} \cdot \cos \theta}. \tag{56}$$

Dans le cas où $\frac{t_v}{k_v}$ ne dépend pas de la profondeur, on a (*)

$$t_v = \tau_v (1 + \tau_v) \tau; \tag{57}$$

(*) On a défini $dt_v = k_v (1 + \tau_v) \rho dx$, donc $dt_v = \tau_v \bar{k} (1 + \tau_v) \rho dx = \tau_v (1 + \tau_v) dz$.

on obtiendra donc immédiatement a_v et p_v en partant des expressions (34) partant de T_0 ou des analogues partant de T_e . Par exemple :

$$\left. \begin{aligned} a_v &= B_v(T_e) \left\{ 1 - \frac{1}{8} u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \right\} \\ p_v &= \frac{1}{\tau_v(1 + \tau_v)} \cdot B_v(T_e) \cdot \frac{3}{16} \cdot u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Pour obtenir l'intensité résiduelle r_v en un point d'une raie, on divisera $\left(\frac{F_v}{\pi}\right)_{l_v=0}$ par la valeur de $\left(\frac{F_v}{\pi}\right)_{l_v=0}$ qui correspond au fond continu, c'est-à-dire à $l_v = 0$ ou $\tau_v = 0$ et $\lambda_v = 1$. Si l'on pose, pour abrégé,

$$v_e = \frac{u_e}{1 - e^{-u_e}}$$

et si l'on suppose $n_v = 1$ (voir précédemment) on trouve immédiatement

$$\left. \begin{aligned} r_v &= \frac{F_v}{F_v(\text{continu})} \\ &= \frac{\frac{1}{4} \cdot v_e \cdot \frac{1}{1 + \tau_v} + \frac{4}{3} \sqrt{3} \lambda_v \cdot \frac{1 - \frac{1}{8} v_e \left(1 + \frac{1}{1 + \tau_v}\right)}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \lambda_v}}{\frac{4 \sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \cdot v_e \cdot \left(\frac{\frac{2}{3} \sqrt{3} - 1}{\frac{2}{3} \sqrt{3} + 1} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

L'expression de r_v en fonction de a_v et p_v est

$$r_v = \frac{a_v \sqrt{3} \lambda_v + p_v}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \lambda_v} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3}}{a_v \sqrt{3} + p_v} \quad (60)$$

Si au lieu de p_v on introduit le b_v du développement

$$B_v = a_v + b_v \tau,$$

la formule prend la forme habituelle

$$r_v = \frac{b_v + a_v q_v}{b_v + a_v \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{3}}}{1 + \tau_v + \frac{2}{3} q_v} \quad (61)$$

avec

$$q_v^2 = 3(1 + \tau_v)(1 + \epsilon \tau_v). \quad (61')$$

En particulier dans le cas qu'Eddington appelle le « standard case », où l'on suppose (*)

$$B_v(\tau) = (B_v)_{\tau=0} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right),$$

on trouve la formule bien connue

$$r_v = \frac{1 + \frac{2}{3} q_v}{1 + \tau_v + \frac{2}{3} q_v} \quad (61'')$$

La formule (59) (pour laquelle certaines tables ont été dressées) permet une première interprétation des profils observés des raies d'absorption.

Au voisinage du centre des raies, il est préférable d'employer pour B_v un développement de Taylor à partir de $\tau = 0$. On trouve alors pour le centre v_0 (c'est-à-dire pour l_v et τ_v très grands)

$$r_{v_0} = \frac{2 \sqrt{3} \epsilon}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \epsilon}; \quad (62)$$

l'intensité résiduelle ne dépend plus que du facteur ϵ .

(*) Cette formule est exacte strictement pour la radiation intégrée sur toutes les fréquences, dans le cas de matériel gris en équilibre radiatif; il arrive aussi qu'elle soit vraie pour une fréquence déterminée.

Nous reviendrons plus loin sur le cas de la variation d'une raie d'un point à l'autre du disque solaire; on doit alors employer $I_1(0, \theta)$ donné par (56).

Signification de la surface photosphérique équivalente dans le cas $\tau_v = c^{65}$.

Considérons un point d'un profil de raie d'absorption et soit τ_v l'intensité résiduelle correspondante. Milne (1) a trouvé que la profondeur optique τ_v définie par

$$\tau_v = \frac{4}{3} \frac{r_v}{r_v + 1} \quad (63)$$

jouit de la propriété suivante (*): « τ_v est l'épaisseur optique d'une colonne de l'atmosphère qui, placée en face d'une surface photosphérique et dépourvue de toute opacité (**), produirait à la fréquence ν , une intensité résiduelle τ_v égale à celle de l'atmosphère réelle. τ_v est donc « l'épaisseur optique ou la nébulosité que l'atmosphère devrait perdre pour que tous les atomes situés jusqu'à cette profondeur et pleinement éclairés par le fond lumineux produisent l'intensité résiduelle observée τ_v . »

La « surface photosphérique équivalente pour un τ_v déterminé (***) » doit donc être placée à une profondeur où la température T (formule 3) est donnée par

$$T^4 = T_0^4 \cdot \frac{3r_v + 1}{2r_v + 2}. \quad (64)$$

La « surface photosphérique équivalente rayonnant entre les raies » doit être placée à une profondeur où la température T est égale à la température effective; elle correspond à $r_v = 1$ ou $\tau_v = \frac{2}{3}$.

(*) Ce résultat s'obtient immédiatement en identifiant la formule classique de Schuster et la formule (61).

(**) Sauf la diffusion monochromatique.

(***) C'est-à-dire la surface photosphérique telle que le nombre d'atomes calculés par application de la formule classique de Schuster ait une signification réelle.

Remarquons bien que la formule (63) donnant la profondeur à laquelle on doit placer la « photosphère équivalente » a été obtenue en supposant $\frac{r_v}{r_v + 1}$ constant. On peut toutefois admettre qu'elle donne l'ordre de grandeur correct: on pourra supposer que lorsqu'on observe un point d'intensité résiduelle τ_v sur un profil, l'étude des atomes donnant lieu à ce τ_v peut être limitée à ceux qui sont contenus dans la région de τ_v comprise entre 0 et $\frac{4}{3} \cdot \frac{r_v}{r_v + 1}$. Comme Milne l'a montré clairement, l'avantage de cette approximation est qu'il est plus facile de considérer la longueur finie contenant des atomes « fully-viewed » plutôt qu'une colonne infinie d'atomes « partially-viewed » perdus, à grande profondeur, dans la nébulosité générale.

E. — Examen du cas $\frac{1}{1 + \tau_v} = \alpha + \beta \tau_v$ (Eddington) et de cas similaires (L. Spitzer).

a) *Intégration.* — Au lieu de se contenter d'une valeur moyenne de τ_v , pour toute la couche renversante, on peut essayer de trouver une représentation plus satisfaisante en écrivant (*)

$$\frac{1}{1 + \tau_v} = \alpha + \beta \tau_v \quad (\alpha \text{ et } \beta = c^{\text{ess}}), \quad (65)$$

qui, comme Eddington l'a montré, permet encore une intégration analytique (9). Certes, une loi telle que (65) correspond à une variation assez complexe de la densité; mais les essais de Woolley (80) relatifs à Ca, Ca⁺, Ti, Ti⁺, Sr, Sr⁺ dans le cas du Soleil montrent que la représentation (65) est néanmoins satisfaisante dans certains cas.

(*) Afin de rester en contact avec les travaux d'Eddington et v. d. R. Woolley, nous avons posé $d\tau_v = k \cdot \rho dz$, au lieu d'introduire dz comme au § D.

Nous supposons $\epsilon = 0$ (*); la méthode classique d'Eddington (cf. chap. IV, §A) nous conduit à

$$\frac{d}{d\tau_v} \left[\frac{1}{1 + \tau_v} \cdot \frac{dJ_v}{d\tau_v} \right] = 3 [J_v - B_v], \tag{66}$$

et nous prendrons l'expression linéaire de B_v :

$$B_v(\tau_v) = a_v + b_v \tau_v, \tag{67}$$

(66) devient donc

$$\frac{d}{d\tau_v} \left[(\alpha + \beta \tau_v) \frac{dJ_v}{d\tau_v} \right] = 3 [J_v - (a_v + b_v \tau_v)]. \tag{68}$$

Une solution particulière immédiate est

$$J_v^* = a_v + b_v \tau_v + \frac{1}{3} b \beta^2;$$

nous posons

$$J_v = J_v^* + j_v, \tag{69}$$

où j_v sera l'intégrale générale de

$$\frac{d}{d\tau_v} \left[(\alpha + \beta \tau_v) \frac{dj_v}{d\tau_v} \right] = 3j_v. \tag{70}$$

Si nous faisons le changement de variable (en excluant le cas $\beta = 0$)

$$t = \frac{12(\alpha + \beta \tau_v)}{\beta^2},$$

(70) devient

$$t \frac{d^2 j}{dt^2} + \frac{dj}{dt} - \frac{j}{4} = 0;$$

la transformation $x = \sqrt{t}$ fournit alors

$$\frac{d^2 j}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dj}{dx} - j = 0, \tag{71}$$

(*) Ce qui signifie que nous n'examinerons pas ce qui se passe très près du centre de la raie.

ce qui est une équation classique de Bessel d'ordre zéro, dont les solutions sont désignées par $I_0(x)$ et $K_0(x)$. On ne peut retenir la solution I_0 , qui grandit exponentiellement avec x . La solution générale J_v est donc

$$J_v = a_v + \frac{1}{3} b \beta + b_v \tau_v + A \cdot K_0(x), \tag{72}$$

A étant une constante à déterminer par la condition à la limite $\tau_v = 0$.

Nous devons, comme précédemment, calculer l'expression de

$$\tau_v = \frac{F_v}{F_v(\text{cont.})} \tag{cf. § D, chap. IV}.$$

Des calculs élémentaires fournissent

$$\tau_v = \frac{\frac{1}{3} b \alpha - \sqrt{\frac{1}{3} \alpha \cdot \left(\alpha + \frac{1}{3} b \beta \right) \frac{K'_0}{K_0}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{3} \alpha \cdot \frac{2K'_0}{K_0}}}, \tag{73}$$

l'argument des fonctions de Bessel K_0 et K'_0 étant $\sqrt{\frac{12\alpha}{\beta^2}}$ et H désignant

$$H = \frac{b + \alpha \sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3}}.$$

Dans le cas où $\frac{b}{\alpha}$ peut être égalé à $\frac{3}{2}$ (cas d'un coefficient k_v indépendant de ν), (73) se réduit à

$$\tau_v^* = \frac{\alpha - \sqrt{\frac{1}{3} \alpha \cdot (2 + \beta) \frac{K'_0}{K_0}}}{1 - \sqrt{\frac{1}{3} \alpha \cdot \frac{2K'_0}{K_0}}}, \tag{74}$$

l'argument des fonctions de Bessel étant $\sqrt{\frac{12\alpha}{\beta^2}}$ comme pour (73).

b) Application des formules (73) ou (74). — La formule (74) suppose que le rayonnement immédiatement en dehors de la raie est le rayonnement en équilibre; dans le cas du Soleil, ceci n'est correct que pour la région comprise approximativement entre 6400 et 6900 Å. La différence entre τ_v (formule 73) et τ_v^* (formule 74) donne en quelque sorte la « correction de couleur »; son calcul a été fait par Woolley dans différents cas concrets; la « correction » est d'habitude faible.

Soit N le nombre d'atomes d'une certaine espèce et de masse atomique M par cm³ de l'atmosphère (de densité ρ). Définissons un coefficient n par

$$N \cdot M = n \rho$$

et soit s_v le coefficient de diffusion d'un atome \mathcal{E} . On a

$$\eta = \frac{n \cdot s_v}{k_v}$$

Si \mathcal{E} est le nombre d'atomes \mathcal{E} contenus dans une colonne de section unitaire s'étendant jusqu'à la profondeur optique τ , on a

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \cdot M &= \int_{\tau=0}^{\tau=\tau_v} n \cdot \rho \cdot dx \\ &= \frac{1}{M} \int_0^{\tau_v} \frac{n}{k_v} d\tau_v = \frac{1}{M s_v} \int_0^{\tau_v} \eta_v d\tau_v \end{aligned} \quad (75)$$

\mathcal{E} pourra donc être calculé si nous connaissons l'expression de η_v en fonction de τ_v . Les deux cas permettant une intégration analytique sont $\eta_v = \text{const.}$ et $(1 + \tau_v)^{-1} = \alpha + \beta \tau_v$.

Pour $\eta_v = \text{c}^{\text{te}}$, on a par (75)

$$\mathcal{E} \cdot M = \frac{\eta_v \cdot \tau_v}{M \cdot s_v} \quad (76)$$

et d'ailleurs [voir formule (63)]

$$\tau_v = \frac{4}{3} \frac{\tau_v}{1 + \tau_v}$$

Pour $(1 + \tau_v)^{-1} = \alpha + \beta \tau_v$, on aura

$$\mathcal{E} \cdot M = \frac{1}{M s_v} \left\{ \frac{1}{\beta} \text{Log}_e \left(1 + \frac{\beta \tau_v}{\alpha} \right) - \tau_v \right\} \quad (77)$$

Le problème pratique qui se présente actuellement est celui de la détermination de la fonction linéaire $\alpha + \beta \tau_v$, la plus adéquate. En fait, le rapport $\frac{\beta}{\alpha}$ peut être déterminé par les formules d'ionisation et excitation des atomes considérés; on aura alors α et β pour un ν déterminé en partant de la formule (74) et de la mesure de τ_v à cette fréquence.

Une telle recherche a été faite par v. d. R. Woolley⁽⁸⁰⁾ pour différents atomes, à diverses températures. Prenons l'exemple des raies de Balmer. En appliquant les équations d'ionisation et excitation, et en adoptant des expressions plausibles de $T(\tau_v)$ et $P_e(\tau_v)$, on pourra déterminer la proportion d'atomes H à l'état électronique $n = 2$ pour différents τ_v . On se fixera alors une valeur de τ_v pour un τ déterminé (par exemple $\eta = 1$ pour $\tau = \frac{1}{3}$), ce qui éliminera les autres facteurs intervenant dans η . On essaiera alors de représenter la variation de $\frac{1}{1 + \tau_v}$ par une expression $\alpha + \beta \tau_v$. Woolley a constaté que la représentation linéaire était souvent excellente. Dans certains cas, il y a lieu de prendre plutôt deux segments rectilignes :

$$(1 + \tau_v)^{-1} = \alpha + \beta \tau_v \quad \text{pour } \tau_v \geq \tau_1,$$

et

$$(1 + \tau_v)^{-1} = \lambda + \mu \tau_v \quad \text{pour } \tau_v \leq \tau_1;$$

ce problème sera examiné plus loin.

c) *Autres expressions de $\frac{1}{1 + \tau_v}$ permettant une intégration rigoureuse de l'équation (45).* — Ces expressions viennent d'être signalées tout récemment par Lyman Spitzer Jr (31); elles ont l'avantage de posséder trois paramètres; de sorte que les résultats qu'on en tire seront applicables à un ensemble assez grand de conditions physiques. L'auteur part de l'équation (45) sous la forme employée par B. Strömgren :

$$\frac{d^2 J_v}{dt_v^2} = 3 \frac{1 + \varepsilon \tau_{v0}}{1 + \tau_{v0}} \left\{ J_v(t_v) - \frac{1 + \varepsilon \tau_{v0} Q}{1 + \varepsilon \tau_{v0}} B_v(t_v) \right\}, \quad (45')$$

où t_v est la profondeur optique dans la raie définie par $dt_v = (1 + \tau_v) d\tau_v$.

Spitzer suppose

$$\frac{1 + \varepsilon \tau_{v0} Q}{1 + \varepsilon \tau_{v0}} B_v = a_v + p_v t_v;$$

il néglige d'ailleurs les termes en $\varepsilon \tau_v$ dans (45').

Deux expressions de $1 + \tau_v$ conduisent à des intégrations rigoureuses.

L'une

$$1 + \tau_v = A(1 + D\tau)^s \quad (\text{expression I}) \quad (65'')$$

(A, D et s = constantes) fournit $J_v = (a_v + p_v t_v)$ au moyen des fonctions de Bessel $I_r(w)$ et $K_r(w)$ avec

$$\gamma = \frac{s+1}{s+2}, \quad w = \frac{2}{m} \sqrt{\frac{3}{A}} \gamma (1 + m t_v)^{\frac{1}{2}}, \quad m = (s+1) \frac{D}{A};$$

on en déduit alors une expression de τ_v . Le cas d'Eddington correspond à $s = -1$. Il est possible de trouver une forme de τ_v bien adaptée aux calculs.

L'autre expression est

$$(1 + \tau_v)^{-1} = L + M e^{-u t_v} \quad (65''')$$

(L, M, u = constantes); on trouve alors

$$J_v = (a_v + p_v t_v),$$

et par suite l'intensité résiduelle τ_v , au moyen des fonctions de Bessel $I_r(w)$ et $K_r(w)$, avec

$$w = \frac{2}{u} \sqrt{3M} e^{-\frac{u}{2} t_v}.$$

L'auteur a discuté les domaines de validité de ses formules.

F. — **Le profil des parties extrêmes des ailes.**

Unsöld (32) a eu l'heureuse idée d'examiner séparément la région extrême des ailes d'absorption; en effet, τ_v est une grandeur très petite par rapport à 1, si l'on considère seulement les intensités résiduelles τ_v supérieures à 0,85 (c'est-à-dire des absorptions inférieures à 15 %). La quantité $\frac{1}{1 + \tau_v}$ diffère très peu de l'unité et l'on peut simplifier le traitement du problème. On peut partir soit de l'équation intégrale (48), comme Unsöld l'a fait, soit des équations de transport, comme Minnaert et Strömgren.

Unsöld a résolu l'équation intégrale (48) au moyen du développement en série de Neumann (c'est-à-dire sans employer les approximations d'Eddington); ici, nous considérerons le cas $\varepsilon = 0$ (suffisant dans le cas des ailes) et indiquerons seulement le résultat (*); Unsöld trouve une expression de τ_v qui ne postule aucune variation définie de τ_v avec la profondeur; on a en fait

$$1 - \tau_v = \int_0^\infty G(\tau) \cdot \tau_v \cdot d\tau, \quad (78)$$

avec la fonction de poids

$$G(\tau) = \frac{1}{2 + \frac{\gamma}{2}} \left[\frac{1}{2} E_{3/2}^2(\tau) + \gamma E_{3/2}(\tau) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} E_{3/2}(\tau) \right) \right], \quad (79)$$

(*) Pour le traitement mathématique du problème par les séries de Neumann, voir le mémoire d'Unsöld.

où

$$\gamma = \frac{3}{8} \frac{h\nu}{kT_0} \cdot \frac{1}{n_\nu} \quad \text{et} \quad E i_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-xv}}{v^n} dv$$

Pour $\gamma = 2.5$ (c'est-à-dire pour $\lambda \sim 4430 \text{ \AA}$ dans le cas du Soleil), $G(\tau)$ a les valeurs suivantes :

τ	0	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
$G(\tau)$	0.84	0.69	0.59	0.39	0.20	0.10	0.056	0.016.

Les fonctions $G(\tau)$ indiquent dans quelle mesure un atome se trouvant à la profondeur τ participe à la formation des ailes des raies d'absorption. Le tableau ci-dessus montre que, dans les parties extrêmes des ailes, les couches profondes de la photosphère exercent encore de l'influence; on ne peut donc pas toujours se contenter de l'hypothèse communément faite que seuls les atomes situés au-dessus de $\tau = \frac{2}{3}$ sont effectifs pour la formation des raies.

Minnaert ⁽⁸³⁾, en 1936, est parti de l'équation différentielle; le traitement mathématique de Minnaert présente d'ailleurs l'avantage de permettre d'employer pour l'expression de $B_\nu(\tau)$, à la fréquence ν , une fonction quelconque de la profondeur optique τ . Minnaert a fourni des formules commodes pour le calcul des profils des extrémités des ailes; il a montré que l'influence des termes non linéaires de $B_\nu(\tau)$ se manifeste nettement dès que l'on examine le comportement des intensités en fonction de θ . L'analogie avec les formules finales d'Unsöld est manifeste dans le cas d'une expression linéaire de $B_\nu(\tau)$.

Récemment, B. Strömngren ⁽⁷⁹⁾ a repris le problème à l'occasion de son étude théorique des profils dans le cas où $\frac{1}{1+\eta}$ varie peu avec τ (voir § I); il a utilisé les approximations classiques d'Eddington pour traiter le système

infini d'équations différentielles. Strömngren a mis en évidence l'analogie entre les fonctions de poids $G(\tau)$ intervenant dans ses formules et celles d'Unsöld; l'accord entre les deux est excellent.

G. — Intégration numérique du problème (travaux de Pannekoek) ⁽⁸⁶⁾.

Les intégrations analytiques approchées ont l'avantage de mettre en évidence, par une série d'exemples de « modèles », celui qui s'adapte le mieux à la réalité; mais le contrôle définitif, peut — et souvent doit — être effectué par l'intégration numérique. Cette méthode permet de se libérer des hypothèses sur n_ν ou sur B_ν ; elle montre de façon particulièrement claire la complexité du problème, les rôles effectifs des divers facteurs qui y interviennent et la valeur des approximations.

La méthode inaugurée par Pannekoek suit essentiellement la technique suivante :

1° Une première intégration (méthode classique pour n_ν constant) indique la région de l'atmosphère qui intéresse la forme des raies; on constate que $\log p k_\nu$ varie dans un domaine restreint, d'ailleurs différent pour les diverses gravités g ($p =$ pression totale).

2° Partant des tables de k_ν dressées par Pannekoek, on essaie de trouver des formules du type

$$\log k_\nu - \log (k_\nu)_m = u \lfloor \log p - \log p_m \rfloor,$$

$(k_\nu)_m$ et p_m étant les valeurs moyennes de k_ν et p . Des tables permettent de réduire considérablement les calculs.

3° Pour étudier l'ionisation de chaque élément et par suite la variation de l_ν avec τ , on doit connaître la variation de P_e (pression électronique) en fonction de p . Pour

les zones intéressantes de l'atmosphère, Pannekoek représente les relations de P_e avec p par des formules

$$\log P - \log P_m = t(\log p - \log p_m);$$

des tables donnent les P_m et t en fonction de T et g .

4° Pour étudier la variation de l_v avec τ , Pannekoek considère différents cas d'ionisation :

Cas I. — Des atomes neutres dont la concentration

$$1 - \alpha = \frac{P_e}{P_e + K}$$

(K = constante d'équilibre d'ionisation) est nulle dans les hautes couches ont une concentration croissant avec P_e . Tant que P est petit devant K , on posera

$$l_v = \sigma P \quad (\text{cas I}).$$

Cas II. — Les conditions d'ionisation et excitation sont parfois telles qu'on ait une concentration à peu près constante dans les couches intéressantes

$$l_v = \text{constante} \quad (\text{cas II}).$$

Cas III. — Il peut arriver enfin que le coefficient K d'ionisation soit petit devant P ; alors la concentration $\alpha = \frac{K}{P+K}$ des atomes ionisés peut être représentée par $\alpha = \frac{\sigma}{P}$.

A chacun de ces trois cas, on associera les types de variation de k_v avec p :

$$\begin{aligned} u = 1 & \quad k_v \propto p; \\ 0 < u < 1 & \quad k_v \propto p^u; \\ u = 0 & \quad k_v = \text{constante}. \end{aligned}$$

Pannekoek examine toutes ces combinaisons : certaines conduisent à des équations différentielles intégrables; d'autres ne peuvent être résolues que par voie numérique. Les calculs sont facilités par de nombreuses tables dressées par Pannekoek.

La détermination des profils reste encore assez laborieuse. Pour des études d'évolution d'intensité en fonction de T et g , Pannekoek a simplifié le travail en indiquant dans des tables spéciales tous les coefficients caractéristiques qui correspondent à l'intensité résiduelle $r_v = \frac{1}{2}$. Nous reviendrons au chapitre VII à cette question d'évolution d'intensité.

La méthode de Pannekoek est extrêmement intéressante et utile. Elle a été appliquée surtout par Minnaert (6) et ses collaborateurs.

H. — Intégrations dans certains cas d'atmosphères stratifiées.

Dans son mémoire fondamental de 1929, Eddington (9) a déjà considéré le cas schématique d'une atmosphère où η est constant entre les profondeurs optiques τ_1 et τ_2 et nul en toute autre région. L'intégration se fait assez facilement en employant les conditions habituelles aux limites $\tau = 0$ et $\tau \rightarrow \infty$, ainsi que les conditions de continuité pour J_v et J'_v en $\tau = \tau_1$ et τ_2 . Les calculs seront développés un peu plus loin pour un exemple analogue.

Cette méthode permet d'étudier l'influence des diverses régions sur la formation d'une raie d'absorption; en particulier, on peut faire $\tau_1 = 0$ et examiner l'effet des couches les plus extérieures.

Eddington a d'ailleurs traité de même le cas où

$$\frac{1}{1 + \eta} = \alpha + \beta \tau \quad \text{quand } \alpha + \beta \tau < 1$$

et

$$\frac{1}{1 + \eta} = 1 \quad \text{quand } \alpha + \beta \tau > 1.$$

Les constantes sont encore déterminées pour qu'il y ait continuité sur J_v et J'_v .

Ces idées d'Eddington ont été surtout développées par v. d. R. Woolley⁽⁸⁰⁾ en 1932 et appliquées à des exemples concrets. Woolley a considéré successivement :

a) une atmosphère composée de deux parties ;

pour $\tau < \tau_1$, η a la valeur η_1 ;

pour $\tau \geq \tau_1$, η a la valeur η_2 ;

b) une atmosphère telle que

pour $\tau < \tau_1$, $(1 + \eta)^{-1} = \lambda + \mu\tau$;

pour $\tau > \tau_1$, $(1 + \eta)^{-1} = \alpha + \beta\tau$.

L'intégration se fait comme d'habitude, de même que la détermination des constantes d'intégration. Woolley a constaté que, dans le cas du Soleil et pour l'ion Ca^+ , il est préférable de représenter la variation de $(1 + \eta)^{-1}$ en fonction de τ par deux segments de droite, ce qui introduit le schéma *b* ci-dessus.

Déjà à propos de l'interprétation des spectrohéliogrammes pris dans la raie K de Ca^+ , Unsöld⁽⁸¹⁾ avait, en 1929, introduit une division de l'atmosphère solaire en deux couches différentes, ayant chacune des coefficients *k* et *l* ainsi qu'une fonction B de Planck constants.

ten Bruggencate⁽⁸⁵⁾ a étendu ce procédé à un nombre quelconque de couches en considérant d'ailleurs la variation de température en fonction de τ . En fait, ten Bruggencate s'était demandé s'il serait possible, en étudiant la variation des profils des raies solaires le long d'un rayon, de déterminer la distribution de τ_0 en fonction de ν et de la profondeur, ainsi que la variation de $\frac{k\nu}{k}$ avec ν . Physiquement, l'idée de ten Bruggencate était très simple : au bord extrême du disque, on doit obtenir les valeurs de $\frac{k\nu}{k}$ et $\frac{k\nu}{k}$ correspondant aux couches les plus superficielles ; par une espèce de récurrence, on pourrait atteindre les

valeurs dans les couches plus profondes en suivant l'évolution d'un profil avec l'angle d'émergence.

ten Bruggencate décompose l'atmosphère en *m* tranches (*m* fini) et suppose que dans chacune d'elles $\frac{k\nu}{k}$ et $\frac{k\nu}{k}$ sont constants. Il intègre les équations différentielles classiques et ne se contente évidemment pas de $J_\nu(0)$, mais calcule $I_\nu(0, \theta)$. Les observations ne fournissent pas encore les données suffisantes pour discuter les formules de ten Bruggencate.

Dans un beau mémoire récent, Wellmann⁽⁸⁶⁾ part des expressions formelles déduites par ten Bruggencate dans le cas d'une stratification en un nombre fini de couches et y remplace les constantes d'intégration par des fonctions de τ telles qu'on puisse tenir compte d'une distribution continue de la densité ρ avec τ . Wellmann parvient à faire des intégrations analytiques approchées dans une série de cas simplifiés, d'abord en supposant B (τ) constant, ensuite en admettant une expression linéaire de cette fonction. Parmi les résultats obtenus par l'auteur, nous signalerons notamment :

a) Si l'on considère qu'une certaine couche a une densité plus (ou moins) élevée que le reste de l'atmosphère, son effet sur le profil d'une raie d'absorption sera d'autant plus grand qu'elle se trouve plus au voisinage de la surface.

b) Il faut renoncer à tirer directement les lois de densité, d'un examen des profils. Il est préférable de réunir tous les renseignements auxquels on est arrivé concernant la structure des atmosphères, d'en déduire un modèle et de calculer, pour ce modèle, les profils des raies. La comparaison avec les observations peut alors permettre de contrôler ou de raffiner la théorie. Dans le cas

du Soleil, on a d'ailleurs l'avantage de pouvoir considérer, non seulement la valeur moyenne $J_y(0)$ pour tous les angles, mais encore l'intensité $I_y(0, \theta)$ dans une direction θ déterminée. La comparaison avec les observations n'est pas encore possible de façon quantitative complète.

I. — Les recherches récentes de B. Strömgren. (*)

C'est auteur a considéré le cas où $\lambda = \frac{1}{1+\eta}$ est variable dans l'atmosphère, mais de telle façon que les modifications relatives de $\lambda = \frac{1}{1+\eta}$ ne soient pas grandes, tout en étant, par ailleurs, arbitraires.

Rappelons qu'il s'agit de trouver la solution de l'équation différentielle (*)

$$\frac{d^2 J_y}{dt^2} = 3 \lambda_y (J_y - B_y) \quad (46)$$

satisfaisant aux conditions aux limites :

a) quand $t_y \rightarrow \infty$, $J_y \rightarrow B_y$, ne grandit pas exponentiellement;

b) quand $t_y = 0$, on doit avoir

$$\frac{2}{3} \left(\frac{dJ_y}{dt} \right)_{t_y=0} = (J_y)_{t_y=0}$$

Dans (46), λ_y et B_y doivent être considérés comme des fonctions de t_y .

Pour simplifier l'écriture, laissons de côté l'indice y et posons avec Strömgren

$$y = J - B; \quad a = (B)_{t=0}; \quad p = \left(\frac{dB}{dt} \right)_{t=0} \quad (\text{ou } B = a + pt + \dots).$$

(*) Si on ne considère pas le voisinage immédiat du centre de la raie, on peut prendre $s = 0$.

(46) s'écrit alors

$$d^2 y = 3 \lambda y - \frac{dB}{dt} \quad (80)$$

Le cas simple classique correspond à

$$\lambda = \text{const.}, \quad \frac{dB}{dt} = 0.$$

et l'on a alors la solution simple :

$$y = - \frac{a - \frac{2}{3} p}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda}} e^{-\sqrt{3\lambda} t}; \quad (81)$$

d'où

$$\left(\frac{F}{\pi} \right)_{t=0} = \frac{\frac{4}{3} a \cdot \sqrt{3\lambda} + \frac{4}{3} p}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda}} \quad (81')$$

Lorsque λ varie avec τ , on choisira une certaine valeur moyenne λ_0 de λ (pas nécessairement la valeur de λ pour $t = 0$) et l'on posera

$$\lambda = \lambda_0 + \delta. \quad (82)$$

En introduisant (82) dans (80), on trouve par les méthodes classiques d'intégration

$$\left(\frac{F}{\pi} \right)_{t=0} = \frac{\frac{4}{3} a \cdot \sqrt{3\lambda_0} + \frac{4}{3} p}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_0}} - \frac{4}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_0}} \int_0^\infty \frac{e^{-\sqrt{3\lambda_0} t} y \cdot \delta \cdot dt}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_0}} + \frac{4}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_0}} \int_0^\infty \frac{e^{-\sqrt{3\lambda_0} t} \frac{dB}{dt}}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3\lambda_0}} dt \quad (88)$$

Remarquons tout de suite que si $\delta = 0$, la valeur correcte

de $\left(\frac{F}{\pi}\right)_{t=0}$ peut toujours être déduite de (83) par simple quadrature, quelles que soient les propriétés de $B(t)$. Ceci correspond au fait, mis en évidence par Milne (66) et Rosseland (67), qu'on peut, de façon relativement simple, éviter les suppositions concernant B .

Strömgen suppose maintenant que la variation δ est petite par rapport à λ_0 ; il suppose également que $\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$ est petit par rapport à B et $\frac{\partial B}{\partial t}$.

Pour $\lambda = 0$ et $\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$, (83) se ramène évidemment à (81'). On considérera (81) comme une solution approchée pour y et on l'introduira dans (83); on aura ainsi une valeur plus approchée que (81') pour le flux sortant $\left(\frac{F}{\pi}\right)_{t=0}$. Naturellement, si l'on possède une expression plus approchée que (81) (par exemple, celle qui utilise les fonctions de Bessel), c'est elle qu'on portera dans (83).

Strömgen utilise l'expression approchée (81) de y et la porte dans (83). Après des calculs assez laborieux, il constate que $\left(\frac{F}{\pi}\right)_{t=0}$ peut se mettre sous la forme suivante :

$$\left(\frac{F}{\pi}\right)_{t=0} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\bar{\lambda}_y}}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \sqrt{\lambda_y}} \cdot \bar{B}_y \quad (84)$$

avec

$$\sqrt{\bar{\lambda}_y} = \int_0^{\infty} \sqrt{\lambda_y} \cdot e^{-2\sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y} \cdot d(2\sqrt{3} \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y) \quad (85)$$

et

$$\bar{B}_y = \int_0^{\infty} B_y \cdot e^{-\sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y} \cdot d(\sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y) \quad (86)$$

La formule (84) peut s'énoncer comme suit :

Lorsque λ_y et B_y varient avec la profondeur optique t_y , on effectue une moyenne sur $\sqrt{\lambda_y}$ avec la fonction de poids : $e^{-2\sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y}$; puis une moyenne sur B_y avec la fonction de poids $e^{-\sqrt{3} \cdot \sqrt{\lambda_y} \cdot t_y}$. L'intensité peut alors être calculée comme si λ_y et B_y étaient constants dans toute l'atmosphère et égaux aux valeurs moyennes mentionnées.

B. Strömgen considère alors le cas où B_y est une fonction linéaire de τ , avec $\tau = \int_0^x \bar{k} \cdot \rho \cdot dx$, \bar{k} étant le coefficient moyen de Rosseland. Il fournit encore des formules de $\left(\frac{F_y}{\pi}\right)_{t=0}$ calculables lorsqu'on a déterminé certaines valeurs moyennes de $\sqrt{\lambda_y}$ et λ_y .

L'examen des différentes formules montre que l'intensité au voisinage du centre d'une raie d'absorption dépend des propriétés de couches plus élevées que celles qui déterminent l'intensité dans les ailes.

Les formules de Strömgen sont particulièrement applicables dans les ailes où τ_y étant une quantité petite vis-à-vis de 1, λ_y ne diffère également de 1 que par une quantité petite dans toute l'atmosphère. On peut alors comparer les résultats à ceux qui ont été obtenus par Unsöld en considérant l'équation intégrale correspondante, au lieu de traiter par l'approximation d'Eddington le système infini d'équations différentielles (42) ou (43). La correspondance entre les deux formules est manifeste. De même, la comparaison avec les résultats utilisant les fonctions de Bessel. Pour les détails, nous renvoyons à l'important mémoire de Strömgen.

J. — Nouveau procédé d'intégration (102).

Il se peut que τ_y varie de façon appréciable et irrégulière au sein de l'atmosphère stellaire, de sorte qu'une

représentation de $\frac{1}{1+\eta}$ sous forme de deux segments de droite ne constitue pas une approximation suffisante et que ni les procédés de Strömgen, ni les autres méthodes approchées ne soient applicables. Il peut alors parfois être utile d'employer le procédé suivant, qui constitue, somme toute, un complément à la méthode de ten Bruggencate.

Pour simplifier l'écriture, nous laisserons de côté l'indice ν des symboles (*) $\eta, \tau, k, a, b, I, B, J, F$. Nous subdivisons l'atmosphère en n couches limitées aux valeurs $(\tau)_1, (\tau)_2, \dots, (\tau)_i, \dots$ de la profondeur optique à la fréquence ν , la $n^{\text{ème}}$ couche s'étendant de $\tau = (\tau)_{n-1}$ à $\tau = \infty$. Dans chaque couche, nous supposons la densité ρ et le coefficient η constants et désignerons leurs valeurs dans la $i^{\text{ème}}$ couche par ρ_i et η_i . Nous poserons encore

$$d\tau_i = k_i \cdot \rho_i dx, \text{ ou } \tau_i = \int_{\sigma_{i-1}}^{\infty} k_i \cdot \rho_i \cdot dx,$$

x étant compris entre x_{i-1} et x_i , profondeurs réelles correspondant à $(\tau)_{i-1}$ et $(\tau)_i$.

Si τ est la profondeur optique totale d'un point situé dans la $i^{\text{ème}}$ couche, on aura $\tau = (\tau)_{i-1} + \tau_i$, de sorte que τ et τ_i ne diffèrent que par une constante.

Nous utiliserons l'équation différentielle du second ordre sous sa forme (66), c'est-à-dire, ici (puisque $d\tau_i = d\tau$),

$$\frac{d^2 J_i}{d\tau^2} = 3(1 + \eta_i)(J_i - B_i), \tag{87}$$

et adopterons l'expression linéaire

$$B = a + b\tau. \tag{88}$$

(*) Y compris de ceux affectés d'un indice i .

L'intégration de (87) fournit comme d'habitude

$$J_i = a + b\tau + \alpha_i \cdot e^{-q_i\tau} + \alpha'_i e^{q_i\tau}, \tag{89}$$

avec

$$q_i^2 = 3(1 + \eta_i),$$

α_i et α'_i étant des constantes d'intégration.

Par dérivation de (89), on aura aussi

$$\frac{3}{4}(1 + \eta_i) \cdot F_i = b - \alpha_i q_i e^{-q_i\tau} + \alpha'_i q_i e^{q_i\tau} \tag{90}$$

si

$$F_i = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_i \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta \text{ est le flux moyen.}$$

Nous devons écrire un couple d'équations telles que (89) et (90) pour chaque couche, étant bien entendu que, pour une couche i donnée, le τ qui y figure est compris entre $(\tau)_{i-1}$ et $(\tau)_i$. Il y aura $2n$ constantes d'intégration à déterminer $\alpha_1, \alpha'_1, \alpha_2, \alpha'_2, \dots, \alpha_n, \alpha'_n$.

1° La condition que $J - B$ ne grandit pas exponentiellement quand $\tau \rightarrow \infty$ fournit $\alpha'_n = 0$.

2° La condition habituelle en $\tau = 0$ donne ici,

$$\alpha_i \left(\xi_i + \frac{2}{3} q_i \right) + \alpha'_i \left(\xi_i - \frac{2}{3} q_i \right) = - \left(\xi_i a - \frac{2}{3} b \right), \tag{91}$$

avec

$$\xi_i = 1 + \eta_i.$$

3° Les conditions de continuité des J et F aux surfaces de séparation fournissent $n - 1$ paires d'équations de la forme

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i \cdot e^{-q_i(\tau_i)} + \alpha'_i \cdot e^{q_i(\tau_i)} - \alpha_{i+1} e^{-q_{i+1}(\tau_i)} - \alpha'_{i+1} \cdot e^{q_{i+1}(\tau_i)} &= 0 \\ \alpha_i \cdot q_i \cdot \xi_{i+1} \cdot e^{-q_i(\tau_i)} - \alpha'_i \cdot q_i \cdot \xi_{i+1} e^{q_i(\tau_i)} - \alpha_{i+1} q_{i+1} \xi_i \cdot e^{-q_{i+1}(\tau_i)} \\ + \alpha'_{i+1} q_{i+1} \xi_i \cdot e^{q_{i+1}(\tau_i)} &= -b(\xi_i - \xi_{i+1}) \end{aligned} \right\} \tag{92}$$

(pour $i = 1, \dots, n - 1$).

Les équations (91) et (92) constituent un système

de $2n - 1$ équations linéaires non homogènes à $2n - 1$ inconnues.

Les deux seules inconnues qu'il nous faut obtenir explicitement sont α_1 et α'_1 ; en effet, le flux sortant est

$$F_{r=0} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\xi_1} \cdot \{ \delta + q_1 (\alpha'_1 - \alpha_1) \}$$

et l'intensité résiduelle r est

$$r = \frac{F(0)}{F^*(0)},$$

$F^*(0)$ représentant le flux émergent dans le fond continu au voisinage immédiat de la raie.

On peut écrire les solutions α_1 et α'_1 comme quotient de deux déterminants d'ordre $2n - 1$

$$\alpha_1 = \frac{D_1}{D} \quad \text{et} \quad \alpha'_1 = \frac{D'_1}{D}.$$

D a la forme suivante :

1	2	3	4	5	6
$\xi_1 + \frac{2}{3} q_1$	$\xi_1 - \frac{2}{3} q_1$	0	0	0	0
$e^{-q_1(\tau_1)}$	$e^{q_1(\tau_1)}$	$-e^{-q_1(\tau_1)}$	$-e^{q_1(\tau_1)}$	0	0
0	0	$e^{-q_1(\tau_1)}$	$e^{q_1(\tau_1)}$	$-e^{-q_1(\tau_1)}$	$-e^{q_1(\tau_1)}$
0	0	0	0	$e^{-q_1(\tau_1)}$	etc.
.....					
$q_1 \cdot \xi_2 \cdot e^{-q_1(\tau_1)}$	$-q_1 \cdot \xi_2 \cdot e^{q_1(\tau_1)}$	$-q_2 \cdot \xi_1 \cdot e^{-q_2(\tau_1)}$	$q_2 \cdot \xi_1 \cdot e^{q_2(\tau_1)}$	0	0
0	0	$q_2 \cdot \xi_3 \cdot e^{-q_2(\tau_1)}$	$-q_2 \cdot \xi_3 \cdot e^{q_2(\tau_1)}$	$-q_3 \cdot \xi_2 \cdot e^{-q_3(\tau_1)}$	$q_3 \cdot \xi_2 \cdot e^{q_3(\tau_1)}$
0	0	0	0	$q_3 \cdot \xi_4 \cdot e^{-q_3(\tau_1)}$	$-q_3 \cdot \xi_4 \cdot e^{q_3(\tau_1)}$
.....					
0	0	0	0	0	0

$2n - 3$	$2n - 2$	$2n - 1$	
0	0	0	1
0	0	0	2
0	0	0	3
0	0	0	4
.....			
$e^{-q_n(\tau_n)}$	$e^{q_n(\tau_n)}$	$-e^{-q_n(\tau_n)}$	n
0	0	0	$n + 1$
0	0	0	$n + 2$
0	0	0	$n + 3$
.....			
$q_{n-1} \cdot \xi_n \cdot e^{q_{n-1}(\tau_{n-1})}$	$-q_{n-1} \cdot \xi_n \cdot e^{-q_{n-1}(\tau_{n-1})}$	$-q_n \cdot \xi_{n-1} \cdot e^{-q_n(\tau_{n-1})}$	$2n - 1$

(98)

On obtient D_1 et D'_1 en remplaçant respectivement la première colonne de D ou la seconde par

1	$-(\xi_1 \alpha_1 - \frac{2}{3} b_1)$
2	0
3	0
...	...
n	0
$n + 1$	$-b_n (\xi_1 - \xi_2)$
$n + 2$	$-b_n (\xi_2 - \xi_3)$
$n + 3$	$-b_n (\xi_3 - \xi_4)$
...	...
$2n - 1$	$-b_n (\xi_{n-1} - \xi_n)$

(94)

Pour $n = 2$, on retrouve l'expression donnée par P. Swings et S. Chandrasekhar dans le cas de deux couches composées d'atomes différents (voir plus loin, chap. VI, § 2).

Il n'y a aucun intérêt à écrire les développements pour $n > 2$. Il est beaucoup plus simple d'introduire les valeurs numériques dans les déterminants et de calculer ceux-ci directement. A cause des nombreux termes nuls, ce calcul peut encore s'effectuer assez vite.

Si l'on multiplie la $n^{\text{ème}}$ ligne par $(-q_n \xi_{n-1})$ et qu'on lui ajoute la $(2n-1)^{\text{ème}}$, la colonne $(2n-1)^{\text{ème}}$ ne contient plus que l'élément $-q_n \xi_{n-1} e^{-q_n \xi_{n-1}}$. On le divisera par $-q_n \xi_{n-1}$ pour compenser la multiplication précédente, et l'on aura, pour le calcul, ramené le déterminant à l'ordre $2n-2$. Et ainsi de suite. On peut, par des opérations semblables, ramener à trois le nombre d'éléments non nuls dans les lignes 2, 3, 4, ... $n-1$.

Pour une profondeur assez grande, $\eta \rightarrow 0$, $\xi \rightarrow 1$ et $q \rightarrow \sqrt{3}$. Nous supposons que nous faisons commencer la $n^{\text{ème}}$ couche à une profondeur où pratiquement $\eta = 0$: on aura alors $\xi_n = 1$ et $q_n = \sqrt{3}$. Cette couche pourra être assimilée à la couche infinie du problème de Schwarzschild. Au contraire, pour les premières couches, c'est l'absorption sélective qui prend toute l'importance et c'est essentiellement un problème de Schuster que l'on y résout.

CHAPITRE V.

LE PROFIL DES RAIES SOLAIRES EN DIFFERENTS POINTS DU DISQUE.

A. — Le problème mathématique et son intérêt astronomique.

Le problème de la variation d'un profil avec l'angle θ d'émergence a déjà été envisagé au chapitre IV, notamment dans les §§ D [cas $\eta = c^0$, form. (56)] et H (ten Bruggencate).

Dans le cas $\eta_v =$ constante par rapport à ν , l'énergie émergente dans la direction θ est donnée par (56) :

$$I_\nu(0, \theta) = a_\nu + p_\nu \cos \theta - \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \lambda_\nu} \cdot \frac{1 - \lambda_\nu}{1 + \sqrt{3} \lambda_\nu \cdot \cos \theta}, \quad (56)$$

a_ν , p_ν et λ_ν ayant les significations indiquées dans le chapitre IV.

L'intensité résiduelle r_ν en un point d'une raie correspondant à un angle d'émergence θ sera donnée par le quotient de l'expression (56) par $I_\nu^*(0, \theta)$, en désignant par $I_\nu^*(0, \theta)$ la valeur de (56) pour le fond continu immédiatement voisin.

Bref,

$$r_\nu(\theta) = \frac{a_\nu + p_\nu \cdot \cos \theta - \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{3} \lambda_\nu} \cdot \frac{1 - \lambda_\nu}{1 + \sqrt{3} \lambda_\nu \cos \theta}}{a_\nu + p_\nu \cdot \cos \theta},$$

avec

$$\left. \begin{aligned} a_\nu &= B_\nu(T_e) \left\{ 1 - \frac{1}{8} \cdot u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \right\} \\ p_\nu &= \frac{1}{n_\nu(1 - \eta_\nu)} \cdot B_\nu(T_e) \cdot \frac{3}{16} \cdot u_e \cdot \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

u_e et n_ν ayant les mêmes significations qu'au chapitre IV.

— On procéderait de façon tout à fait analogue pour les autres modèles d'atmosphères, par exemple, pour ceux où $\frac{1}{1+\eta}$ est une fonction linéaire de τ , ou encore pour ceux où l'on envisage plusieurs couches superposées (comme aux §§ H et J du chap. IV). Nous avons déjà signalé au chapitre IV, § H, en quoi consiste la méthode de ten Bruggencate, destinée à atteindre par examen de spectres

allant du bord extrême jusqu'au centre du disque, les différentes profondeurs solaires.

Remarquons encore que les méthodes trouvées par B. Strömngren et indiquées précédemment (chap. IV, § I) peuvent s'appliquer immédiatement à $\tau_v(\theta)$.

L'étude de la variation $\tau_v(\theta)$ d'un profil en fonction de l'angle d'émergence θ est très précieuse pour la discussion des modèles d'atmosphères stellaires; au voisinage du bord, ce sont, en effet, les couches les plus extérieures qui donnent lieu au profil, alors que, au centre du disque, les couches plus profondes jouent un plus grand rôle. Cette importance a été d'abord mise clairement en lumière surtout par H. H. Plaskett (*) (⁸⁷). Celui-ci a examiné les profils des raies b de Mg (triplet $^3P_0 - ^3S$ à 5183.67, 5172.70 et 5167.38) au centre du disque et en deux points tels que $\cos \theta = 0.391$ et 0.238. En fait, dans ce domaine de θ , la variation de profil est relativement faible et l'on n'atteint pas de résultat vraiment décisif.

H. H. Plaskett a constaté qu'on peut représenter suffisamment bien les observations de $\tau_v(\theta)$ en prenant un η constant pour un angle θ déterminé, mais différent pour les différents θ . (Ainsi, η varierait de 0,05 pour $\cos \theta = 1$, jusqu'à 1 pour $\cos \theta = 0,238$). La théorie primitive de H. H. Plaskett peut d'ailleurs être raffinée comme l'on fait successivement H. H. Plaskett lui-même, puis Wiles (⁹¹), en supposant η variable avec ν .

Nous allons considérer plutôt les travaux plus récents, dont certains ont d'ailleurs, été effectués sous la direction de H. H. Plaskett.

(*) Outre l'important mémoire de Plaskett, il faut encore citer les mesures de Righini (⁸⁸) et de Cherrington (⁸⁹) sur les raies de Mg et celles de Unsöld (⁹⁰) sur les raies D de Na.

B. — Les observations de Minnaert et Houtgast.

Dans un beau mémoire paru en 1936 (⁹²), ces auteurs ont donné les résultats de leurs mesures soigneuses des profils de quatre raies intenses ($Ca^+ 3934$, Fe 4046, Ca 4227 et $Ca^+ 8662$) en six points du disque solaire ($\cos \theta = 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,31$ et 0,20).

Ils ont comparé leurs observations aux résultats théoriques, déduits pour les ailes extrêmes, de la théorie d'Unsöld, et pour les parties plus centrales, de la méthode de Pannekoeck. Pour faire ces calculs, ils ont préalablement déterminé suivant Pannekoeck les distributions de T, P, τ , rayonnement noir et diffusion sélective suivant la profondeur. Les théories d'Unsöld et de Pannekoeck ont d'ailleurs été étendues pour mieux tenir compte de la variation de la diffusion, de l'absorption et du rayonnement noir avec τ . Notamment, Minnaert et Houtgast ne se contentent pas de l'expression linéaire de $B(\tau)$ qui, selon eux, est nettement insuffisante dans les ailes; ils y substituent la formule exacte de Planck.

On observe un accord qualitatif entre les observations et la théorie; mais il n'y a pas d'accord quantitatif.

Il n'y a d'ailleurs, comme les auteurs le disent, rien d'étonnant à ce que l'accord quantitatif ne soit pas encore complet. En effet, les mesures ne sont pas encore parfaites, du moins pour certaines raies; il se peut aussi que des ailes aient été perturbées par des flocculi ou des facules; il se pourrait encore que l'abondance en hydrogène admise par Pannekoeck ne fût pas correcte ou que le calcul des coefficients d'absorption dut encore être remanié.

C. — L'observation de profils de raies
aux bords extrêmes du soleil.

L'expédition de Cambridge (Angleterre) pour l'observation de l'éclipse solaire de 1936 à Kamishari (Japon) a obtenu d'excellents spectrogrammes immédiatement avant la totalité, c'est-à-dire au bord extrême du disque. Thackeray⁽³³⁾ en a tiré de remarquables profils montrant le passage des raies d'absorption sur le bord aux raies d'émission de la chromosphère. Dans cette région de transition où il y a passage des raies d'absorption aux raies d'émission, les conditions sont très critiques et sont susceptibles de mettre en évidence les faiblesses de certains « modèles » qui pourraient, par ailleurs, être jugés suffisants en ce qui concerne la prédiction des contours au centre du disque ou pour le rayonnement global d'une étoile. Les observations que l'on possède jusqu'ici ne sont pas encore d'ailleurs suffisantes et devraient être complétées aux prochaines éclipses solaires (ou au moyen du coronographe?) : on aurait ainsi un test extrêmement sensible pour toute théorie de formation des raies d'absorption.

Woolley⁽³⁴⁾ a attiré l'attention sur l'importance de ce test. Étant donné le caractère encore très préliminaire des observations, nous nous contenterons ici d'un bref résumé du travail théorique de Woolley.

Le traitement classique fournissant $r(\theta)$ n'est pas suffisant jusqu'au bord extrême; il faut examiner séparément le cas où la ligne de visée passe si près du bord du disque que l'épaisseur optique le long de la ligne de visée n'est pas grande. Woolley fait d'abord ce calcul pour un τ_1 constant et pour ε variant successivement $\varepsilon = 0$ et $\varepsilon = 0.2$, l'épaisseur optique continue τ_1 de la corde

prenant les valeurs $\tau_1 = \infty$, 0.4 , 0.1 et 0.01 . Pour $\varepsilon = 0$, la variation théorique avec τ_1 ressemble à celle observée par Thackeray pour $\lambda 4226$ de Ca. Pour $\varepsilon = 0.2$, on a quelque ressemblance avec les contours de Thackeray pour $\text{Sr}^+ 4215 \text{ \AA}$. L'accord est d'ailleurs encore loin d'être parfait; cette première théorie montre simplement comment bien naturelle est l'apparition de « shouldered » aux raies.

Woolley a essayé d'améliorer les résultats en adoptant un modèle où

$$(1 + \tau)^{-1} = \alpha + \beta \tau$$

avec $\varepsilon = 0$ ou $1 + \varepsilon \tau = \text{constante}$. On peut encore intégrer en employant les fonctions de Bessel. On ne gagne pas beaucoup par rapport au cas $\tau = \text{constante}$. Comme dans ce cas, une émission chromosphérique n'est obtenue que si l'on admet une valeur assez élevée de ε , ce qui est d'ailleurs inadmissible en ce qui concerne les intensités centrales sur le disque.

Woolley essaie encore un modèle où l'atmosphère est divisée en deux parties bien distinctes : dans la partie supérieure, le coefficient d'absorption continue est supposé nul; au-dessous d'une certaine limite, on suppose τ constant ou $(1 + \tau)^{-1} = \alpha + \beta \tau$. Il complice d'ailleurs encore ce modèle en introduisant un terme complémentaire qui représente l'influence de la fluorescence dans la couche supérieure.

Tous calculs effectués, il y a quelque accord avec les observations de Kamishari; mais on ne pourra guère progresser avant de posséder les profils pris à d'autres éclipses avec des instruments à pouvoir de résolution plus élevé.

D. — La variation de raies faibles en fonction de l'angle d'émergence θ .

[Travaux de Miss M. G. Adam (95)].

Utilisant des spectrogrammes pris à Ottawa par H. H. Plaskett, Miss Adam a mesuré les largeurs équivalentes de 213 raies, comprises entre 5070 et 5160 Å, d'intensité Rowland comprise entre -3 et $+5$, pour des angles θ tels que

$$\cos \theta = 1.00; 0.89; 0.28 \text{ et } 0.19.$$

En particulier, elle a constaté le fait, jusqu'ici inconnu, que les raies observables les plus faibles augmentent de largeur équivalente en s'approchant du bord. Pour essayer d'interpréter ses observations, l'auteur a envisagé successivement quatre cas :

- a) la diffusion pure;
- b) l'absorption et la diffusion combinées;
- c) un modèle d'atmosphère à deux couches;
- d) l'effet d'une réémission réduite.

Les calculs montrent immédiatement que les deux premiers cas ne peuvent interpréter les mesures. Comme atmosphère double, Miss Adam considère — comme Woolley au § précédent — une couche supérieure à diffusion pure, au-dessous de laquelle se trouve une région d'absorption et diffusion combinée. Ce modèle seul ne permet pas encore d'interpréter à la fois le comportement des raies fortes et faibles en fonction de θ . Finalement, l'auteur montre qu'on peut expliquer l'effet observé en supposant qu'il existe un mécanisme tendant à réduire la réémission des raies faibles par comparaison avec celle des raies fortes. Il paraît raisonnable de supposer que l'« interlocking » puisse avoir un effet dans ce sens.

CHAPITRE VI.

LE PROFIL DES RAIES SUPERPOSEES.

A. — Position du problème.

L'étude de l'intensité de raies d'absorption apparaissant dans les ailes de raies plus intenses peut fournir des indications précieuses concernant la structure des atmosphères stellaires : nous aurons, en effet, l'occasion de constater que le traitement mathématique de ce problème introduit les distributions d'atomes absorbants en fonction de la profondeur. La question en est encore d'ailleurs à ses débuts en ce qui concerne les étoiles; quant au cas du Soleil, il a permis déjà d'atteindre des résultats excellents.

L'attention a été attirée sur ce problème des raies « blended », par Unsöld, Struve et Elvey (96), qui ont constaté que les absorptions totales de raies stellaires superposées aux ailes de raies larges de l'hydrogène sont fortement réduites par ce « blending »; somme toute, on ne peut pas « voir » aussi profondément dans l'atmosphère stellaire dans le cas d'un « blending » qu'en cas d'absence d'une telle absorption par l'hydrogène. Il en résulte, par exemple, que le rapport des raies K et H de Ca⁺ dans α Lyrae est supérieur à 1,9 au lieu de la valeur habituelle $\sqrt{2} = 1,41$.

Cet effet a été mesuré dans plusieurs étoiles A par Swings et Struve (97), en même temps qu'un phénomène similaire se présentant pour les raies de OII ($\lambda\lambda$ 4346, 4347, 4349 et 4351) superposées aux ailes de H γ dans les étoiles B les plus chaudes (*). On observe que la

(*) En fait, le nombre de cas susceptibles d'être traités est assez réduit. Désignons par l'indice 1 la raie forte « blending » et par

réduction des largeurs équivalentes des raies « blended » est fonction de l'intensité résiduelle de l'aile de l'hydrogène à l'endroit de la superposition. Nous comparerons, dans un paragraphe ultérieur, les résultats des observations aux résultats théoriques.

Un travail similaire a été effectué dans de meilleures conditions photométriques par A. D. Thackeray⁽⁹⁸⁾ dans le cas de nombreuses raies de Fe I, Cr I, Ti I et Ti II apparaissant dans les ailes des raies H et K de Ca⁺ dans le spectre solaire; c'est le cas notamment des raies 3920, 3922, 3927 et 3930 du multiplet $a^5D - z^5D$ de Fe I dans l'aile violette de K et de λ 3969.27 du multiplet $a^3F - y^3F$ de Fe I dans H.

Enfin, O. C. Wilson et A. D. Thackeray⁽⁹⁹⁾ ont repris, en partant de clichés à plus grande dispersion et mieux adaptés aux mesures photométriques, les mesures de Swings et Struve relatives au « blending » de la raie H de Ca⁺ par H ϵ dans α Lyrae. Nous y reviendrons également plus loin.

B. — Une première théorie élémentaire du phénomène.

Désignons par :

W la largeur équivalente (pour une raie 2, l'aile de la raie 1 est traitée comme fond continu) ;

l'indice 2 la raie plus faible « blended ». Pour effectuer des observations satisfaisantes, il faut en effet :

1° Que la raie 2 soit suffisamment intense pour être mesurée correctement, tout en étant en même temps beaucoup plus faible que la raie 1 (ce qui signifie que cette raie 1 doit être exceptionnellement intense) ;

2° Que les raies « blended » appartiennent à des multiplets, au sein desquels on connaît bien les intensités relatives, et que certaines autres raies de ces multiplets se trouvent en dehors de la raie intense et aient des intensités encadrant celles des raies « blended ».

W' la largeur qu'aurait une raie « blended » si elle n'était pas superposée à une ligne intense ;

r l'intensité résiduelle en un point d'un profil, mesurée en prenant comme unité l'intensité du fond continu en dehors de toute raie, au voisinage immédiat de la longueur d'onde considérée ;

r_2 l'intensité résiduelle dans la raie 2 par rapport au fond continu en dehors des deux raies ;

r_2' l'intensité résiduelle dans la raie 2 par rapport à l'aile de la raie 1 au voisinage immédiat de la longueur d'onde 2.

Considérons d'abord le cas où les facteurs de collision ϵ_1 et ϵ_2 correspondant aux atomes 1 et 2 sont nuls et où les rapports

$$r_1 = \frac{I_1}{I_0} \quad \text{et} \quad r_2 = \frac{I_2}{I_0}$$

sont constants par rapport à τ .

On peut, comme l'ont fait Swings et Struve, considérer deux cas selon que l'on assimile l'aile de la raie 1 à une absorption générale (cas a) ou bien que l'on suppose que l'absorption dans l'aile 1 est causée seulement par de la diffusion pure (cas b). Ou encore, pour exprimer cette distinction autrement, on peut soit postuler une redistribution en fréquence pour l'aile « blending » (cas a), soit négliger une telle redistribution (cas b) (*).

(*) Comme le signale Thackeray, il est dommage que l'affaiblissement théorique de la raie « blended » soit pratiquement le même dans les deux cas, sinon ceci constituerait un puissant moyen pour résoudre le problème important de l'existence de la « mémoire atomique ».

Dans le cas standard d'Eddington que nous considérons d'abord, on a la formule (61')

$$r = \frac{1 + \frac{2}{3}q}{1 + \gamma + \frac{2}{3}q} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} q^2 = 3(1 + \gamma) \\ \gamma = \frac{l}{k} \end{cases}$$

qui fournira ici :
cas a de Swings-Struve :

$$r_{21} = \frac{1 + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_2}{k} + l_1}}{1 + \frac{l_2}{k} + l_1 + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_2}{k} + l_1}}; \quad (95a)$$

cas b de Swings-Struve :

$$r_{21} = \frac{\left(1 + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_1 + l_2}{k}}\right) \left(1 + \frac{l_1 + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_1}{k}}}{k}\right)}{\left(1 + \frac{l_1 + l_2}{k} + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_1 + l_2}{k}}\right) \left(1 + 1.16 \sqrt{1 + \frac{l_1}{k}}\right)} \quad (95b)$$

Dans ce qui suit, nous n'envisagerons plus que le cas b, qui est le plus vraisemblable et qui fournit d'ailleurs sensiblement les mêmes résultats numériques que le cas a. L'équation (95b) est équivalente à

$$r_{21} = \frac{F(\eta_1 + \eta_2)}{F(\eta_1)} \quad (96)$$

avec

$$F(\eta) = \frac{1 + \frac{2}{3}q}{1 + \gamma + \frac{2}{3}q} \equiv \frac{1 + 1.16 \sqrt{1 + \gamma}}{1 + \gamma + 1.16 \sqrt{1 + \gamma}} \quad (96')$$

En pratique, l'application de la formule (96) pour se faire comme suit : pour un η_1 particulier [correspondant

à un point $r_1 = F(\eta_1)$ dans l'aile de la raie forte], on calculera le rapport r_{21} pour une série de valeurs de η_2 telles que r_{21} soit compris entre 0.95 et 0.10. On dressera un diagramme de r_{21} en fonction de $\log \eta_2$ et l'on comparera le résultat à la courbe analogue pour r_2 obtenue en prenant $\eta_1 = 0$ (cas d'une raie non « blended »).

Les calculs ont été effectués par Thackeray. Ils montrent que, lorsque η_1 augmente (c'est-à-dire quand la raie 2 tombe de plus en plus près du centre de la raie forte), la courbe de r_{21} est de plus en plus décalée le long de l'axe $\log \eta_2$; ce qui correspond à un affaiblissement de plus en plus fort de la raie 2. On constate aussi que les courbes restent sensiblement parallèles, de sorte que le décalage $\Delta \log \eta_2$ par rapport à la courbe correspondant à $\eta_1 = 0$ est sensiblement le même pour toutes les valeurs de r . On peut donc écrire, avec une précision amplement suffisante pour les observations,

$$r_{21} \equiv \frac{F(\eta_1 + \eta_2)}{F(\eta_1)} = F(\alpha \eta_2) \quad (97)$$

On peut appeler α « coefficient d'affaiblissement » : en effet, une valeur $\eta'_2 = \alpha \eta_2$ produit dans une raie non blended la même intensité résiduelle r que η_2 dans la raie blended.

Dans les ailes, on peut utiliser l'approximation

$$\eta_1 : (\lambda - \lambda_0)^{-2}, \quad (98)$$

λ_0 étant le centre de la raie d'absorption considérée. En tout point où l'approximation (98) est applicable — c'est-à-dire pas trop près du centre — la largeur en tout point du contour est donc, par (97), réduite par le facteur $\sqrt{\alpha}$.

Lorsqu'on fait le calcul effectif de α , on trouve, avec une approximation de 3 %,

$$\alpha = r_1^2; \quad (99)$$

en langage de largeurs équivalentes, on a donc le résultat très simple

$$W = r_1 W'. \quad (100)$$

Dans le cas des hypothèses simplificatrices envisagées ici : absence d'élargissement dopplérien; absence de facteurs ε ; τ_2 et τ_1 constants dans l'atmosphère, la largeur équivalente d'une raie est diminuée par blending dans le rapport de l'intensité des parties adjacentes de l'aile de la raie forte.

Pour ce qui concerne les largeurs équivalentes, Thackeray a montré que l'on tient très facilement compte de la partie du profil où la formule (98) n'est plus valable, c'est-à-dire où l'élargissement dopplérien est présent.

Quant au facteur ε , si l'on désire en tenir compte, on devra le choisir de façon compatible avec les intensités centrales observées. Nous avons vu précédemment (chap. IV, § Bb) que les intensités centrales résiduelles sont plus petites qu'on n'est accoutumé de les adopter; en particulier, les valeurs admises par Thackeray nous paraissent trop élevées. Thackeray adopte des intensités centrales des raies H, K et des raies fortes de Fe: $r_c = 0,075$, au centre du disque, et $r_c = 0,17$ au bord et dans les taches; ce qui conduit à

$$\varepsilon \sim 0,005 \text{ au centre du disque et}$$

$$\varepsilon \sim 0,03 \text{ au bord et dans les taches.}$$

On a, en tenant compte de ε (supposé d'ailleurs constant par rapport à τ),

$$r_{21} = \frac{F(\tau_1, \varepsilon_1, \tau_2, \varepsilon_2)}{F(\tau_1, \varepsilon_1)}, \quad (101)$$

avec

$$F(\tau, \varepsilon) = \frac{1 + \frac{2}{3}q}{1 + \tau + \frac{2}{3}q}$$

$$q^2 = 3(1 + \tau)(1 + \varepsilon\tau).$$

On traitera la formule (101) comme on a traité (96). La complication se présente que, pour τ_1 grand (blending intense), le facteur $\log \alpha$ mesurant le décalage des courbes F varie avec τ . On doit dans ces cas tracer les profils et comparer leurs mesures planimétriques. Thackeray fournit quelques exemples de tels calculs.

Remarquons encore que, dans tout ce qui précède, nous avons utilisé le cas standard d'Eddington conduisant à la formule (61''); ceci revient à supposer

$$B_v = \text{const.}(2 + 3\tau),$$

alors qu'il est préférable (voir précédemment) d'adopter

$$B = a + b\tau,$$

les coefficients a et b ayant les significations indiquées précédemment.

On trouve alors

$$r = \frac{\frac{b}{a} + q}{b + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}}{1 + \tau + \frac{2}{3}\sqrt{3}} = F(\tau). \quad (102)$$

Les calculs de $\frac{F(\tau_1 + \tau_2)}{F(\tau_1)}$ pour la fonction F(τ), donnée par (102), peuvent être effectués comme précédemment, mais sont un peu plus compliqués. Ils ne modifient pas substantiellement les résultats antérieurs (cf. les calculs de Thackeray).

C. — Comment s'introduit la structure de l'atmosphère stellaire dans le traitement mathématique du problème.

Dans les développements qui précèdent, on a toujours supposé η constant par rapport à τ . On peut essayer de tenir compte de la variation de η en fonction de τ en adoptant le modèle d'Eddington (cf. chap. IV, § E) :

$$\frac{1}{1 + \eta} = \alpha + \beta \tau,$$

et appliquant les formules (73) ou (74), qui introduisent les fonctions de Bessel.

Pour deux coefficients η_1 et η_2 , nous poserons

$$\frac{1}{1 + \eta_1 + \eta_2} = \alpha' + \beta' \tau,$$

et on aura

$$r_{21} = \frac{r_2(\alpha', \beta')}{r_1(\alpha, \beta)}. \quad (103)$$

L'application de cette formule (103) implique l'étude de la distribution en fonction de τ des atomes dans l'état d'ionisation et d'excitation donnant lieu aux raies que l'on considère.

Thackeray a fait un tel calcul en suivant la méthode développée par Woolley.

Thackeray a aussi considéré le cas des raies subordonnées (raies non ultimes). Comme la proportion d'atomes à l'état excité diminue avec la hauteur, on devrait s'attendre à ce que les raies subordonnées montrent, en cas de blending, un affaiblissement supérieur à celui des raies de résonance. On peut estimer grossièrement l'effet du potentiel d'excitation du niveau inférieur. Dans le cas des raies envisagées par Thackeray, cet effet est assez

faible. Mais il n'en est pas de même pour les raies des étoiles B, considérées par Swings et Struve : dans ce cas, étant donné le haut potentiel d'excitation des raies de OII, l'effet du potentiel d'excitation apparaît beaucoup plus grand que le simple effet de « blending ». Il en résulte que la discussion des observations de Swings et Struve — qui devraient d'ailleurs être répétées dans des conditions photométriques meilleures — peut fournir des indications sur la distribution des atomes absorbants.

Ce point a été développé par Swings et Chandrasekhar⁽¹⁰⁰⁾ dans un mémoire paru à peu près en même temps que celui de Thackeray. Adoptant une distribution de température et pression électronique fournie par les formules (3) et (10) du chapitre II (*), les auteurs calculent :

1° les distributions des atomes absorbants de Ca⁺ et de H dans des étoiles AO de gravités diverses ;

2° celle des atomes absorbants de H et O⁺ dans des étoiles BO.

On constate immédiatement que le rapport des nombres d'atomes H au niveau de Balmer et d'atomes Ca⁺ au niveau normal augmente constamment avec τ , atteignant des valeurs de plus en plus grandes dans les couches profondes. Il en est de même lorsqu'on compare les raies de O⁺ et de Balmer : comparées aux raies de Balmer, celles de O⁺ ont (pour les étoiles naines) (***) une tendance à provenir de régions plus profondes. Pour se rendre compte dans ses grandes lignes de l'effet des distributions

(*) Des essais ultérieurs ont montré que des résultats qualitativement analogues sont obtenus en partant de distributions du type de Pannekoek.

(**) Les observations photométriques du genre de celles de Swings et Struve ne sont possibles que lorsque les raies de Balmer ont des ailes assez larges, c'est-à-dire dans les étoiles naines.

différentes des atomes absorbants, sur les intensités des raies « blended », on peut prendre le modèle simplifié d'une atmosphère plane qui contiendrait l'élément absorbant I dans la région extérieure (région I : de $\tau_v = 0$ à $\tau_v = \tau_0$) (avec $d\tau_v = -k_v \rho dx$) et l'élément absorbant II dans les couches plus profondes (région II : de $\tau_v = \tau_0$ à ∞) (*). Pour intégrer l'équation de transport (dans le cas $\varepsilon = 0$), on suppose η_I et η_{II} constants respectivement dans les régions I et II. L'intégration se fait comme au § J du chapitre IV. Nous allons indiquer les calculs à titre d'exemple.

Nous partirons de l'équation de transport

$$\cos \theta \cdot \frac{dI_v}{\rho dx} = -(k_v + l_I + l_{II}) I_v + (l_I + l_{II}) J_v + k_v B_v.$$

Par le procédé classique d'Eddington, on arrive à

$$\frac{d^2 K_v}{d\tau_v^2} = (1 + \eta_i) (J_v - B_v) \begin{cases} i = I & \text{pour } \tau < \tau_0 \\ i = II & \text{pour } \tau \geq \tau_0 \end{cases}$$

avec

$$d\tau_v = -k_v \cdot \rho \cdot dx.$$

L'approximation classique $J_v = 3K_v$, transforme cette équation différentielle en

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3(1 + \eta_i) (J_v - B_v). \tag{104}$$

Pour B_v , nous prendrons l'expression linéaire habituelle

$$B_v = a_v + b_v \tau_v. \tag{105}$$

La solution (104) sera

$$J_v = a_v + b_v \tau_v + \alpha \cdot e^{-q_I \tau_v} + \beta e^{+q_{II} \tau_v} \tag{106'}$$

(pour $\tau_v < \tau_0$)

$$J_v = a_v + b_v \tau_v + \gamma e^{-q_{II} \tau_v} \tag{106''}$$

(pour $\tau_v \geq \tau_0$)

(*) Nous supposons ici que $\tau = \tau_v$ est l'épaisseur optique dans le spectre continu au voisinage immédiat de la raie.

avec

$$q_I^2 = 3(1 + \eta_I) \quad \text{et} \quad q_{II}^2 = 3(1 + \eta_{II}).$$

La formule (106'') tient déjà compte de la condition en $\tau_v = \infty$. Par différentiation de (106) on tire (*)

$$\frac{3}{4}(1 + \eta_I) \cdot F_v = b_v + q_I (\beta e^{q_I \tau_v} - \alpha e^{-q_I \tau_v}) \tag{107'}$$

(pour $\tau_v < \tau_0$),

$$\frac{3}{4}(1 + \eta_{II}) \cdot F_v = b_v - q_{II} \cdot \gamma \cdot e^{-q_{II} \tau_v} \tag{107''}$$

(pour $\tau_v \geq \tau_0$).

Les constantes α , β et γ s'obtiendront immédiatement par les conditions aux limites en $\tau_v = 0$ et $\tau_v = \tau_0$:

1° pour $\tau_v = 0$, on a $F_v = 2J_v$;

2° pour $\tau_v = \tau_0$, les J et les F donnés par (106') et (107') doivent être identiques à ceux que fournissent (106'') et (107''). On obtient ainsi

$$\alpha \left(1 + \eta_I + \frac{2}{3} q_I \right) + \beta \left(1 + \eta_I - \frac{2}{3} q_I \right) + (1 + \eta_I) a_v - \frac{2}{3} b_v = 0, \tag{108}$$

$$\alpha e^{-q_I \tau_0} + \beta e^{q_I \tau_0} - \gamma e^{-q_{II} \tau_0} = 0,$$

$$\alpha e^{-q_I \tau_0} (1 + \eta_{II}) q_I - \beta e^{q_I \tau_0} (1 + \eta_{II}) q_I - \gamma e^{-q_{II} \tau_0} (1 + \eta_{II}) \cdot q_{II} + b_v (\eta_I - \eta_{II}) = 0.$$

Les équations (108) peuvent être résolues par rapport à α et β , qui sont les deux seules constantes requises pour déterminer le flux émergent en $\tau_v = 0$.

Pour simplifier l'écriture, nous poserons

$$\xi_I = 1 + \eta_I \quad \text{et} \quad \xi_{II} = 1 + \eta_{II}.$$

(*) Avec

$$F_v = 2 \int_0^\pi I_v \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta.$$

Nous obtenons finalement pour le flux émergent

$$F_v(0) = \frac{4}{3} \cdot \xi_I \left\{ b_v + q_I \frac{2 \cdot \xi_I \cdot b_v (\xi_I - \xi_{II}) + (\xi_I a_v - \frac{2}{3} b_v) [(\xi_{II} q_I + \xi_I q_{II}) e^{q_I \tau_0} - (\xi_{II} q_I - \xi_I q_{II}) e^{-q_I \tau_0}]}{(\xi_{II} q_I - \xi_I q_{II}) (\xi_I - \frac{2}{3} q_I) e^{-q_I \tau_0} + (\xi_{II} q_I + \xi_I q_{II}) (\xi_I + \frac{2}{3} q_I) e^{q_I \tau_0}} \right\} \quad (109)$$

Le flux émergent $F(0)$ dans le fond continu au voisinage immédiat de la raie s'obtient en introduisant dans (109)

$$\tau_{II} = \tau_{II} = 0; \quad \xi_I = \xi_{II} = 1; \quad q_I = q_{II} = \sqrt{3}.$$

D'où

$$F(0) = \frac{4 a_v}{3} \cdot \frac{b_v \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}.$$

L'intensité résiduelle est finalement donnée par

$$r_v(\xi_I; \xi_{II}) = \frac{F_v(0)}{F(0)} = \frac{2 + \sqrt{3}}{\xi_I \left(3 + \frac{b_v \sqrt{3}}{a_v} \right)} \cdot \frac{1}{a_v} \quad (110)$$

l'accolade } étant celle qui intervient dans (109).

Quand $\xi_I = \xi_{II}$, la formule (110) se ramène à la formule classique

$$r_v(\xi_I = \xi_{II}) = \frac{b_v + a_v q}{b_v + a_v \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{3}}}{1 + \tau + \frac{2}{3} q}$$

Pour une raie d'absorption due à l'élément I seulement, on prendra $\xi_I > 1$ et $\xi_{II} = 1$; de même pour une raie due à l'élément II seulement : $\xi_I = 1$ et $\xi_{II} > 1$. Mais si la raie d'absorption de l'élément I apparaît dans l'aile de la

raie d'absorption due à l'élément II, l'intensité résiduelle dans la raie due à l'élément I sera donnée par

$$r_v(I \text{ dans aile de II}) = \frac{r_v[\xi_I(\nu); \xi_{II}(\nu)]}{r_v[\xi_I(\nu); 1]}, \quad (111)$$

les r_v étant fournis par (110).

De même,

$$r_v(II \text{ dans aile de I}) = \frac{r_v[\xi_I(\nu); \xi_{II}(\nu)]}{r_v[1; \xi_{II}(\nu)]}. \quad (112)$$

D. — Les résultats des observations et leur comparaison avec les théories esquissées dans les paragraphes B et C.

Commençons par examiner les résultats des observations photométriques de Swings et Struve concernant les étoiles B et A. L'application directe des formules (95a) ou (95b) ne fournit pas un accord satisfaisant avec les observations. On constate que les raies de O II se trouvant dans les ailes de H_γ sont plus affaiblies par « blending » que ne le demandent les formules simples (95a) ou (95b). L'inverse se présente pour la raie H de Ca^+ , qui est moins affaiblie par l'aile de H_ϵ que ne le prévoient les formules (95a) ou (95b).

Tout se passe comme s'il existait une espèce de stratification des éléments absorbants. Cette idée a été précisée par Swings et Chandrasekhar, comme on l'a vu au § C précédent. En fait, étant donné la différence entre les potentiels d'excitation des niveaux inférieurs des raies de O II et H, d'une part, H et Ca^+ , d'autre part, il n'y a rien d'étonnant à ce que l'on constate des différences de distribution; l'effet banal du « blending » devient somme toute moins important que l'effet de stratification du aux potentiels d'excitation différents. Si l'on applique les

formules (111) et (112), on constate que les mesures de Swings et Struve s'expliquent si l'on suppose :

a) que dans les étoiles A examinées, les atomes absorbants de Ca^+ occupent la partie supérieure des couches renversantes jusqu'à environ $\tau_v = \frac{1}{6} (\tau_v)$, correspondant à $\lambda 3970 \text{ \AA}$ environ);

b) que dans les étoiles B considérées, les atomes d'hydrogène au niveau de Balmer occupent la partie supérieure de l'atmosphère jusqu'à environ $\tau_v = \frac{1}{6} (\tau_v)$, correspondant à $\lambda 4350 \text{ \AA}$ environ); les atomes absorbants d'oxygène ionisé seraient au-dessous de $\tau_v = \frac{1}{6}$.

Ces hypothèses ne paraissent pas invraisemblables lorsqu'on examine les distributions calculées des atomes absorbants. On serait donc amené à la conclusion que, en gros, l'effet des distributions différentes d'atomes absorbants est analogue à celui d'une stratification nette.

Nous avons déjà insisté plus haut sur la difficulté de ces mesures et sur l'importance qu'il y aurait à les reprendre complètement à dispersion plus élevée. Wilson et Thackeray ont repris le cas de la raie H de Ca^+ apparaissant dans l'aile de H_ϵ dans α Lyrae, en se plaçant dans d'excellentes conditions photométriques. Les auteurs ont pu interpréter leurs observations de façon complète en procédant comme suit : Partant de la courbe de croissance déterminée pour le Ca^+ à 10000° par Minnaert et Slob, ils déterminent les valeurs de $\log(Nf)$ correspondant aux largeurs observées, soit pour la constante d'amortissement classique, soit pour une constante dix fois plus grande. Du $\log(Nf)$ pour la raie K on devra soustraire $\log 2$ pour obtenir le $\log Nf$ pour la raie H. La différence $\Delta \log N$ sera une mesure de l'affaiblissement de H, dû au blending par H_ϵ . Si r_1 est l'intensité résiduelle de H_ϵ à la longueur d'onde

de H, la théorie de Thackeray montre qu'on doit avoir en première approximation

$$\Delta \log N = -2 \log r_1.$$

L'accord est excellent entre les mesures et les calculs, surtout si l'on adopte une constante d'amortissement dix fois plus grande que la valeur classique.

C'est surtout dans le cas du Soleil qu'on peut trouver des conditions photométriques idéales et des cas relativement simples de « blending » non compliqués fortement par de grandes différences de distribution en profondeur. Comme nous l'avons dit précédemment, Thackeray s'est occupé de neuf multiplets contenant quinze raies « blended », observées au centre et au bord du disque solaire et dans une tache. Thackeray a mesuré les largeurs équivalentes W des raies; grâce à des courbes de croissance appropriées, il a transformé les W en nombres relatifs d'atomes actifs Nf . Il a ensuite appliqué une légère correction aux $\log Nf$ de manière à tenir compte des différences de potentiel d'excitation au sein des multiplets; il a obtenu ainsi des $\log(N_2f)$. Il a déterminé alors les valeurs de $\log(N_2f)'$ qu'auraient les raies « blended » si elles étaient « unblended » (en interpolant à partir des raies unblended, moyennant les valeurs de laboratoire ou théoriques $\log f$). Enfin, il a appliqué aux différences $\Delta \log N \equiv \log(N_2f)' - \log(N_2f)$ une certaine correction proportionnelle au potentiel d'excitation de l'état inférieur et destinée à tenir compte du fait que les raies « blended » ont leur origine dans une région un peu plus haute où la température réduite diminue le nombre d'atomes dans les états excités. La valeur résultante a été désignée par $[\Delta \log N]$.

Les observations fournissent les deux résultats principaux suivants :

1° Les intensités résiduelles centrales rapportées au fond continu sont pratiquement constantes, que les raies soient blended ou pas (*);

2° Les valeurs de $[\Delta \log N]$ sont en accord assez satisfaisant avec les valeurs théoriques obtenues en supposant τ constant et

$$e = 0,005 \text{ pour le centre du disque,}$$

$$e = 0,03 \text{ pour le bord du disque ou les taches.}$$

Seul le cas d'un blending très intense ($\tau_1 < 0,3$) donne un affaiblissement qui n'est pas en accord avec la théorie; Thackeray invoque, pour expliquer cette anomalie, le phénomène d'« interlocking ».

Ni au point de vue observation, ni au point de vue interprétation, on ne peut considérer la question comme liquidée. Mais le travail de Thackeray a fourni déjà d'importants résultats d'observation et théoriques.

CHAPITRE VII.

RECHERCHES DIVERSES ET CONCLUSIONS.

A. — Le problème de l'évolution de l'intensité des raies atomiques en fonction du type spectral et de la magnitude absolue.

Depuis les travaux classiques déjà anciens de Saha (1921), puis de Fowler-Milne (1923), les contributions théoriques les plus importantes à ce problème ont été

(*) Ceci est bien d'accord avec l'idée que les intensités centrales sont dues à un facteur ϵ , que celui-ci résulte de collisions ou de captures électroniques. Il serait peut-être utile de reprendre les observations, en prenant des précautions photométriques encore plus sévères (cf. travaux de Redman).

apportées par H. N. Russell⁽³⁵⁾ et par A. Pannekoek⁽⁵⁾. Naturellement, on est bien forcé d'admettre, pour l'étude de l'évolution d'intensité des raies, une composition chimique identique des étoiles : les deux seuls facteurs sont alors T et g .

On peut caractériser la différence entre les méthodes de Russell et de Pannekoek comme suit :

Russell suit la méthode « moyenne » dont l'idée a été donnée par Milne et qui consiste à prendre une profondeur optique limite; il néglige les couches qui sont au-dessous de cette profondeur et attribue à l'absorption et à la diffusion une valeur constante dans les couches supérieures actives. On peut s'arranger pour que l'effet des conditions d'ionisation et d'opacité variables avec la profondeur soit obtenu de façon suffisamment approchée, grâce au choix de la profondeur optique limite admise et des constantes adoptées pour les couches supérieures actives. L'accord avec les observations est d'ailleurs excellent (*).

Pannekoek, de son côté, tient compte des variations graduelles de l'opacité et de l'ionisation dans les différentes couches. Il intègre ces contributions pour toute l'atmosphère en ramenant les variations graduelles à une série de types approximatifs (cf. chap. IV, § G). Les calculs de Pannekoek donnent un bon accord avec les observations.

(*) En fait, Russell calcule l'opacité pour une atmosphère simplifiée, composée d'H, Fe, Na et K; chacun des autres éléments est groupé d'après son potentiel d'ionisation avec l'un ou l'autre des quatre atomes adoptés. Une relation empirique entre g et T est admise, relation qui est d'ailleurs différente pour la séquence principale et les géantes. Les courbes d'évolution d'intensité de Russell sont plus directement comparables aux observations que celles de Pannekoek, puisqu'elles tiennent déjà compte de la valeur moyenne de g et de ses variations le long de chaque séquence.

L'examen des diagrammes obtenus par Russell et par Pannkoek montre que les intensités des raies sont différentes dans les naines et les géantes de même type spectral. Ceci correspond au principe de la détermination des magnitudes absolues spectroscopiques.

Tout récemment L. H. Aller et L. G. Stoddard⁽¹⁰¹⁾ ont essayé de confronter les résultats déduits de la théorie de Pannkoek et les estimations d'intensité dans les spectres de trente et une étoiles de types allant de A6 à M5. On ne peut attribuer à cette comparaison qu'un caractère très provisoire, car les auteurs ne se basent que sur de simples estimations visuelles d'intensité. Les maxima d'intensité se présentent bien dans les types spectraux calculés; mais il semble aux auteurs que la théorie de Pannkoek ait une tendance à prédire des raies trop intenses pour les géantes et supergéantes, comparativement aux naines, spécialement aux températures les plus élevées; d'autre part, il semble bien aussi qu'il y ait un désaccord notable entre la théorie et les observations pour les raies au delà de la limite de Balmer. Ces observations mériteraient d'être reprises dans de meilleures conditions photométriques.

On peut se rendre compte assez facilement de l'importance de la distribution en profondeur, lorsqu'on étudie l'évolution d'intensité d'une raie en fonction du type spectral et de la magnitude absolue. Il suffit de considérer un atome typique, l'hydrogène non ionisé au niveau de Balmer $n=2$, et de déterminer sa distribution en fonction de τ en adoptant un type de structure, par exemple celui de Chandrasekhar (formules 3 et 10 du chap. II); on comparera alors cette distribution à celle qu'on obtiendrait en adoptant, par exemple, — comme l'a fait Milne, — une température T constante dans toute la couche renver-

sante. On constate⁽¹⁰²⁾ d'importantes différences qui peuvent jouer un rôle appréciable dans l'étude de l'évolution d'intensité ou dans le problème connexe de la détermination des pressions électroniques.

B. — Relations avec les problèmes soulevés par la classification spectrale.

L'attention a été attirée sur ces relations par P. Swings et S. Chandrasekhar⁽¹⁰⁰⁾, qui ont insisté sur l'intérêt que présenterait pour la classification des étoiles B l'étude de la distribution des éléments absorbants principaux au sein des atmosphères stellaires; ces auteurs ont, en effet, constaté combien cette distribution est sensible à une modification de la température effective ou de la gravité.

Les relations en question ont surtout été examinées tout récemment par M^{me} D. Crespin⁽¹⁰³⁾. En fait, les mémoires récents concernant la classification spectroscopique des étoiles B⁽¹⁰⁴⁾ ont surtout fourni deux résultats essentiels :

1° Même à dispersion moyenne, les spectrogrammes montrent des raies d'intensité suffisamment sensible pour permettre un classement des étoiles B à un vingtième de l'intervalle O9 — A0 de la classification de Harvard;

2° Toutefois, un tel raffinement de la classification n'aurait guère de signification pratique, car on obtient des résultats parfois très discordants en partant de critères différents.

Pour illustrer le premier point, signalons⁽¹⁰⁴⁾ que parmi les étoiles B3 on trouve des spectres où les intensités des raies de Si III vont de fortes (102 Herculis) à nulles (29 π Andromedae); une variation similaire est observée pour OII; on constate aussi une très rapide diminution de la raie $\lambda 4116$ de Si IV de B1 en B2, au

moins en ce qui concerne les étoiles classées « naines » par Struve.

Quant au second point, il est remarquablement illustré par le cas de l'étoile 20^c Tauri (Maia), de type Harvard B5. Les raies de l'hélium $\lambda\lambda 4472$ — 4388 sont trop faibles pour ce type; mais, si, voulant obtenir une intensité normale des raies de He, on place Maia entre γ Corvi (B8) et α Draconis (A0), la raie $\lambda 4481$ de Mg II devient anormale; en se basant sur cette raie de Mg II, on serait, en effet, tenté de placer Maia en B3, ce qui est inadmissible. Considérant son type B5, Maia aurait aussi les raies de Fe II ($\lambda\lambda 4549$ et 4233) plutôt fortes, et celle de C II ($\lambda 4267$) plutôt faibles. En première analyse, on est tenté d'attribuer ces anomalies à des différences d'abondances; mais ceci exige une discussion soignée.

Bien entendu, ces difficultés manifestées par un examen détaillé des spectrogrammes ne présentent aucune gravité dans les recherches d'ordre statistique, pour lesquelles la classification Harvard est vraiment parfaite. Mais elles ont de l'importance pour ce qui concerne la physique des atmosphères stellaires individuelles et, en particulier, pour le problème des abondances relatives des divers éléments chimiques dans les différentes étoiles.

D. Crespin s'est posé comme problème d'examiner, en partant de la notion de distribution en profondeur, les deux points soulevés plus haut. Cette étude lui a d'ailleurs permis de préciser les divers mécanismes (ionisations et excitations diverses dues aux effets combinés de température et pression électronique) se présentant au sein des atmosphères d'étoiles chaudes. L'auteur a étudié les distributions des atomes absorbants de Si III, Si IV, O II, dans les étoiles de températures effectives $T_e = 20.000$, 17.000 et 15.000° et de gravités diverses; elle a ensuite

examiné les distributions des éléments absorbants He I, Mg II et Fe II pour $T_e = 15.000$, 12.000° et des gravités diverses.

On constate que la distribution des atomes absorbants de Si III et de O II au sein des atmosphères d'étoiles B peut subir de façon très diverse l'influence d'une variation de température effective T_e ou de pression électronique (p_e) (*), suivant les domaines de valeurs de T_e et (p_e). Au contraire, la distribution des atomes absorbants de Si IV ne dépend que de la température effective. Les calculs fournissent une interprétation satisfaisante de la grande sensibilité des intensités des raies de Si III, Si IV et O II.

L'examen des distributions de He I, Mg II et Fe II de 15.000 à 10.000° montre immédiatement aussi qu'un changement de température effective T_e ou de gravité g exerce sur un spectre stellaire une influence extrêmement variable suivant le domaine de valeurs de T_e et g ; la distribution des éléments absorbants au sein des atmosphères est également influencée de façon très diverse. L'application de la formule

$$(I_{\lambda})_s = \frac{(\bar{N}_{\lambda})_s e^{\frac{\chi_{\lambda}}{kT}}}{u_{\lambda}(T) \cdot e^{\frac{h\nu}{kT}} + 0,664 \cdot u_{\lambda}(T) \cdot \frac{T^{5/2}}{p_e}}$$

et des simples expressions de Chandrasekhar relatives aux atmosphères modèles met clairement cet effet en évidence.

Ces considérations permettent de comprendre, du moins qualitativement, les difficultés rencontrées dès que l'on tente une classification « raffinée » des types spectraux et

(*) (p_e) désigne la pression électronique en $\tau = \frac{1}{2}$.

la grande diversité d'intensité que peuvent présenter les raies d'éléments différents, indépendamment même de toute question de différences d'abondances.

Naturellement, on ne peut accorder à ces résultats numériques une valeur exagérée, étant donné le caractère seulement approché des formules « modèles » de Chandrasekhar. Néanmoins le résultat qualitatif est intéressant : c'est seulement dans certains domaines bien déterminés de T_e et (p_e) — domaines qui diffèrent d'ailleurs d'un élément absorbant à l'autre — qu'une variation ΔT_e ou $\Delta(p_e)$ sera importante.

C. — L'équilibre de dissociation moléculaire au sein d'une atmosphère d'étoile.

Cette question, dont l'importance a été indiquée par P. Swings et S. Chandrasekhar ⁽¹⁰⁰⁾, a surtout été développée par P. Ledoux ⁽¹⁰⁵⁾ :

1° Les seules molécules importantes dans les spectres stellaires sont les molécules diatomiques. Considérons une molécule de la forme AB_2 . Supposons que $(A)^*$ et $(B_2)^*$ définissent les états d'excitation dans lesquels les atomes A et B_2 se trouvent quand ils interviennent dans la combinaison moléculaire AB_2 .

Si l'on traite l'atmosphère comme un gaz dont la température et la pression peuvent être considérées comme constantes, la fraction d'atomes A dans l'état $(A)^*$ ou B_2 dans l'état $(B_2)^*$ est une constante pour toute l'atmosphère. Les deux courbes qui donnent ces fractions en fonction de la profondeur sont donc deux droites parallèles.

Si l'on considère seulement la pression comme variable et qu'on admette pour la température une valeur moyenne

constante, les deux courbes donnant la fraction d'atomes A dans l'état $(A)^*$ ou B_2 dans l'état $(B_2)^*$ cesseront d'être des droites, mais elles se développeront parallèlement en fonction de la profondeur. En effet, dans la formule de Saha qui régit l'équilibre d'ionisation, la pression n'intervient que dans des termes qui sont indépendants de la nature de l'atome considéré.

C'est seulement aux variations de l'autre paramètre de la formule de Saha, la température, que peuvent correspondre des variations de la fraction d'atomes ionisés, caractéristiques de ces atomes. Par conséquent, si l'on fait varier la température avec la profondeur, les courbes relatives aux abondances des états $(A)^*$ et $(B_2)^*$ pourront cesser d'être parallèles.

2° Pour comprendre l'importance que cela peut présenter au point de vue moléculaire, il suffit de considérer des cas extrêmes. Supposons, par exemple, que les deux courbes en question passent par des maxima abrupts, l'une aux très petites profondeurs, l'autre aux très grandes profondeurs. Ainsi, en présence d'un très grand nombre d'atomes A, il n'y a jamais que peu d'atomes B_2 et vice versa. Dès lors, il se formera moins de molécules AB_2 que si les mêmes nombres globaux d'atomes (A) et (B_2) étaient également répartis entre les différentes profondeurs.

Il peut se faire aussi que les maxima se trouvent en face l'un de l'autre. Alors, suivant que la profondeur qui leur correspond est telle que les conditions physiques qui y sont réalisées sont plus ou moins favorables à la réaction (car, maintenant $K_{AB_2}(T)$, constante de la loi d'action des masses, varie aussi avec la profondeur), il y aura plus ou moins de molécules formées que dans la manière habituelle de traiter le problème ⁽¹⁰⁶⁾.

Enfin, tous les cas intermédiaires peuvent aussi se présenter.

D'ailleurs, le coefficient d'équilibre $K(T)$ varie fortement avec la profondeur et il se pourrait qu'il en résultât pour le nombre total de molécules absorbantes une valeur très différente de celle qu'on obtient en adoptant une température moyenne.

Ledoux a déterminé l'expression générale du nombre de molécules N_{AB}^h par cm^3 à la profondeur h en admettant une variation de T et p_e conformément aux formules 3 et 40 du chapitre II. Cette expression nous renseigne au sujet des régions de l'atmosphère stellaire les plus riches en molécules. Pour obtenir le nombre total de molécules jusqu'à une profondeur H , il suffit d'intégrer l'expression de N_{AB}^h dh . L'application a été faite au cas de la molécule CaH dans une étoile géante et une naine de température effective 2700° . Le résultat numérique est intéressant : on trouve que, dans une naine typique de la classe M , il y a environ trente fois plus de molécules participant à la formation des bandes de CaH que dans une géante typique de la même classe. Ceci expliquerait de façon parfaite les observations d'Y. Öhman⁽¹⁰⁷⁾. Il y a lieu de remarquer que dans les essais d'interprétation tentés jusqu'ici, le rapport du nombre de molécules dans les naines et les géantes typiques de la classe M paraissait trop faible (de l'ordre de 8 ou 10). La théorie présentée ici fournit donc un accord meilleur avec les observations.

En fait, il serait intéressant de reprendre, suivant la méthode esquissée ici, tout le problème du comportement des molécules intéressantes en Astrophysique, en fonction du type spectral et de la magnitude absolue. Cette question est actuellement travaillée ici.

D. — Le problème des étoiles variables

Dans le cas d'une étoile variable, il est évident que la distribution des conditions physiques suivant la profondeur changera avec la phase. Il en résultera que la distribution des atomes et molécules absorbants variera en fonction de la phase, donnant comme effet global une variation de position de la couche absorbante par rapport à la photosphère (*). Ce déplacement n'est pas très grand, mais présente un intérêt physique réel. En effet, suivant la région où se présentent les couches absorbantes « effectives » on devra employer, pour étudier les équilibres moyen d'ionisation, excitation et dissociation, des conditions physiques (T , p_e et pression gazeuse p) différentes. Dans le cas des étoiles variables céphéides, ce problème a été examiné par M^{lle} E. Rodson⁽¹⁰⁹⁾, qui a calculé la distribution des atomes absorbants Ca^+ et des molécules TiO au maximum, au minimum ainsi qu'au milieu croissant et au milieu décroissant d'une céphéide typique. La variation de distribution est très nette.

Naturellement, un phénomène analogue se présente pour toutes les variables, notamment pour les variables à longue période où la distribution des atomes et molécules absorbants pourrait être importante en vue de l'explication des raies d'émission, de leurs intensités

(*) Une note récente de B. P. Gerashimovič⁽¹⁰⁸⁾ attire l'attention sur le fait que l'intégration de la courbe des vitesses radiales d'une étoile Céphéide ne donne pas nécessairement la variation du rayon de la chromosphère. En fait, d'après l'auteur, par suite de la variation de la pression de radiation sélective, les couches reversantes contenant les atomes responsables des raies d'absorption présentent des mouvements par rapport à la photosphère pulsante. Même en dehors de l'effet de pression de radiation sélective, la simple existence d'un gradient de température et de pression au sein des couches reversantes donne donc lieu à un effet analogue à celui indiqué par Gerashimovič.

relatives au sein d'une série et de leur comportement en fonction de la phase. Cette question est actuellement à l'étude dans notre Institut.

E. — Les raies d'émission des étoiles chaudes.

On sait que le problème physique de l'émission des raies brillantes dans les étoiles Be a reçu une interprétation satisfaisante; ces raies sont émises lors de processus de recombinaisons d'ions et d'électrons se présentant dans des nébulosités entourant les étoiles mères (O. Struve) ⁽¹¹⁰⁾.

Mais il reste à expliquer l'origine de ces enveloppes nébulaires entourant les étoiles Be, ce qui, d'ailleurs, conduira à l'interprétation des profils des raies d'émission et de leurs variations. La dissipation d'atomes dans les atmosphères d'étoiles chaudes résulte surtout de l'accélération centrifuge (théorie d'O. Struve) et de la pression de radiation (théorie de B. P. Gerasimovič) ⁽¹¹¹⁾. Dans les étoiles Bne (à raies fortement élargies par rotation axiale considérable), il est probable que les deux causes agissent concurremment. Dans le cas de certaines étoiles Bse, le facteur pression de radiation serait, d'après Gerasimovič, seul en cause. Il y a d'ailleurs lieu d'associer au problème des étoiles Be celui des étoiles à raies d'émission du type P Cygni; celles-ci manifestent clairement l'éjection d'atomes et l'instabilité rotationnelle n'y joue aucun rôle. Pour les étoiles du type P Cygni, il paraît donc logique d'essayer d'interpréter les phénomènes en introduisant uniquement la pression de radiation.

C'est ce qu'a fait B. P. Gerasimovič. Mais le problème, d'ailleurs complexe, que Gerasimovič n'a pas envisagé est celui de l'acquisition des vitesses des atomes H

(le problème du « gun and powder »). On peut essayer d'obtenir quelques renseignements à ce sujet en recherchant de quelle profondeur optique τ_0 les atomes doivent arriver pour que leur vitesse atteigne une certaine valeur V_1 (220 km sec⁻¹ pour P Cygni) dans la couche versante.

Ce problème a été discuté par P. Swings et D. Crespin ⁽¹¹²⁾; on montre aisément que si l'on adopte en $\tau_1 = \frac{2}{3}$ une pression électronique de l'ordre de 10^3 c. g. s., on peut admettre sans trop de difficulté que, au cours de l'évolution de P Cygni, on soit arrivé à un stade tel que, sous l'action de la pression de radiation dans le continuum de Lyman, les atomes situés aux environs de $0,005 R$ ($R = \frac{2}{3}$ rayon de l'étoile), sous la couche photosphérique $\tau_1 = \frac{2}{3}$, puissent avoir commencé à être expulsés. Dans ces conditions, il est difficile d'échapper à la conclusion que la pression de radiation ait réellement joué un rôle très important dans l'acquisition des vitesses.

Une grave objection à faire à ce travail, c'est que, dans les couches extérieures de P Cygni, l'hydrogène est certainement ionisé de façon presque complète. Si nous faisons la supposition raisonnable qu'une fraction 0.001 seulement des atomes H est à l'état neutre, on peut dire qu'un « élément » (atome ou ion) d'hydrogène ne subit l'influence de la pression de radiation sélective que pendant 0.001 du temps où l'élément est exposé au rayonnement photosphérique. L'influence de la pression de radiation sélective sur l'expulsion des atomes ne se marque alors plus très fort, du moins si l'on fait confiance à la formule de l'« accélération de radiation » donnée par Gerasimovič. Cette question devrait encore être étudiée.

F. — Conclusions.

L'exposé qui précède nous a montré que la structure des atmosphères stellaires se manifeste dans le spectre continu et les raies d'absorption des étoiles. Les observations ont déjà fourni quelques indications précieuses qui devront encore être complétées.

D'autre part, la notion de structure des atmosphères stellaires présente de l'importance pour de nombreux autres problèmes astronomiques, dont quelques-uns ont été esquissés dans les § A à E du dernier chapitre. La discussion des observations correspondantes fournira aussi des renseignements sur la distribution des conditions physiques au sein des atmosphères stellaires.

Institut d'Astrophysique de l'Université de Liège,
1^{er} février 1938.

NOTE. — Ce travail était complètement terminé lorsqu'a paru le remarquable traité d'A. Unsöld, *Physik der Sternatmosphären* (Berlin, 1938, 500 pp.). Certaines questions développées ici sont traitées dans l'ouvrage d'Unsöld; mais notre exposé est, dans son ensemble, très différent; il concerne d'ailleurs exclusivement la structure des atmosphères stellaires, en opposition avec le livre d'Unsöld, qui n'envisage pas essentiellement cette question. Je me crois donc permis de publier néanmoins mon exposé, sans lui faire subir de modification, d'autant plus qu'Unsöld ne discute que la littérature antérieure à 1937.

BIBLIOGRAPHIE.

- (1) E. A. MILNE, The Structure and Opacity of a Stellar Atmosphere, Bakerian Lecture, 1929 (*Phil. Trans. of the Royal Soc. of London*, Ser. A, vol. 228, pp. 421-461).
- (2) A. S. EDDINGTON, The Internal Constitution of Stars.
- (3) S. CHANDRASEKHAR, *M. N. R. A. S.*, 92, 136, 1932. Pour les travaux antérieurs, voir WOLTER, *B. A. N.*, 2, 171 (n° 66), 1924; JEANS, *M. N.*, 85, 199, 1925; MILNE, *M. N.*, 85, 768, 1925; MILNE, *M. N.*, 90, 17, 1929 (§§ 20, 21 et 22); W. H. MC CREA, *M. N.*, 91, 836, 1931.
- (4) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aphys.*, 8, 225, 1934.
- (5) A. PANNEKOEK, The Theoretical Intensities of Absorption Lines in Stellar Spectra (*Publ. of the Astr. Inst. of Amsterdam*, n° 4 et addendum, 1935).
- (6) M. MINNAERT, *Zs. f. Aphys.*, 12, 360, 1936; MINNAERT et HOUTGAST, *ibid.*, 12, 81, 1936, etc...
- (7) E. R. MUSTEL, *Astron. J. of Soviet Union*, 14, 99, 1937.
- (8) R. WIDT, *Ap. J.*, 83, 202, 1936.
- (9) A. S. EDDINGTON, *M. N.*, 89, 620, 1929.
- (10) W. H. JACKSON, *Bull. American Soc. Math.*, June 1910, 473.
- (11) L. V. KING, *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 212, 375, 1912.
- (12) K. SCHWARZSCHILD, *Sitz. d. preuss. Akad. d. Wiss.*, 2, 1183, 1914.
- (13) HOPF, *Cambridge Tract*, n° 31, 1935; *M. N.*, 90, 287, 1930; *M. N.*, 92, 863, 1932.
- (14) E. VON FREUNDLICH, E. HOPF et U. WEGNER, *Zs. f. Phys.*, 46, 374, 1928; 49, 155, 1928; *M. N.*, 88, 139, 1927.
- (15) BRONSTEIN, *Zs. f. Phys.*, 59, 144, 1929; *M. N.*, 91, 133, 1930.
- (16) L. GRATTON, *Mem. della Soc. Astr. Italiana*, 10, 309, 1937.
- (17) B. LINDBLAD, *Uppsala Univ. Årsskrift*, 1, 37, 1930; *Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal.*, 6, n° 1, 17, 1933.
- (18) E. A. MILNE, *M. N.*, 81, 375, 1921.
- (19) A. UNSÖLD et A. W. MAUE, *Zs. f. Aphys.*, 5, 1, 1932.
- (20) ROSENBERG, *Ap. J.*, 83, 67, 1936.
- (21) M. MINNAERT, *Zs. f. Aphys.*, 12, 260, 1936.
- (22) KRAMERS, *Phil. Mag.*, 46, 836, 1923.

- (23) G. A. GAUNT, *Phil. Trans.*, A, 259, 163, 1930.
 (24) Y. SUGIURA, *Scient. Papers, Tokyo*, 17, n° 339, 89.
 (25) D. H. MENZEL et C. L. PEKERIS, *M. N.*, 96, 77, 1935.
 (26) V. D. R. WOOLLEY, *Obs.*, 58, 297, 1935.
 (27) S. ROSSELAND, *Hdb. der Aph.*, III/1, p. 457.
 (28) W. H. MC CREA, *M. N.*, 91, 836, 1931.
 (29) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, 8, 32, 1934.
 (30) L. BIERMANN, *Veröff. Univ. Sternw.*, Göttingen, Nr. 34 et 37, 1933.
 (31) H. N. RUSSELL, *Ap. J.*, 70, 11, 1929.
 (32) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, 8, 225, 1934.
 (33) W. JAHN, *A. N.*, 253, 377, 1934.
 (34) A. PANNEKOEK, réf. 5.
 (35) H. N. RUSSELL, *Ap. J.*, 78, 239, 1933.
 (36) LACROUTE, Raies d'absorption dans les spectres stellaires (*Act. Scient. et Industr.*, n° 473, Paris, 1937).
 (36^a) H. KIENLE, Das kontinuierliche Spektrum der Sterne (*Ergeb. der ex. Naturw.*, 16, 437, 1937).
 (36) B. STRÖMGREN, *Handb. der Aph.*, Band VII (*Ergänzungsab.*), p. 207, 1936.
 (37) B. STRÖMGREN, *Zs. f. Aph.*, 4, 118, 1932.
 (38) A. PANNEKOEK, *Ap. J.*, 64, 481, 1936.
 (39) M. MINNAERT, *Zs. f. Aph.*, 12, 260, 1936.
 (40) M. MINNAERT, *Zs. f. Aph.*, 13, 196, 1937.
 (40^a) D. BARBER, *Zs. f. Aph.*, 13, 351, 1937.
 (41) B. STRÖMGREN, *Zs. f. Aph.*, 10, 237, 1935.
 (42) VOIGT, *Sitzber.*, München, p. 603, 1912.
 (43) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, 12, 56, 1936; W. LENTZ, *Zs. f. Phys.*, 25, 299, 1924; 90, 483, 1933; 83, 139, 1933; V. WEISSKOPF, *ibid.*, 75, 287, 1932; *Phys. Zs.*, 34, 1, 1933.
 (44) M. MINNAERT et J. GENARD, 10, 377, 1935.
 (45) HOLTSMARK, *Ann. der Phys.*, 66, 396, 1921.
 (46) A. PANNEKOEK et S. VERWEY, *Proc. Amsterd.*, 38, 480, 1935.
 (47) S. VERWEY, *Publ. Astr. Inst. Amsterd.*, n° 5, 1936; voir aussi *Woolley, Obs.*, 60, 235, 1937.
 (48) O. STRUVE et C. T. ELVEY, *Ap. J.*, 72, 277, 1930.
 (49) O. STRUVE, *Observatory*, 61, 53, 1938.
 (50) WOOLLEY, *M. N.*, 91, 977, 1930.
 (51) PANNEKOEK, *Proc. Amsterd.*, 34, 1352, 1931.
 (52) UNSÖLD, *Zs. f. Ph.*, 67, 533, 1931.

- (53) WEISSKOPF, *Ann. der Phys.*, 9, 23, 1931.
 (54) UNSÖLD, *Sommerfeld Festschrift*, p. 95, 1928.
 (55) WOOLLEY, *Zs. f. Aph.*, 5, 67, 1932.
 (56) PANNEKOEK, *M. N.*, 91, 139, 1930; 91, 519, 1931.
 (57) ROSSELAND, *Ap. J.*, 63, 218, 1926.
 (58) V. D. R. WOOLLEY, *M. N.*, 94, 631, 1934.
 (59) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, 4, 319, 1932.
 (59^a) B. STRÖMGREN, *Zs. f. Aph.*, 10, 237, 1935.
 (60) A. PANNEKOEK, *M. N.*, 95, 725, 1935.
 (61) R. O. REDMAN, *M. N.*, 97, 552, 1937.
 (62) C. W. ALLEN, *Ap. J.*, 85, 165, 1937.
 (63) A. S. EDDINGTON, *M. N.*, 89, 620, 1929.
 (64) MISS C. H. PAYNE and Miss E. T. R. WILLIAMS, *M. N.*, 89, 526, 1929.
 (65) V. D. R. WOOLLEY, *M. N.*, 92, 482, 1932.
 (66) E. A. MILNE, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, 233, 201, 1923.
 (67) S. ROSSELAND, *Theoretical Astrophysics*, 1936.
 (68) C. W. ALLEN, *Mem. of the Commonwealth Solar Obs. Mount. Stromló*, Canberra, Australia, Mémo. n° 5, 1934.
 (69) A. PANNEKOEK, *M. N.*, 91, pp. 139 et 519; 1930 et 1931.
 (70) G. F. W. MULDER, *Dissertation*, Utrecht, 1934; *Zs. f. Aph.*, 11, 132, 1935.
 (71) SHAIN, *M. N.*, 94, 642, 1934.
 (72) S. GÜNTHER, *Zs. f. Aph.*, 7, 106, 1933.
 (73) E. G. WILLIAMS, *Ann. of Sol. Phys. Obs. Cambridge*, 1932, 2° p.
 (74) A. PANNEKOEK, réf. 5.
 (75) AMBARZUMIAN, *Publ. Obs. Leningrad*, 6, 7, 1935.
 (76) S. CHANDRASEKHAR, *M. N.*, 96, 21, 1935.
 (77) E. HOFF, *M. N.*, 96, 552, 1936.
 (78) A. S. EDDINGTON, réf. 9, et B. STRÖMGREN, réf. 36.
 (79) Cf., par exemple, B. STRÖMGREN, *Ap. J.*, 86, 1, 1937.
 (80) V. D. R. WOOLLEY, *M. N.*, 92, 482, 1932.
 (81) LYMAN SPITZER Jr., *Ap. J.*, 87, 1, 1938.
 (82) A. UNSÖLD, *Zs. f. Aph.*, 4, 330, 1932.
 (83) M. MINNAERT, *Zs. f. Aph.*, 12, 313, 1936.
 (84) A. UNSÖLD, *Ap. J.*, 69, 275, 1929.
 (85) P. TEN BRUGENCATE, *Zs. f. Aph.*, 4, 159, 1932.
 (86) P. WELLMANN, *Zs. f. Aph.*, 12, 140, 1936.
 (87) H. H. PLASKETT, *M. N.*, 91, 913, 1931.

(⁹⁸) G. RICHINI, *Mem. Soc. Astr. Ital.*, 5, 283, 1931.
(⁹⁹) CHERRINGTON, *Lick Obs. Bull.*, Nr. 477, 1935.
(¹⁰⁰) UNSÖLD, *Zs. f. Phys.*, 46, 765, 1928.
(¹⁰¹) WILES, *M. N.*, 92, 401, 1932.
(¹⁰²) MINNAERT et HOUTGAST, *Zs. f. APh.*, 12, 81, 1936.
(¹⁰³) A. D. THACKERAY, *M. N.*, 97, 672, 1937.
(¹⁰⁴) V. D. WOOLLEY, *M. N.*, 98, 3, 1937.
(¹⁰⁵) MISS M. G. ADAM, *M. N.*, 98, 112, 1937.
(¹⁰⁶) UNSÖLD, STRUVE et ELVEY, *Zs. f. APh.*, 1, 324, 1930.
(¹⁰⁷) P. SWINGS et O. STRUVE, *Ap. J.*, 83, 238, 1936.
(¹⁰⁸) A. D. THACKERAY, *Ap. J.*, 84, 1, 1936.
(¹⁰⁹) O. C. WILSON et A. D. THACKERAY, *P. A. S. P.*, 48, 18, 1936.
(¹¹⁰) P. SWINGS et S. CHANDRASEKHAR, *M. N.*, 97, 24, 1936.
(¹¹¹) L. H. ALLER et L. G. STODDARD, *Ap. J.*, 87, 53, 1938.
(¹¹²) P. SWINGS et P. LEDOUX, *Bull. Soc. R. Sc. Liège*, 7, 179, 1938.
(¹¹³) D. CRESPIN, *Bull. Ac. R. Belg.*, 23, 560, 1937; *Bull. Soc. R. Sc. Liège*, 6, 268, 1937.
(¹¹⁴) O. STRUVE, *Ap. J.*, 78, 73, 1933; H. N. RUSSELL, C. H. P. GAPO-SCHKIN, D. H. MENZEL, 81, 107, 1935; E. G. WILLIAMS, *ibid.*, 83, 305, 1936.
(¹¹⁵) P. LEDOUX, *Bull. Acad. R. Belg.*, 23, 582, 1937.
(¹¹⁶) L. ROSENFELD et Y. CAMBRESIER, *M. N.*, 98, 710, 1933; L. ROSENFELD, *ibid.*, 93, 724, 1933; H. N. RUSSELL, *Ap. J.*, 79, 317, 1934.
(¹¹⁷) Y. ÖHMAN, *Stockholm Obs. Annaler*, 12, n° 3, 1936.
(¹¹⁸) B. P. GERASIMOVIC, *Observatory*, 60, 165, 1937.
(¹¹⁹) E. BODSON, *Bull. Soc. R. Sc. Liège*, 6, 275, 1937.
(¹²⁰) O. STRUVE, *Ap. J.*, 73, 94, 1931; O. STRUVE et P. SWINGS, *ibid.*, 75, 461, 1932.
(¹²¹) B. P. GERASIMOVIC, *M. N. R. A. S.*, 94, 743, 1934; P. SWINGS et M. DESIRANT, *Bull. Ac. R. Belg.*, 22, 1296, 1936.
(¹²²) P. SWINGS et D. CRESPIN, *Bull. Soc. R. Sc. Liège*, 6, 245, 1937.

TABLE DES MATIERES.

	Pages.
RÉSUMÉ	71
CHAPITRE PREMIER. — Position du problème	71
CHAPITRE II. — Comment peut-on envisager la variation des conditions physiques au sein de l'atmosphère d'une étoile normale ?	74
CHAPITRE III. — Le problème du spectre continu du Soleil et des étoiles	78
A. — Equation générale	78
B. — Cas du coefficient d'absorption continue k_v indépendant de la fréquence v et de la profondeur x	79
C. — Pourquoi on doit envisager un coefficient k variable avec v et x	83
D. — Intégration du problème lorsque k est fonction de la fréquence v et de la profondeur x	86
E. — Résultats	91
CHAPITRE IV. — Le profil des raies stellaires simples	93
A. — Le problème mathématique général	93
B. — Les coefficients $l_{v,s}$ et η_0	97
a) Le coefficient de diffusion sélective l_v	97
b) Le paramètre ε	99
c) Le paramètre τ_0	102
C. — Schéma général de l'intégration de l'équation (46)	104
D. — Intégration dans le cas $\eta_0 =$ constante par rapport à l_v (ou par rapport à τ)	106
E. — Examen du cas $\frac{1}{1+\eta v} = \alpha + \beta \tau_v$ (Eddington) et de cas similaires (L. Spitzer)	111
a) Intégration	111
b) Application des formules (73) ou (74)	114
c) Autres expressions de $\frac{1}{1+\eta}$ permettant une intégration rigoureuse de l'équation (46)	116
F. — Le profil des parties extrêmes des ailes	117
G. — Intégration numérique du problème (travaux de Pannkoek)	119
H. — Intégration dans certains cas d'atmosphères stratifiées	121

	Pages.
I. — Les recherches récentes de B. Strömgen	124
J. — Nouveau procédé d'intégration	127
CHAPITRE V. — Le profil des raies solaires en différents points du disque.	
A. — Le problème mathématique et son intérêt astronomique	132
B. — Les observations de Minnaert et Houtgast	135
C. — L'observation de profils de raies aux bords extrêmes du Soleil	136
D. — La variation de raies faibles en fonction de l'angle d'émergence	138
CHAPITRE IV. — Le profil des raies superposées	
A. — Position du problème	139
B. — Une première théorie élémentaire du phénomène	140
C. — Comment s'introduit la structure de l'atmosphère stellaire dans le traitement mathématique du problème ?	146
D. — Les résultats des observations et leur comparaison avec les théories esquissées dans les §§ B et C	151
CHAPITRE VII. — Recherches diverses et conclusions	
A. — Le problème de l'évolution de l'intensité des raies atomiques en fonction du type spectral et de la magnitude absolue	154
B. — Relations avec les problèmes soulevés par la classification spectrale	157
C. — L'équilibre de dissociation moléculaire au sein d'une atmosphère d'étoile	160
D. — Le problème des étoiles variables	163
E. — Les raies d'émission des étoiles chaudes	164
F. — Conclusions	166
BIBLIOGRAPHIE.	167

Ulg - C. I. C. B.



#707204431* LIBER



261.371B