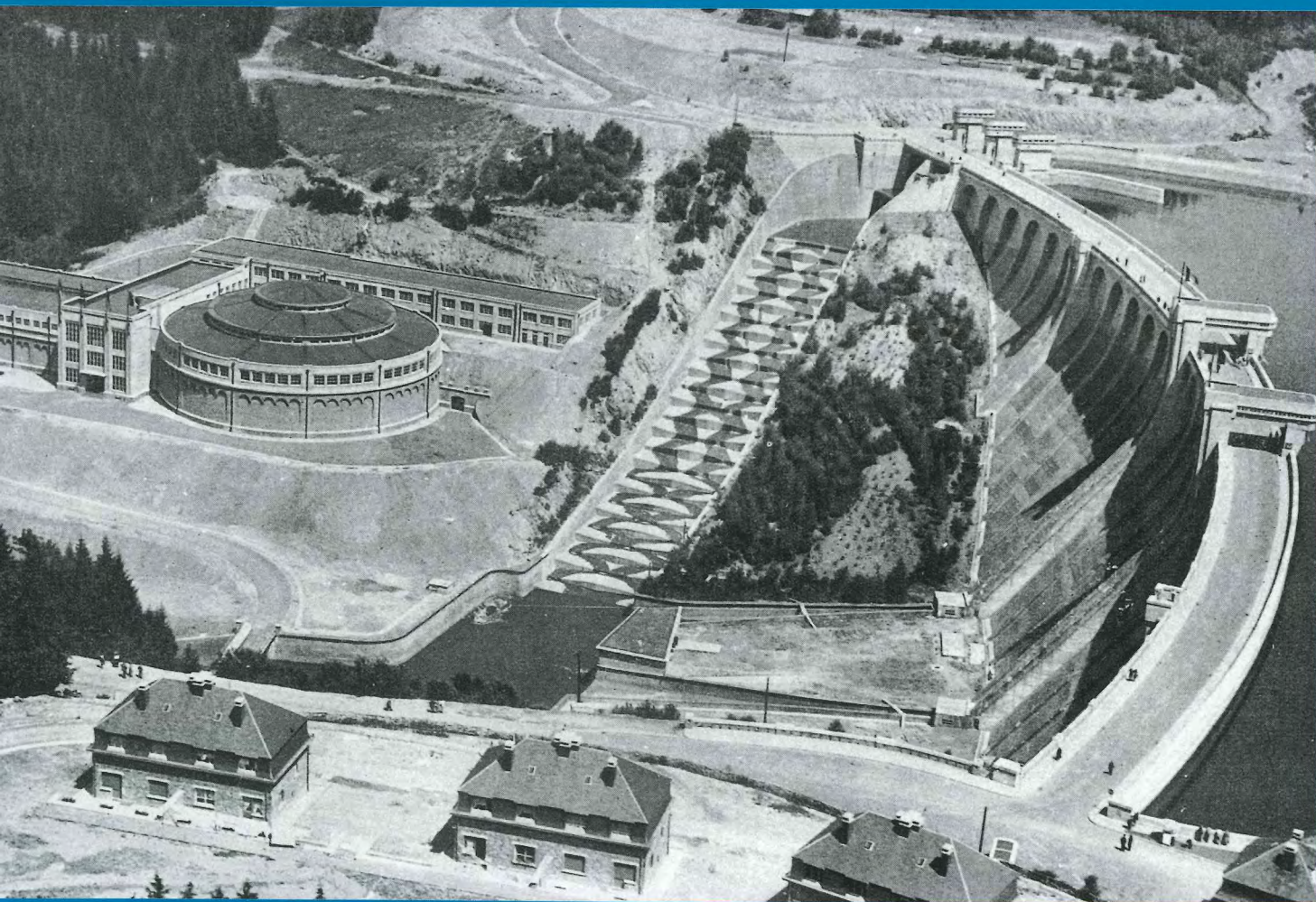


Michel Piroton

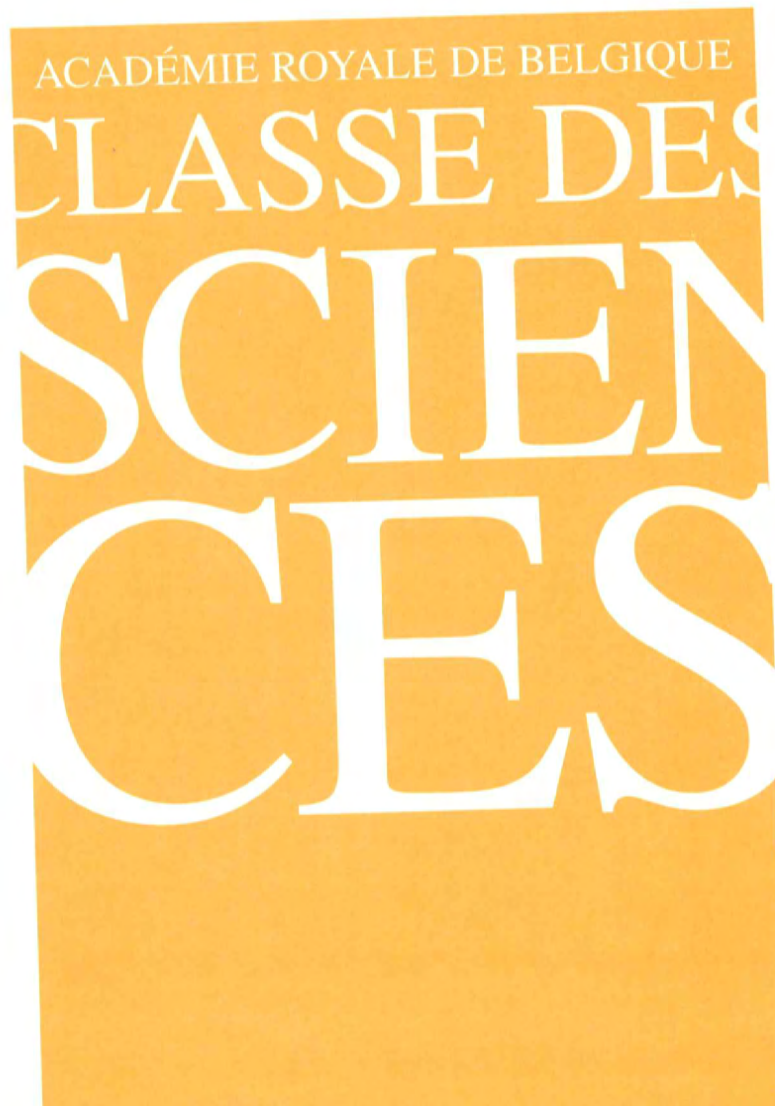
Une approche globale pour modéliser la genèse et la propagation des crues naturelles ou accidentelles



CLASSE DES SCIENCES
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Michel Pirotton

Une approche globale pour modéliser
la genèse et la propagation
des crues naturelles ou accidentelles



Une approche globale
pour modéliser la genèse et la propagation
des crues naturelles ou accidentelles

Michel Pirotton

Une approche globale
pour modéliser
la genèse et la propagation
des crues naturelles
ou accidentelles



CLASSE DES SCIENCES
ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE

Impression décidée le 3 décembre 1994

Publication de la Classe des Sciences
Collection in-4, 3^e série
Tome II
1997

Toutes reproductions ou adaptations totales ou partielles de ce livre,
par quelque procédé que ce soit et notamment par photocopie ou
microfilm, réservées pour tous pays.

© ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE
(Imprimé en Belgique sur les presses Bietlot-Duculot.)

N° 1982 – Dépôt légal 1997/0092/4

ISSN 0365-0952
ISBN 2-8031-0146-7

CHAPITRE I

Introduction générale

Avec l'étroite dépendance qui le lie à l'eau, il est naturel que l'homme ait de tout temps cherché à percer les secrets de la variété extraordinaire des processus qui interviennent dans son cycle hydrologique et qu'elle lui ait inspiré des capacités créatives adaptées aux technologies de l'époque puisqu'elle façonne le relief et décide de la vie sur terre.

Des épisodes aussi douloureux que ceux des derniers hiver viennent pourtant nous rappeler que des défis majeurs subsistent pour nos sociétés industrialisées, fondées sur la réalisation de conditions propices à un mieux-être global. Au-delà d'un indispensable réalisme sur les potentialités d'infléchir fondamentalement la nature, ces péripéties dramatiques suggèrent d'abord qu'une compréhension et une connaissance plus approfondie encore des phénomènes hydrauliques s'imposent afin d'orienter plus judicieusement les politiques d'altération des conditions naturelles d'écoulement et, plus généralement, pour parvenir à mieux gérer des ressources hydrauliques forcément limitées que nos sociétés utilisent toujours plus intensivement.

Dans ces conditions, l'avenir de l'hydraulique, science aussi ancienne que la civilisation humaine, s'annonce plus que jamais prometteur puisqu'elle gère toutes les utilisations de l'eau.

Sa connaissance, comme celle des techniques de l'eau, est longtemps restée approximative ou incomplète, parsemée de croyances superstitieuses et religieuses. Néanmoins, les spéculations parfois scientifiquement peu rigoureuses sur le cycle de l'eau que recèlent notamment les œuvres de Platon, Thalès et Aristote en Grèce, Sénèque et Pline à Rome, n'ont jamais empêché l'homme de s'ingénier très tôt à domestiquer l'eau pour parvenir, par son esprit d'entreprise à maîtriser, il y a plus de 2000 ans, la plupart des problèmes hydrauliques auxquels il est encore confronté aujourd'hui (Bonin ¹) :

- La protection contre les crues et les inondations a donné lieu à l'édification de digues en Mésopotamie dès le 6^e ou 5^e millénaire avant J.-C.
- Le creusement de canaux d'irrigation améliorait déjà le rendement des cultures de la plaine de Jéricho 8000 ans avant J.-C. L'idée d'élaborer de vastes bassins de rétention germa dans l'esprit des Égyptiens qui, dès le troisième millénaire avant J.-C., mirent en réserve les crues du Nil. Quant au drainage des terres, on en trouve déjà des traces dès 2750 ans avant J.-C. dans les plaines de l'Indus.
- L'édification de barrages fait référence à une tradition très ancienne comme en atteste le barrage de Jawa en Jordanie, datant de la fin du 4^e millénaire avant J.-C. Les Égyptiens ont également fait étalage de leur savoir-faire en la matière par le barrage de Kosheih au début du 3^e millénaire avant J.-C., mais l'adversité dont ils s'estimèrent victimes lors de la destruction

¹ Voir bibliographie classée par ordre alphabétique.

- par subverse de l'ouvrage de Sadd-el-Kaffa en Basse Égypte, semble les avoir fait renoncer, pendant 15 siècles, à de nouvelles tentatives.
- Le transport par voie d'eau fut d'autre part largement utilisé, notamment par les Chinois qui creusèrent quelques canaux remarquables dont le « canal magique » traversant, sur 2000 kilomètres environ, le pays du Nord au Sud et qui est toujours en service de nos jours. La liaison des mers trouve une belle application dans le creusement de l'ancêtre du canal de Suez au XIX^e siècle avant J.-C. sous Sésostris III, puis sous Ramsès II au XV^e siècle avant J.-C. Des spéculations sont par ailleurs émises sur son équipement par un ensemble d'écluses, dès 280 avant J.-C.
 - Enfin la notion au sens large, souvent considérée comme moderne, de gestion des ressources trouve certaines racines ancestrales dans l'établissement de textes réglementant l'utilisation et la protection de l'eau, comme le code Hammourabi, rédigé en Mésopotamie au XVIII^e siècle avant J.-C.

En hydrologie, domaine qui couvre tous les aspects du parcours terrestre de l'eau, la perspicacité du philosophe grec Anaxagore (500-428 avant J.-C.) lui permit déjà de discerner l'action du soleil, élevant l'eau des mers dans l'atmosphère d'où elle tombe en pluie pour alimenter des réservoirs souterrains. Le grec Théophrastus (372-287 avant J.-C.) compléta l'explication du parcours atmosphérique de l'eau et de l'origine des précipitations, pour obtenir très tôt la description d'une séquence proche des thèses modernes avec Vitruvius, architecte romain et ingénieur contemporain du Christ, qui dénonça le rôle primordial joué par l'infiltration et l'écoulement souterrain (Chow).

Cette accumulation de compétences très anciennes qui inspirent l'humilité, le développement décisif des modèles théoriques aux siècles derniers avec des Léonard de Vinci, Newton, Bernoulli, Euler, Lagrange et autres Horton ou Gumbel, enfin l'évolution permanente des sciences et de la technologie, amènent aujourd'hui l'ingénieur à traiter ces mêmes problèmes de façon beaucoup plus complexe, en prenant en compte nombre de contraintes et d'objectifs parfois antagonistes pour les concilier au mieux. Des projets d'envergure sont menés, plus respectueux de l'environnement, soumis à des critères de sécurité de plus en plus sévères, dans des sites toujours moins propices.

À côté des progrès de la technique et du savoir actuel qui se concrétisent dans des réalisations audacieuses pour l'époque, un simple dysfonctionnement des structures élaborées conduit immédiatement à des effets souvent lourds de conséquences à la fois économiques et humaines. La conception complète d'un aménagement se doit aujourd'hui de prévoir ces scénarios possibles pour anticiper et minimiser leurs impacts. L'accroissement des connaissances entraîne par conséquent les concepteurs vers des responsabilités beaucoup plus larges, qui prennent résolument le pas sur le caractère inéluctable et sur les sentiments fatalistes et superstitieux de jadis.

Ainsi, c'est davantage à une évolution des problèmes qu'à une victoire décisive sur les caprices de la nature qu'on assiste. Aux objectifs prioritaires qui ont longtemps conditionné la construction et le suivi tant des ouvrages de basse, moyenne et haute chutes que des voies d'eau (régularisation des débits, soutien d'étiage, stockage d'eau industrielle ou potable, production d'énergie électrique, transport fluvial) s'ajoutent d'autres rôles souvent antagonistes qui

interfèrent également dans la gestion. Le refroidissement des centrales nucléaires, la lutte contre la pollution, les considérations écologiques ou les loisirs nautiques, ... contraignent aujourd'hui les exploitants de retenues et de réseaux de cours d'eau à rechercher une succession de situations qui respectent les contraintes imposées en rencontrant au mieux les attentes des utilisateurs.

À ces critères fondamentaux s'ajoute enfin l'évolution technique et sociale de nos sociétés industrielles qui engendre de tels besoins en eau que les ressources disponibles se transforment en bien rare à épargner.

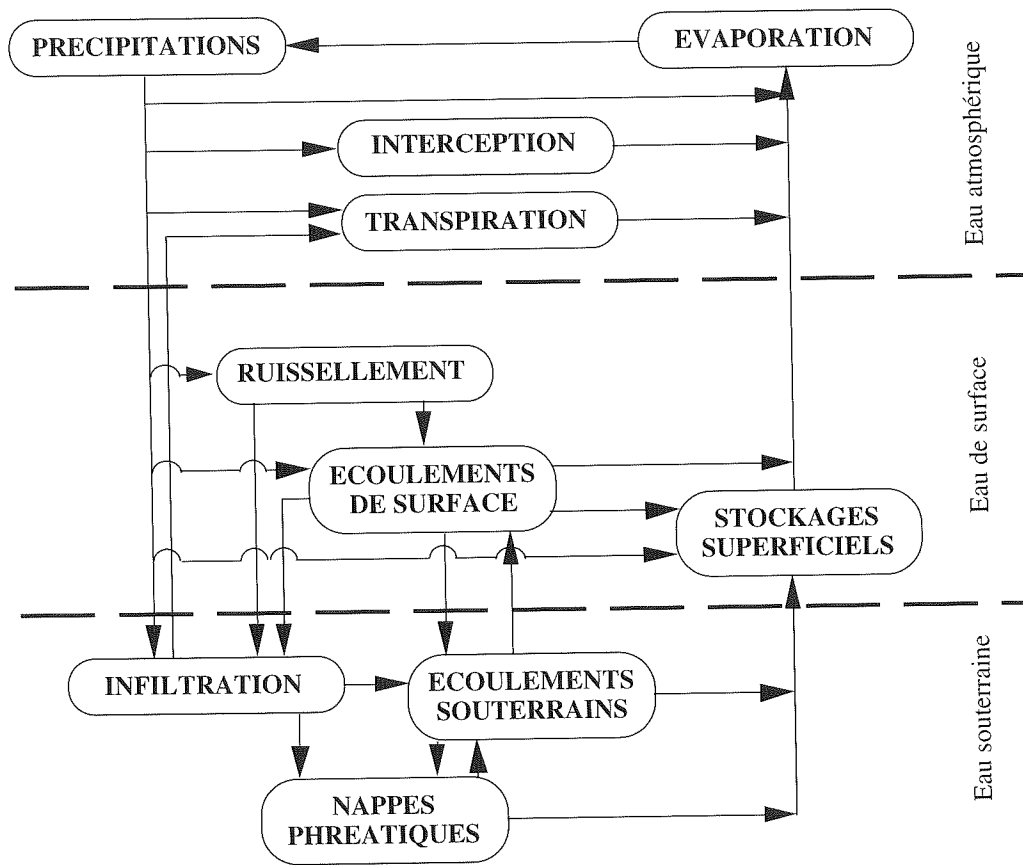


FIG. I.1. – Représentation du système hydrologique global et des mécanismes intervenant à l'échelle d'un bassin versant

L'ensemble de ces aspects s'intègre dans la notion large de gestion des ressources hydrauliques, qu'elle s'intéresse à leur origine, à leur consommation ou leur utilisation, ou encore qu'elle se tourne vers les conséquences possibles des infléchissements que l'homme peut provoquer sur leur cycle.

Face à la complexité croissante de modes d'exploitation orientés tant vers l'efficacité que vers la sécurité, le numérique permet d'envisager des outils efficaces d'aide à la décision. Ils secondent les gestionnaires d'installations en anticipant, par la simulation, les processus hydrauliques induits dans le système à gérer et aident à la prise de décisions fondées sur des critères scientifiques plus fiables. Bien que le numérique touche aujourd'hui quasi tous les

domaines abordés par l'ingénieur hydraulicien, l'intérêt privilégié que suscitent les écoulements à surface libre résulte simplement de leur prépondérance dans les phénomènes hydrodynamiques influents sur lesquels on s'efforce le plus d'agir, comme le montrent les quelques réalisations d'époque citées en préambule. À l'échelle du système hydrologique global, il s'entend donc que notre attention va se focaliser davantage sur les processus du cycle qui englobent les écoulements de surface, encore que l'interdépendance des divers composants du cycle, rappelée à la figure I.1., conduise à quelques aménagements significatifs.

L'objectif de cet ouvrage consiste donc à établir et à résoudre des modèles hydrauliques régissant les entrées et sorties d'une retenue quelconque, afin d'en prévoir les évolutions. L'étude couvre également l'impact de toute exploitation normale ou accidentelle de celle-ci sur l'environnement, depuis les périodes d'étiages jusqu'aux écoulements consécutifs aux ruptures de barrages. Dans cette problématique qui intègre tous les écoulements du cycle hydrologique, trois axes essentiels se dégagent lorsqu'on suit le fil de l'eau dans son parcours à l'air libre :

- En amont, la genèse des apports qui affectent un système à gérer, avec la succession des étapes que connaît la goutte de pluie, dès l'instant où elle frappe la surface du sol jusqu'aux flots qu'elle provoque en amont du complexe hydraulique.
- Dans le système, la gestion proprement dite de ces apports, avec la modélisation des spécificités hydrauliques qu'induisent les décisions de manœuvres destinées à maximaliser des critères déterminés.
- En aval, la transformation des lâchers provoqués par cette politique d'exploitation, avec l'évaluation, en conditions réelles, des incidences pour les biens et les populations voisines des sites, dans l'optique extrême de l'élaboration de plans d'urgence et d'évacuation.

Une des constantes de cette étude consiste à démontrer qu'une approche unifiée de ces étapes est non seulement concevable mais également attractive. Les raisonnements ne sont pas particularisés à un type précis d'ouvrage ou de topographie. L'analyse se veut prioritairement axée sur la signification physique des modèles mathématiques à mettre en œuvre. Un soin particulier est également accordé à l'analyse des réponses numériques rendues par les modèles informatiques qui en sont issus afin de discerner, caractériser et, le cas échéant, agir sur les diverses spécificités et mécanismes intrinsèques que développent les schémas numériques élaborés.

Entre les modèles théoriques envisagés pour suivre les différentes étapes du fil naturel de l'eau dans son parcours à l'air s'établissent ainsi des liens beaucoup plus étroits que ceux suggérés par les échelles très différenciées des phénomènes étudiés.

En couvrant l'ensemble de la chaîne des phénomènes transitoires de surface, du ruissellement sur bassin versant, à la propagation en aval d'ondes de crue graduelles ou brusques, naturelles ou accidentelles, ces considérations trouveront leur aboutissement dans des applications réelles qui consacrent à la fois le couplage des modèles proposés sur un bassin liégeois mais également simulent, pour la première fois en Belgique, les premiers moments consécutifs à la rupture brusque d'un grand barrage.

CHAPITRE II

Aspects théoriques de la modélisation du ruissellement hydrologique

II.1. Introduction

La prévision et l'estimation des crues reste un objectif majeur dans toute politique de prévention, par les dégâts effroyables que leur méconnaissance peut occasionner, et une première étape incontournable dans tout projet de dimensionnement économique d'un ouvrage hydraulique. Dans une optique de gestion, une prévision fiable de l'amplitude et de la distribution temporelle des apports dans un complexe hydraulique est primordiale pour élaborer une politique d'exploitation efficace des ressources, basée sur l'anticipation et respectueuse des populations aval.

Ces quelques aspects démontrent d'emblée l'importance d'une analyse rigoureuse et d'une modélisation fiable de la transformation hydrologique d'un signal de pluies sur un bassin en un signal de débits à son exutoire. Mais ils indiquent surtout que ce domaine fondamental de l'hydrologie constitue inexorablement une première étape pour une analyse orientée vers la notion de gestion hydraulique au sens large.

La littérature spécialisée propose un foisonnement de méthodes et de modèles qui témoignent d'une grande diversité et de singulières divergences dans les philosophies suivies pour aborder le problème. L'importance des enjeux fondamentaux n'est pas seule responsable de cet engouement très actuel.

Non seulement les processus à prendre en compte sont complexes et variés mais l'importance relative de leur contribution dans la combinaison finale pour l'élaboration du signal de sortie reste particulièrement difficile à déterminer, d'autant que toute expérimentation à l'échelle du bassin versant est impossible.

Entre une analyse très globale de la fonction de transfert et une description presque à l'échelle microscopique de la destinée d'une goutte de pluie dans un modèle probablement difficile à exploiter, il existe un vaste champ d'investigation pour poser des hypothèses adéquates et globaliser certains processus. Ainsi s'expliquent tant la variété des modèles que les déficiences de la plupart d'entre eux lorsqu'ils ne sont pas appliqués dans un contexte proche de celui pour lequel ils ont été conçus. La clairvoyance s'impose donc, à la fois dans le choix des simplifications et dans leurs éventuelles implications au moment d'interpréter des résultats.

La préoccupation du contrôle et de la prévision, étroitement liée à la notion de gestion, orientera notre choix. Cet aspect très actuel ouvre de nouvelles perspectives pour la modélisation hydrologique, en montrant également les limites de certains types de modèles.

La compréhension des processus de transformation des signaux de pluie sur le bassin ne permet pas seulement d'envisager une mesure en temps réel afin de construire préventivement la réponse à l'exutoire et de susciter anticipativement des réactions adéquates

de gestion. L'exploitation de modèles hydrologiques doit surtout permettre aujourd'hui de mieux contrôler les projets qui altèrent certaines spécificités du bassin, en faisant mieux comprendre, par la simulation d'événements pluvieux, leur répercussion sur sa fonction de transformation.

Ces dernières potentialités sont déterminantes car les approches classiques de modélisation hydrologique, transformant par une fonction mathématique paramétrée un signal d'entrée en un signal de sortie (modèles empiriques globaux ¹), montrent à cet égard certaines limitations marquantes : dans les longues campagnes de mesures que ces modèles réclament pour leur calibration, les méthodes d'ajustement rendent souvent difficile voire impossible toute interprétation physique des paramètres utilisés. Consécutivement, une modification de terrain envisagée ne se solde pas nécessairement par une répercussion évidente sur la valeur des paramètres. Enfin, ils tiennent rarement compte de données topographiques, de caractérisation des types de sol et des couvertures végétales rencontrées, ou encore d'une inégale répartition spatiale des précipitations.

C'est pour répondre à ces déficiences que naissent très progressivement des modèles conceptuels distribués ² qui développent une analyse physique du phénomène en examinant l'écoulement de la fine lame d'eau sur le bassin. Même s'il est illusoire de penser, devant la complexité du problème dans son ensemble, qu'on puisse échapper à toute campagne préalable de calage d'un modèle quel qu'il soit sur un bassin particulier, Beven et al, Bathrust ou Abbott notamment citent néanmoins deux avantages déterminants qui nous orienteront préférentiellement vers cette philosophie de compréhension physique des mécanismes et des paramètres de modélisation.

D'abord, ce type d'approche s'avère capable, non seulement de prévoir la réponse du système à une pluie donnée, mais surtout d'évaluer l'impact de l'intervention de l'homme sur le bassin versant en modifiant les valeurs des paramètres concernés. Enfin, face à un manque de mesures disponibles pour caler les paramètres sur un bassin particulier, il devient possible de faire varier leurs valeurs dans une gamme physiquement raisonnable et d'examiner ainsi l'incertitude associée au signal de sortie face aux incertitudes qui sont susceptibles d'affecter les données.

Les possibilités numériques actuelles imposent une échelle relativement large pour modéliser les processus de ruissellement dont résulte une signification « globale » des paramètres. Néanmoins, un raisonnement sur la physique de l'écoulement ouvre la perspective d'une approche plus unifiée pour l'ensemble des processus hydrauliques envisagés dans cet ouvrage. Les enseignements physiques et numériques tirés de cette première étape auront des répercussions positives dans les approches ultérieures d'autres phénomènes abordés dans une optique de gestion au sens large.

Soulignons d'emblée que cette première analyse détaillée des processus de genèse des crues se focalise sur le ruissellement qui induit les hydrogrammes latéraux qui se déversent dans

¹ La notion de modèle conceptuel ou empirique est suggérée par la considération ou non des processus physiques agissant sur les signaux d'entrée pour les convertir en signaux de sortie.

² La distinction entre modèles distribués et globaux tient à la préoccupation de prendre en compte ou d'ignorer la distribution spatiale des variables d'entrée, ainsi que des paramètres caractérisant les processus physiques intervenant sur le signal initial.

le réseau drainant du bassin. Leur propagation par les rus et cours d'eau jusqu'à l'exutoire relève d'une question spécifique qui sera abordée ultérieurement.

II.2. Approche mathématique du ruissellement hydrologique

Tout en cernant toutes les particularités instationnaires du ruissellement, depuis son initiation jusqu'à son tarissement, la mise en œuvre d'une modélisation sur des bassins versants complets, d'une superficie potentielle de plusieurs centaines d'hectares, doit rester raisonnable en moyens et en temps. Par ailleurs, le caractère quasi-tridimensionnel d'une géométrie (représentation bidimensionnelle avec l'altitude comme propriété intrinsèque de chaque nœud) constitue une richesse de données à exploiter au maximum, sans devoir convertir l'entièreté ou toute fraction du bassin en une géométrie idéalisée.

Dans cette double perspective d'une certaine efficacité numérique et d'un cadre très libéral en matière de caractérisation de terrain, nous raisonnons sur les équations de base de l'hydraulique sans préjuger, lors de leur établissement, du type d'écoulement au travers de la veine fluide. Rappelons que ces équations ponctuelles découlent de formes intégrales établies sur un volume de contrôle où elles expriment d'une part la conservation de masse et la conservation, selon les trois axes, de la quantité de mouvement.

L'intégration de ces équations tridimensionnelles de Navier-Stokes sur l'épaisseur de la lame d'eau s'effectue en tenant compte de l'épaisseur très faible du ruissellement sur le bassin, comparée à ses autres dimensions spatiales. On retrouve alors une répartition hydrostatique de la pression selon un axe local perpendiculaire à la surface d'écoulement, avec un système complet d'équations bien connu sous le nom « d'équations en faible profondeur ». Il est par ailleurs applicable à des situations aussi différentes que la modélisation des marées dans la Mer du Nord ou de l'embouchure de l'Escaut.

Si la résolution d'un tel système à trois inconnues (la profondeur d'eau et deux composantes de la vitesse) est largement documentée dans la littérature, notamment pour sa complexité, et si elle constitue une entreprise crédible pour des modélisations à petite échelle (Chen et al, Taylor et al), faut-il encore savoir si elle se justifie dans le contexte hydrologique fixé.

Soucieux d'apporter certains éléments de réponse sur la validité de simplifications plus spécifiques aux phénomènes étudiés, nous relaterons la démarche de quelques hydrologistes qui ont entrepris l'étude du ruissellement, de façon théorique puis sur modèles réduits à géométrie élémentaire, particulièrement les plans inclinés, pour l'écoulement unidimensionnel qu'ils suscitent.

Dans ce cadre unidimensionnel, le système d'équations « en faible profondeur » s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = (r - i) \cos \theta \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta = g \sin \theta + \frac{t_x}{h} - (r-i) \frac{\bar{u}}{h} \cos \theta \quad (\text{II.2})$$

avec :

- t : le temps
- x : la coordonnée cartésienne selon l'axe d'écoulement
- g : l'accélération de la pesanteur
- u : la vitesse moyenne sur l'épaisseur de lame
- h : l'épaisseur de la lame fluide
- r : les précipitations
- i : la vitesse d'infiltration de l'eau dans le sol
- θ : l'angle local entre la surface d'écoulement et un plan horizontal

Ce cadre adimensionnel est plus propice à un examen général des essais et à leur interprétation mathématique. Il contribue également à la mise en évidence de paramètres utiles à la classification des diverses approximations possibles.

Désignons par q_0 le débit uniforme à l'exutoire, c'est à dire en $x = l_0$ où l_0 représente la longueur caractéristique d'écoulement. Soit h_0 , la profondeur de la lame à l'exutoire et u_0 la vitesse uniforme au même endroit. Nous obtenons par définition et continuité :

$$q_0 = h_0 u_0 = (r - i) l_0 \cos \theta \quad (\text{II.3})$$

Les grandeurs u_0 , h_0 sont liées par la définition de la vitesse uniforme. Son expression générale, s'écrit, pour des valeurs positives de α , γ et m liées au type d'écoulement :

$$\bar{u} = \left(\frac{\sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} h^{\frac{\gamma}{\beta}} = ah^m \quad (\text{II.4})$$

Nous exprimons fort logiquement un temps caractéristique t_0 par :

$$t_0 = \frac{l_0}{u_0} \quad (\text{II.5})$$

De ces relations sont déduites les formes adimensionnelles des coordonnées et des variables :

$$x^* = \frac{x}{l_0} \quad t^* = \frac{t}{t_0} \quad h^* = \frac{h}{h_0} \quad u^* = \frac{\bar{u}}{u_0} \quad (\text{II.6})$$

qui déterminent la forme adimensionnelle de la continuité (II.1) :

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} + \frac{\partial (u^* h^*)}{\partial x^*} = 1 \quad (\text{II.7})$$

Dans l'équation dynamique (II.2), (t_x/gh) est un nombre pur qui porte habituellement le nom de pente de frottement. Son expression mathématique s'identifie généralement à celle du mouvement uniforme correspondant. Par conséquent, l'introduction des formes adimensionnelles dans (II.2) donne :

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{gh_o \cos \theta}{u_o^2} \frac{\partial h^*}{\partial x^*} = \frac{l_o g \sin \theta}{u_o^2} \left(1 - \frac{u^{*\beta}}{h^{*\gamma}} \right) - \frac{u^*}{h^*} \quad (\text{II.8})$$

Elle met en évidence l'existence de deux paramètres : le nombre de Froude f_o ainsi que le nombre d'onde cinématique k_o , cité la première fois par Woolhizer et Liggett en 1967 :

$$f_o^2 = \frac{u_o^2}{gh_o \cos \theta} \quad (\text{II.9})$$

$$k_o = \frac{l_o g \sin \theta}{u_o^2} = \frac{l_o \operatorname{tg} \theta}{h_o f_o^2} \quad (\text{II.10})$$

Leurs valeurs relatives donnent lieu à trois approximations possibles de l'équation dynamique :

– selon que k_o prend une valeur importante (approximation de l'onde cinématique) :

$$u^{*\beta} = h^{*\gamma} \quad (\text{II.11})$$

– selon, au contraire, que la valeur de k_o est négligeable (approximation de l'onde de gravité) :

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{1}{f_o^2} \frac{\partial h^*}{\partial x^*} + \frac{u^*}{h^*} = 0 \quad (\text{II.12})$$

– enfin, selon que le nombre de Froude est négligeable mais que son produit avec k_o garde une valeur significative (approximation de l'onde de diffusion) :

$$\frac{\partial h^*}{\partial x^*} = f_o^2 k_o \left(1 - \frac{u^{*\beta}}{h^{*\gamma}} \right) \quad (\text{II.13})$$

Mais qu'entend-on au juste par valeurs négligeable, significative ou importante ?

Les simulations numériques de Woolhizer et al apportent une première réponse en fixant à 10 la limite de k_o au-delà de laquelle l'onde cinématique approxime valablement les équations complètes. Selon Al-Mashidani et al, cette borne inférieure de k_o pour passer à l'onde cinématique doit être revue d'autant plus à la hausse que le nombre de Froude est petit. Avec Napiorkowski et al, ils mettent également en exergue l'influence évanescence de la condition

limite à l'aval lorsque k_0 grandit. Cette constatation permet d'éluder le problème de correspondance physique avec la réalité pour la transition de l'écoulement hydrologique en fine lame à l'écoulement en ruisseau, puisqu'il serait difficile de trancher entre un déversement à vitesse critique et un gradient constant de profondeur d'eau par exemple.

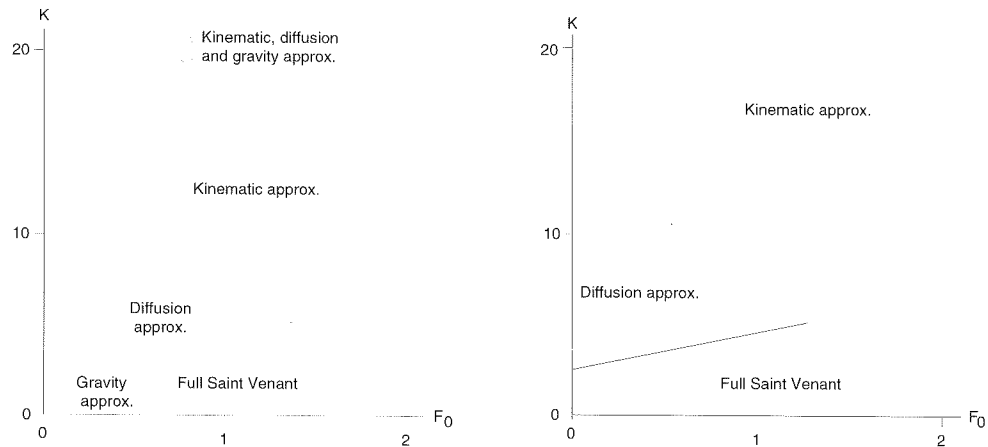


FIG. II.1. – Division du plan f_0, k_0 en zones où les approximations peuvent se substituer valablement aux équations complètes (selon Daluz Vieira).

Morris et Daluz Vieira complètent l'information sur le comportement de l'approximation de l'onde dissipative notamment en balayant tout le champ des paramètres pour les trois approximations possibles soumises à deux types de conditions limites aval. Les zones de validité de chaque approximation dans le plan (f_0, k_0) sont reproduites à la figure II.1. D'une façon générale, Daluz Vieira estime, tous effets confondus, nécessaire une valeur de 50 au moins de k_0 pour obtenir une correspondance satisfaisante entre équations complètes et approximation de l'onde cinématique.

Concluons, sur l'expérience des hydrologistes qui affirment que l'écoulement sur des pentes naturelles situe généralement les couples de valeurs (f_0, k_0) dans des zones où l'approximation cinématique est licite. Ce n'est que sur les faibles pentes courtes et à débit latéral important des régions urbanisées qu'il faut se montrer plus circonspect quant au choix entre l'approche cinématique ou diffusive.

À ce stade, l'option de l'onde cinématique s'affirme, en modélisation de ruissellement hydrologique de surface, comme un choix d'autant plus judicieux qu'il réduit sensiblement l'effort numérique en n'impliquant plus a priori qu'une seule variable.

Afin de vérifier le bien fondé de ces assertions en confrontant la théorie à la pratique, nous rappellerons d'abord la solution théorique des expérimentations classiques qui travaillent sur un plan de longueur l_0 qui n'est, en $t = 0$, le siège d'aucun ruissellement. Après un temps suffisant pour obtenir l'équilibre, la pluie, uniforme jusqu'alors à l'instar de l'infiltration, cesse et la décrue se poursuit jusqu'au tarissement complet.

Cette solution s'établit en décrivant le mouvement le long d'une seule famille de caractéristiques avec, pour seule condition limite nécessaire à un problème bien posé, l'imposition d'une

hauteur nulle à l'amont de chaque trajectoire. L'hydrogramme adimensionnel de la figure II.2. résume l'intégralité de la formulation obtenue.

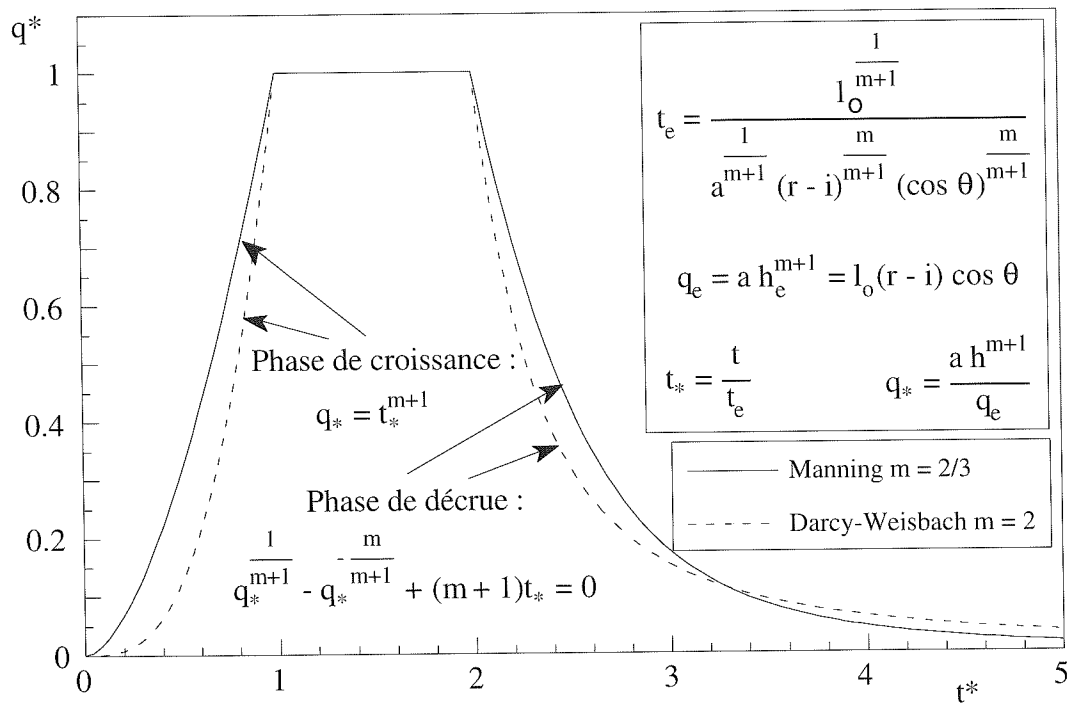


FIG. II.2. – Hydrogramme adimensionnel à l'exutoire d'un plan incliné, par la théorie cinématique.

Pour autant que la théorie cinématique approxime valablement l'écoulement, la détermination par les essais de la seule inconnue m de l'hydrogramme adimensionnel ne dépendrait que du type d'écoulement. Voyons ce qu'il en est exactement.

II.3. Vérification de la thèse cinématique sur des ruissellements expérimentaux

Pour un bassin, la recherche des relations qui lient l'évolution des débits à la séquence des précipitations se concrétise traditionnellement par la collecte sur site de mesures aussi longues que coûteuses. Dès les années 30-40, la frustration supplémentaire d'un manque total de contrôle face aux avatars de la nature donne l'idée aux pionniers en la matière de générer artificiellement l'éventail des pluies désirées. Afin de mieux cerner les problèmes d'anisotropie du sol, de non reproductibilité des conditions d'essais grandeur nature et de séparation des intervenants, la vérification s'opère désormais sur des modèles physiques à échelle réduite, avec des surfaces imperméables à rugosité artificiellement constituée, ou des pentes naturelles, dont on réalise la constance d'infiltration par un protocole approprié (Foster et al).

Si l'alignement général des points expérimentaux sur une courbe du type de celle de la figure II.3. rencontre pleinement l'espoir d'une validation des hypothèses théoriques, il subsiste

néanmoins le problème crucial que souligne Morgali lorsqu'il cherche un ajustement analytique de ses courbes expérimentales d'écoulement sur couvertures variées.

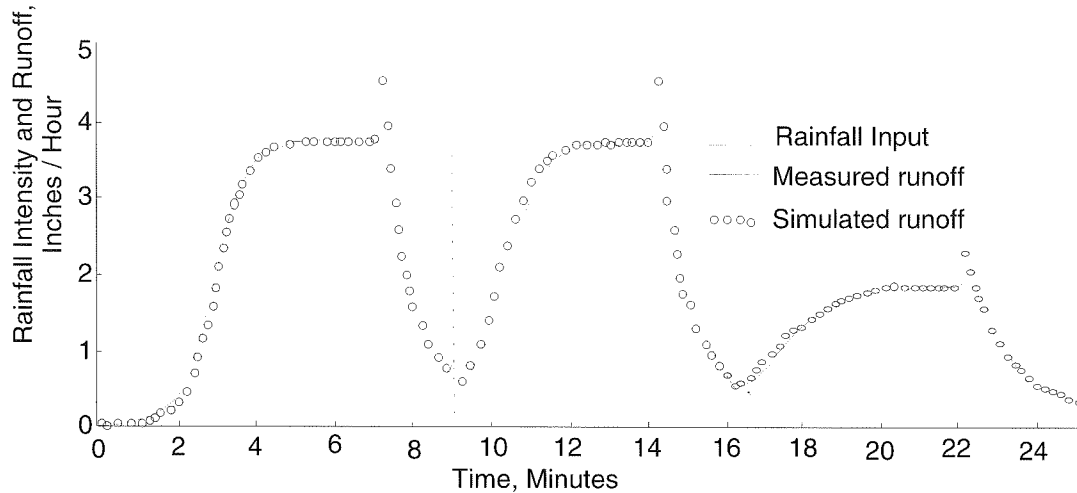


FIG. II.3. – Résultat d'écoulements hydrologiques à faible nombre de Reynolds.
Plan de 22 m de long pour une pente de 0,005 (selon Izzard).

Les tests révèlent à l'évidence des comportements distincts avec une lame régulièrement formée sur le bitume qui contraste singulièrement avec la progression chaotique des filets entre les brins de gazon.

Nous nous référerons aux théories classiques de l'hydraulique pour rendre compte de ces états, avec l'hypothèse laminaire de la formule de Darcy-Weisbach ($m = 2$, figure II.2.), la représentation d'une turbulence pleinement constituée par la formule de Chézy ($m = 0,5$) ou, entre ces extrêmes, une série d'expressions dont certaines sont supposées assurer une transition appropriée entre les deux états (Manning, $m = 2/3$).

L'ajustement d'une loi aux résultats expérimentaux de Morgali témoigne d'un comportement laminaire pour l'asphalte ($m = 2$) et turbulent (Manning) pour la surface gazonnée.

Dès lors qu'il faut composer avec plusieurs lois, lier l'état de surface au type d'écoulement simplifierait l'approche théorique. Un tel raisonnement s'oppose cependant à la logique d'une relation, classique en ruissellement permanent, entre l'état d'écoulement et le nombre de Reynolds. En multipliant les essais sur chaque type de couverture dans une large gamme de nombres de Reynolds, Morgali établit clairement que cette transition d'état existe effectivement pour chaque surface.

On en déduit que plusieurs lois coexistent nécessairement dans une même simulation, puisque l'étude d'un hydrogramme complet balaye spatialement et temporellement une gamme étendue de nombres de Reynolds. Tandis qu'un comportement laminaire perpétuel persiste sur l'amont d'un bassin, l'aval est susceptible de subir une transition d'état qui « remonte » vers la ligne de crête au fil du temps pour se stabiliser en une région du bassin à l'équilibre.

Pour réagir à cette dualité, Bell et al proposent simplement de calculer analytiquement la situation d'une telle transition en disposant, pour une même couverture, des coefficients laminaires et turbulents.

Cette attitude est discutable dans la mesure où de nombreuses expériences établissent que la turbulence apparaît ou s'évanouit graduellement sur une frange de nombres de Reynolds qui dépend des circonstances du mouvement. Mais principalement, un effet spécifique aux écoulements hydrologiques vient jouer un rôle perturbateur unanimement reconnu : le martèlement de la surface libre par la pluie. Les perturbations qu'il provoque abaissent considérablement, sur l'échelle des nombres de Reynolds, le seuil de transition d'état comme le met en exergue, assez paradoxalement, le pic caractéristique de l'arrêt des précipitations, visible à la figure II.3.

Lorsqu'elles cessent, le ruissellement cherche un nouvel équilibre. Le sursaut de la courbe résulte d'une augmentation plus rapide de la vitesse que la décroissance graduelle de hauteur. L'arrêt des pluies modifie donc fondamentalement les caractéristiques de frottement au point de suffire, dans certains cas, à provoquer une transition directe turbulent-laminaire. Morgali confirme expérimentalement cette logique en confirmant un comportement totalement laminaire lors d'une phase de récession sur gazon alors que l'aval au moins du plan incliné connaissait un mouvement turbulent à l'équilibre.

D'après les études de Yu et al, les variations du frottement ne créent ce pic visible que lorsqu'elles s'accompagnent d'un changement d'état. Ils expliquent ainsi qu'au delà de $Re = 2000$, l'impact des gouttelettes contribue peu à une turbulence que l'écoulement sait entretenir à lui seul. Parallèlement, il doit exister une valeur en deçà de laquelle la pluie ne parvient plus à perturber un écoulement trop stable.

En suivant ce raisonnement, nous pouvons cerner la zone de transition d'état avec une approximation raisonnable pour des bornes de nombre de Reynolds fixées entre 100 et 2000. Puisque la nature n'a pas opéré de sélection sur le type d'écoulement qui prévaut en hydrologie de surface, que les deux états, laminaire et turbulent, coexistent et organisent leur transition sur une plage variable de nombres de Reynolds, il nous paraît sage de rechercher un compromis avec une loi unique de comportement en précisant simultanément l'ampleur des répercussions de cette approximation.

Nous nous appuyerons notamment sur les travaux de Weather et al ou d'Overton pour nous rallier à la loi de Manning dont il s'établit que l'approximation ne se solde pas par des erreurs significatives lorsqu'il existe des régions à écoulement laminaire.

Concluons sur l'acquis expérimental majeur d'une théorie cinématique qui concorde avec la réalité physique reproduite sur des géométries simples. La borne inférieure pour k_o , fixée par Woolhizer et al à 10, suffit effectivement à accorder la théorie simplifiée avec l'expérimentation. D'autre part, le recours à une loi de frottement dédiée initialement à des écoulements tout autres se solde par des valeurs du coefficient de Manning, n , « hors norme ». Citons d'emblée une borne inférieure approximative de $n = 0,01$ pour la surface très lisse qu'est l'asphalte et des valeurs approximatives de 0,3 à 0,4 pour les pâturages et zones boisées.

II.4. Extension de la théorie cinématique aux topographies réelles

Il est assez flagrant de constater que les rares applications de la thèse cinématique en hydrologie s'en tiennent à des raisonnements unidimensionnels avec, dans la majorité des cas, un terrain

d'écoulement idéalisé en une série de plans inclinés dont l'extrémité amont coïncide avec la crête de partage et l'extrémité aval avec un segment de cours d'eau ou de ru drainant.

Or, il est très difficile de soutenir qu'une telle simplification extrême en long des irrégularités topographiques de chaque bande de terrain n'occasionne aucune incidence sur l'hydrogramme qui se déverse dans tout segment de rivière (Lane et al), avec, en tout état de cause, le problème crucial du critère qui fixe ces pentes équivalentes.

Si, inéluctablement, notre objectif consiste à progresser dans la discrétisation pour exploiter au maximum cette richesse d'informations que constitue le caractère quasi-tridimensionnel de toute topographie naturelle, l'évolution n'en demeure pas moins théoriquement parlant beaucoup plus audacieuse lorsqu'elle étend le champ d'application de l'approximation cinématique à des topographies en long plus générales que celles abordées expérimentalement.

Dans la perspective d'une totale liberté dans la représentation topographique, justifier cette extension sur la seule base du critère initial de Woolhizer et al qui porte sur k_0 témoignerait d'un manque de rigueur (Croley et al). Cette question cruciale trouve en fait une réponse dans le réalisme et le bon sens qui doivent prévaloir dans une telle modélisation numérique.

Quittons un instant le contexte théorique pour nous en tenir simplement à des ordres de grandeur. Dans l'optique de modélisations hydrologiques sur des bassins couvrant des centaines voire des milliers d'hectares, il paraît illusoire d'espérer adopter des mailles de discrétisation d'une dimension moyenne nettement inférieure à la centaine de mètres.

Fixons à présent quelques grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Compte tenu des phénomènes d'interception, d'infiltration et d'évaporation, l'épaisseur de la lame ruisselante se maintient dans des ordres de grandeur de 10^{-2} m tandis qu'elle s'écoule sur les pentes naturelles à des vitesses de l'ordre de 10^{-2} m/s. Nous pouvons dès lors comparer les influences relatives de chaque terme de l'équation dynamique complète (II.2) :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = g (\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x}) - \frac{\tau_x}{h} - (r-i) \frac{\bar{u}}{h} \cos \theta \quad (\text{II.14})$$

inertie	convection	pente de fond pente totale de surface	frottement	contribution des apports extérieurs
$0 (10^{-6})$	$0 (10^{-6})$	$0 (1)$	$0 (10^{-3})$	$0 (1)$

L'évaluation révèle la totale inutilité de prendre en compte les équations complètes pour des topographies globales. Seules des mailles de taille comparable à la hauteur de la lame d'eau rendraient à chaque terme la faculté d'être numériquement significatif. On verse alors dans un autre domaine, celui que Tayfur et al intitulent « écoulement sur de la microtopographie ». Il se heurte à d'innombrables difficultés, tant « philosophiques » que numériques.

La complexité d'une discrétisation plus fine pour la gestion des données quant à la caractérisation des terrains et des précipitations par exemple, le temps prohibitif que requerrait une discrétisation fine sur du matériel informatique usuel, nous incitent donc à poursuivre avec l'hypothèse cinématique.

Ce choix s'impose à ce stade comme l'aboutissement d'un raisonnement qui accommode au mieux une indispensable globalisation des phénomènes dictée à la fois par des contingences physiques et numériques.

En effet, les processus naturels à prendre numériquement en compte concernent des étendues telles qu'il faut renoncer à étudier la progression de chaque filet d'eau parmi les brins herbeux pour composer plus sagement avec une échelle de maillage très supérieure à l'épaisseur de la lame ruisselante. Ces contingences numériques préconisent une intégration topographique qui ne va pas nécessairement à l'encontre d'une autre intégration, plus « philosophique », des processus naturels tant les réalités hydrologiques de ces phénomènes sont complexes et les propriétés intrinsèques anisotropes. La seule approche physique raisonnable consiste donc à les intégrer et à les moyenner sur une échelle macroscopique très supérieure à celle des accidents locaux de la topographie ou de l'écoulement.

La théorie cinématique respecte cette double démarche conceptuelle. En se cantonnant dans des géométries et conditions élémentaires propices à un meilleur contrôle de tous les intervenants, ses tests de validité sur des topographies naturelles la légitiment pleinement et constituent autant de signes encourageants, des guides et des incitants au moment d'élargir une méthode éprouvée dans des cas simples pour la transformer en une approche générale qui concilie au mieux réalité physique et impératifs numériques.

Le long d'une trajectoire quelconque C, généralisons la formulation cinématique aux deux dimensions spatiales comme base de développement pour la modélisation d'écoulements hydrologiques :

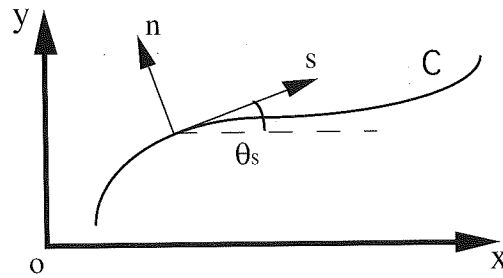


FIG. II.4. – Projection dans le plan (x, y) d'une trajectoire quelconque de goutte de pluie.

$$\bar{u}_x = \sqrt{\sin \theta_j \sin \theta_j} c_f \sqrt{h} \cos \theta_s = a' h^m \cos \theta_s \quad (\text{II.15})$$

$$\bar{u}_y = \sqrt{\sin \theta_j \sin \theta_j} c_f \sqrt{h} \sin \theta_s = a' h^m \sin \theta_s$$

avec :

θ_i : l'opposé de l'angle que fait la topographie locale avec l'axe i

c_f : un coefficient représentatif de l'état de surface et d'écoulement au sein de la lame

Le remplacement de \bar{u}_i dans l'équation de continuité intégrée sur la hauteur donne l'expression quasi-tridimensionnelle de l'écoulement hydrologique, de seule inconnue h :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (a' h^{m+1} \cos \theta_s) + \frac{\partial}{\partial y} (a' h^{m+1} \sin \theta_s) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = (r - i) \cos \theta_z \quad (\text{II.16})$$

II.5. Spécificités de la thèse cinématique appliquée aux topographies réelles

Après avoir légitimé l'hypothèse cinématique pour du ruissellement hydrologique en fine lame sur des géométries élémentaires, nous venons de procéder à une extension de son champ d'application sur base d'une globalisation souhaitable à la fois physiquement et numériquement. Il est temps d'aborder les nombreuses implications théoriques qu'une telle phase suppose face aux hypothèses les plus libérales en matière de topographie digitalisée en conditions réelles de terrain.

Nous commencerons par examiner ce système du seul point de vue de l'hydraulique théorique car force est de constater qu'il implique, par rapport au système complet, certaines spécificités importantes.

La première particularité découle de l'écriture même des équations. La simplification de l'équation dynamique générale en une relation biunivoque entre la vitesse et la hauteur d'eau, paramétrée par certaines propriétés du système, marque un appauvrissement inéluctable par rapport au comportement classique en hystérésis manifesté par les systèmes complets en hydraulique classique (comportement spécifique en crue et en décrue).

Un autre point sensible concerne l'identification implicite de la pente de surface à la pente de fond. Elle annoncerait de substantielles limitations théoriques vis-à-vis des topographies envisageables dans un contexte autre qu'une modélisation à grande échelle d'écoulements hydrologiques en très fine lame. En effet, l'absence de pente exclut tout écoulement tandis que ni la formation de zones de stockage à surface libre horizontale, ni un quelconque écoulement à contre-pente ne peuvent être reproduits.

Cependant, dans cette modélisation du ruissellement sur un terrain, par opposition notamment à l'écoulement suscité dans un réseau drainant de rus ou de rivières, peu d'hydrologistes contestent l'orientation globale des filets fluides selon les droites de plus grande pente alors que cette hypothèse relève des mêmes limitations. Quant à la formation de lacs, elle peut difficilement avoir lieu à l'échelle macroscopique envisagée, à moins d'envisager des précipitations si prolongées et si intenses qu'elles relèvent de phénomènes naturels aussi rares qu'exceptionnels, conditions inattendues de pluviosité en dehors desquelles il serait tout aussi étonnant d'observer un ruissellement à contre-pente !

Ces objections ne se justifient donc que face aux phénomènes hydrauliques les plus familiers, et non dans les circonstances communes de ruissellement où de telles singularités n'ont pas cours. Cette importante mise au point souligne d'autant mieux le choix circonstancié d'un tel modèle qui s'identifie complètement aux hypothèses et aux acquis de l'hydrologie classique, dont nous venons de citer quelques aspects marquants.

D'emblée, illustrons une conséquence de cette formulation dépouillée qui conserve la richesse fondamentale des modèles non-linéaires. En visualisant les réponses analytiques d'un même plan incliné pour des pluies dont l'intensité et la durée se combinent pour assurer un égal volume tombé, nous vérifions immédiatement que ce type de modèle réfute des conceptions classiques comme le temps de concentration³ considéré comme propriété intrinsèque d'un

³ temps de concentration : temps nécessaire à une goutte de pluie tombant sur le point le plus éloigné du bassin pour parvenir à l'exutoire.

bassin, la présence d'isochrones⁴ et, plus généralement, les propriétés d'additivité liées à la théorie de l'hydrogramme unitaire. Sans entrer dans la polémique d'une quelconque suprématie d'un type de modèle, il ressort de la littérature que les approches non-linéaires en général apportent des arguments très positifs, confirmés par l'expérimentation, par rapport aux méthodes linéaires notamment (Amororcho et al, Hromadka et al).

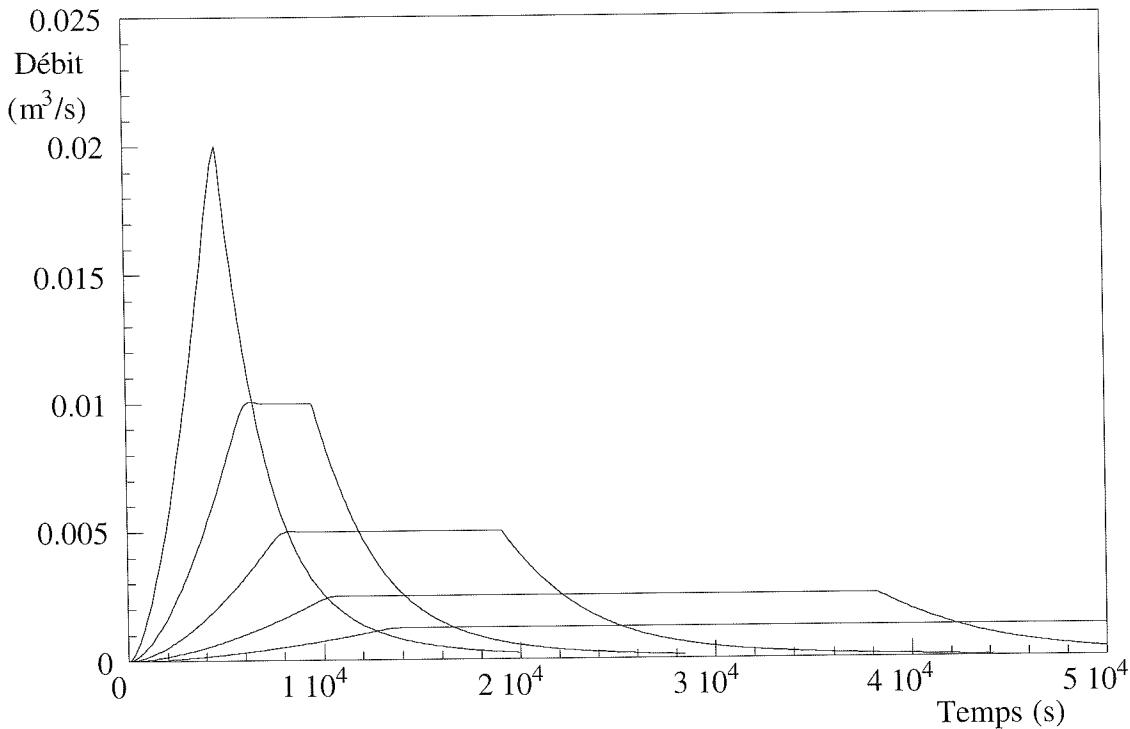


FIG. II.5. – Hydrogramme à l'exutoire d'un même plan incliné pour différentes intensités et durées de pluie, et pour un même volume total tombé.

Nous allons établir que les difficultés naissent précisément de cette richesse de représentation en propageant et déformant les signaux de manière complexe pour aboutir, en certaines circonstances, à des discontinuités que ne résolvent pas systématiquement des théories plus affûtées.

II.6. Singularités d'écoulement en topographie réelle

Bien que le cadre quasi-tridimensionnel ait été suggéré, nous nous cantonnerons d'abord dans l'unidimensionnel propice à la mise en lumière des singularités les plus marquantes. Les conclusions guideront notre choix et nos recherches pour une validation plus aisée aux autres dimensions.

⁴ ligne isochrone : lieu géométrique de tous les points d'impact des gouttes de pluie qui mettent le même laps de temps pour parvenir à l'exutoire.

L'étude de l'expression unidimensionnelle générale tirée de (II.16)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + a(m+1)h^m \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} + c \frac{\partial h}{\partial x} = (r - i) \cos \theta \quad (\text{II.17})$$

introduit certains caractères essentiels des ondes hyperboliques avec apparition d'ondes de choc matérialisées par des sauts dans l'écoulement, par opposition au caractère trivial de la formulation cinématique linéarisée qui décrit une simple translation, sans déformation, d'un signal avec une célérité c_0 .

Envisageons une application unidimensionnelle sous un angle un peu particulier. Le bassin étudié est soumis à des pluies d'intensité constante. Il se termine à son aval par un plan incliné. Du bassin hydrologique amont, nous ne connaissons que l'hydrogramme qu'il provoque à l'extrémité amont du plan incliné. À cet endroit, nous savons que l'évolution temporelle de la hauteur d'eau a la forme d'une sinusoïde puis se poursuit par une hauteur constante (figure II.6.).

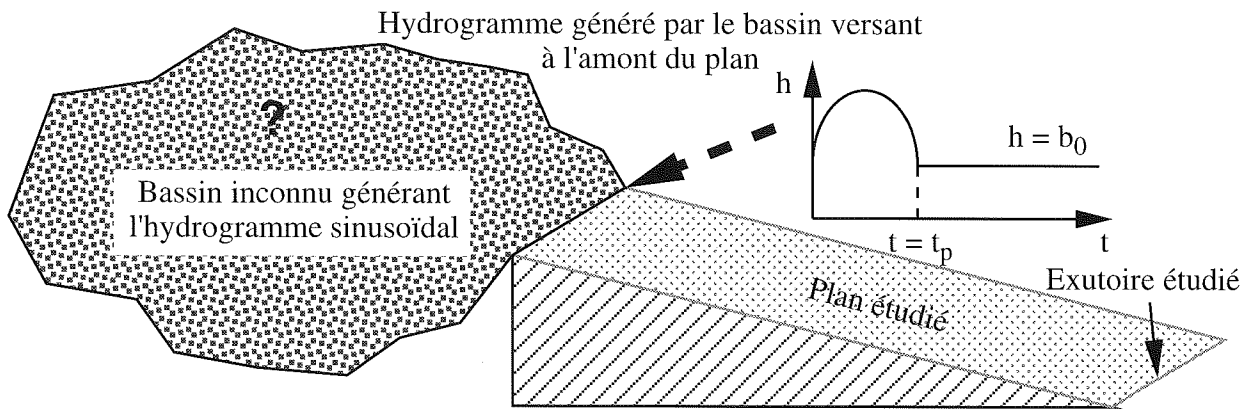


FIG. II.6. – Disposition générale du bassin versant étudié.

Examinons la solution analytique adimensionnelle dans l'hypothèse d'un écoulement turbulent ($m = 2/3$).

Puisque la célérité est une fonction croissante de la hauteur, le profil se déforme jusqu'au moment où la pente de la surface libre devient infinie (figure II.7.). À partir de là, l'onde adopte un profil déferlant très esthétique mais sans aucune correspondance physique ! Pour s'en convaincre, on se souviendra que la simplification de l'équation dynamique mène à une relation univoque entre hauteur et vitesse. Une solution triple en un point pour la hauteur donnerait autant de débits correspondants !

Cette singularité inspire deux réflexions principales :

- Rappelons d'abord que la forme différentielle de l'équation de continuité ne tolère aucune discontinuité puisqu'elle suppose implicitement que la fonction hauteur d'eau est dérivable. Or, une conservation de volume est réalisable au travers de discontinuités. Un retour à sa formulation originelle s'impose pour examiner sous quelle forme elle dégénère pour une solution discontinue, dans l'optique d'un élargissement du champ des solutions aux

discontinuités, et à l'assimilation éventuelle des solutions multiples par une transition brusque préservant la solution.

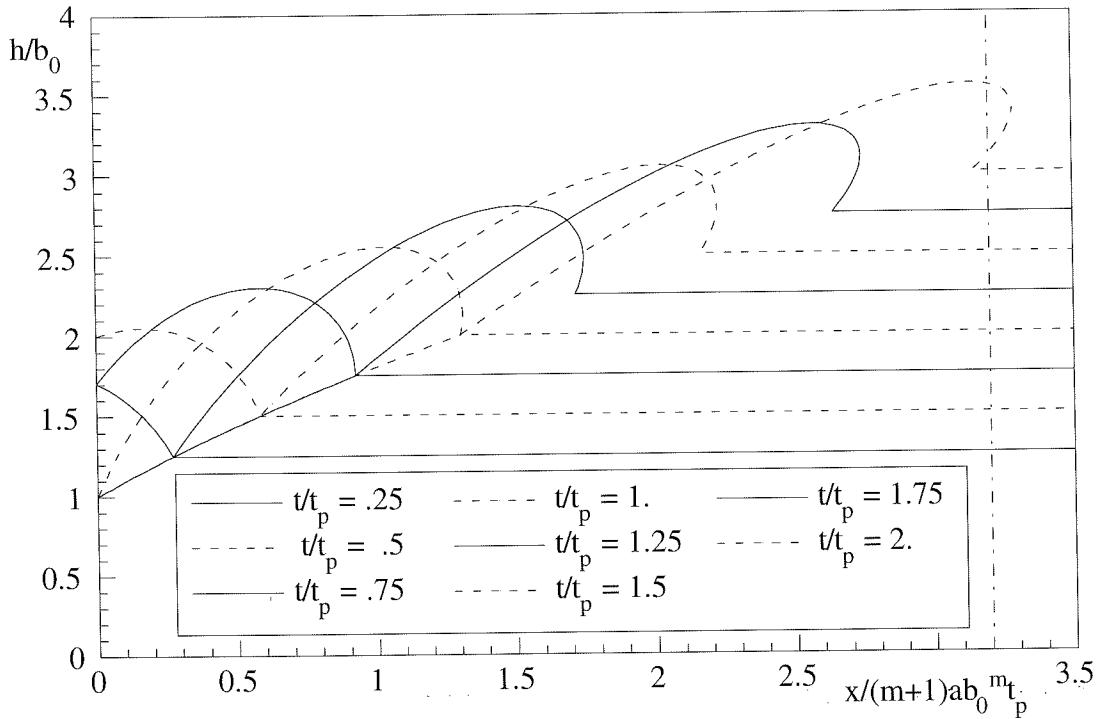


FIG. II.7. – Lignes d'eau instantanées en coordonnées adimensionnelles, solutions analytiques de l'exemple choisi en écoulement turbulent

- Puisque la continuité est une propriété indépendante de l'état d'écoulement, c'est la seconde équation du modèle, liaison explicite entre vitesse et hauteur d'eau qui doit être reconsidérée. En effet, certaines hypothèses, émises lors du choix de l'hypothèse cinématique, sont en contradiction flagrante avec les résultats obtenus, telle l'apparition de pentes de surface infinies qui contraste avec l'hypothèse d'une pente de surface assimilable à la pente de fond. Cette seconde relation cesserait ponctuellement d'être une description valable du processus physique avec, notamment, une pente de surface qui créerait des effets qu'il convient de considérer aux abords des déferlements analytiques.

Un examen théorique plus approfondi des simplifications s'impose afin d'évaluer dans quelle mesure les termes éliminés résolvent les singularités du problème et de dégager les comportements qu'auraient les autres approximations possibles, c'est-à-dire le modèle diffusif ou le système complet.

II.7. Étude théorique des discontinuités en ruissellement hydrologique

Par référence à la première remarque, l'établissement de la continuité pour des variables situées de part et d'autre d'une discontinuité donne la relation suivante :

$$q_1 - Uh_1 = q_2 - Uh_2 = q' \quad (\text{II.18})$$

où

q_i : désigne le débit par unité de largeur

h_1, h_2 : désignent des profondeurs respectivement à gauche et à droite de la transition

U : est la vitesse de déplacement du choc

q' : représente le débit que mesure un observateur qui se déplace avec la discontinuité

Au sens strict de la continuité, une discontinuité qui vérifie l'équation (II.18) fait partie intégrante des solutions acceptables et est susceptible de se substituer avantageusement aux solutions triples de l'approche continue. Pour répondre à cette suggestion, nous allons analyser les simplifications opérées sur les équations complètes en cherchant plus particulièrement l'expression que ces modèles approchés fournissent pour la vitesse constante U' de déplacement d'une transition qui lie deux états stationnaires situés à $\pm \infty$ (Ils sont référencés par les indices 1 et 2). Pour chaque approximation, nous précisons la structure de la solution recherchée dans l'hypothèse où le profil des hauteurs tend vers ces deux états avec une pente tendant vers 0.

II.7.1. Première approche de la transition par l'hypothèse de l'onde diffusive

Examinons en premier lieu ce qu'apporte le gradient de hauteur ajouté à la pente de fond. Le remplacement dans l'équation de continuité de la vitesse par la forme dimensionnelle de (II.11) donne une expression assez complexe qui permet néanmoins, lorsqu'on injecte la solution suivante de l'application citée en préambule

$$h = h(x'') \quad \text{avec} \quad x'' = x - U' t \quad (\text{II.19})$$

de dégager une intégrale première qui s'écrit :

$$-U'h + \left[\frac{1}{\alpha} (\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x}) \right]^{\frac{1}{\beta}} h^{\frac{\beta + \gamma}{\beta}} = -e \quad (\text{II.20})$$

Pour rencontrer les conditions aux limites, la vitesse de déplacement du choc U' et la constante d'intégration e doivent satisfaire aux relations suivantes :

$$q_1 - U'h_1 + e = q_2 - U'h_2 + e = 0 \quad (\text{II.21})$$

L'introduction de cette condition, précisément analogue à (II.18), dans l'intégrale première (II.20), donne l'expression suivante pour le gradient de hauteur :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\alpha}{\cos \theta} h^{-(\beta + \gamma)} (q' + U h)^\beta + \text{tg} \theta \quad (\text{II.22})$$

Elle suggère un fait nouveau non négligeable : dans les limites des topographies définies en préambule (sans contre pente notamment), cette pente de hauteur d'eau conserve généralement une valeur finie de signe constant qui permet à la solution de rallier les deux états limites par une transition continue et graduelle.

Nous pouvons également suggérer cette influence décisive de l'approximation diffusive sur l'obtention d'une solution continue en procédant à l'approximation habituelle de l'expression des pentes de surface dans le seul but de ramener l'équation de continuité exprimée avec l'hypothèse diffusive à une forme plus familière :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c(h, x) \frac{\partial h}{\partial x} = \mu(h, x) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + (r - i) \cos \theta \quad (\text{II.23})$$

avec :

$$c(h, x) = \left(1 + \frac{\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{h^\gamma}{\alpha} \sin \theta\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{II.24})$$

$$\mu(h, x) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} h^{\frac{\beta + \gamma}{\beta}} \cos \theta \sin \theta^{\frac{1 - \beta}{\beta}} \quad (\text{II.25})$$

On retrouve une structure qui combine, à l'instar de toute équation de convection-diffusion, des tendances à raidir les profils par une convection non linéaire $c(h, x)$, avec un adoucissement de la forme du signal propre à la diffusion $\mu(h, x)$.

Des tendances extrêmement importantes se dégagent d'une étude plus détaillée de la solution. La seule présence d'une contribution diffusive, si petite soit elle, suffit à assurer une transition continue en lieu et place des chocs d'une théorie plus « grossière ».

Mais lorsque le coefficient de diffusion devient très petit, la frange des abscisses dans laquelle se produit la transition devient si étroite qu'un saut brusque constitue une approximation valable de la solution.

Ces indications sont très encourageantes pour le modèle d'écoulement très particulier que nous développons. À l'échelle spatiale des phénomènes que nous souhaitons modéliser, la théorie cinématique garderait tout son sens à condition d'introduire la possibilité de sauts dans la solution qui approximerait les profils continus d'une théorie plus précise.

Il ne s'agit encore que d'un espoir puisqu'en toute rigueur, un retour aux équations complètes d'Euler s'impose pour se forger une opinion définitive. Cette étape paraît d'autant plus nécessaire lorsqu'on songe que les ressauts font partie intégrante des solutions de la théorie classique basée sur les équations complètes. Or, notre approche consacrée de la théorie diffusive semble éliminer ces discontinuités.

II.7.2. Approche d'une transition par les équations non-linéaires complètes

Reprenons la même application en adaptant la structure de solution proposée en (II.19) à deux variables indépendantes :

$$\bar{u} = \bar{u}(x'') \quad h = h(x'') \quad \text{avec} \quad x'' = x - U' t \quad (\text{II.26})$$

L'intégration de l'équation de continuité est immédiate et permet d'exprimer l'équation dynamique en fonction de la seule hauteur :

$$\bar{u} = U' - \frac{e}{h} \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\partial h}{\partial x''} = - \frac{g \left(\alpha \frac{\left(U' - \frac{e}{h} \right)^\beta}{h^\gamma} - \sin \theta \right) h^3}{g h^3 \cos \theta - e^2} \quad (\text{II.28})$$

L'imposition des conditions aux limites permet de déterminer l'expression de la constante d'intégration e et de U' :

$$e = h_1 h_2 \left(\frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{h_2 - h_1} \right) = \left(\frac{\sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} h_1 h_2 \left(\frac{h_2^{\frac{\gamma}{\beta}} - h_1^{\frac{\gamma}{\beta}}}{h_2 - h_1} \right) \quad (\text{II.29})$$

$$U' = \left(\frac{\bar{u}_2 h_2 - \bar{u}_1 h_1}{h_2 - h_1} \right) = \left(\frac{\sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{h_2^{\frac{\beta+\gamma}{\beta}} - h_1^{\frac{\beta+\gamma}{\beta}}}{h_2 - h_1} \right) \quad (\text{II.30})$$

Cette expression de U' est à nouveau analogue à la condition à vérifier pour une discontinuité (II.18). Néanmoins, comme pour l'onde de diffusion, des caractéristiques supplémentaires sur le profil qui lie les deux états à $\pm \infty$ peuvent être dégagées.

Le signe du gradient de hauteur donné en (II.28), ainsi que ses possibles évolutions en fonction de x'' , déterminent drastiquement la structure de la transition. Pour assurer une transition monotone et continue, il doit conserver une valeur négative puisque la tendance aux chocs s'accompagne d'une augmentation de hauteur lorsque la célérité est une fonction croissante de la hauteur.

L'examen du numérateur de l'expression (II.28) confirme qu'il conserve un signe positif constant entre les états uniformes pour les valeurs les plus significatives du couple (β, γ) . Par conséquent, le seul signe du dénominateur de (II.28) sera déterminant dans la discussion.

Pour maintenir le dénominateur positif et assurer la continuité de la solution, il faudrait

$$\bar{u} - \sqrt{g h \cos \theta} < U' < \bar{u} + \sqrt{g h \cos \theta} \quad (\text{II.31})$$

La première condition est toujours remplie puisque (II.27) assure à U' d'être toujours supérieur à \bar{u} avec e positif comme le montre (II.29).

Voyons comment évolue la seconde condition lorsqu'on progresse de deux états très voisins vers des transitions de plus en plus importantes.

Lorsque h_2 est dans le voisinage de h_1 , on obtient U' par (II.30) en remplaçant h_2 par $h_1(1 + \varepsilon)$ avec $\varepsilon \ll \ll$:

$$U' = \left(\frac{\sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{\beta + \gamma}{\beta} \right)^{\frac{\gamma}{\beta}} h_1^{\frac{\gamma}{\beta}} = \left(1 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \bar{u}_1 \quad (\text{II.32})$$

On retrouve par conséquent pour vitesse de propagation d'une faible transition la célérité de la théorie approchée cinématique. En procédant à une étude de stabilité sur le système linéarisé, il apparaît que la vérification des conditions de stabilité implique dans ce cas une solution continue :

$$U' = \left(1 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \bar{u}_1 = c_1 < \bar{u}_1 + \sqrt{gh_1 \cos \theta} \quad (\text{II.33})$$

Lorsque l'onde gagne en amplitude, U' grandit et n'assure un profil continu qu'aussi longtemps que :

$$c_1 < U' < \bar{u}_1 + \sqrt{gh_1 \cos \theta} \quad (\text{II.34})$$

Au-delà, c'est-à-dire quand U' prend ses valeurs dans le domaine

$$\left] \bar{u}_1 + \sqrt{gh_1 \cos \theta}, \quad \bar{u}_2 + \sqrt{gh_2 \cos \theta} \right[,$$

il existe nécessairement un changement de signe du dénominateur qui provoque un profil discontinu. Dans ce cas, il faut repartir, comme pour la continuité seule, des équations complètes sous leur forme intégrale afin de dégager les conditions complètes qui président à un choc.

Cette approche s'identifie alors à la théorie classique bien connue des hydrauliciens : celle du ressaut.

Revenons un instant sur la condition fondamentale de ce paragraphe, l'équation (II.34) pour insister sur sa signification physique : Un choc peut se résoudre en une transition continue en progressant plus rapidement que les ondes issues des dérivées d'ordre inférieurs. Il ne peut cependant se mouvoir plus rapidement que celles générées par les dérivées d'ordre supérieur directement à son aval.

En conclusion, nous retiendrons de la théorie complète qu'elle produit une solution continue tant que l'amplitude du choc se maintient dans les intervalles qui permettent à (II.34) d'être vérifiés. Au delà subsiste une discontinuité dans la solution qui requiert un retour aux formulations intégrales originelles. Nous y reviendrons.

Cette courte synthèse légitime le choix d'une solution qui admet des chocs qui vérifient la continuité tandis que de part et d'autre de ces discontinuités, le modèle cinématique est conservé,

puisque'il se confirme être une approximation valable dans l'optique d'une modélisation macroscopique du ruissellement sur un bassin dans son ensemble.

Si l'hypothèse cinématique émerge confortée de cette analyse, elle implique néanmoins d'introduire ce que nous nommerons des ressauts au sens de la théorie cinématique. Cette conséquence est essentielle puisque'il faut disposer d'une solution composite qui vérifie l'équation différentielle dans ses intervalles continus et qui satisfait à la condition appropriée de « saut » aux discontinuités. Celle-ci se définit par la notion de solution faible ou généralisée, dont l'expression unidimensionnelle s'écrit pour l'hydrologie de surface :

$$\iint_S \left(h \frac{\partial b(x,t)}{\partial t} + q(h) \frac{\partial b(x,t)}{\partial x} + b(x,t)(r-i)\cos\theta \right) dxdt - \int_{\partial S} b(x,t) [hdx - q(h)dt] = 0 \quad (\text{II.35})$$

avec

- $b(x, t)$: une fonction test différentiable et arbitraire
- S : une région arbitraire du plan (x, t) , de contour ∂S
- q : le débit par unité de largeur, fonction explicite de la hauteur h

On peut montrer que cette expression réunit effectivement les solutions continues et discontinues du problème initial. Sa forme mathématique suggère immédiatement ces plus larges possibilités pour la fonction h en n'impliquant plus de dérivée de cette inconnue. Elle émerge d'une réflexion parallèle sur les équations et la physique du problème afin de lever l'ambiguïté qui se présente dans la multiplicité des solutions généralisées possibles.

II.8. Conclusion

Cette brève introduction théorique a contribué à fixer notre opinion sur les points les plus fondamentaux de l'écoulement hydrologique de surface : structure de l'écoulement, loi de frottement la plus concordante aux observations, légitimité de développer une approche physique des processus, étude de ses implications et validité des nécessaires simplifications, ...

L'approche cinématique s'affirme comme une alternative crédible pour un modèle hydrologique à grande échelle basé sur la physique des écoulements de surface. Son utilisation confidentielle, limitée à des géométries unidimensionnelles élémentaires, censées idéaliser les géométries les plus irrégulières, s'explique par les singularités qu'elle introduit lorsqu'on travaille dans un cadre topographique plus libéral. Son application sans discernement dans le traitement de ces discontinuités et sans analyse physique de leur signification conduit à un manque total de fiabilité des résultats.

Dès lors que les principaux écueils théoriques ont été circonscrits et surmontés, abordons à présent les difficultés numériques qui en découlent.

CHAPITRE III

Aspects numériques de la modélisation du ruissellement hydrologique unidimensionnel

III.1. Introduction

Quelques modèles unidimensionnels de la littérature procèdent à une découpe souvent sommaire du profil de la topographie, avec deux ou trois transitions seulement et très graduelles (Ross et al par exemple). Cependant, lorsque Jayawardena et al exploitent davantage ce concept, ils relatent l'apparition d'imprécisions numériques qui donnent, entre autres, un bilan volumique assez détérioré.

Ce sont notamment leurs remarques qui nous incitent à la plus grande prudence. Ainsi, nous nous cantonnerons d'abord dans un cadre unidimensionnel afin de circonscrire les comportements intrinsèques du code élaboré et d'en tirer parti dans l'établissement d'une solution numérique pleinement satisfaisante et aisément généralisable aux autres dimensions. Dans cette optique, il va sans dire que les schémas de discrétisation et de résolution seront fondamentalement communs à chaque étape.

Dans les critères fondamentaux qui ont influencé notre choix d'une méthode, nous ne citerons que la facilité de discrétiser les géométries quasi-tridimensionnelles les plus quelconques. La méthode des éléments finis présente des avantages substantiels dans ce domaine, qui ont contribué à son succès dans chaque spécialité de l'ingénieur.

Outre le fait qu'elle n'impose aucune restriction sur la forme du domaine occupé par le fluide, elle offre pour avantages principaux la flexibilité inhérente aux maillages d'éléments de taille et de forme variables, une solution continue sur tout le domaine, enfin le choix dans l'ordre d'approximation des variables selon le degré d'interpolation choisi.

Ces spécificités répondent suffisamment aux qualités requises pour notre application pour travailler, en ce qui concerne la discrétisation spatiale du moins, par éléments finis. Nous vérifierons par ailleurs qu'en reproduisant et généralisant nombre d'approches par différences finies, les éléments finis proposent d'innombrables pistes de prospection pour combiner les avantages de schémas bien connus pour leurs propriétés sélectives.

Une discrétisation temporelle par différences finies complète le schéma numérique. Une courte analyse théorique permet d'en extraire les caractères les plus manifestes en matière de stabilité et de dissipation numérique. Elle ouvre la voie aux premiers tests numériques sur des géométries de moins en moins triviales qui mettent en exergue l'importance accordée à la description topographique ainsi que la philosophie de développement de méthodes particulières de pondération.

III.2. Discrétisation spatiale et temporelle

Considérons l'expression générale suivante

$$\frac{\partial h}{\partial t} = L(h) \text{ sur le domaine } S \quad (\text{III.1})$$

soumise à des conditions limites sur la frontière ∂S .

$L(h)$ représente un opérateur spatial qui inclut également les apports et retraits du monde extérieur sur le système.

La discrétisation temporelle par différences finies porte sur deux niveaux temporels t et $(t+\Delta t)$. Elle s'énonce sous la forme suivante, lorsqu'elle est appliquée à l'équation (III.1) :

$$\frac{h^{t+\Delta t} - h^t}{\Delta t} = L(\theta_t h^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) h^t) \quad \text{pour } 0 \leq \theta_t \leq 1 \quad (\text{III.2})$$

Quelques valeurs du coefficient de pondération temporel θ_t donnent lieu à des schémas connus, tel celui d'Euler explicite (0) ou implicite (1) et celui de Crank-Nicholson (0,5).

La discrétisation spatiale recourt aux éléments finis. La forme intégrale à traiter provient de l'application de la méthode des résidus pondérés, largement répandue en mécanique des fluides. Rappelons ici les grandes lignes de cette méthode exposée en détails dans des ouvrages de base comme ceux de Lapidus et Pinder, Chung ou encore Pironneau. Nous l'appliquons en toute généralité à une équation (III.1) multidimensionnelle.

Désignons par \hat{h} une solution approchée du problème. Le résidu R de l'équation se définit par la relation suivante :

$$R(\hat{h}) = \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} - L(\hat{h}) \quad (\text{III.3})$$

La méthode des résidus pondérés consiste en une projection orthogonale du résidu sur une série de fonctions P_i linéairement indépendantes. Nous cherchons par conséquent la fonction \hat{h} qui minimise les formes intégrales :

$$W_i = \int_S P_i R(\hat{h}) dS = 0 \quad (\text{III.4})$$

Pour que \hat{h} représente la solution exacte du système, R doit être identiquement nul ce qui équivaut à imposer l'orthogonalité de R par rapport à n'importe quelle fonction P_i . Néanmoins, lorsque la discrétisation comporte n inconnues, nous n'avons la possibilité d'exprimer que n conditions et donc de ne choisir que n fonctions P_i linéairement indépendantes. C'est ce choix qui particularise, dans les résidus pondérés, la méthode de Galerkin des variantes que nous prospectorons pour le traitement des discontinuités.

Dans l'approche classique de Galerkin, les fonctions de pondération s'identifient aux fonctions d'interpolation de la variable h , que nous désignons par N_i . En éléments finis, l'approximation de la solution s'écrit en effet :

$$\hat{h}(x) = N_i(x_i) \cdot H_i = N^T \cdot H \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{III.5})$$

avec

$$N^T = \langle N_1, N_2, \dots, N_n \rangle \quad \text{un vecteur transposé, dont les } N_i \text{ représentent des fonctions définies sur tout le domaine}$$

$$H^T = \langle H_1, \dots, H_i, H_n \rangle \quad \text{un vecteur transposé, dont les coefficients indéterminés } H_i \text{ représentent les valeurs de la fonction aux points de collocation } i$$

$$x_i \quad \text{les coordonnées d'un point quelconque du domaine.}$$

Par conséquent, si x_{kl} désigne les coordonnées du point de collocation k , il vient :

$$N_i(x_{kl}) = \delta_{kl} \quad (\text{III.6})$$

Pour respecter (III.6) sur l'entière du domaine tout en permettant une intégration aisée des équations, le domaine d'intérêt S est partagé en éléments finis, dont les points de collocation sont les sommets. La fonction d'interpolation N_i est identiquement nulle en tout élément qui ne possède pas le point i dans ses sommets. Ailleurs, elle est définie par une base polynomiale, dont le degré fixe l'ordre de l'élément utilisé. Dhatt et al donne la formulation exhaustive des différents types d'éléments uni et bidimensionnels utilisés.

Explicitons l'opérateur $L(h)$ et effectuons ces différentes étapes dans le cadre unidimensionnel de l'équation conservative générale suivante, écrite sur base de (II.17) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (a h^{m+1}) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q(h)}{\partial x} = (r - i) \cos \theta \quad (\text{III.7})$$

Le coefficient « a » dépend des données topographiques et est donc en toute généralité une fonction de l'abscisse, tout comme la contribution des apports et retraits.

En définissant q , parallèlement à (III.5) et en appliquant la discrétisation temporelle (III.2), on obtient la forme intégrale suivante :

$$W(H^{t+\Delta t}) = \int_S P \left[N^T \cdot (H^{t+\Delta t} - H^t) + \Delta t \frac{\partial N^T}{\partial x} \cdot \left[[\theta_t Q^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) Q^t] - (r-i) \cos \theta \right] \right] dS = 0 \quad (\text{III.8})$$

Compte tenu de la non-linéarité de l'équation, mise en évidence par l'expression qui lie q et h , et du caractère implicite des discrétisations spatiale et temporelle, dans le cas où $\theta_t \neq 0$, la résolution du système (III.8) requiert l'utilisation d'un algorithme approprié.

III.3. Résolution numérique du système non-linéaire

La méthode de résolution du système non-linéaire recourt à l'approche itérative de Newton-Raphson. Celle-ci a prouvé sa convergence rapide dans des domaines voisins de celui qui nous

occupe, même pour des systèmes fortement non-linéaires. Elle trouve ici une application économique à la fois en taille mémoire requise et en temps d'exécution.

Supposons qu'à l'issue d'une progression sur plusieurs pas de temps, nous possédions la solution à l'instant t . La recherche de la solution à l'instant $(t+\Delta t)$ exige d'itérer pour obtenir des approximations successives du vecteur $H^{t+\Delta t}$.

Désignons par $H_{it-1}^{t+\Delta t}$ l'approximation obtenue après $(it-1)$ itérations qui ne permet pas au système discrétisé (III.8) d'annuler la forme intégrale $W(H_{it-1}^{t+\Delta t})$. L'itération it consiste à calculer l'incrément ΔH_{it} qui s'ajoute à la précédente approximation, de façon à tenter d'annuler le résidu évalué avec cette nouvelle solution approchée :

$$W(H_{it}^{t+\Delta t}) = W(H_{it-1}^{t+\Delta t} + \Delta H_{it}) \approx 0 \quad (\text{III.9})$$

Ce vecteur résidu est développé en séries de Taylor exprimées en termes de chaque composante du vecteur $H^{t+\Delta t}$, au voisinage de leurs valeurs obtenues à l'itération $(it-1)$:

$$W(H_{it}^{t+\Delta t}) = W(H_{it-1}^{t+\Delta t}) + \left(\frac{\partial W}{\partial H_j^{t+\Delta t}} \right)_{|H^{t+\Delta t} = H_{it-1}^{t+\Delta t}} \cdot \Delta H_{it,j}^{t+\Delta t} + 0(\Delta H_{it}^2) \quad (\text{III.10})$$

En négligeant les termes d'ordres supérieurs, on obtient :

$$\Delta H_{it}^{t+\Delta t} = - J_{|H^{t+\Delta t} = H_{it-1}^{t+\Delta t}}^{-1} \cdot W(H_{it-1}^{t+\Delta t}) \quad (\text{III.11})$$

où J désigne la matrice jacobienne du système.

Le calcul d'un nouvel incrément réclame donc en principe l'évaluation et l'inversion de la matrice jacobienne. Il est possible d'éviter ces deux opérations en imaginant des variantes, censées réaliser un meilleur compromis entre la vitesse de convergence et le temps de calcul. Nous nous en tiendrons à la méthode de base, en appliquant à l'incrément calculé un simple coefficient qui autorise une sous ou surelaxation.

Explicitons le terme général de la matrice tangente dans le cadre de l'équation (III.8) :

$$J_{i,j} = \int_S [P_i (N_j + (m + \tau \Delta t) \theta_t U_k^{t+\Delta t}) \frac{\partial N_j}{\partial x} \delta_{kj}] dS \quad (\text{III.12})$$

en définissant U_k parallèlement à (III.5) comme les composantes d'un vecteur U .

Lorsque l'algorithme aborde le calcul des inconnues au temps $i\Delta t$, $i = 1, \dots, nt$, il évalue une première solution approchée par combinaison linéaire des solutions aux deux pas précédents. Ensuite, il itère par calcul simultané de la matrice jacobienne (III.12) et du vecteur résidu (III.8) évalué par intégration de Gauss. La résolution du système fournit un nouvel incrément qui donne lieu à des tests de précision sur sa norme et sur le résidu.

La convergence n'a jamais été prise en défaut, pour autant que les valeurs du nombre de Courant se maintiennent dans une frange raisonnable, par un choix approprié du pas temporel. L'approche théorique du paragraphe III.5. détaillera cette notion ainsi que les effets du coefficient θ_t . Auparavant, précisons la forme des fonctions de pondération P_i .

III.4. Choix des fonctions de pondération P_i

Dans la recherche très actuelle de la formulation la plus adaptée à la modélisation potentielle de discontinuités dans l'écoulement, le choix de fonctions particulières ou de termes additionnels est primordial pour générer un schéma adéquat, introduisant des effets sélectifs qui assurent une solution exempte d'effet parasite, sans étouffement excessif. La recherche d'une méthode apte à capturer les chocs se mêle étroitement à une réflexion très actuelle sur les éléments finis et plus précisément sur la formulation initiale de Galerkin réputée très peu dissipative.

En effet, les bons résultats obtenus par les éléments finis dans les domaines les plus divers ne peuvent cacher que leur champ d'application fut longtemps restreint en matière de modélisation de phénomènes relatifs à la convection et à la diffusion. Si les schémas classiques en différences finies qui s'apparentent à la méthode classique de Galerkin sont synonymes de précision dans les cas usuels (Gupta et al), des recherches ont établi qu'il faut leur substituer des schémas décentrés lorsque la convection devient significative afin d'éviter les inacceptables oscillations que nous illustrerons ultérieurement dans une application élémentaire.

La recherche d'une formulation idéale par les différences finies reste d'actualité, comme le prouvent des publications récentes sur le sujet (Botev, Vitchnevetsky, Günther). À l'instar de ces méthodes, diverses tentatives sont menées en éléments finis pour obtenir les mêmes effets :

- La voie la plus générale englobe tous les procédés qui font choix de fonctions de pondération extraites d'une gamme beaucoup plus large que les classiques fonctions symétriques d'interpolation d'où le nom général de méthode de Pétrov-Galerkin. Le décentrement recherché provient de la dissymétrie des fonctions test.
- D'autres pistes sont suivies, comme celle qui consiste à évaluer la matrice convective en un seul point judicieusement choisi en lui attribuant le « volume de l'élément » (Hughes) ou à déplacer tous les points d'intégration de la contribution convective le long des lignes de courant (Payre et al).
- En interprétant l'utilisation de fonctions dissymétriques comme l'addition d'une dissipation par dérivée spatiale du second degré, Kelly et al cherchent la valeur adéquate du coefficient diffusif à introduire et surtout l'expression générale qui l'oriente correctement vis-à-vis de l'écoulement.

Le sujet est vaste à explorer et nous nous contenterons ici de ne préciser que la seule philosophie retenue, celle de Pétrov-Galerkin. Soulignons simplement le fait que dans le cadre de recherches théoriques sur le système d'équations linéarisé, l'application de quelques méthodes dont les résultats publiés sont prometteurs débouche généralement sur des systèmes discrétisés très voisins. Ils établissent ainsi que le bon comportement de chaque code repose finalement sur des processus apparentés de diffusion sélective. Chaque méthode retrouve naturellement ses spécificités dans le cadre non-linéaire et dans son extension en quasi-tridimensionnel. Il en va ainsi notamment :

- des méthodes par moindres carrées minimisant, dans sa formulation continue, l'intégrale, sur le domaine d'intérêt, du carré du résidu de l'équation.

- des méthodes de Taylor-Galerkin, qui consistent à conserver, dans les équations, quelques termes d'ordres plus élevés dans les développements en séries temporelles de l'inconnue avant de résoudre le système par la méthode classique de Galerkin.

Dans l'optique du ruissellement hydrologique et des autres écoulements que nous serons amenés à modéliser, développons deux méthodes principales qui introduisent un décentrement spatial en éléments finis.

III.4.1. Méthode N-1

Comme l'explique la dénomination « N-1 », l'idée générale de construction des fonctions test consiste à superposer aux fonctions d'interpolation N_i une fraction de leurs dérivées, comme l'indique la figure III.1. Elle s'apparente à une idée désignée plus communément par « Streamline Upwind Procedure ».

La valeur optimale du coefficient pondérateur α_u doit être déduite d'études théoriques.

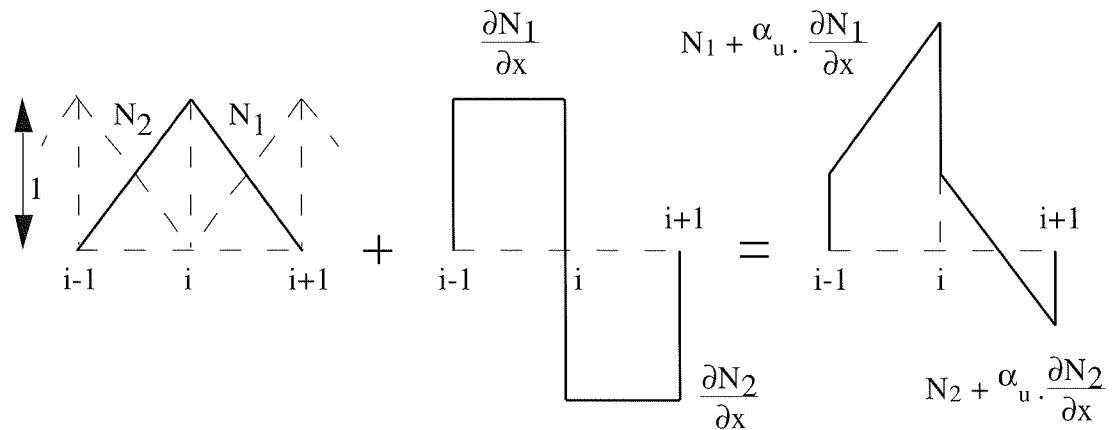


FIG. III.1. – Construction de fonctions de pondération dissymétriques et discontinues pour des éléments linéaires unidimensionnels

Raisonnons momentanément sur la forme linéarisée de (II.17) ou (III.7) appliquée à une pente constante, avec des apports extérieurs spatialement et temporellement constants :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c_0 \frac{\partial h}{\partial x} = r' \quad (\text{III.13})$$

Nous établirons sa forme discrétisée en travaillant sur le correspondant linéaire de (III.8). Pour l'expliciter, nous convenons de travailler avec des éléments linéaires d'égale longueur Δx et d'établir la i^e équation obtenue par orthogonalisation de Galerkin.

L'évolution des intégrales n'étant influencée que par les 2 nœuds qui entourent le nœud i , nous obtenons finalement, sans développer la discrétisation temporelle :

$$\frac{1}{6} \left[(1 + 3 \alpha'_u) \frac{\partial H_{i-1}}{\partial t} + 4 \frac{\partial H_i}{\partial t} + (1 - 3 \alpha'_u) \frac{\partial H_{i+1}}{\partial t} \right] + \frac{c_0}{2\Delta x} [(1 - 2 \alpha'_u) H_{i+1} + 4 \alpha'_u H_i - (1 + 2 \alpha'_u) H_{i-1}] = 2r' \quad (\text{III.14})$$

avec

$$\alpha'_u = \alpha_u / \Delta x$$

Par rapport à la méthode classique ($\alpha'_u = 0$), on constate immédiatement le décentrement spatial provoqué, sans intervention toutefois sur le terme d'apport. Quant à la forme complètement discrétisée, elle s'écrit :

$$\left[1 + \left(\frac{1}{6} - \theta_t n_c \alpha'_u \right) \delta^2 \right] (H_i^{t+\Delta t} - H_i^t) + \left[(1 - \theta_t) n_c + \alpha'_u \right] \Delta_0 H_i^t = 2 (\theta_t r^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) r^t) + n_c \alpha'_u \delta^2 H_i^t + (\alpha'_u - \theta_t n_c) \Delta_0 H_i^{t+\Delta t} \quad (\text{III.15})$$

en utilisant les notations usuelles suivantes :

$$\delta^2 H_i = H_{i-1} - 2 H_i + H_{i+1} \quad (\text{III.16})$$

$$\Delta_0 H_i = \frac{1}{2} (H_{i+1} - H_{i-1}) \quad (\text{III.17})$$

$$n_c = \frac{c_0 \Delta t}{\Delta x} \quad \text{le nombre de Courant} \quad (\text{III.18})$$

En unidimensionnel, cette modification des fonctions de pondération n'alourdit pas les procédures d'intégration numérique et réclame peu de changements par rapport à la méthode initiale. Elle se généralise aisément aux autres dimensions (Yu et al).

III.4.2. Méthode N+1

La conception des fonctions de pondération fait cette fois appel à la superposition des fonctions classiques d'interpolation et de fonctions d'un degré supérieur qui s'annulent à chaque nœud. Les degrés de liberté rémanents constituent autant de paramètres à déterminer pour optimiser

l'effet escompté (Christie et al). La figure III.2. visualise cette idée pour des éléments linéaires unidimensionnels.

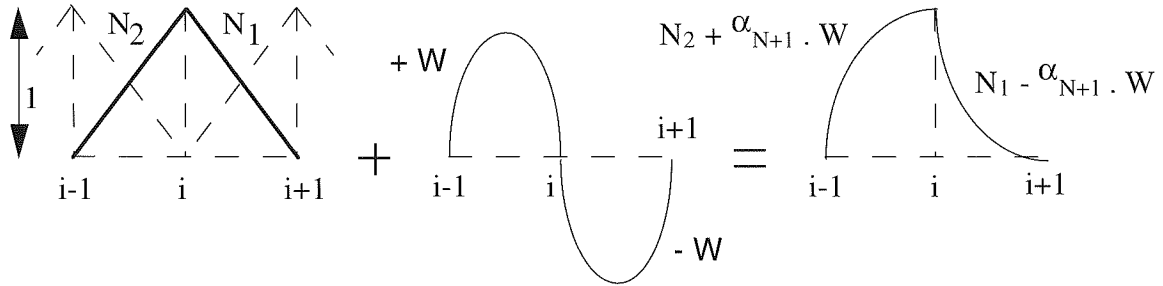


FIG. III.2. – Construction de fonctions de pondération dissymétriques pour des éléments linéaires unidimensionnels.

Ces fonctions P_i s'écrivent pour chaque nœud de l'élément linéaire :

$$W_1 = \frac{3}{(\Delta x)^2} x(\Delta x - x) \quad (\text{III.19})$$

$$P_i(x) = N_i(x) + (-1)^i \alpha_{N+1} W_1(x) \quad (\text{III.20})$$

avec α_{N+1} un coefficient de décentrement.

Le principe de la méthode autorise un développement aisé pour des éléments d'ordres plus élevés (Heinrich), ainsi qu'une extension aux autres dimensions (Heinrich et al).

Couramment utilisée pour des équations de convection-diffusion stationnaires, cette méthode présente pour principal inconvénient de réclamer un surcroît de calcul pour intégrer des fonctions d'ordres plus élevés. Cette remarque est d'autant plus vraie dans l'évolution actuelle vers des techniques $N+1$, $N+2$ proposées initialement par Dick pour remédier aux difficultés additionnelles des systèmes instationnaires.

De plus, les effets bénéfiques qu'elles offrent en symétrisant les matrices (Westerink et al) et en minimisant les erreurs de phase (étude du facteur d'amplification numérique, voir paragraphe suivant) sont difficilement généralisables aux autres dimensions (Cantekin et al) car l'obtention de fonctions bidimensionnelles par simple produit de fonctions unidimensionnelles est à proscrire compte tenu des effets indésirables de certains termes croisés (Miller et al, Ortiz). Quoi qu'il en soit, la présence de degrés d'interpolation plus élevés devrait conduire à des effets spécifiques en non-linéaire en suggérant également un champ d'investigation pour les exploiter avec des artifices d'intégration numérique.

Ces deux méthodes nous confrontent avec le problème des paramètres à fixer. Cette question inspire des réactions diverses dans la littérature. Certains y voient le développement de méthodes beaucoup plus générales que leur correspondant différences finies (Heinrich et al),

avec une adaptation du décentrement dans chaque élément pour s'ajuster aux conditions éventuellement variables de l'écoulement.

D'autres, par contre, regrettent le manque d'automatisme de ces procédures dont les résultats peuvent manifester des imprécisions inhérentes à des valeurs mal fixées de paramètres.

La simplicité de la formulation des fonctions et de leur mise en œuvre pour un système d'équations assez dépouillé nous pousse, avec d'autres arguments qu'expliqueront des développements futurs, à nous tourner préférentiellement vers l'utilisation de fonctions de poids discontinues telles que proposées en III.4.1 pour poursuivre l'étude théorique du schéma et l'optimisation de ses effets.

III.5. Étude théorique du schéma numérique

III.5.1. ÉTUDE DE STABILITÉ

Procédons à l'analyse théorique du schéma de discrétisation par développement en séries de Fourier. Dans cet exercice, une linéarisation du système permet évidemment de séparer l'étude de chaque terme du développement.

Cette simplification, requise par toutes les méthodes classiques d'analyse de stabilité, élimine certains comportements caractéristiques. Néanmoins, les traits marquants qu'une telle étude révèle constituent autant de tendances révélatrices du modèle non-linéaire.

La forme linéarisée (III.13) présente une expression simple qui se prête aisément à une première application de la méthode introduite par Leenderste et étendue aux éléments finis par Gray. Résumons les grandes lignes d'un raisonnement qui sera couramment mis en pratique dans cet ouvrage.

a. Nous raisonnons d'abord sur l'expression non discrétisée du système.

– La solution analytique est supposée prendre la forme suivante :

$$h(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m \exp(i l_m x + i k_m t) \quad (\text{III.21})$$

h_m représente un complexe fixé par les conditions initiales

$l_m = \frac{2\pi}{L_m}$ représente un entier, le nombre d'onde

k_m appartient en toute généralité au domaine des complexes
 $i = \sqrt{-1}$

La substitution du terme générique de (III.21) dans l'expression non discrétisée à étudier établit en toute généralité une relation entre k_m et l_m que nous écrivons sans plus de détails en séparant parties réelle et imaginaire :

$$k_m = k_{rm}(l_m) + i k_{im}(l_m) \quad (\text{III.22})$$

- Si nous remplaçons cette expression de k_m dans (III.21) pour étudier l'évolution temporelle de la solution générale à l'issue de n pas de temps Δt , il vient :

$$h(x,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m \exp(-k_{im} \Delta t)^n \exp[i(l_m x + k_{im} n \Delta t)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m \lambda_m^n \exp(il_m x) \quad (\text{III.23})$$

- $\lambda_m = \exp(i k_m \Delta t)$ est le facteur d'amplification analytique. Comme le montre (III.23), son module évoque la réduction d'amplitude que connaît l'onde au cours d'un pas Δt tandis que son argument reflète son déplacement sur le même intervalle.
- Son expression, en fonction de l_m , nous renseigne donc complètement sur la transformation du signal au cours du temps. En particulier, une valeur du module supérieure à l'unité en l'absence de tout apport extérieur, conduirait à l'évidence à une croissance sans limite du signal au fil du temps.

Particularisons ces étapes pour l'équation (III.13) avec $r' = 0$. Elles rendent une expression du facteur d'amplification évidente :

$$\lambda_m = \exp(-ic_0 l_m \Delta t) \quad (\text{III.24})$$

puisque l'équation linéarisée décrit une simple translation de l'onde ($\|\lambda_m\| = 1$)

b. Raisonnons à présent sur la forme discrétisée de l'équation linéarisée (III.15).

- Nous exprimons cette fois la solution numérique par une série discrète de Fourier qui s'écrit (Canuto et al, Bentley et al) :

$$H_k^{n\Delta t} = \sum_{m=0}^{\text{node}-1} H'_m \exp[i(l'_m k \Delta x + k'_m n \Delta t)] \quad (\text{III.25})$$

node représentant le nombre de nœuds de la discrétisation.

- Définissons conformément au cas analytique un facteur d'amplification numérique :

$$\lambda'_m = \exp(ik'_m \Delta t) \quad (\text{III.26})$$

L'expression de ce facteur en fonction de l'_m va nous donner, comme pour la solution analytique, une image de la façon dont le schéma numérique propage les ondes.

La stabilité du schéma dépendra du module $\|\lambda'_m\|$, dont la valeur ne doit pas excéder l'unité pour $r' = 0$.

La précision du schéma dépend de la comparaison des deux facteurs analytique et numérique concernant la réduction d'amplitude et la vitesse de déplacement.

- La substitution de (III.25) dans l'équation discrétisée (III.15) donne, tous calculs faits, pour la même composante :

$$\lambda'_m = \frac{1 + 2 \left(\frac{1}{6} - \theta_t \alpha'_u n_c \right) (\cos x_m - 1) + 2\alpha'_u n_c (\cos x_m - 1) - i [(1 - \theta_t) n_c + \alpha'_u] \sin x_m}{1 + 2 \left(\frac{1}{6} - \theta_t \alpha'_u n_c \right) (\cos x_m - 1) + i (\theta_t n_c - \alpha'_u) \sin x_m} \quad (\text{III.27})$$

avec $x_m = l'_m \Delta x$

- c. Commentons les valeurs obtenues pour les facteurs d'amplification.

- L'expression (III.27) se prête mal à sa comparaison avec la valeur analytique de λ_m donnée en (III.24). Nous les développons donc en séries de Taylor selon x_m au voisinage de 0 pour obtenir :

$$\lambda'_m = 1 - i n_c x_m - \theta_t n_c^2 x_m^2 + i \theta_t^2 n_c^3 x_m^3 + n_c \left(\theta_t^3 n_c^3 - \frac{\alpha'_u}{12} \right) x_m^4 + 0 (x_m^5) \quad (\text{III.28})$$

à comparer avec la solution analytique de l'équation :

$$\lambda_m = \exp(-i n_c x_m) = 1 - i n_c x_m - \frac{n_c^2 x_m^2}{2} + i \frac{n_c^3 x_m^3}{6} + \frac{n_c^4 x_m^4}{24} + 0 (x_m^5) \quad (\text{III.29})$$

L'impact de la discrétisation temporelle est manifeste puisque la précision de la méthode est du second ordre, à condition de fixer θ_t à 0,5.

On remarque bien que le paramètre de décentrement spatial n'intervient que pour les plus hauts degrés, contrairement au décentrement temporel, dont on prouve ici l'effet beaucoup plus « global » sur les longueurs d'onde.

Au sujet de la précision du schéma temporel, il faut souligner que la méthode N+2 permet d'obtenir une précision du troisième ordre en ajustant l'effet de la fonction N+2 ajoutée en sus des fonctions de pondération dissymétriques décrites dans la méthode N+1.

- Le cas simplifié de la méthode de Galerkin classique ($\alpha'_u = 0$) autorise une évaluation simple du module du facteur d'amplification :

$$\|\lambda'_m\|^2 = 1 + \frac{1 - 2\theta_t}{\left(\frac{a_m}{n_c b_m} \right)^2 + \theta_t^2} \quad (\text{III.30})$$

avec

$$a_m = \frac{1}{6} (2 \cos(x_m) + 4)$$

$$b_m = \sin(x_m)$$

Nous constatons immédiatement l'instabilité de toute discrétisation temporelle qui adopte $\theta_t < 0,5$. Pour $\theta_t = 0,5$, nous n'avons aucune atténuation du signal, en totale conformité avec la solution analytique. Un aspect très favorable de cette situation est sa totale indépendance vis-à-vis de n_c notamment. $\theta_t > 0,5$, enfin, introduit de la dissipation dans le système qui dépend à la fois de la longueur d'onde et du nombre de Courant adopté pour la simulation. Pour ce dernier, on constate que la dissipation introduite par un θ_t donné est d'autant moins sensible que n_c est petit.

Dans cette discussion, aucune imposition n'apparaît sur le pas Δt à adopter et nous pourrions donc parler de stabilité inconditionnelle pour $\theta_t \geq 0,5$. Nous verrons en pratique jusqu'à quel point il est opportun d'en profiter.

Evoquons à présent la propagation des ondes pour remarquer, en accord avec l'interprétation donnée de l'argument de λ'_m , qu'un facteur d'amplification qui aurait une valeur réelle mettrait en évidence une impossibilité du schéma à propager les ondes. Cette situation survient pour les ondes les plus courtes qui peuvent exister dans la solution numérique. Leur longueur d'onde, double de la dimension de la maille, annule $b_{2\Delta x}$, ce qui réduit $\lambda'_{2\Delta x}$ à l'unité, indépendamment de toute valeur de θ_t . Nous en concluons qu'une fois introduites, nous n'avons dans ce schéma aucun moyen, ni de propager, ni même d'atténuer ces ondes courtes.

III.5.2. DÉTERMINATION DE LA VALEUR OPTIMALE DE α'_u

Puisque la modification porte sur une transformation des fonctions spatiales, nous suivrons les thèses de Dendy qui suggère de travailler sur l'expression (III.14) non-discrétisée temporellement. Reprenons la théorie d'étude du schéma numérique en introduisant le terme générique du développement non-discrétisé temporellement :

$$H'_m \exp [i (k x_m + k'_m t)] \quad (III.31)$$

dans l'équation (III.14) pour obtenir, en l'absence d'apport extérieur :

$$-\frac{k'_m}{c_0 l'_m} = \frac{3}{x_m} \cdot \frac{2 \alpha'_u (1 - \cos x_m) + i \sin x_m}{3 \alpha'_u \sin x_m + i (\cos x_m + 2)} \quad (III.32)$$

Cette expression doit évaluer l'unité pour respecter la solution analytique (III.24) d'une translation de l'onde à la vitesse c_0 . Etudions donc le comportement du schéma spatial en développant (III.32) en séries de Taylor selon x_m au voisinage de 0 :

$$-\frac{k'_m}{c_0 l'_m} = 1 - \frac{1}{12} \alpha'^2_u x_m^3 + \frac{1}{12} \left(\alpha'^2_u - \frac{1}{15} \right) x_m^4 + i \frac{\alpha'_u}{12} \left(\alpha'^2_u - \frac{1}{6} \right) x_m^5 - \frac{1}{12} \left(\alpha'^4_u - \frac{\alpha'^2_u}{6} + \frac{1}{126} \right) x_m^6 + O(x_m^7) \quad (III.33)$$

Nous avons vu en (III.23) que les contributions réelles qui s'ajoutent à l'unité représentent l'erreur de phase et que les imaginaires modifient l'amplitude de l'onde. Pour améliorer l'erreur de phase du 4^e au 6^e ordre, il suffit de choisir $\alpha'_u = \frac{1}{\sqrt{15}}$. Ce décentrement ne correspond pas à une amplitude parfaitement respectée qui impose $\alpha'_u = 0$. Mais il va précisément provoquer un étouffement dont l'action très sélective sur les longueurs d'onde correspond aux effets que nous recherchons.

La solution de (III.14), explicitée pour cette valeur de α'_u

$$H'_m \exp \left[-\frac{c_0 (\Delta x)^3 t}{12 \sqrt{15}} (l'_m)^4 + 0 (l'_m)^6 \right] \exp [i l'_m (\Delta x - c_0 t) + 0(x_m^6)] \quad (\text{III.34})$$

montre cette influence de réduction de l'amplitude exprimée avec une puissance 4^e de la longueur d'onde.

Lorsque Dendy effectue une étude similaire avec une pondération classique appliquée à l'équation originelle complétée d'un terme diffusif (exprimé en dérivée spatiale seconde), il montre un effet parallèle sur l'amplitude exprimé cette fois avec une puissance seconde de la longueur d'onde. L'action consécutive de lissage est donc beaucoup moins nuancée.

L'écriture finale des fonctions de pondération optimales à introduire en linéaire

$$P_i = N_i + \frac{\Delta x}{\sqrt{15}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad (\text{III.35})$$

montre un décentrement décroissant au fur et à mesure d'une discrétisation spatiale plus serrée. Cette conclusion rejoint une réalité souvent citée qui veut qu'un raffinement extrême du maillage contribue à améliorer les résultats obtenus par la méthode classique de Galerkin.

III.5.3. EXTENSION DE LA MÉTHODE AU NON-LINÉAIRE

La démarche choisie ne pose pas davantage que les autres approches de problème d'extension aux équations non-linéaires. Seule la valeur du coefficient doit faire l'objet d'une extension sur seule base des considérations précédemment établies en linéaire, sans autres caractères justificatifs que ceux donnés par l'expérimentation numérique.

De même, l'expression est reprise pour des maillages irréguliers où la longueur Δx prend, dans la détermination de α_u , une valeur localement adaptée à la maille.

De plus, pour orienter adéquatement le décentrement dans le sens de l'écoulement, nous utilisons finalement la forme générale suivante (Karamanzis) :

$$\alpha_u = \frac{u \Delta x}{|u| \sqrt{15}} \quad (\text{III.36})$$

La mise en œuvre de la méthode sur l'exemple du chapitre II, qui met en relief l'apparition de solutions multiples, confirmera le bien-fondé de l'approche en fin de chapitre. Commençons néanmoins par l'exemple élémentaire de l'écoulement sur un simple plan incliné pour cerner l'influence réelle des paramètres de modélisation. Nous progresserons ensuite sur des géométries irrégulières qui nous donneront les premiers éléments d'évaluation sur les effets introduits.

III.6. Modélisation d'un écoulement sur plan incliné

L'analyse théorique n'indique aucune limite à respecter pour le pas de temps pour autant que θ_t se maintienne dans les limites acceptables. Il s'agit d'une heureuse conséquence des schémas temporels implicites largement utilisés pour les pas de temps plus larges qu'ils autorisent.

En pratique cependant, nous chercherons à concrétiser les dangers d'un laps de temps Δt qui permet à l'onde de se propager sur de nombreuses mailles, notion incluse dans le nombre de Courant défini en (III.18). Son expression non-linéaire découle immédiatement du remplacement de la célérité par son expression en termes de la hauteur d'eau et des caractéristiques d'écoulement.

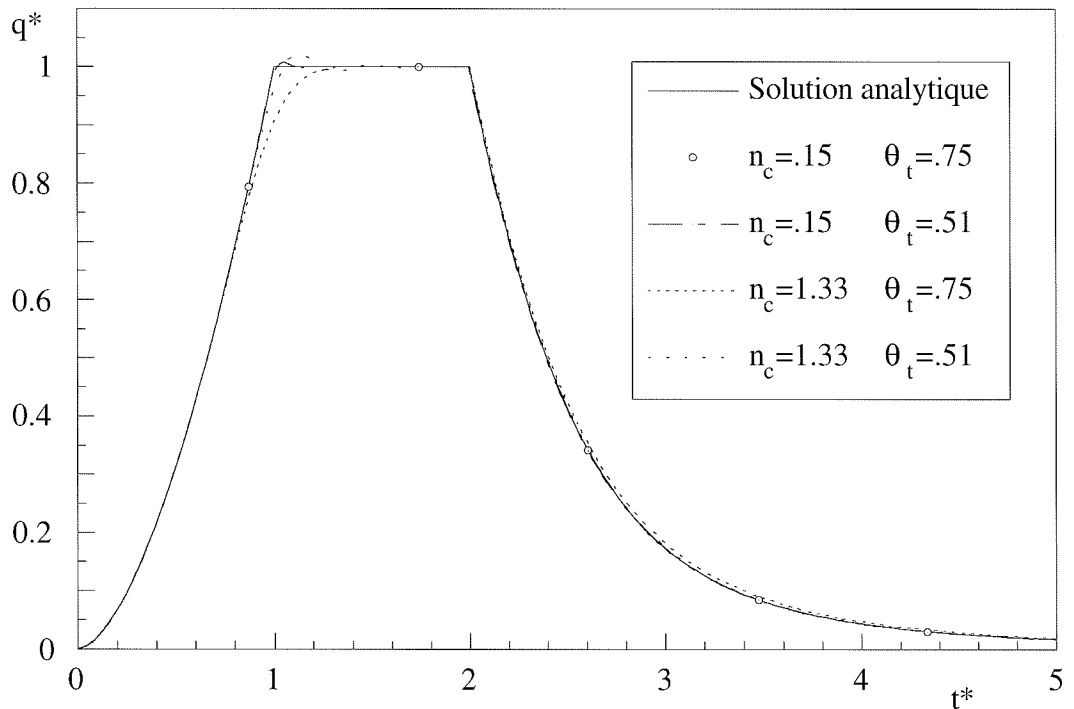


FIG. III.3. – Hydrogramme adimensionnel à l'exutoire d'un plan incliné pour une loi turbulente de Manning.
Influence du décentrement temporel et du nombre de Courant

Les premiers essais s'intéressent à l'écoulement suscité par une pluie de 5×10^{-6} m/s qui perdure durant 15.600 s. Le plan incliné long de 1000 m, de pente 0,05 m/m, adopte $n = 0,2$ pour valeur du coefficient de frottement turbulent de Manning, caractéristiques proches de celles de terrains naturels, si ce n'est que le plan est ici supposé imperméable.

Si nous adoptons une discrétisation spatiale de $\Delta x = 50$ m, il faudrait fixer Δt à 390 s pour maintenir à l'équilibre le nombre de Courant à l'unité, du moins à l'aval du plan. Deux valeurs extrêmes $\Delta t = 60$ s et $\Delta t = 520$ s, combinées à deux décentrement temporels, vont donc nous donner des éléments de discussion sur les tendances futures à respecter.

Deux effets méritent d'être soulignés. Ils se manifestent dans l'allure que prend la solution pour tendre vers l'équilibre, comme l'indique le zoom de la figure III.3 repris à la figure III.4.

- Lorsque le schéma est pratiquement centré temporellement ($\theta_t = 0,51$), le choix d'un pas de temps excessif s'accompagne d'une surestimation du débit à l'équilibre qui précède une oscillation amortie d'autant plus prononcée qu'on augmente le pas. Le bilan global ne s'en trouve pas pour autant détérioré, pas plus que la convergence qui demeure rapide.

Cet effet est assez prévisible dès lors qu'on procède par interpolations temporelles excessives au voisinage d'une période où la solution doit connaître une brusque variation de pente. Il s'amenuise considérablement lorsque le nombre de Courant réintègre des domaines plus usuels et n'interfère pas sur l'excellente correspondance avec la solution analytique à l'équilibre, avec tout au plus pour les n_c les plus grands, un très léger retard dans la phase de récession.

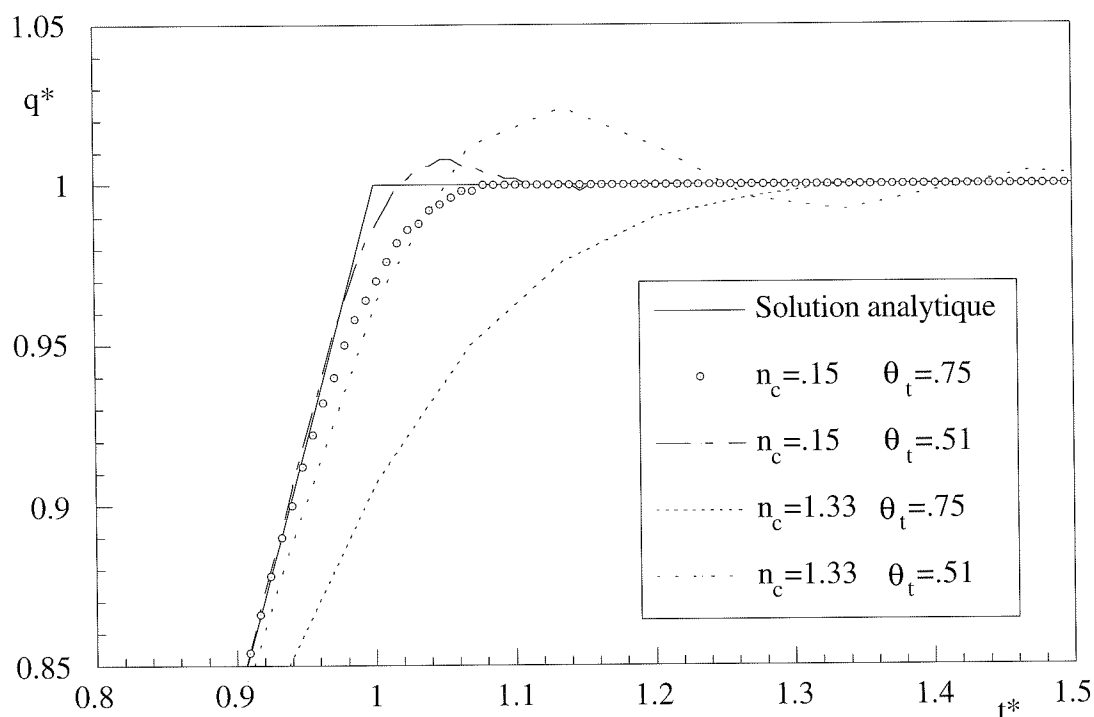


FIG. III.4. – Zoom sur la phase de stabilisation de la figure III.3.

- Plus caractéristique encore est l'aspect asymptotique qu'adoptent les solutions obtenues par décentrement temporel du schéma : la comparaison, à égalité de pas de temps, confirme un équilibre obtenu beaucoup plus graduellement pour $\theta_t = 0,75$ par rapport à la solution avec $\theta_t = 0,51$. Là encore, l'augmentation du pas temporel amplifie un effet dissipatif qu'avait prévu l'analyse théorique préalable.

Cette tendance semble positive dans la mesure où l'incurvation progressive de la courbe caractérise non seulement les solutions de théories plus complètes mais surtout les résultats d'essais physiques, comme le révèle l'examen des courbes expérimentales du chapitre II (figure II.3.).

Un autre aspect à mettre à l'actif du décentrement temporel est qu'il étouffe les velléités oscillatoires qui viennent d'être constatées à la stabilisation.

Ainsi réapparaît une dissipation pourtant éliminée théoriquement des équations cinématiques. Cet effet purement numérique sert parfois de justification a posteriori d'avoir ignoré des termes analytiques qui créent des effets similaires. Mais c'est sans tenir compte d'une action numérique sélective sur les longueurs d'onde qui n'est pas identique à celle que provoquerait, par exemple, la prise en compte de la pente réelle de surface.

Dans ces conditions, il paraît plus raisonnable d'assumer pleinement les choix théoriques ce qui implique de ne pas souscrire, dans ce modèle, aux larges décentres sensés reproduire, de façon assez aveugle, des effets diffusifs qu'ont sciemment éliminés de précédentes discussions (Smith, Weinmann). Nous n'userons de cet artifice numérique que pour induire un faible étouffement d'oscillations impromptues et pour apporter un regain de stabilité au schéma ($\theta_t = 0,55$).

La théorie a établi que cet étouffement est d'autant plus léger que n_c est petit. Or toute la gamme des n_c est balayée durant les phases de croissance et de récession puisque les pas temporels sont constants. Si leur valeur est fixée d'après la valeur maximale que le nombre de Courant prendra au point le plus défavorable à l'équilibre, l'effet d'un faible décentrement reste imperceptible pour la majeure partie de la simulation, à l'exception de phases comme la stabilisation où nous venons précisément de montrer son action positive.

III.7. Modélisation de l'écoulement sur pente non uniforme, de valeur croissante vers l'exutoire

Procédons à une évolution graduelle vers des topographies moins monotones. Dans la mesure où la succession suivante des pentes n'induit théoriquement aucune solution triple de hauteur, nous nous bornerons à vérifier le bon comportement de la solution classique de Galerkin ($\alpha'_u = 0$)

L'amont du bassin considéré s'étale sur 550 m en un plateau faiblement incliné (la pente aux 12 nœuds espacés de 50 m est fixée à 0,01 m/m). Il se prolonge en une pente beaucoup plus

escarpée qui plonge jusqu'à l'exutoire (la pente aux 10 derniers nœuds espacés de 50 m est de 0,1 m/m). Le fini de surface de ce bassin imperméable lui assure une valeur du coefficient de frottement de $n = 0,2$. Les précipitations, de 5×10^{-6} m/s, sont uniformes et ininterrompues. Nous respectons les acquis de la précédente simulation en fixant le pas temporel à 120 s avec un léger décentrement ($\theta_t = 0,55$).

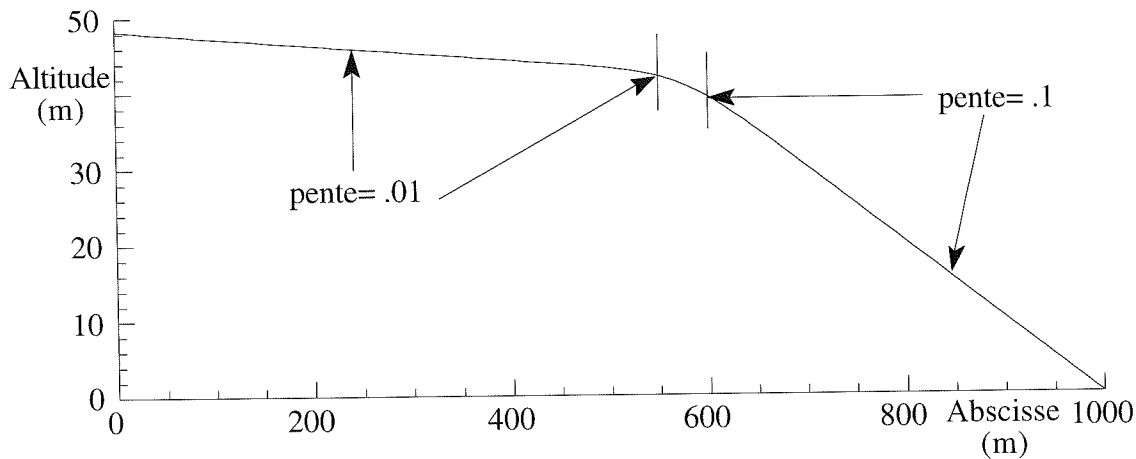


FIG. III.5. – Profil étudié.

La géométrie, par la transition prononcée qu'elle présente, est à même de mettre à jour les éventuelles imprécisions sur le débit que citait Jayawardena et al. Ces soucis, conjugués à des préoccupations topographiques, nous incitent à nous attarder sur une spécificité de l'écriture discrétisée des équations cinématiques.

D'un point de vue numérique, il convient de suivre les recommandations de Smolderen ou de Wilders en évaluant le débit d'un seul tenant à chaque nœud. Sans cette précaution, les bilans de débit se détériorent au voisinage de toute modification sensible de pente, avec des sursauts répercutés dans des déficits ou des excès de volume à l'exutoire qui inspirent une grande prudence vis-à-vis de méthodes exprimées sous forme non conservative.

Cette première remarque sur l'écriture discrétisée désigne d'autant plus clairement la forme appropriée que doit prendre la description topographique puisqu'elle implique que la pente soit continue aux nœuds. Cette conséquence logique d'une continuité de débit à assurer aux nœuds va à l'encontre d'une description habituelle de la topographie en termes d'altitudes. Sans faire partie des préoccupations majeures de cette étude, une éventuelle « conversion » topographique a logiquement fait l'objet de diverses tentatives.

L'origine du problème se situe précisément dans l'hypothèse cinématique qui élimine la vitesse au profit d'une expression explicite en termes de hauteur et des caractéristiques du système. La dégénérescence du système d'équations en une seule relation, exprimée en fonction de la seule inconnue hauteur, n'est donc pas sans inconvénient.

Il convient, pour contourner ce problème, de rester extrêmement prudent sur la géométrie qui est réellement impliquée dans l'écoulement. Nous rappellerons ici les indispensables précautions dans la définition du bassin versant. Le modèle théorique ne peut qu'ignorer des

singularités comme des cuvettes locales, susceptibles d'être générées par des traitements inappropriés et qui modifieraient complètement les superficies impliquées. En conclusion, il s'agit d'un domaine de recherche à part entière, qui se ramène le plus efficacement au traitement topographique du terrain et qui ne remet donc nullement en cause la possibilité pour la méthode de travailler sur les topographies les plus irrégulières.

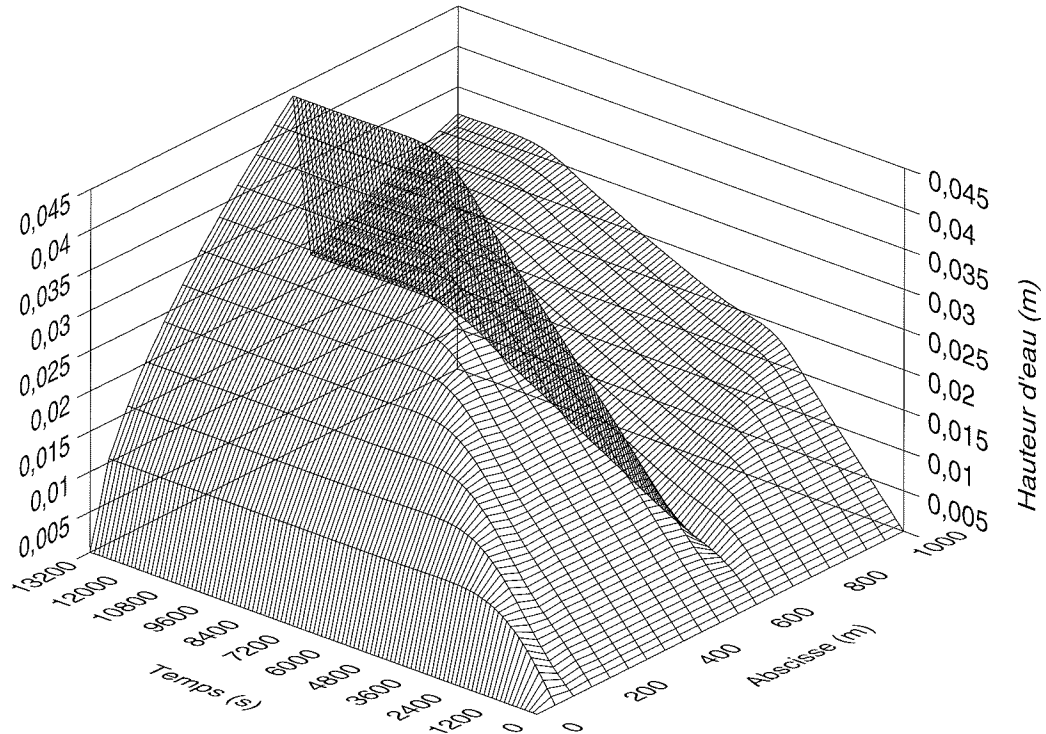


FIG. III.6a. – Évolution temporelle de la hauteur d'eau sur l'ensemble de la topographie.

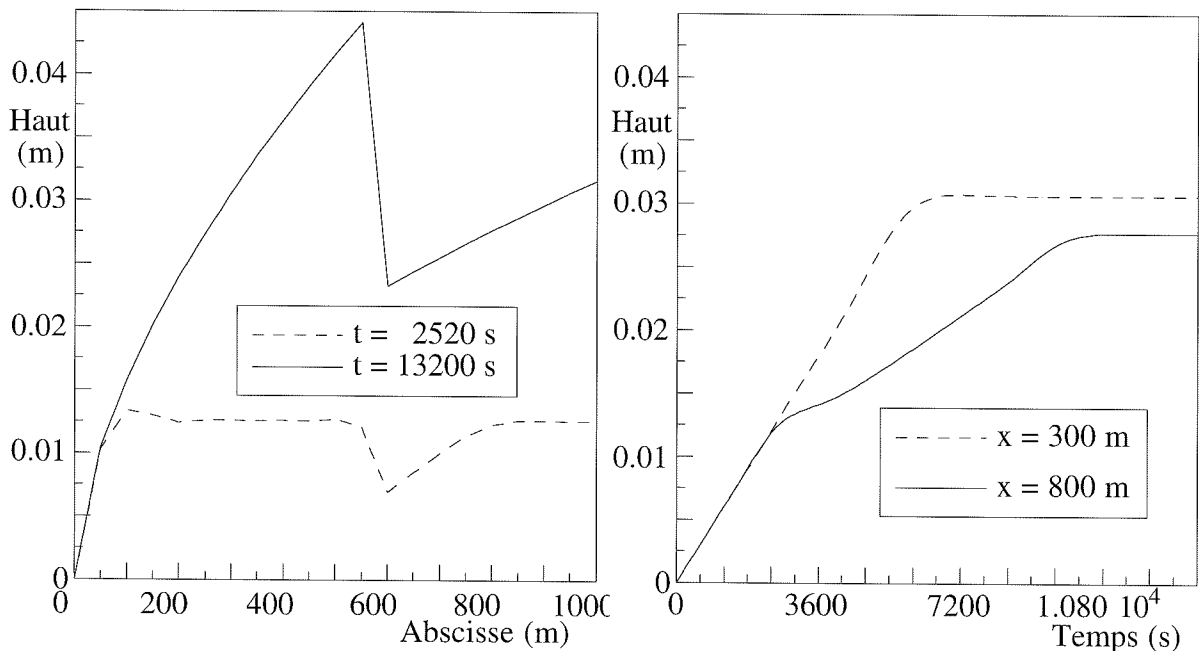


FIG. III.6b. – Courbes obtenues par intersection de la surface résultat avec des plans respectivement perpendiculaires aux axes des temps et des abscisses.

Pour ce qui concerne l'aspect instationnaire, une visualisation tridimensionnelle donne une idée globale de l'évolution temporelle de la distribution du débit et de la hauteur le long de la surface d'écoulement. La figure III.6a. exploite ce mode de représentation pour la hauteur.

Comme l'indique la figure III.6.b, les lignes d'eau classiques s'obtiennent par intersection de la surface résultat avec un plan perpendiculaire à l'axe des temps tandis que les évolutions temporelles en un point se lisent sur un plan perpendiculaire à l'axe des abscisses.

On distingue nettement la présence d'une seule famille de caractéristiques pour cette théorie, qui ne permet aux ondes qui se dessinent clairement que de se propager d'amont vers l'aval. Ainsi, la perturbation générée par la transition de pente n'est pas en mesure d'influencer le plateau amont et l'évolution temporelle de la courbe en $x = 300$ m s'identifie pleinement à la première simulation de ce chapitre.

À l'aval de la transition par contre, l'arrivée de la perturbation, par exemple en $x = 800$ m, infléchit la courbe qui poursuit son évolution jusqu'à stabilisation. Cette onde, initiée par l'accroissement de pente, est également détectable sur la représentation du débit à la figure III.7. La distribution linéaire du débit en fonction de l'abscisse est parfaite à l'équilibre.

L'hydrogramme à l'exutoire, visible sur cette représentation, montre, par l'infléchissement qu'il subit dans sa phase de croissance, les premiers atouts d'une représentation en long des irrégularités de la topographie.

Ces figures, tout comme la confrontation de la solution numérique avec son équivalent analytique qui témoigne d'une totale correspondance, confirment la valeur des approches classiques pour des dispositions topographiques favorables. Évoluons à présent vers des situations moins favorables.

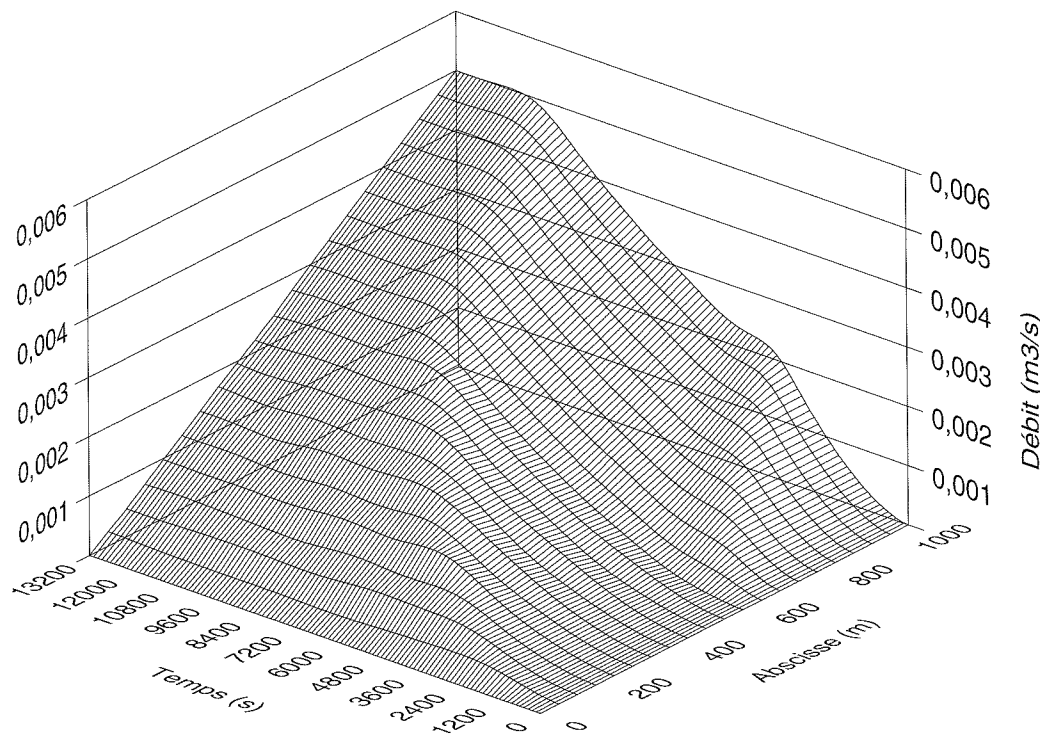


FIG. III.7. – Représentation tridimensionnelle de l'évolution temporelle du débit sur l'ensemble de la surface topographique.

III.8. Modélisation de l'écoulement sur pente non uniforme, de valeur décroissante vers l'exutoire

La topographie qui vient d'être étudiée peut être qualifiée de favorable dans la mesure où la vitesse au sein de la lame croît régulièrement en progressant vers l'aval. Or, il est bien connu qu'une mise en vitesse du fluide, même avec des équations complètes, se calcule aisément et sans heurt.

Maintenons les discrétisations spatiale et temporelle ainsi que le léger décentrement temporel. Nous nous contentons simplement d'inverser l'ordre de succession des pentes pour étudier une géométrie où l'eau dévale un versant pentu avant de ruisseler sur la surface faiblement inclinée d'un fond de vallée.

Si la gradation dans la difficulté n'est pas manifeste d'un point de vue topographique, il est intéressant d'observer la « remise en charge » des lignes instantanées à proximité de la transition, avec un accroissement de hauteur qui fait face à la diminution de pente et qui autorise un écoulement à vitesse plus faible. Dans les conditions classiques de l'hydraulique, cette situation serait susceptible de provoquer l'apparition d'un ressaut, pour des combinaisons appropriées des conditions d'écoulement et de topographie. Néanmoins, en hypothèse cinématique, on peut établir (Piroton) que l'apparition d'une discontinuité est inéluctable et qu'elle approximera par conséquent soit un ressaut réel, soit une transition continue mais néanmoins brusque à l'échelle des éléments.

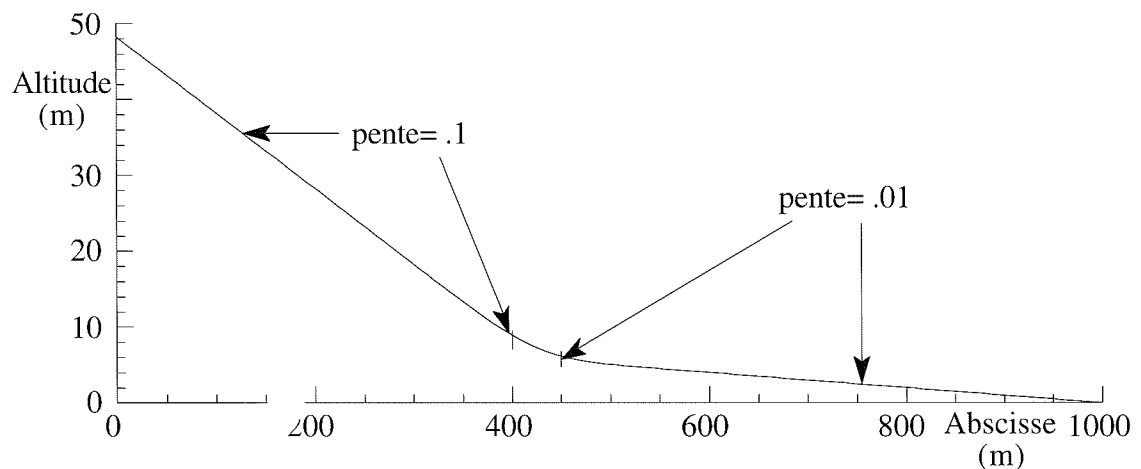


FIG. III.8. – Profil étudié.

Travaillons d'abord avec la méthode classique de Galerkin qui exploite une formulation faible du problème. On obtient la représentation tridimensionnelle du débit de la figure III.9. Elle témoigne de la présence d'ondes parasites qui s'éteignent très graduellement sous l'effet dissipatif du léger décentrement temporel. Leur apparition ne peut être imputée au pas temporel qui maintient les nombres de Courant dans des valeurs plus que raisonnables.

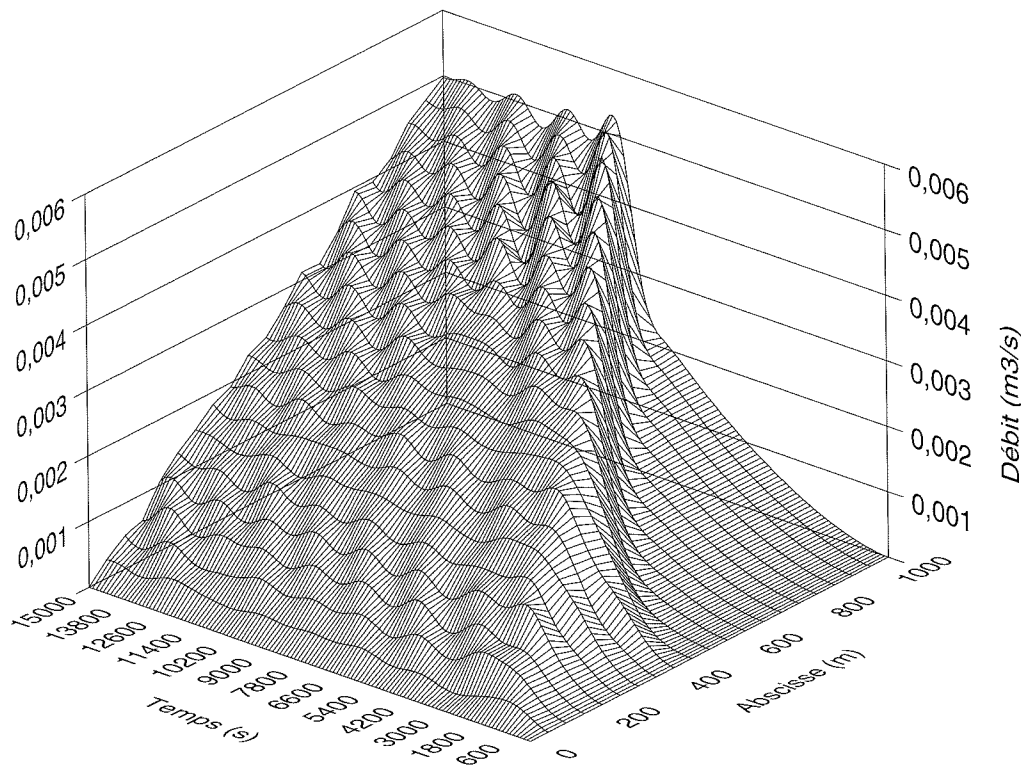


FIG. III.9. – Évolution temporelle du débit sur l'ensemble de la surface topographique par la méthode classique.

Les imprécisions sont d'autant plus flagrantes que les valeurs calculées de débit ont jusqu'ici fait preuve de stabilité et d'une grande précision. Or, il faut à présent laisser perdurer la phase de stabilisation en laissant agir l'effet dissipatif pour espérer obtenir des résultats qui s'alignent approximativement sur la droite théorique de distribution en long du débit à l'équilibre.

L'unique paramètre disponible, celui du décentrement temporel, n'agit visiblement que comme palliatif, incapable d'empêcher l'apparition des perturbations, à peine apte à les étouffer plus ou moins rapidement. D'ailleurs, en dehors des réserves initiales que nous avons formulées sur un recours à de la dissipation numérique, l'acharnement à lutter aveuglément par un lissage que nous savons peu sélectif s'apparenterait à une approche très malsaine.

Il se confirme ainsi que les limites de fiabilité de l'approche classique sont dépassées. Les petits effets ondulatoires, qui peuvent être plus ravageurs encore sur des géométries plus défavorables, sont susceptibles d'engendrer des écoulements profondément perturbés dans la rivière, par un malencontreux cumul de tous les diagrammes à propager. Il serait aussi impensable de les laisser proliférer dans de futures géométries quasi-tridimensionnelles qui n'offrent plus aucune chance de détecter ni leur présence ni leur amplitude relative.

Exploitions à présent toutes les considérations théoriques et numériques des pages précédentes en recourant aux fonctions de pondération adéquatement décentrées.

Nous retrouvons une allure de courbe exempte de tout effet parasite (figure III.10.) de qualité comparable à celle que nous connaissions dans les applications précédentes. L'équilibre s'établit sans encombre pour le débit qui s'aligne à présent parfaitement sur une droite, solution analytique du problème.

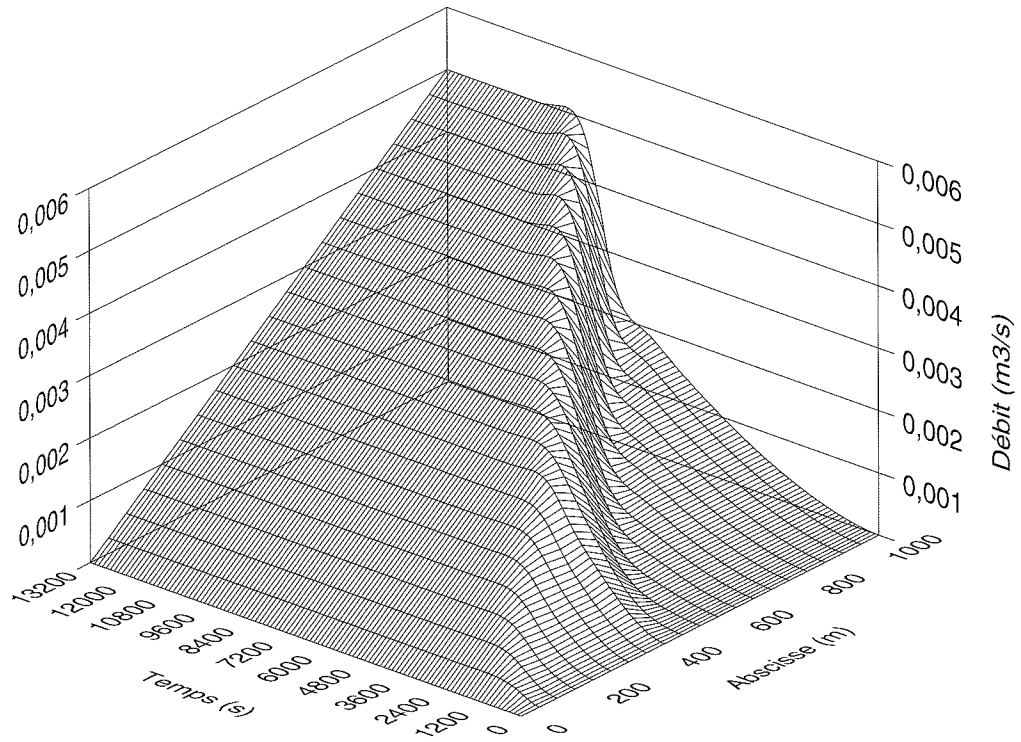


FIG. III.10. – Évolution temporelle du débit sur l'ensemble de la surface topographique.

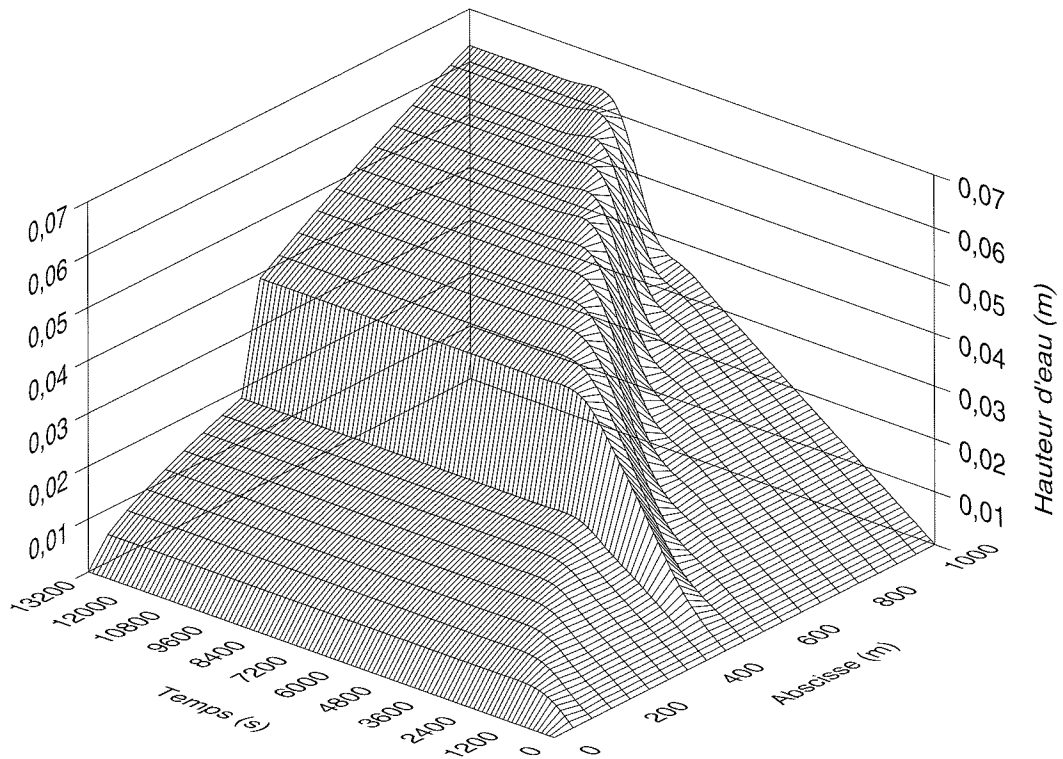


FIG. III.11. Évolution temporelle de la hauteur d'eau sur l'ensemble de la surface topographique, avec formation d'un ressaut.

La qualité des résultats et leur amélioration par rapport aux signaux perturbés de la première tentative prouvent que les aménagements portés à la méthode classique répondent complètement aux spécificités du problème à traiter. Ainsi se développent spontanément ce que nous nommerons des ressauts simplifiés au sens de la théorie cinématique, dont la figure III.11. en illustre un établissement et sa stabilisation.

Toutes les applications de ce chapitre partagent la même dénivellation totale pour mieux mettre en relief la diversité des solutions obtenues selon le profil en long adopté. La comparaison des différentes formes d'hydrogramme à l'exutoire donne ainsi une première confirmation de l'importance qu'il y a à traiter telle quelle une topographie quelconque.

III.9. Conclusion

Pour conclure cette première étape unidimensionnelle, nous confirmerons le bien fondé de la méthode en examinant la solution qu'adopte le logiciel en lieu et place des solutions multiples non-physiques établies en II.6. pour un bassin quelconque générant à l'amont du plan incliné un signal de hauteur sinusoïdal. La solution donnée à la figure III.12. est obtenue sur une discrétisation spatiale de 97 nœuds, avec un décentrement temporel fixé à $\theta_t = 0,55$ et un décentrement spatial optimisé sur base de la relation (III.36). Le pas temporel est choisi de façon à maintenir le nombre de Courant maximum sous l'unité.

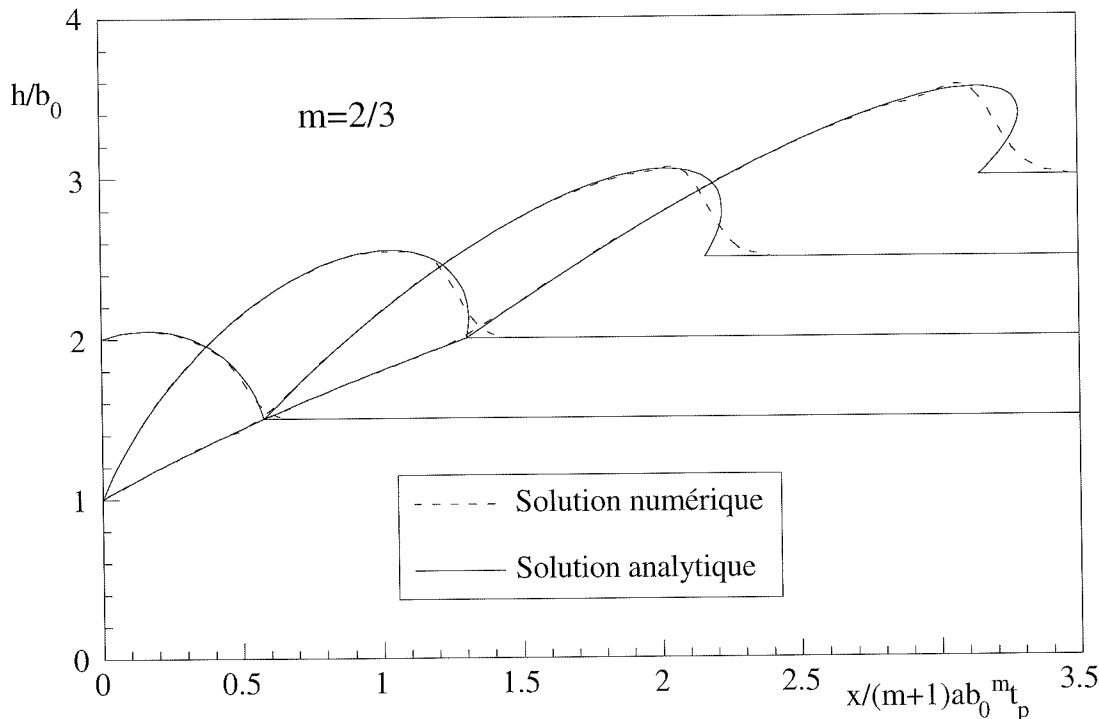


FIG. III.12. – Comparaison avec la solution analytique des lignes d'eau instantanées pour l'exemple de la figure II.6., respectivement en $t/t_p = 0,5, 1, 1,5, 2$

Les lignes d'eau instantanées de la figure III.12., établies pour un écoulement de Manning, montrent un comportement exempt de tout effet parasite et une bonne précision. La transition calculée coupe la solution analytique de façon telle que les volumes soient respectés, comme le veut le choix opéré sur la solution faible à traiter (II.35).

L'effet sélectif du décentrement spatial assure une propagation nette du signal sinusoïdal, couplée aux précipitations uniformes. On distingue nettement sa déformation avec formation graduelle d'un front raide.

Ce type d'application milite en faveur d'une approche paramétrée qui permet de tester les influences relatives de chaque effet. Ainsi peut être vérifiée l'action peu sélective du décentrement temporel qui gomme complètement la transition lorsque θ_t se rapproche de l'unité. Il se confirme numériquement que le décentrement spatial assure un comportement beaucoup plus sélectif sur les longueurs d'onde, avec un front qui a tendance à se raidir lorsque les valeurs deviennent excessives.

Par rapport aux méthodes figées, la variation des décentrement permet donc d'acquérir une idée claire à la fois sur les processus induits dans les systèmes et sur la sensibilité des valeurs optimales face aux dégénérescences consécutives à des paramètres mal fixés.

Bien plus que de disposer d'une méthode généralisable à la résolution appropriée des équations bidimensionnelles, nous venons d'apprendre, dans un cadre unidimensionnel simplifié, à mieux contrôler les processus dissipatifs introduits qui permettent d'y parvenir. Procédons à présent à leur extension dans un cadre quasi-tridimensionnel.

CHAPITRE IV

Aspects théoriques et numériques du ruissellement hydrologique quasi tridimensionnel généralisé aux terrains naturels

IV.1. Introduction

L'extension des dimensions du problème se présente comme une généralisation des acquis théoriques et numériques de l'unidimensionnel. Par ailleurs, quelques propriétés remarquables de la thèse cinématique vont être exploitées tant topographiquement que numériquement.

Ainsi, l'identification de la pente de surface à la pente de fond crée un rapport entre les composantes de vitesse totalement déterminé par les seules caractéristiques topographiques. Les lignes de courant s'identifient aux trajectoires, impliquant que chaque ligne fluide se développe indépendamment de ses voisines le long d'un chemin topographiquement déterminé. Ainsi se résument toutes les indications nécessaires à la recherche du bassin versant adapté à la méthode cinématique et à la fixation des conditions aux limites requises.

Sur ces bases s'élabore également une méthode originale de pondération qui oriente correctement dans l'espace les effets décrits dans la seconde approche unidimensionnelle.

Les premières applications du nouveau logiciel quasi-tridimensionnel sur topographie quelconque rappellent les exigences du modèle non-linéaire. D'abord, il importe de considérer l'intégralité des précipitations brutes avec une description précise de leur répartition dans le temps et l'espace puisqu'elle interfère dans les caractéristiques d'écoulement de la fraction évolutive qui participe au ruissellement. Cette procédure conduit irrémédiablement à traiter simultanément les processus d'échange du système avec le monde extérieur et à s'attarder particulièrement sur le rôle joué par le terrain dans l'infiltration.

Alors que ces derniers écueils sont surmontés, quelques applications significatives suffisent pour mesurer à quel point il est illusoire d'espérer réaliser rapidement et fiablement une simulation d'écoulement hydrologique sans aide graphique et autres procédures d'automatisation des phases préalables à la modélisation proprement dite.

La mise en place de ces outils périphériques s'appuie une nouvelle fois sur les propriétés du modèle théorique afin de doter la méthode générale de tous les attributs indispensables pour conjuguer performance et commodité d'utilisation.

IV.2. Discrétisation du système non-linéaire avec des fonctions de pondération dissymétriques

IV.2.1. DISCRÉTISATION ET RÉOLUTION DU SYSTÈME

La mise en place du système itératif de résolution par la méthode de Newton-Raphson se présente comme l'application des notions générales du chapitre précédent à un système multidimensionnel. Respectant les enseignements tirés sur l'évaluation particulière des contributions convectives, le processus de résolution décrit au paragraphe III.3 s'applique cette fois à un choix d'éléments bidimensionnels classiquement rencontrés en éléments finis. Il porte sur la généralisation des expressions (III.8, 12) à l'équation (II.16), donnant la forme suivante du résidu :

$$\begin{aligned} W(H^{t+\Delta t}) = \int_S P \left[N^T \cdot (H^{t+\Delta t} - H^t) + \Delta t \frac{\partial N^T}{\partial x} [\theta_t Q_x^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) Q_x^t] \right. \\ \left. + \Delta t \frac{\partial N^T}{\partial y} [\theta_t Q_y^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) Q_y^t] - (r - i) \cos \theta_z \right] dS = 0 \end{aligned} \quad (IV.1)$$

ainsi que d'une composante i, j de la matrice jacobienne :

$$J_{i,j} = \int_S P_i \left[N_j + (m + 1) \Delta t \theta_t \left(\frac{\partial N_j}{\partial x} U_{xk}^{t+\Delta t} + \frac{\partial N_j}{\partial y} U_{yk}^{t+\Delta t} \right) \delta_{kj} \right] dS \quad (IV.2)$$

IV.2.2. DISTRIBUTION DU DÉCENTREMENT SPATIAL DES FONCTIONS

Le développement d'une méthode générale de pondération est basé sur le principe qu'il n'est utile d'introduire les effets dissipatifs précédemment étudiés que dans la seule direction de l'écoulement. Par conséquent, leur distribution la plus adéquate passe nécessairement par l'examen des trajectoires des filets fluides au sein de chaque élément.

La conséquence tangible de ce raisonnement apparaît dans la définition qui va être donnée des deux coefficients de décentrement ($\alpha'_{ux}, \alpha'_{uy}$) utilisés dans les fonctions de pondération P_i dont nous suggérons la forme suivante généralisant (III.35) :

$$P_i = N_i + \alpha'_{ux} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \alpha'_{uy} \frac{\partial N_i}{\partial y} \quad (IV.3)$$

Définissons l'expression des coefficients pondérateurs α_{ui} en nous plaçant sur un des points d'intégration de la matrice jacobienne. Nous allons provoquer un décentrement spatial

local selon la tangente à la trajectoire passant par ce point PI, définie, conformément à (II.15), par le vecteur de composantes $[(\cos \theta_s)_{PI}, (\sin \theta_s)_{PI}]$.

L'expression de ce décentrement s'inspirera tout naturellement des études menées en unidimensionnel en substituant, à la longueur Δx de l'élément unidimensionnel, une longueur caractéristique de l'écoulement bidimensionnel. Malgré les deux dimensions spatiales, la logique de notre raisonnement impose bien une seule longueur (Δl_t) représentative des trajectoires que suivent les filets fluides dans cet élément.

Dans ces conditions, nous écrivons :

$$\alpha'_{ux} = \alpha'_a \frac{\Delta l_t}{\sqrt{15}} (\cos \theta_s)_{PI} \text{sign}(u_x) \quad (\text{IV.4})$$

$$\alpha'_{uy} = \alpha'_a \frac{\Delta l_t}{\sqrt{15}} (\sin \theta_s)_{PI} \text{sign}(u_y) \quad (\text{IV.5})$$

avec α'_a un coefficient d'amplification lié à la définition de Δl_t .

IV.2.3. ÉVALUATION D'UNE LONGUEUR CARACTÉRISTIQUE POUR CHAQUE ÉLÉMENT

Après investigation des solutions les plus économiques en temps d'évaluation, il s'avère que la plus satisfaisante consiste à opérer une moyenne pondérée par les poids de Gauss de grandeurs évaluées aux points d'intégration. Celles-ci sont obtenues en faisant passer des droites de même direction que la vitesse résultante en ces points. Elles intersectent les côtés de l'élément pour déterminer des segments dont la longueur moyenne pondérée sera mémorisée à la première itération du pas initial. Il s'est avéré au cours des nombreux tests préliminaires de mise au point que cette moyenne pondérée répond complètement à l'interprétation donnée à Δl_t .

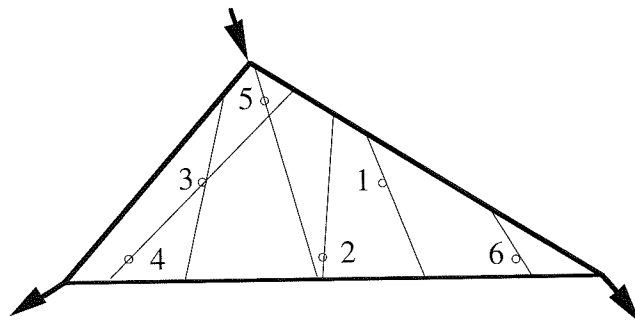


Figure IV.1. – Calcul de la longueur caractéristique Δl_t d'un élément triangulaire à 3 nœuds par évaluation des longueurs de segments en 6 points d'intégration.

Cette procédure ne souffre aucune restriction, ni dans la forme géométrique ni dans le degré d'interpolation de l'élément de discrétisation, pas davantage que dans le nombre de points d'intégration requis. Elle est, à l'image du logiciel élaboré, capable de gérer l'éventail classique des différents types d'éléments finis.

C'est pourtant dans le cadre particulier d'éléments linéaires à trois nœuds que se situent les applications, préférence justifiée par l'excellent comportement manifesté par ce type d'interpolation dans la modélisation des chocs et plus généralement dans tous les phénomènes où le transport convectif prédomine (Heinrich et al, Hansbo, par exemple). Ben-Sabar et al insistent particulièrement dans ce contexte général sur la stabilité accrue des éléments triangulaires face à l'apparition d'instabilités numériques.

Outre la bonne tenue numérique de cet élément simple, son aptitude et sa souplesse à discrétiser n'importe quelle géométrie constitue un autre argument décisif, puisqu'il est la forme de base incontournable d'une majorité de méthodes de maillage automatique.

La remise à l'échelle des coefficients pondérateurs au travers du coefficient α'_a s'impose lorsqu'on compare les résultats de leur évaluation dans des circonstances de discrétisation qui autorisent une comparaison avec la pondération suggérée en unidimensionnel.

En conclusion, l'inégale distribution des longueurs caractéristiques calculées joue un rôle prépondérant sur la qualité des résultats. En caractérisant chaque élément, cette valeur unique, distribuée adéquatement selon les axes x et y, est évaluée et mémorisée une fois pour toute lors de la première analyse de la discrétisation, ce qui rend la méthode économique. En outre, cette formulation générale du décentrement conserve une propriété fondamentale de l'étude unidimensionnelle qui établissait un décentrement spatial indépendant de la vitesse, à l'exception de son orientation.

La campagne d'essais préliminaires a établi l'influence bénéfique produite par l'inégal décentrement spatial. Il gomme les instabilités et maintient une transition prononcée, notamment dans le test standard de comportement des modèles convectifs, défini à l'origine par Hughes. Cette vérification a été menée dans les conditions les plus sévères afin de briser toute coïncidence bénéfique pour les résultats (Raymond et al). L'application rappelle par ailleurs que l'indépendance des lignes fluides se réalise au mieux des degrés de liberté des éléments, enseignement primordial pour la délimitation du domaine topographique qui influence un exutoire donné (Piroton). En particulier, il suggère l'idée d'une bande de sécurité qui enserre le bassin étudié, notion précisée ultérieurement lors du traitement des éventuels problèmes de taille mémoire.

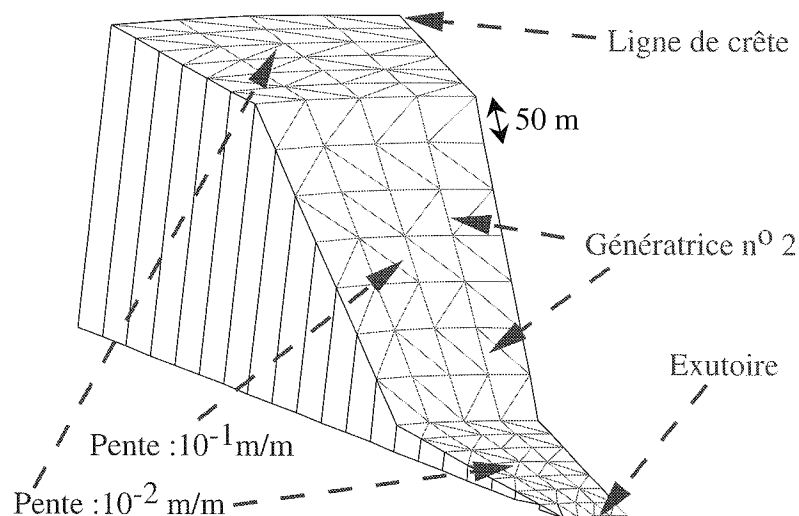


Figure IV.2. – Représentation tridimensionnelle du bassin axisymétrique étudié

Illustrons le bien fondé des expressions proposées en poursuivant la constante gradation dans la difficulté des applications proposées.

La goutte de pluie qui tombe sur la ligne de crête du bassin axisymétrique imperméable représenté à la figure IV.2. subit sur son parcours des irrégularités topographiques qui résument les géométries étudiées jusqu'ici. Chaque génératrice du bassin connaît une alternance de pentes de 10^{-2} , 10^{-1} , 10^{-2} m/m qui portent chacune sur 7 nœuds également espacés de 50 m. En sus, s'ajoute l'effet de convergence des trajectoires. Etudions l'évolution du système au cours d'une pluie $r = 5 \times 10^{-6}$ m/s qui arrose durant 2.10^4 s un terrain imperméable caractérisé par un coefficient de Manning $1/n = 3$.

La discrétisation irrégulière entre « couloirs d'écoulement » permet une première analyse de la sensibilité du résultat à la figure IV.3. par comparaison de quelques lignes d'eau instantanées obtenues sur chaque génératrice. L'état d'équilibre fait l'objet d'une comparaison avec la solution analytique.

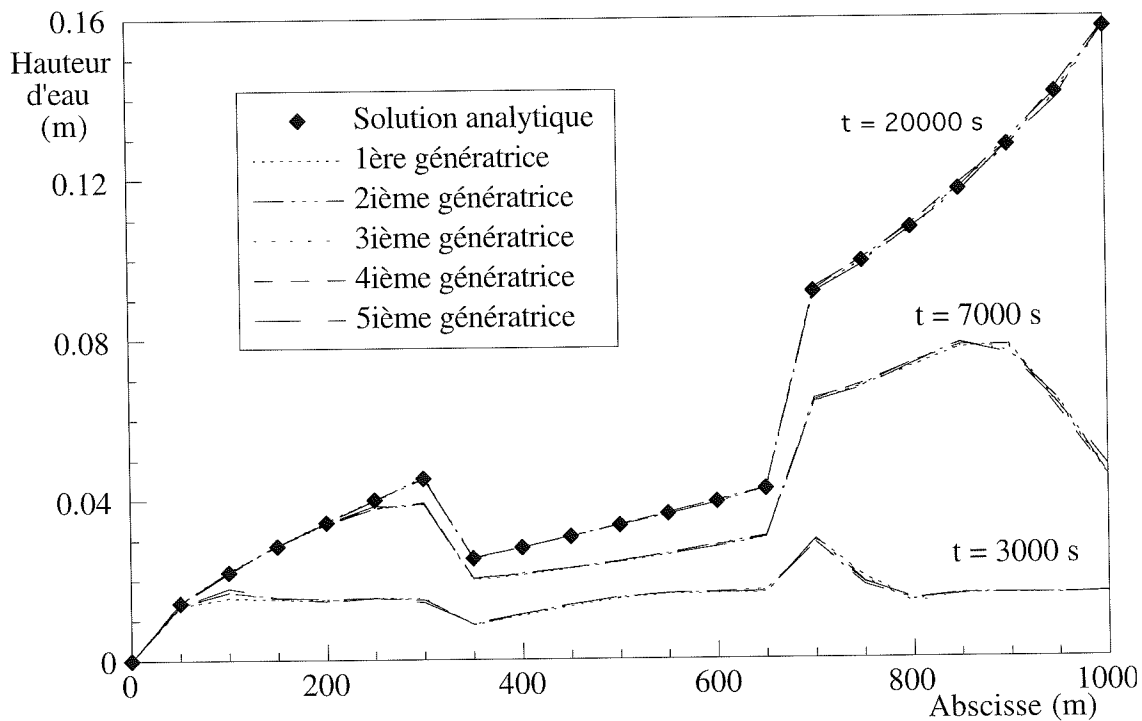


Figure IV.3. – Comparaison des lignes d'eau instantanées obtenues sur les génératrices du bassin et comparaison avec la solution analytique à l'équilibre.

La persistance de la solution sur les divers rayons est manifeste et la précision de la solution stationnaire excellente. En particulier, nous retrouvons une formation correcte du « ressaut cinématique » causée par la diminution de pente et ce, malgré l'accroissement de hauteur résultant de la convergence du bassin.

Le respect des bilans volumiques est très représentatif, nous le savons désormais, de la qualité globale de la méthode et du résultat. La figure IV.4. reconstitue la distribution instantanée des volumes tombés entre le volume stocké sur le bassin et le cumul des volumes passés au travers des segments aval qui symbolisent l'exutoire. L'erreur en fin de modélisation conserve une valeur relative de 10^{-4} qui est tout à fait satisfaisante.

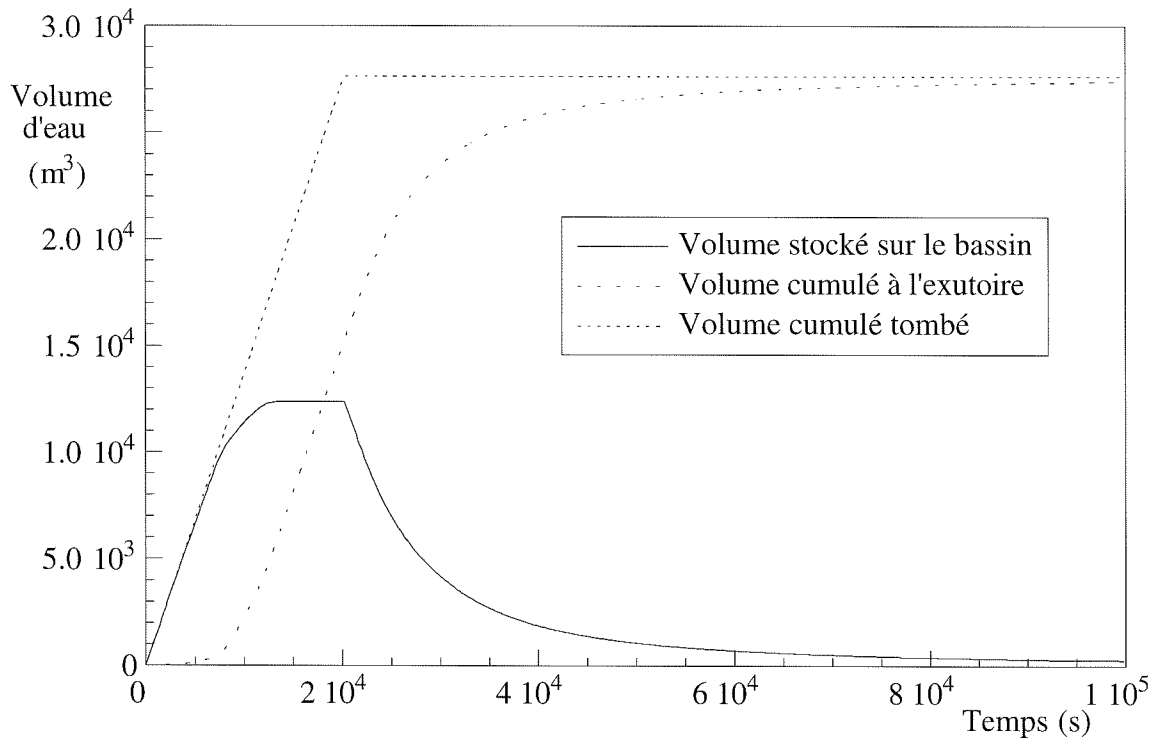


Figure IV.4. – Évolution temporelle de la distribution du volume tombé entre le volume stocké sur le bassin et celui déversé à l'exutoire du bassin axisymétrique convergent.

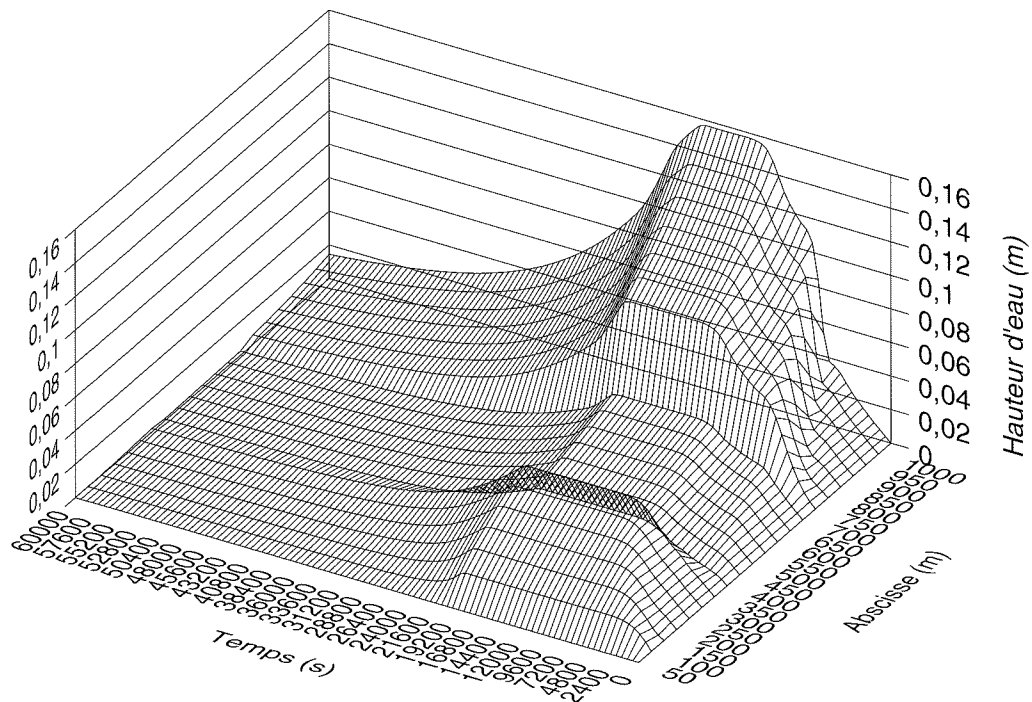


Figure IV.5. – Évolution temporelle des lignes d'eau sur l'ensemble d'une génératrice

Cette impression favorable se confirme dans l'examen global du processus représenté à la figure IV.5. Les ondes d'influence des irrégularités topographiques progressent vers l'aval pour infléchir in fine l'évolution temporelle de la hauteur d'eau à l'exutoire.

La mise en place progressive des équilibres sur chaque abscisse, la stabilité de la phase stationnaire, enfin la modélisation sans encombre de la décrue jusqu'à un tarissement quasi-complet prouvent que l'effet recherché a été obtenu. L'absence de toute manifestation parasite contraste, à l'instar des résultats unidimensionnels, avec les solutions perturbées d'une approche classique de Galerkin.

IV.3. Conséquences théoriques et numériques du ruissellement sur des couvertures perméables

IV.3.1. ÉVALUATION DES QUANTITÉS INFILTRÉES

Aussi longtemps qu'interviennent, en hydrologie de surface, des modèles dont la vitesse de déplacement des volumes d'eau ne dépend pas de l'épaisseur de la lame, le volume des apports globaux du monde extérieur à introduire dans les simulations peut se réduire au seul volume qui parvient à l'exutoire. En effet, si les volumes d'eau impliqués dans la construction de l'hydrogramme final s'intègrent, se déplacent et disparaissent en toute indépendance les uns des autres (raisonnement basé sur les isochrones, par exemple), il n'est pas utile de précipiter sur le modèle numérique des quantités qui s'infiltreront avant de parvenir au point étudié puisqu'elles n'influencent pas l'écoulement (Field et al).

La conséquence mathématique sur le « terme d'apport » $(r-i) \cos \theta_z$ est de pouvoir toujours le considérer comme une fonction positive ou nulle. À l'image de tout modèle partiel, il incombe simplement, pour le fixer, d'élaguer des pluies brutes toute contribution qu'intercepte la végétation, celle qui s'évapore ou, plus substantiellement, celle qui alimente globalement l'écoulement souterrain.

Notre modèle exclut évidemment ce type d'approche. Face au même souci de prendre en compte toute quantité qui « intervient » dans l'écoulement, nous savons d'emblée que même les quantités précipitées qui vont s'infiltrer avant d'atteindre l'exutoire contribuent à alimenter momentanément la lame fluide, modifiant les équilibres de vitesse et de transport des volumes qui se maintiennent à la surface jusqu'au lieu étudié.

Il faut en toute logique travailler avec un diagramme de pluie dégraissé des seules contributions qui ne parviennent pas à la surface du sol et intégrer une répartition à la fois temporelle et spatiale rigoureuse de l'infiltration, qui se manifeste, pour un modèle hydrologique unique, sous forme d'une loi d'infiltration appropriée à chaque élément.

Avant d'envisager ces possibles modifications et d'en supporter les lourdes conséquences, voyons d'abord de quelle façon peut être synthétisé le processus.

IV.3.2. APPROCHE THÉORIQUE DE L'INFILTRATION

Dans le cadre d'un écoulement de surface Hortonien ¹, la pluie qui débute sur un sol non-saturé d'eau s'infiltré dans le sol pour une large part afin de reconstituer son stock d'humidité. Ce dernier se scinde en deux contributions qui diffèrent par leur comportement dans le temps. La rétention d'eau, stockage à long terme, s'épuise graduellement sous l'influence essentielle de l'évaporation, tandis que la détention d'eau alimente les écoulements souterrains saturés ou non des couches proches de la surface et, plus profondément, des nappes aquifères et autres résurgences.

Le processus d'infiltration est délicat à globaliser car il implique de multiples intervenants tels la couverture de surface ou l'état du terrain. L'orientation différenciée des couches et le manque d'homogénéité des propriétés, même au sein de volumes restreints de terrain, achèvent de faire comprendre les difficultés d'une approche théorique qui ne peut que refléter d'inévitables idéalizations. D'indispensables intégrations en résultent sur des superficies raisonnables qui moyennent les propriétés utilisées dans le modèle. Pour notre part, ces remarques préliminaires inscrivent d'autant mieux ce type d'approche globale de l'infiltration dans la droite ligne de la démarche qui a prévalu lors de l'application de l'approximation cinématique à l'hydrologie de surface.

Chow décrit l'état du terrain qui subit le mouvement descendant de l'eau comme l'empilement de quatre zones spécifiques d'humidité : une première zone superficielle complètement saturée, suivie d'une zone de transmission caractérisée par une distribution assez uniforme de la teneur en humidité, la troisième partageant une zone d'humidification qui connaît une réduction progressive de son taux d'humidité jusqu'au front d'humidification, discontinuité nette entre la troisième zone et le sol sec qu'elle domine.

Show situe cette dernière transition brutale, au gré des propriétés des sols, entre quelques centimètres et quelques mètres sous la surface. Quoi qu'il en soit, cette succession démontre surtout la nécessité de ne faire aucune hypothèse préliminaire sur la saturation ou la non-saturation du milieu qui est le siège de l'écoulement.

À une profondeur suffisamment faible pour que la masse volumique de l'eau puisse être considérée comme constante et que la porosité soit indépendante de la pression exercée par le fluide, l'équation de continuité établie pour un volume arbitraire exprime que l'effet du différentiel de débit qui pénètre par les trois faces du volume élémentaire contribue à modifier le taux d'humidité du terrain (ϕ) qui s'y trouve imaginairement emprisonné.

Pour un volume de terrain V dont les dimensions excèdent largement les dimensions des vides et des grains du sol, Darcy a montré que la vitesse de percolation est proportionnelle (K_d étant la conductivité hydraulique du sol) à la perte de charge par unité de longueur S_f . Dans un cadre très limitatif de symétrie géométrique et d'homogénéité des propriétés du système qui induit un écoulement dans la seule direction verticale, la continuité s'écrit, compte tenu de ces notions, sous la forme suivante :

¹ Écoulement Hortonien : écoulement qui naît d'une pluie dont l'intensité excède les capacités d'infiltration du sol, par opposition aux écoulements de surface alimentés par les couches inférieures de terrain.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_d \frac{\partial (\psi + z)}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_d \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} + K_d \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_d \frac{\partial \phi}{\partial z} + K_d \right) \quad (\text{IV.6})$$

Dans cette équation de Richard, une composante supplémentaire ψ à inclure dans la charge totale tient compte de la succion, contribution caractéristique des écoulements insaturés qui donne un surcroît d'énergie au fluide. Bear donne quelques ordres de grandeur pour la montée capillaire, qui varie depuis 2 à 5 cm pour un gros sable, 0,70 à 1,5 m pour un limon jusqu'à 2 à 4 m pour une argile.

Il existe quelques expérimentations numériques basées sur la résolution de l'équation de Richard. Smith et al, par exemple, couplent cette équation à un modèle cinématique unidimensionnel afin de traiter, par différences finies, une cascade de plans supposés indépendants. Malgré la bonne correspondance générale avec des mesures de laboratoire, les auteurs soulignent un choix malaisé des valeurs des paramètres et de l'expression de leurs interdépendances pour une tranche de terrain à l'épaisseur et aux propriétés pourtant uniformisées par une reconstitution artificielle. En modélisation tridimensionnelle des couches superficielles de terrains naturels, la précision des résultats obtenus par rapport à la réalité risque d'être disproportionnée en regard du coût numérique.

Une voie beaucoup plus raisonnable, à laquelle se rallie une majorité d'hydrologistes, consiste plutôt à recourir à une expression qui intègre l'effet des couches sous-jacentes en une loi d'infiltration au niveau de la surface.

L'approche théorique est réalisable avec (IV.6) en se maintenant dans des conditions restrictives de comportement des paramètres. Ainsi, dans le cas où K_d et D_d sont considérés comme des constantes, la reconstitution analytique de l'infiltration à la surface rend une forme équivalente à celle que proposait Horton en 1933. Elle évoque une décroissance exponentielle de l'infiltration, variant d'une vitesse initiale (i_0) jusqu'à la conductivité hydraulique (K_d), selon un rythme caractéristique des propriétés du sol :

$$i = K_d + (i_0 - K_d) e^{-f_H t} \quad (\text{IV.7})$$

Cette expression fait l'objet d'une utilisation assez intensive dans les modèles physiques (Motta et al, Leu et al, par exemple), dans un cadre pratique d'utilisation qui dépasse nettement les restrictions successives introduites pour la rétablir sur base de l'équation de Richard. La fiabilité des valeurs instantanées qu'elle donne est cependant, bien plus que pour la méthode précédente, à la mesure des efforts numériques consentis pour l'intégrer dans la modélisation.

Par ailleurs, une formulation plus récente et moins restrictive sur les hypothèses puisqu'elle autorise une dépendance de K_d et D_d par rapport au taux d'humidité du sol ϕ a été proposée par Philip (1969) sous forme d'une série infinie, dont on utilise traditionnellement la forme tronquée suivante :

$$i = \frac{1}{2} S_i t^{-1/2} + K_d \quad (\text{IV.8})$$

S_i porte le nom de sorptivité

Puisqu'il s'avère plus aisé de caler des valeurs sur les paramètres de la formule généralisée d'Horton, sur base d'une expérience plus significative extraite de la littérature, nous opterons pour cette formulation plus ancienne, encore que ce choix n'implique que des répercussions minimales au travers de la seule programmation de la matrice locale.

Le recours à ce type de formulation suggère d'intégrer l'infiltration à l'élément lui-même plutôt que de la retrancher des données brutes des précipitations. Cette option donne la perspective d'une gestion beaucoup plus flexible des terrains spatialement hétérogènes.

En prolongement des considérations sur les effets du martellement pluvieux, Foster et al ont établi que l'infiltration diminue lorsque les précipitations cessent. En examinant la microtopographie, ils ont effectivement constaté que des micropics topographiques très locaux ne contribuent plus à la surface d'infiltration en n'étant plus immergés et en ne recevant plus, directement des pluies, de quantités à infiltrer.

Soulignons enfin qu'il existe une multitude d'expressions subsidiaires comme celle de Smith-Parlange (Palacios et al), celle de Green-Ampt (Marcus et al), basée sur une approche physique plus approximative mais qui rend une solution analytique (Chow), enfin les lois empiriques comme celle de Holtan et Overton (Huggins et al) et, de façon générale, toutes celles qui s'appuient sur la seule expérimentation d'échantillons de terrain correspondants (Wooding par exemple).

Les formules (IV.7) et (IV.8) supposent que les apports extérieurs suffisent à satisfaire à tout moment les capacités d'infiltration du sol, hypothèse rarement satisfaite, particulièrement au début des précipitations. L'écoulement superficiel ne débutera réellement qu'en t_p , lorsque l'intensité des précipitations égalera ou excèdera les capacités d'infiltration du sol. La figure IV.6. explique la correction qui s'impose dans le cas d'une pluie d'intensité constante.

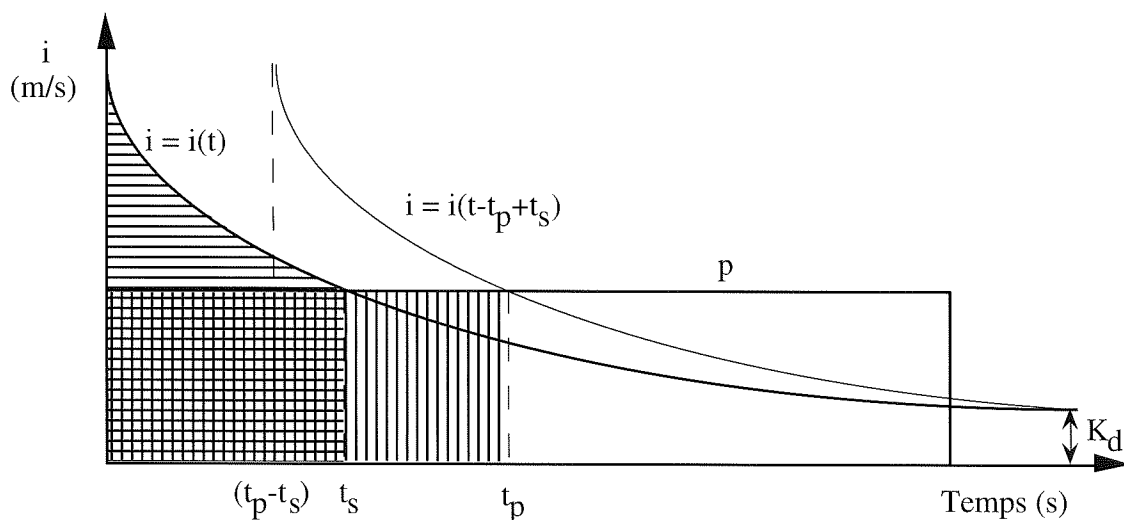


Figure IV.6. – Loi d'infiltration pour une pluie d'intensité inférieure aux capacités d'infiltration du sol

Dans ces conditions, on obtient finalement la loi d'infiltration généralisée suivante :

$$i = K_d + (i_0 - K_d) e^{-f_H [t - (t_p - t_s)]} \quad (\text{IV.9})$$

avec :

$$\int_0^{t_s} p \cdot dt = \int_0^{t_s} i(t) dt \quad (\text{IV.10})$$

$$t_s = -\frac{1}{f_H} \ln \frac{p - K_d}{i_o - K_d} \quad (\text{IV.11})$$

$$t_p = \frac{1}{p} \left(K_d t_s + \frac{i_o - K_d}{f_H} (1 - e^{-f_H t_s}) \right) \quad (\text{IV.12})$$

IV.3.3. CONSÉQUENCES DE L'INFILTRATION SUR L'ÉCOULEMENT

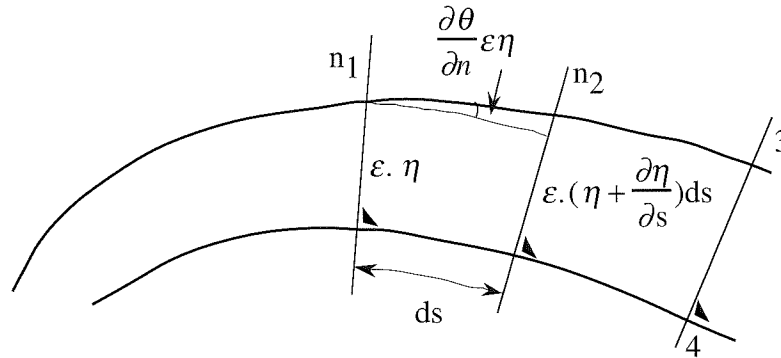
Nous mettrons mieux en évidence les importantes modifications à envisager en rappelant d'abord les conséquences implicites que nous avons exploitées aussi longtemps que les contributions extérieures au système étaient positives.

IV.3.3.1. Simulations en l'absence d'infiltration

La ligne de courant qui suit la plus grande pente d'une topographie quelconque à partir d'un point donné de la ligne de crête a toujours été supposée s'étaler au cours du temps en un long filet d'eau ininterrompu jusqu'à l'aval. Jamais ne fut évoquée la possibilité en phase instationnaire d'un appel d'eau temporaire qui viendrait assécher un quelconque endroit de la topographie. Aucun nœud au sein même du bassin n'a donc fait l'objet d'une annulation de hauteur, qui indiquerait que l'écoulement s'y est tari et qu'on débute une nouvelle ligne d'écoulement. Cette constatation souligne précisément qu'à l'intérieur des limites du domaine, la hauteur d'eau reste positive. La présence d'un exposant fractionnaire dans la relation vitesse-hauteur impose par ailleurs à cette dernière de n'être pas négative, en pleine correspondance avec la réalité physique.

Prouvons-le en topographie quelconque multidimensionnelle en recourant au facteur η présenté géométriquement à la figure IV.7. et défini par la relation suivante (Smolderen) :

$$\eta = \exp \left[\int \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial n} \right)_{n=0} ds \right] > 0 \quad (\text{IV.13})$$

Figure IV.7. – Interprétation géométrique de η

La fonction $\eta(s)$ est à l'image de l'évolution de la distance 3-4, ce qui explique que $\eta = 1$ correspond à l'approche unidimensionnelle, comme l'illustre la figure IV.7.

L'équation (II.16) s'écrit alors sous la forme suivante, en s'aidant de la figure IV.7. :

$$\frac{1}{(m+1)\eta a' h^m} \frac{\partial}{\partial t} (\eta a' h^{m+1}) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial s} (\eta a' h^{m+1}) = r'' \quad (\text{IV.14})$$

Cette relation prend la forme suivante, le long de courbes caractéristiques du plan (s, t) :

$$\frac{d}{dt} (\eta a' h^{m+1}) = (m+1) \eta a' h^m r'' \quad (\text{IV.15})$$

le long de

$$\frac{ds}{dt} = (m+1) a' h^m \quad (\text{IV.16})$$

$$\text{avec pour condition initia}' \quad (\eta a' h^{m+1})|_{t=0} = 0 \quad (\text{IV.17})$$

$$\text{et pour condition limite} \quad (\eta a' h^{m+1})|_{s=0} = 0 \quad (\text{IV.18})$$

La positivité des diverses fonctions η , a' (dans les limites habituelles de définition pour un bassin versant), r'' , en seule présence de précipitations, assure à la grandeur $(\eta a' h^{m+1})$ de ne pas décroître sur l'ensemble du domaine du plan (s, t) balayé par le faisceau de caractéristiques qui progressent à nouveau d'amont vers l'aval pour les t croissants.

Cette conclusion garantit une hauteur d'eau positive aux phénomènes instationnaires qui se développent à tout moment de l'averse sur le bassin versant. L'éventuelle présence de chocs ne brouille en rien cette constatation puisque le débit y est conservé.

Lorsque les pluies cessent et que le système entame sa décrue, la caractéristique issue de la crête de partage du bassin porte alors progressivement vers l'aval une valeur nulle du produit

($\eta a' h^{m+1}$), restreignant du même coup les dimensions de la superficie d'écoulement. Toutefois, la progression des autres caractéristiques, supportant chacune leur constante, nécessairement positive, de ce même produit, confirme la positivité des hauteurs à l'intérieur de ce bassin évolutif.

De la comparaison de ces bases théoriques avec l'expérience numérique acquise sur bassins imperméables émergent quelques aspects marquants. D'abord, la présence de hauteurs d'eau non significatives (nulles ou négatives) constitue définitivement une preuve flagrante de piètre qualité des résultats. Elle caractérise ainsi certaines simulations d'écoulement sur topographies même peu tourmentées, abordées avec la théorie classique de Galerkin. Les bienfaits de l'approche modifiée sont sur ce point plus que significatifs.

Quant à la progressive réduction des dimensions du bassin concerné en phase de décrue, les réalités numériques des modélisations en conditions imperméables n'ont jamais imposé d'en tenir compte par un déplacement progressif des conditions. En effet, les hauteurs d'eau calculées sur les points situés le plus à l'amont prennent des valeurs faibles sans s'annuler jusqu'au moment où la modélisation est volontairement interrompue. Cette dernière remarque justifie que le problème des conditions aux limites et des questions y attenantes n'ait pas fait jusqu'ici l'objet de beaucoup d'attention.

IV.3.3.2. Simulations sur terrains réels perméables

Cette dernière remarque indique d'autant mieux le type d'incident qui risque de survenir en présence d'infiltration. La représentation d'une distribution quelconque des propriétés du terrain et de son sous-sol, couplée aux topographies et aux précipitations quelconques que la nature peut nous réserver, va être à l'origine de l'interruption et de la naissance de filets ruisselants au beau milieu des surfaces considérées.

Il n'est pas difficile d'imaginer un scénario où les premières gouttes percutent une surface localement imperméable pour ruisseler et s'infiltrer sur les terrains absorbants des zones aval. En un autre lieu, une forte intensité de pluie locale porte le sol d'une partie du bassin à saturation et y fait naître un écoulement superficiel. Leur persistance spatiale et temporelle sature progressivement l'ensemble qui retrouve son unité d'écoulement pour se briser à nouveau dans la décrue par hétérogénéité des propriétés.

Le bassin versant devient, dans ces conditions, l'ensemble des surfaces qui sont susceptibles, au sens topographique, d'alimenter le débit superficiel à l'exutoire.

Cette évolution vers une meilleure correspondance avec les réalités du terrain impose une nouvelle évolution substantielle des capacités numériques du logiciel à prendre en compte non seulement les lois d'infiltration mais surtout les effets de leur introduction.

L'expérience montre en effet qu'il est totalement exclu de laisser œuvrer librement le système vers des tarissements locaux et temporaires de l'écoulement superficiel, même accompagnés de quelques artifices numériques, sans répercussions préjudiciables pour le bilan des volumes d'eau impliqués. Nous allons plutôt infléchir le système en développant une méthode d'éléments couvrants-découvrants dénommée méthode à balayages multiples.

IV.3.4. MÉTHODE À BALAYAGES MULTIPLES

La méthode de discrétisation temporelle par pas constants empêche d'espérer faire coïncider les instants d'évaluation aux moments précis où la combinaison instantanée de l'infiltration locale et des appels d'eau vers les zones aval parvient à assécher, ne fût-ce que temporairement, les points de discrétisation.

Considérons par exemple que la résolution du dernier système d'équations généré nous rend une ou plusieurs valeurs nodales de hauteur négatives.

Devant l'étroite relation qui lie hauteur et vitesse, nous choisissons de ne pas laisser se découvrir partiellement l'élément et de réagir à cette situation en bloquant adéquatement certains nœuds à une hauteur nulle. Les éléments finis concernés reportent alors leur recherche d'un bilan volumique équilibré sur les degrés de liberté rémanents. Cette opération ne peut être menée avec succès que si elle est provisoire, tant dans le temps que dans le processus itératif de résolution d'un état instantané :

- D'un pas temporel à l'autre, le caractère instationnaire de l'écoulement superficiel et des lois d'infiltration peuvent remettre en cause l'annulation de hauteur en un point.
- La naissance instantanée d'une ligne d'eau en un point peut également être le fait d'une reprise ou d'une accalmie locale des précipitations. La condition de hauteur nulle à la limite amont de chaque ligne de courant est donc susceptible de faire l'objet d'un déplacement géographique à chaque pas calculé.
- Dans le calcul itératif propre à chaque progression temporelle, l'apparition de hauteurs négatives peut être le fait d'un « chemin de convergence » qu'emprunte une inconnue nodale vers sa solution positive. Dans ces conditions, une perpétuelle réévaluation de l'utilité des blocages s'impose au cours de tout le processus itératif inhérent à chaque pas temporel.

En conséquence, l'infléchissement du système se voudra le moins contraignant possible et réalisé avec une constante remise en cause des impositions à chaque stade du calcul. Lors de la $i^{\text{ème}}$ itération d'un pas temporel donné, une solution approchée est calculée en considérant pour seuls nœuds imposés ceux des conditions aux limites perpétuelles (lignes de crête).

Avant d'accepter et d'appliquer cette solution corrigée, l'ensemble du champ des inconnues subit un balayage pour tester si elle remet en cause la positivité des valeurs. Dans le cas où les nœuds névralgiques relevés n'appartiennent pas à la liste des conditions imposées à la tentative précédente, la correction est jugée inopportune.

Une nouvelle évaluation du système est entreprise, basée sur une liste d'impositions réactualisée avec les nouveaux nœuds relevés. Le processus est repris autant de fois qu'est décelée une modification dans la liste consécutive au balayage. Enfin, lorsque cette dernière se stabilise, la correction est adoptée et subit les tests usuels de convergence.

IV.4. Automatisation des phases préalables à la simulation

Rappelons d'abord de quelle chronologie émerge une topographie susceptible d'être soumise à l'approche hydrologique ici développée.

À l'origine, le nuage tridimensionnel de points de terrain donnés englobe nécessairement le bassin versant à étudier, même si les limites de ce dernier sont encore totalement indéterminées.

La première opération naturelle consiste à appliquer un maillage sur les points, ne fût-ce que pour obtenir un premier aperçu du terrain à analyser. Dans le cadre d'un maillage triangulaire, la définition consécutive de facettes planes permet accessoirement de se faire une idée approximative des zones concernées par représentation des plus grandes pentes.

Le maillage constitue la base de travail des opérations ultérieures dont celle qui consiste à assurer la continuité de débit aux nœuds. Il convient par ailleurs de fixer les frontières en amont du bassin, lieu d'imposition des conditions aux limites d'un problème bien posé.

Complétée avec des précisions indispensables à la caractérisation des terrains rencontrés, la géométrie est à même de subir une modélisation, pour autant que cette dernière ne nécessite pas des ressources informatiques incompatibles avec les caractéristiques de la machine qui la prend en charge. Dans cette éventualité, l'approche théorique autorise un morcellement de la simulation, dont nous préciserons et automatiserons des règles compatibles avec la méthode de résolution décrite précédemment.

Reprenons chacun de ces stades pour surmonter les dernières difficultés et limiter l'intervention de l'utilisateur au contrôle des conséquences de ses choix.

IV.4.1. DÉVELOPPEMENT D'UN MAILLEUR AUTOMATIQUE

Alléger la tâche longue et toujours ardue de discrétisation du domaine d'intérêt est d'autant plus appréciable dans notre cas que la surface à discrétiser risque de déborder, parfois considérablement, des limites du domaine concerné par l'écoulement. En outre, il n'est pas exclu de répéter cette opération à divers stades de la préparation (fixation des pentes ou des conditions limites).

Face à l'abondance de publications relatives à des méthodes efficaces et à la présence sur le marché de logiciels spécialisés dans ces tâches, le développement d'un code spécifique s'explique par le désir de composer un ensemble homogène, constitué de modules parfaitement intégrés aptes à répondre aux spécificités du problème.

La première d'entre elles concerne le travail sur un nuage de points existants, ce qui exclut bon nombre d'approches proposées. La conversion en une distribution régulière ou, plus généralement, l'ajout de tout point supplémentaire pose le problème de la détermination de l'altitude correspondante qui, si elle se base sur les points environnants, constitue déjà une interprétation de la géométrie étudiée.

La méthode très répandue de Delaunay (Correc et al, Sloan) a été écartée au profit d'une autre approche qui permet d'ignorer certaines zones au sein du domaine à mailler. Cette seconde spécificité est dictée par l'obligation d'exclusion, dans certaines circonstances, quelques régions dont les volumes tombés ne participent pas réellement à l'écoulement, pour cause par exemple de collecte intermédiaire.

En se basant sur une évolution de la méthode de Cavendish, l'algorithme développé se joue des difficultés inhérentes à la présence de « trous » et de frontières tourmentées. La méthode procède par constante réactualisation de listes évolutives qui gèrent à la fois une succession de

frontières fermées emprisonnant le domaine à mailler ainsi qu'un ensemble de points susceptibles de constituer les sommets d'éléments à construire.

Décrivons la construction du $i^{\text{ème}}$ triangle dont la base se compose des deux premiers points instantanés ab de la liste frontière.

Le sommet η recherché pour l'élément $ab\eta$ doit évidemment se trouver dans le domaine et les côtés qui le contiennent ne peuvent intersecter les segments de la liste évolutive décrivant la frontière. Il doit surtout assurer une certaine qualité de forme aux triangles envisagés. Cette dernière remarque n'implique pas seulement la construction du meilleur triangle à la présente itération. Il faut également pressentir les conséquences de ce choix pour les étapes ultérieures, partant du constat que la constitution d'un élément proche de la forme équilatérale est inutile si la phase suivante doit aboutir à la formation d'un triangle très déformé.

Une première sélection de quelques « meilleurs » nœuds η_i s'opère en cherchant ceux qui minimisent la somme des carrés des côtés joignant le sommet envisagé. Ils font ensuite l'objet d'une compétition finale sur base des critères proposés par Lo. La qualité d'un élément est évaluée par une seule grandeur qui s'écrit pour un triangle quelconque abc :

$$\alpha_{abc} = \frac{\overrightarrow{ab} \wedge \overrightarrow{ac}}{\overline{ab}^2 + \overline{bc}^2 + \overline{ca}^2} \quad (\text{IV.19})$$

Une valeur élevée de ce paramètre correspond à une qualité croissante de la forme envisagée comme l'illustre la figure IV.8.

Pour chaque nœud η_i en compétition, Lo propose d'évaluer d'abord la qualité du triangle envisagé, soit $\eta_{ab\eta_i}$. Quant aux conséquences prévisibles du choix de η_i vis-à-vis des constructions futures, elles sont résumées dans un test de forme des triangles possibles $\eta_i b \eta_j$ et $a \eta_i \eta_j$ avec $j = 2, 1$ lorsque $i = 1, 2$. Le choix de η s'opère par comparaison des deux produits correspondant à $i = 1, 2$:

$$\alpha_{ab\eta_i} \cdot \max(\alpha_{a\eta_i\eta_j}, \alpha_{\eta_i b \eta_j}) \quad (\text{IV.20})$$

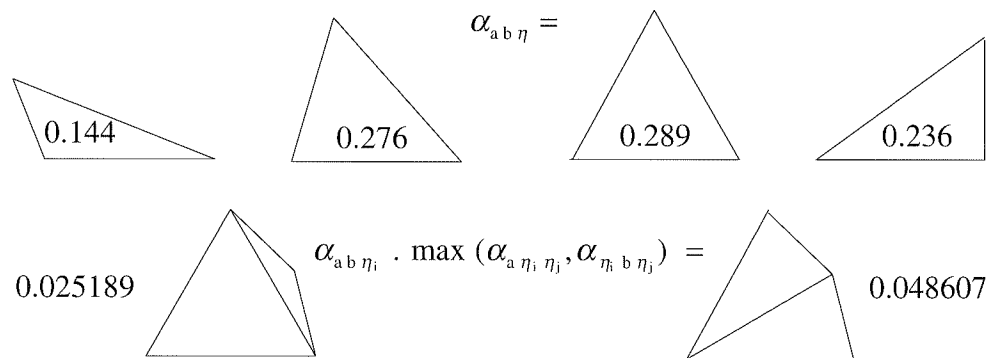


Figure IV.8. – Évaluation de la qualité des triangles et influence des constructions futures

La valeur maximale, qui désigne le nœud retenu, traduit le meilleur compromis de forme du triangle envisagé et de ceux à venir comme l'illustre la seconde ligne de la figure IV.8. Le rejet de toute valeur négative du produit assure en outre qu'aucun nœud perdant ne se trouve emprisonné dans la construction adoptée.

Le nœud finalement choisi occupe une place au sein d'une des listes qui détermine essentiellement la mise à jour à réaliser avant d'entamer la construction suivante. Les tests effectués sur les longueurs des listes gérées assurent, au terme de l'opération de maillage, une réduction de la liste frontière aux trois nœuds du dernier triangle.

Selon la provenance du fichier de points à gérer et la façon dont il a été produit, le nuage s'apparentera davantage à un canevas régulier (cartes digitalisées fournies par l'I.G.N.) ou à la plus irrégulière des distributions. Des fonctions annexes ainsi que des outils de visualisation permettent d'apprécier la qualité du maillage construit.

Divers types d'aide intégrée sont cumulables selon qu'on souhaite ajouter ou déplacer des points. Une génération automatique de nœuds additionnels est possible, tant sur les frontières que sur le domaine, en dehors d'un cercle d'influence fixé pour chaque nœud existant. La multiplication de sous-domaines connexes assure ainsi l'existence de zones à densité variable de points. Consécutives à la phase de maillage, une autre opération optionnelle procède au déplacement de tout point n'appartenant pas aux frontières sur le barycentre de ceux qui lui sont connectés.

Le cumul de ces opérations réalise un maillage de qualité, composé de transitions graduelles lorsque des densités variables sont introduites, même si cet effet ne constitue pas une priorité de la méthode.

IV.4.2. DÉLIMITATION D'UN BASSIN VERSANT CONSTITUÉ DE FACETTES PLANES TRIANGULAIRES

La majorité des études se focalisent sur l'hydrogramme d'un lieu traversé par un cours d'eau, lui-même alimenté par l'écoulement hydrologique du bassin impliqué. Le maillage du bassin doit alors reproduire, par les arêtes de ses éléments, la géométrie de l'écoulement filaire de la rivière et de ses éventuels affluents. Le partage du domaine à mailler en sous-éléments connexes force le mailleur à respecter ces segments privilégiés, technique d'autant plus aisée à appliquer que le mailleur ne prend en compte que les points les plus appropriés.

Une telle procédure rend par exemple les 4271 facettes triangulaires planes de la topographie du bassin du Blanc-Gravier situé dans le domaine universitaire du Sart Tilman. La représentation tridimensionnelle de la figure IV.9. illustre les 2210 points de discrétisation résultant de la digitalisation d'une carte I.G.N. classique au 1/5000^{ème}.

Cette exploitation immédiate de la troisième coordonnée autorise une représentation rapide des spécificités topographiques tandis qu'une fonction annexe procède, par simple interpolation sur chaque facette, à une reconstitution aisée des lignes de niveau.

Face aux problèmes cruciaux que constituent à la fois la limitation des zones à prendre en compte pour le calcul ainsi que la localisation des points à condition limite, profitons en première approche de la géométrie tridimensionnelle brute issue de l'opération de maillage pour opérer une sélection des facettes entrant dans la zone d'influence.

Sans établir a priori aucun lien entre cet exercice et une future modélisation d'écoulement, dont le choix de résolution réclame d'éventuelles spécificités pour assurer la continuité de débit inter-éléments, contentons nous d'inclure dans la surface d'intérêt tout segment et tout élément dont l'écoulement superficiel est susceptible d'agir sur les caractéristiques de l'hydrogramme étudié.

La construction du domaine et, par conséquent, celle de ses limites, s'inspire de l'idée de la méthode de maillage à la différence près que la procédure est cette fois inversée avec une expansion graduelle de la frontière. Celle-ci va étendre son emprise jusqu'à enserrer continûment le bassin, au départ d'un simple segment de cours d'eau discrétisé ou de l'arête d'un élément de versant, dont le point aval s'identifie à l'exutoire à étudier.

Dans cette géométrie discontinue, il faut composer avec des directions préférentielles d'écoulement définies, sur chaque facette, par la plus grande pente, ainsi qu'avec des arêtes que nous dénommerons rigoles, formées par l'arête commune de deux triangles, dont les plus grandes pentes convergent vers un même point du segment partagé.

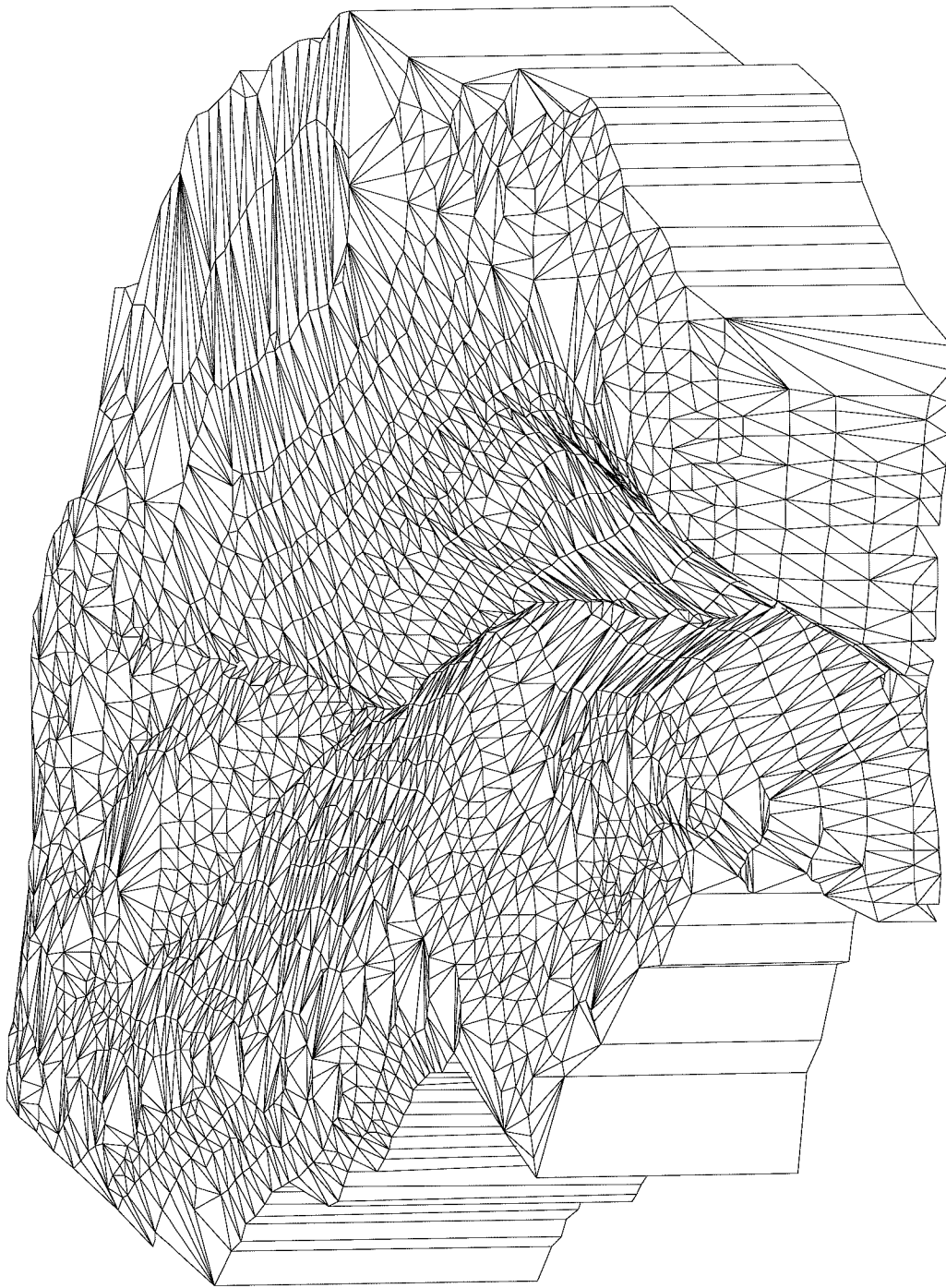


Figure IV.9. – Reconstitution tridimensionnelle de la surface du bassin du Blanc Gravier à partir du maillage triangulaire généré automatiquement. Vue depuis l'exutoire.

Nous choisissons de ne composer le domaine final qu'avec des éléments de discrétisation complets. La liste évolutive de la frontière ne comprend donc que des segments joignant des nœuds existants. Néanmoins, seule une partie de leur longueur, appelée partie active, sera prise en compte. Cette dernière est déterminée par les phases précédentes qui les ont introduites dans la frontière évolutive.

Décrivons la $i^{\text{ème}}$ étape d'extension possible du domaine d'influence. La base de travail se compose des deux premiers points instantanés ab de la liste frontière.

- Si la portion active du segment - base ne se limite pas à un nœud, on recherche alors un triangle non encore intégré qui l'inclut dans ses côtés. Un test d'orientation de la plus grande pente vérifie si l'élément est susceptible de contribuer à la surface à construire, auquel cas le nœud c est intégré à la frontière.
- Pour fixer la part active de ces nouveaux segments intégrés, nous distinguerons la présence ou l'absence d'un nœud de discrétisation dans la partie active de la base :
 - Lorsque la frange active ne contient pas de nœud, des parallèles à la plus grande pente, menées par les extrémités du segment actif, délimitent les nouvelles plages actives à analyser ultérieurement (figure IV.10.).
 - Lorsqu'elle inclut un ou deux nœuds, ceux-ci sont susceptibles de constituer l'aval d'une rigole, auquel cas la ou les frontières correspondantes doivent totalement être activées. Le cas c de la figure IV.10. montre l'autre éventualité d'une frontière ac limitant sa partie active au seul point a .
- Lorsqu'on est confronté à l'examen d'une portion active limitée à un nœud, la succession des tests et des actualisations de frontière vise à analyser progressivement toute rigole potentielle qui alimenterait ce point, en ouvrant de nouvelles perspectives d'éléments à intégrer.

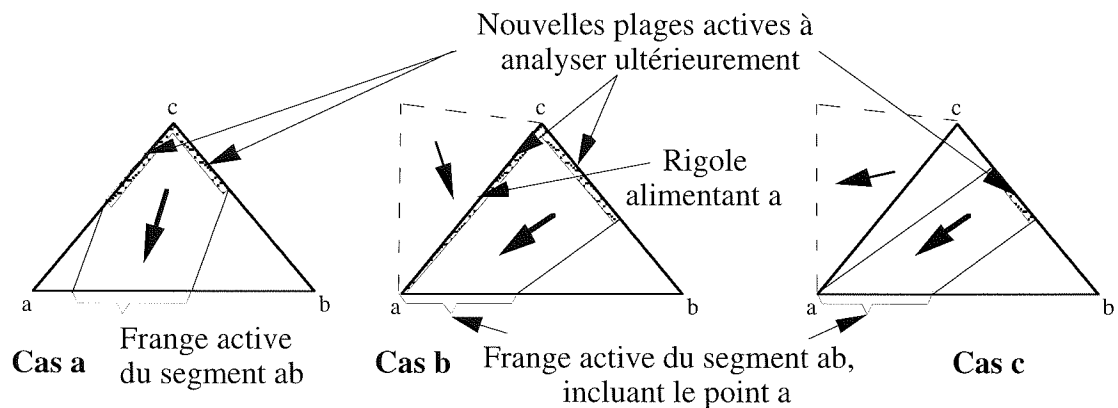


Figure IV.10. – Délimitation des nouvelles plages actives à analyser pour une frange active initiale incluant ou non un nœud

La procédure implique que si un même segment est intégré à plusieurs reprises dans la frontière, c'est chaque fois pour l'analyse d'une frange active spécifique. Cependant, l'utilisateur peut sélectionner certains segments qu'il ne souhaite pas voir être analysés. Cette option particulièrement utile permet, par exemple, de limiter la recherche de la seule partie du bassin versant située sur une des rives du cours d'eau.

En l'absence de toute limitation, la logique de cet outil sur des bassins réels reconstitue l'entièreté des surfaces qui alimentent l'exutoire, remontant tous les segments amont des écoulements filaires impliqués et incluant leur bassin correspondant. Notons encore que la

procédure n'est en rien liée, par une quelconque référence, à des lignes de niveau, ce qui lui assure, en complément du meilleur, une grande généralité d'application.

En prolongement des considérations unidimensionnelles, une certaine prudence s'impose ensuite pour satisfaire aux critères de continuité de débit inter-éléments. Bien que cette question ne compromette en rien l'universalité de la méthode dans son ensemble puisque l'approche adoptée pour décrire l'écoulement s'accommode des topographies les plus quelconques, diverses solutions ont été intégrées à cet égard dans le logiciel, soit au niveau même de la résolution par éléments finis, soit par un traitement topographique préalable. Ce dernier assure alors de plus larges exigences dans les données topographiques à fournir au module de calcul d'écoulement en convertissant une topographie discrétisée en surface continue complexe. Il faut cependant avoir préalablement partagé l'entièreté du domaine d'intérêt en sous-bassins caractéristiques des versants de chaque ramification. Cette étape de partage est complètement automatique puisqu'elle exploite à plusieurs reprises la procédure de détermination de bassin versant en utilisant cette fois les possibilités de mémorisation de segments à ne pas tester.

IV.4.3. INTRODUCTION OPTIONNELLE D'UN FRACTIONNEMENT SUPPLÉMENTAIRE DES SIMULATIONS D'ÉCOULEMENT HYDROLOGIQUE

Supposons que cette dernière possibilité de traitement préalable de topographie ait été sélectionnée pour la clarté qu'elle offre dans sa conversion. La prise en compte de chaque sous-bassin détermine un fractionnement minimal en autant de simulations autonomes.

Suivant leur nombre, elles peuvent impliquer des discrétisations dont la taille est inadaptée aux possibilités de calcul d'un ordinateur personnel. De plus, même lorsque la capacité en mémoire de la machine est compatible avec la simulation envisagée, la résolution d'une suite de systèmes non-linéaires pour ces phénomènes instationnaires demande la recherche du meilleur compromis entre la vitesse de calcul et la multiplication des simulations sur des sous-domaines, pour autant que cette potentialité existe.

La théorie cinématique permet de travailler de cette façon. Elle nous amène à mettre au point certaines règles qui régissent un morcellement supplémentaire automatique.

Attachons nous au fractionnement d'un sous-bassin délimité par les considérations du paragraphe précédent et, dans cette même logique, supposons réalisée la phase de définition de pente continue aux nœuds. Suite à un morcellement des opérations, nous supposons n'être intéressés momentanément que par la construction des hydrogrammes qui se déversent latéralement dans quelques segments de cours d'eau situés entre deux points α et β de son axe.

Une simulation sur le domaine complet peut certes fournir ces résultats. Néanmoins l'indépendance théorique de chaque filet d'écoulement sur le bassin devrait permettre de ne prendre en compte que la surface délimitée d'abord par les deux trajectoires dévalant la pente pour aboutir respectivement aux points α et β , ensuite par la ligne de crête, enfin par le bras de rivière considéré.

Une méthode apparentée à celle qui limite un bassin versant composé de facettes planes permet de concrétiser cette analyse en travaillant à présent sur le champ continu des pentes. Basée sur un raisonnement désormais classique d'extension progressive de la frontière, elle intègre au

domaine en construction tout élément dont la vitesse à au moins un des nœuds du segment - base instantané est entrante par rapport à cette surface. La procédure prend fin par manque d'élément à intégrer ou par absence d'élément susceptible d'introduire une partie amont à des trajectoires déjà partiellement intégrées dans le domaine évolutif.

Cette dernière particularité de construction tient compte des contraintes de la méthode en matière de conditions limites car il ne suffit pas d'inclure les éléments entiers qui contiennent le domaine théorique. Elle veille également à ce que les pentes, sur les segments du pourtour qui ne décrivent pas une ligne de crête, soient sortantes par rapport au nouveau domaine calculé. De cette façon, le domaine construit ne contient qu'un ensemble de trajectoires ininterrompues depuis la ligne de crête. Certaines d'entre elles ne participent pas théoriquement à l'écoulement latéral des segments compris entre les points α et β . Cette précaution ne devrait théoriquement avoir aucune influence sur la solution du domaine réellement étudié compte tenu de l'indépendance de chaque ligne fluide. Néanmoins, les réalités numériques tempèrent ces conclusions puisque la méthode de résolution, par une minimisation de l'erreur sur le nombre de degrés de liberté disponibles, introduit une certaine dépendance entre nœuds voisins.

Ainsi l'expérience des simulations confirme qu'un certain recouvrement de chaque tronçon de cours d'eau considéré est indispensable pour parvenir à une totale insensibilité des résultats vis-à-vis du processus de fractionnement. Ce nécessaire recouvrement justifie la notion de meilleur compromis en temps de calcul pour mener à bien une simulation. Nous serions encouragés à morceler profondément chaque sous-domaine, si la fraction excessive de recouvrement n'entraînait une perte significative d'efficacité par la redondance exagérée que cette approche poussée à l'extrême occasionne dans le calcul des lignes fluides communes.

La simulation d'un site réel donnera, dans la troisième partie, de plus amples détails sur le compromis dégagé des essais de mise au point. Elle rappellera également, de façon détaillée, toutes les étapes que nous venons de décrire.

IV.5. Conclusion

L'indispensable recherche de l'efficacité et d'une certaine aisance dans la mise en œuvre de la théorie d'écoulement envisagée, passe par la mise au point d'un canevas immuable de phases préparatoires, préalables au calcul proprement dit.

L'automatisation des diverses étapes est assurée par la réalisation d'algorithmes qui répondent aux spécificités des données couramment rencontrées et aux exigences liées aux simplifications introduites dans la théorie. Chaque phase est complétée par des outils graphiques qui aident à mieux cerner les particularités topographiques que l'écoulement va rencontrer. Ils assistent également le modélisateur dans la phase de caractérisation des divers terrains rencontrés.

Enfin, le caractère évolutif et non linéaire des équations ne se solde pas par des exigences rédhibitoires pour le matériel informatique, puisque les propriétés théoriques autorisent un morcellement des surfaces concernées.

Au terme de cette première partie, le dispositif est apte à contrôler aisément l'état instantané de la lame fluide en n'importe quel point d'un bassin réel. De façon plus pratique, il exploite toutes les spécificités tridimensionnelles et morphologiques du terrain pour prévoir l'ensemble

des hydrogrammes qui se déversent latéralement dans les ramifications du cours d'eau, consécutivement à une pluie irrégulièrement répartie dans le temps et l'espace.

L'approche théorique qui est à sa base lui confère tous les atouts inhérents à une interprétation physique possible des résultats. Une ultime application volontairement dépouillée rappelle à cet égard que la mise en évidence et la quantification des répercussions d'une action sur le bassin constituent quelques points forts d'une approche physique.

La topographie de la figure IV.11. alimente une retenue en couvrant une superficie totale d'approximativement 34 hectares, pour une dénivellation totale de 110 m. Déterminons, pour une pluie isolée de $15 \cdot 10^{-6}$ m/s durant 1200 s, l'impact sur l'ensemble des débits entrant dans cette retenue d'un recouvrement de la section hachurée par une couverture bitumineuse.

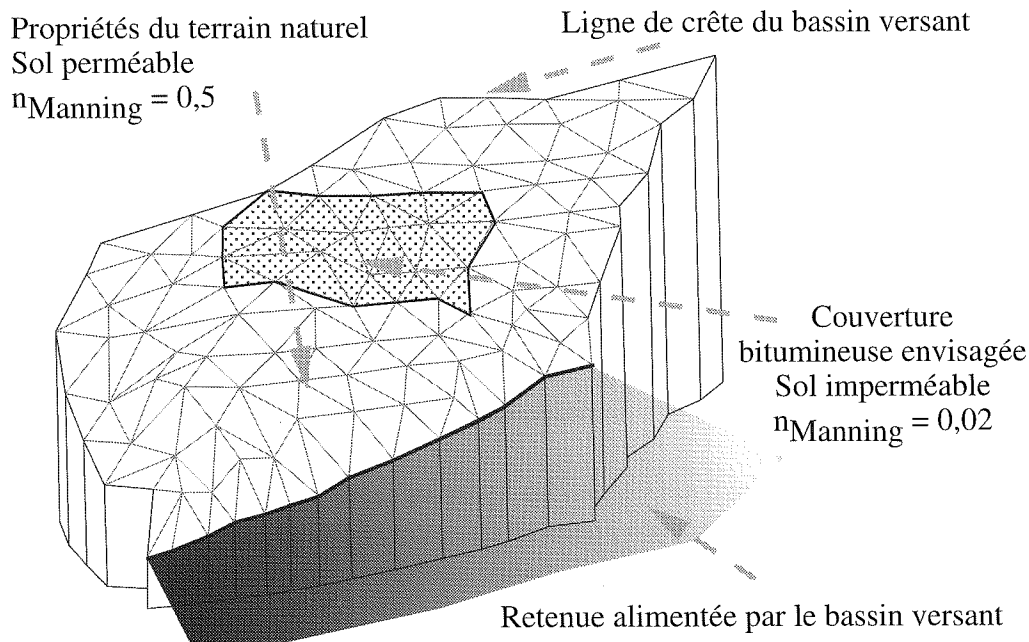


Figure IV.11. – Représentation tridimensionnelle de la topographie considérée

La première simulation, représentative de l'écoulement avant modification, travaille avec des paramètres de rugosité et d'humidité de terrain caractéristiques d'une couverture naturelle. La simulation est ensuite reproduite en imposant d'une part l'imperméabilisation sur la surface concernée ainsi que la diminution substantielle de son coefficient de frottement pour obtenir, à la figure IV.12., la comparaison des hydrogrammes déversés. Outre l'effet prépondérant de l'imperméabilisation, on constate l'influence de la localisation, à l'amont du bassin, de la zone impliquée dans les transformations, qui provoque un déplacement temporel du pic de débit.

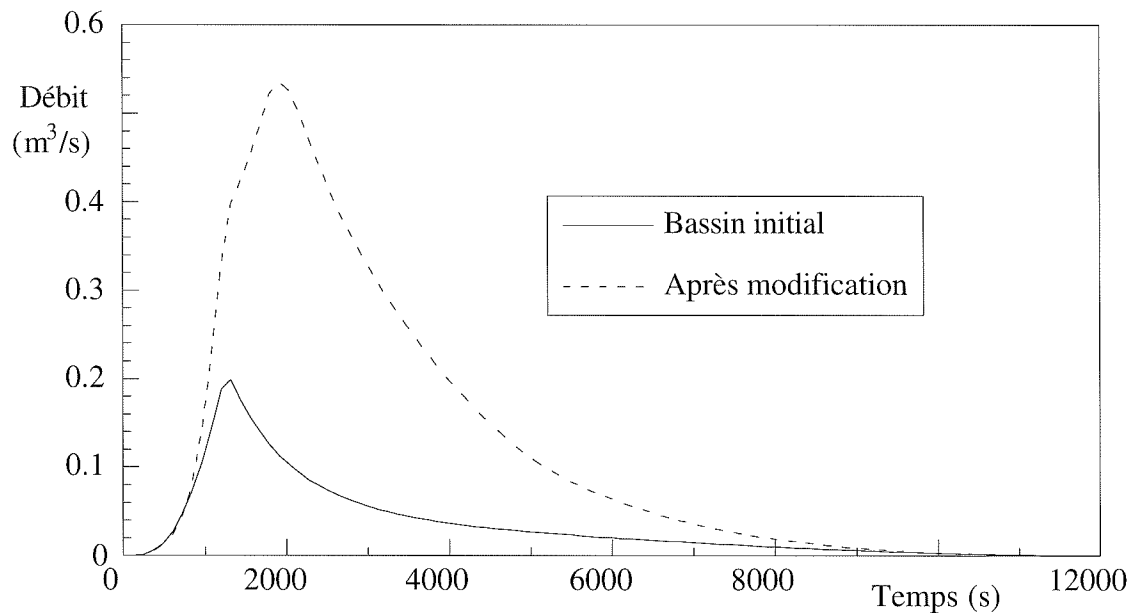


Figure IV.12. – Évolution temporelle de la somme des débits normaux aux segments bordant la retenue, déversés avant et après modification

L'étude de toutes les spécificités de l'écoulement hydrologique démontre donc qu'une approche physique n'est fiable en tridimensionnel qu'en tenant compte, indépendamment de tout préjugé d'échelle, des singularités dans l'écoulement qui, si elles ne sont pas détectées et analysées, conduisent à des approximations telles que les résultats ne peuvent plus être fidèlement interprétés.

Bien plus que de conduire à une approche hydrologique très prometteuse dans le domaine de l'aide à la gestion au sens large, cette première étape constitue un champ d'investigation idéal, par son contexte théorique simplifié, pour mieux aborder la modélisation de ce processus si fréquent en hydraulique de surface qu'est le ressaut.

Fort de cette expérience, procédons à une transition d'échelle en terme d'épaisseur de lame pour nous intéresser aux processus instationnaires d'écoulement, en réseaux quelconques de rivières naturelles. La propagation proprement dite de l'ensemble des hydrogrammes élémentaires en réseau filaire s'intègre dans ce cadre d'application beaucoup plus général qui justifie le passage à une deuxième partie.

CHAPITRE V

Aspects théoriques et numériques de la modélisation de l'écoulement transitoire en cours d'eau

V.1. Introduction

La propagation des contributions élémentaires qui se déversent latéralement dans les réseaux de cours d'eau relève en toute généralité de la résolution des équations de base de l'hydraulique. Toutefois, l'analyse de la structure de l'écoulement et de ses dimensions caractéristiques conduit à ne travailler que sur un système composé d'équations intégrées sur la section mouillée.

Dans le contexte ciblé jusqu'ici, les variations graduelles des hydrogrammes latéraux à propager ainsi que leur introduction tout au long de la structure filaire se soldent le plus souvent à l'exutoire par des évolutions du signal suffisamment progressives pour autoriser le recours à des théories simplifiées. Elles sont issues d'hypothèses, parfois radicales, sur l'importance relative des termes composant les équations complètes intégrées (Weinmann et al).

Néanmoins, à côté de cette préoccupation initiale de propagation d'hydrogrammes élémentaires, une résolution très générale, doublée d'une bonne connaissance des spécificités numériques du logiciel et d'un choix approprié des paramètres, ouvre la voie à de multiples applications en tant qu'outil de gestion hydraulique.

Dans l'optique d'aide à des décisions routinières, le code numérique envisagé s'inscrit comme un prolongement logique des premières considérations hydrologiques. Car si ces dernières sont à même de prévoir l'hydrogramme consécutif à une précipitation, il ne tient qu'au modèle unidimensionnel d'exploiter cet apport en amont d'un ensemble à gérer afin de mieux anticiper, in fine, certaines manœuvres à l'aval.

En exploitation hydraulique de basses chutes par exemple, un contrôle plus global des aménagements, par aide numérique, simplifie la recherche de meilleures combinaisons. Des réactions adéquates d'anticipation dans les manœuvres entraînent un turbinage accru, complémentaire à une limitation des déversements au droit du barrage mobile (Piroton).

Ce type d'application ressort d'une catégorie de situations « classiques », dans la mesure où les écoulements modélisés se cantonnent dans le régime infracritique. Les schémas classiques de discrétisation, par référence aux différences ou éléments finis, font preuve en cette matière de précision et d'efficacité.

Dans la foulée des développements précédents, nous allons poser les bases d'un modèle numérique qui s'appuie sur des caractéristiques de discrétisation voisines.

V.2. Approche mathématique de l'écoulement en cours d'eau à sections quelconques

V.2.1. PASSAGE EN UNIDIMENSIONNEL

L'intégration des équations tridimensionnelles de Navier-Stokes sur la section mouillée s'effectue en tenant compte d'une direction prédominante d'écoulement parallèle à l'axe x . Négligeant tout carré de vitesses perpendiculaires à l'axe principal par rapport au carré de celle parallèle à cet axe longitudinal, nous retrouvons une distribution de pression sur la section transversale uniquement influencée par l'effet gravitaire.

Cette hypothèse très libérale n'exclut pas les cas qui donnent lieu à l'apparition de courants transversaux d'importance secondaire, comme ceux engendrés par l'anisotropie de la turbulence entretenue par les variations de forme et de composition du fond (Tominaga et al), par un rayon de courbure de l'axe principal nettement supérieur à la hauteur d'eau (Tamai et al) et, plus généralement, par toute variation suffisamment graduelle de géométrie qu'adopte la section transversale mouillée.

Elle peut faire l'objet de plus amples discussions pour des sinuosités prononcées à grande courbure et susciter quelques remarques dans le cadre particulier de propagation de fronts raides ou très prononcés.

La loi de frottement utilisée, très logiquement turbulente, est celle de Manning. Dédue initialement de considérations stationnaires, elle s'est depuis universellement imposée dans l'étude de processus instationnaires au point de servir de référence pour la définition des paramètres de frottement dans certaines législations qui régissent la modélisation d'écoulements consécutifs aux ruptures de barrage. Son introduction complète l'expression du système d'équations qui s'écrit, lorsque ρ_ω et v sont indépendants de x :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (c^2 - \rho_\omega u^2) & 2\rho_\omega u \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -q_L \\ g\omega \frac{\partial Z}{\partial x} + n^2 \frac{g|u|q}{R_m^{4/3}} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(v \omega \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \frac{\partial X}{\partial t} + A(X) \frac{\partial X}{\partial x} + D(X) = 0 \quad (V.1)$$

ou, sous forme conservative (Katopodes et al):

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} q \\ q u + g p_\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -q_L \\ -g \omega \sin \theta + n^2 \frac{g |u| q}{R_m^{4/3}} + g p_x + 2 \left(v \omega \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial B(X)}{\partial x} + D'(X) = 0 \quad (V.2)$$

avec

ω, l respectivement la section mouillée et la largeur de cette section en $h = \xi$

q le débit

u la vitesse moyenne sur la section

c la célérité

q_L le débit latéral par mètre de longueur

θ l'angle local selon l'axe de l'écoulement entre le fond et un plan horizontal

R_m le rayon hydraulique défini comme le rapport entre la surface mouillée ω et le périmètre mouillé p_m

$1/n$ le coefficient de Manning

ν la viscosité cinématique

ρ_ω le coefficient d'inégale répartition de vitesse

$$\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h_s}{\partial x} = - \frac{\partial Z}{\partial x} \quad (V.3)$$

$$c^2 = \frac{g\omega}{\frac{\partial \omega}{\partial Z}|_x} \quad (V.4)$$

$$\rho_\omega = \frac{\omega}{q^2} \iint u^2 d\omega \quad (V.5)$$

$$p_\omega(h) = \int_0^h (h - \xi) l(x, \xi) d\xi \quad (V.6)$$

$$p_x(h) = \int_0^h (h - \xi) \frac{\partial l(x, \xi)}{\partial x} d\xi \quad (V.7)$$

Cette formulation n'implique aucune restriction quant à la possibilité de gérer des profils évolutifs. Ces modifications temporelles de la géométrie sous l'action des courants, tangibles notamment dans les ruptures de barrage, font généralement partie soit d'un calcul séparé pour s'intéresser par exemple à l'évolution de la brèche dans un ouvrage.

Elles sont parfois supposées s'intégrer dans une certaine forme d'analyse globale du phénomène, qui répercute nombre d'intervenants dans des valeurs particulières de valeurs de

frottement adaptées à des cas aussi extrêmes (Benoist et al). Nous aurons l'occasion d'y revenir ultérieurement.

V.2.2. COEFFICIENT D'INÉGALE RÉPARTITION DE VITESSE

Le coefficient ρ_{ω} synthétise certaines informations que les équations unidimensionnelles ne sont plus à même de discerner, en l'occurrence certaines caractéristiques sur la forme du diagramme qu'adopte la vitesse axiale sur chaque section transversale.

Sans quoi il faudrait conserver la généralité du système d'équations originel et faire intervenir les tensions turbulentes pour espérer reproduire les profils mesurés dans des situations expérimentales privilégiées (Johns et al). De telles approches ne se justifient que dans des études spécifiques comme l'analyse des effets d'érosion, où les directions des contraintes au fond peuvent différer de l'orientation du courant moyen (Steffen et al).

Ce type d'étude tend par ailleurs à renforcer l'idée qu'il est préférable, même en rupture de barrage, de s'en tenir à des topographies fixes, puisqu'en dehors de l'incertitude qui subsiste sur le diagramme réel de vitesse dans des situations aussi tourmentées, une loi d'évolution d'érosion en fonction des variables moyennes constituerait une approche insuffisamment fiable.

Ce coefficient ρ_{ω} , témoin d'un caractère tridimensionnel de distribution résume, par sa seule contribution, une réalité physique difficilement caractérisable mathématiquement. Evoquons ce constat en trois stades :

V.2.2.1. Profils de vitesse en mouvement permanent

La valeur minimale de ce coefficient, égale à l'unité, caractérise un profil « idéal » distribuant uniformément la vitesse sur la section. La présence d'une jonction paroi-fluide dans les conditions réelles d'écoulement affecte profondément cette distribution par influence des conditions de non-glissement sur l'ensemble du périmètre mouillé. Un choix arbitraire de certains profils qui répondent à cette imposition pour quelques sections transversales simples révèle immédiatement des valeurs de plus en plus majorées pour le coefficient ρ_{ω} avec, en section rectangulaire 1.44 (répartition parabolique), 1.55 (répartition sinusoïdale), 1.78 (répartition « en chapeau »), tandis qu'en section circulaire les mêmes hypothèses rendent respectivement 1.33, 1.3' et 1.5.

L'écoulement stationnaire est sans doute le contexte le plus adéquat pour une caractérisation simple du champ réel de vitesses. Pour sérier davantage les intervenants, bon nombre d'expérimentateurs travaillent sur des sections mouillées très larges en regard des hauteurs d'eau impliquées. C'est dans ce cadre restreint d'un champ de vitesse unidimensionnel (selon un axe perpendiculaire à un fond régulier) qu'intervient cette courte discussion.

En séparant préalablement du diagramme la couche caractéristique des effets de parois où se développent des gradients considérables, Darcy et Bazin proposent une loi parabolique qui tient compte d'un maximum de vitesse situé, selon les expériences de Bazin, à une distance du fond qui varie entre 70 et 100 % de la profondeur.

Plus répandue est la relation de puissance qui fait référence à la vitesse de frottement (fonction de la contrainte de cisaillement mesurée à la paroi) dans une loi où interviennent la

longueur caractéristique d'écoulement, des constantes tirées de l'expérimentation (dont celle de Karman), enfin des paramètres liés par relations empiriques à des grandeurs caractéristiques de l'écoulement comme le nombre de Reynolds (Chen).

Cette description indique bien que la prise en compte d'une analyse mathématique plus respectueuse de la réalité débouche, dans les cas les plus favorables, sur une distribution qui présuppose la connaissance de la solution. L'examen des lois logarithmiques (Zippe et al, par exemple ou Coles) confirme qu'une procédure itérative serait incontournable pour corriger, section par section, la valeur de ρ_{ω} sur base du résultat.

Voyons en quels termes peuvent être maintenues les conclusions tirées jusqu'ici lorsque l'instationnarité des phénomènes devient prépondérante.

V.2.2.2. Profils de vitesse en mouvement instationnaire

Le premier écueil de ce type d'étude est de définir les termes généraux d'un signal instationnaire. Tu et al suggèrent une forme d'hydrogramme qui combine le profil accentué d'une crue avec une décrue beaucoup plus graduelle dans le temps. Aux simplifications géométriques de section s'ajoute par conséquent l'incontournable particularisation du phénomène à analyser. Néanmoins, leurs mesures établissent certains caractères marquants pour une section large à fond graveleux :

- Dans chaque section transversale, les points situés près de la surface libre obtiennent un pic de vitesse plus précoce que ceux situés près du fond, respectant ainsi les prédominances locales des forces d'inertie ou de viscosité.
- Pour une même hauteur d'eau, les vitesses locales sont généralement supérieures en phase de crue, à l'exception des couches voisines du fond. Ces observations concordent parfaitement avec l'effet d'hystérésis bien connu pour les diagrammes de débit-profondeur caractérisant un cycle complet de crue-décrue.
- Par contre, à égalité de vitesse moyenne, les profils des différents stades de passage de l'onde s'alignent valablement sur une courbe commune. Les abords de la surface libre font exception à cette règle, avec des vitesses en décrue généralement inférieures à leurs homologues en phase de crue.

Ce type d'essais permet de reconduire les formulations logarithmiques déjà citées, pour autant qu'on procède à un ajustement de paramètres approprié à chaque état, grâce, par exemple, à des relations empiriques qui les lient à un coefficient représentatif de l'instationnarité du phénomène étudié (Tu et al). Ces conclusions encourageantes ne peuvent cependant cacher qu'à cause peut être du caractère assez restrictif des hypothèses de travail quant au signal étudié, ce type d'essai reste fort confidentiel dans la littérature.

V.2.2.3. Ondes raides à forte amplitude

Il apparaît que l'universalité apparente d'une loi mathématique s'accompagne d'une liaison des paramètres au fini de surface, à la forme de section et à l'écoulement lui-même. La recherche d'une bonne correspondance avec la réalité passe inévitablement par un paramètre à la fois variable dans le temps et l'espace.

Le surcroît de calcul qui résulterait de cette prise en compte semble d'autant moins justifié que la forme de l'hydrogramme de référence, si elle s'identifie à une majorité de diagrammes

usuels, semble ne pas englober suffisamment de situations exceptionnelles que nous serons amenés à rencontrer. Entre la distribution de vitesse au sein d'un front raide et celle qui caractérise les fortes crues qui remontent les bras latéraux en infléchissant puis inversant le sens naturel d'écoulement s'imagine aisément une série de situations à même de perturber fondamentalement ces conclusions.

Les prédominances locales des forces de frottement et d'inertie conduisent même à envisager l'analyse de profils où la vitesse change de signe sur la hauteur, avec une hausse significative des valeurs du coefficient d'inégale répartition de vitesse.

Toutes ces considérations expliquent pourquoi ρ_ω ne sera considéré que comme un paramètre, fixé par défaut à l'unité, sauf cas dûment mentionnés où nous évaluerons l'amplitude de ses effets.

V.3. Aspects numériques de la modélisation de l'écoulement filaire en régime infracritique

V.3.1. DISCRÉTISATION SPATIALE ET TEMPORELLE

Nous reprendrons intégralement les principes de discrétisation exposés au paragraphe III.2. La discrétisation spatiale implicite par différences finies définie en (III.2) se combine, dans un premier temps, à des éléments finis de types usuels qui assurent la discrétisation spatiale du système. Compte tenu de l'intervention de deux fonctions inconnues, nous généraliserons les écritures de la façon suivante :

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ \hat{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_j & N_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_j & N_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_j & \Omega_n & Q_1 & Q_j & Q_n \end{bmatrix}^T = N^T \cdot Y \quad (V.8)$$

avec

N_j les classiques fonctions d'interpolation à une dimension

Ω_i, Q_i les inconnues nodales des deux variables du vecteur inconnu X

En développant les notations du paragraphe III.2. à l'établissement, par la méthode de Galerkin, de la forme intégrale à minimiser, on obtient directement pour (V.2) :

$$\int_S P \left[\frac{\hat{X}^{t+\Delta t} - \hat{X}^t}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x} B[\theta_t \hat{X}^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) \hat{X}^t] + D'(\hat{X}^{t+\Delta t}, \hat{X}^t) \right] dS = 0 \quad (V.9)$$

Dans cette première étape de modélisation de régimes infracritiques, la matrice des fonctions d'orthogonalisation P s'identifie à N , conformément à la méthode de Galerkin. À chaque

pas et pour n nœuds de discrétisation, le système ainsi constitué implique la résolution d'un système non-linéaire à $2n$ inconnues.

V.3.2. RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME NON-LINÉAIRE

Si nous avons souligné le caractère économique en taille mémoire requise par la méthode de Newton-Raphson appliquée au cadre de l'équation cinématique, c'est pour l'opposer à la dimension des matrices à mettre en jeu pour le système d'équations envisagé à présent.

La recherche de l'efficacité a orienté cette fois notre démarche vers une réduction de la taille des matrices à prendre en compte. Plutôt que de s'intéresser à des artifices accélérateurs pour résoudre un système de taille $2n \times 2n$, nos efforts ont porté sur la recherche d'un schéma convergent agissant par découplage du système complet en deux systèmes de $n \times n$ équations, résolus séquentiellement :

- Le premier rassemble les équations de continuité discrétisées pour évaluer une nouvelle approximation des inconnues nodales de section mouillée.
Les débits au pas calculé y sont remplacés soit par une valeur prédite sur base de deux pas précédents lorsqu'on entame le processus itératif, soit par la valeur calculée à l'itération précédente pour la suite des évaluations. Nous nommerons ce premier groupe d'équations « système continuité ».
- Le second système regroupe les équations dynamiques discrétisées et sert à évaluer une nouvelle approximation des inconnues nodales de débit.
Cette procédure n'est possible qu'avec un traitement des termes non-linéaires qui consiste à conserver l'inconnue de débit comme telle et à remplacer l'autre par une notation étoilée, en référence à la valeur prédite ou à celle de l'itération précédente. Ce second groupe d'équations portera le nom de « système dynamique ».

Le schéma proposé a toujours fait preuve de caractéristiques de convergence très satisfaisantes même dans les conditions les plus sévères d'écoulement perturbé, pour autant bien sûr de s'en tenir à des valeurs raisonnables du nombre de Courant.

V.3.3. ÉTUDE THÉORIQUE DU SCHÉMA NUMÉRIQUE

Le raisonnement désormais classique d'étude de stabilité par l'introduction de développements en série dans le système linéarisé évolue parallèlement au nombre croissant de variables. Les équations linéarisées suivantes, particularisées à une section rectangulaire et à une pente de fond constante, constituent la base de cette analyse théorique :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (c_0^2 - \rho_\omega u_0^2) & 2\rho_\omega u_0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g \sin \theta & T_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V.10})$$

avec

u_0, c_0 respectivement la vitesse et la célérité caractéristiques

T_f le coefficient de frottement linéarisé qui intègre dans son expression la vitesse caractéristique dans le cas d'un écoulement turbulent.

Cette forme linéarisée, qui décompose la contribution convective de l'équation dynamique en deux termes, permet d'étendre la discussion à l'influence convective non négligeable pour les simulations qui nous occupent.

V.3.3.1. Analyse du système non discrétisé

Introduisons les développements suivants des inconnues dans le système (V.9) :

$$\omega(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \omega_m \exp (i l_m x + i k_m t) \quad (\text{V.11})$$

$$q(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} q_m \exp (i l_m x + i k_m t) \quad (\text{V.12})$$

ω_m et q_m représentent des complexes fixés par les conditions initiales, tandis que les autres notations conservent leur définition du chapitre III.

En travaillant avec le terme générique de chaque développement, nous obtenons les équations suivantes :

$$\exp(i l_m x + i k_m t) [i k_m \omega_m + i l_m q_m] = 0 \quad (\text{V.13})$$

$$\exp(i l_m x + i k_m t) \left[[(c_o^2 - \rho_\omega u_o^2) i l_m - g \sin \theta] \omega_m + (i k_m + 2 \rho_\omega u_o i l_m + T_f) q_m \right] = 0 \quad (\text{V.14})$$

Ce système homogène en Ω_m , Q_m impose d'annuler le déterminant pour éviter une solution triviale. Cette condition établit une relation entre k_m et l_m qui conduit aux habituelles considérations sur l'étude du facteur d'amplification analytique λ_m .

La longueur de l'expression générale de λ_m en fonction de l_m rend difficile toute appréciation globale des caractéristiques de propagation et des facteurs qui l'influencent.

Etablissons plutôt son expression pour quelques situations particulières, en tant que future référence pour son équivalent λ'_m établi sur les équations discrétisées. Leur comparaison permettra de statuer sur la qualité du schéma proposé. En posant

$$k = \frac{T_f \Delta t}{2}$$

$$f = \frac{g \Delta t \sin \theta}{2}$$

il vient :

– En l'absence de terme convectif ($\rho_\omega = 0$) pour une propagation sur fond plat :

$$\lambda_m = \exp(-k) \exp \left[\pm i l_m \Delta t \sqrt{c_o^2 - \left(\frac{T_f}{2l_m} \right)^2} \right] \quad (\text{V.15})$$

La présence d'ondes progressive et régressive est manifeste. Quant au frottement, il réduit l'amplitude et exerce son influence sur la vitesse de propagation du signal.

- Lorsque l'effet du frottement contrecarre celui de la pente de fond ($g \sin \theta = \rho_\omega u_o T_f$ comme en mouvement uniforme), on obtient pour une répartition uniforme de vitesse sur la section ($\rho_\omega = 1$) :

$$\lambda_m = \exp(-k) \exp \left[-i l_m \Delta t \left(u_o \pm \sqrt{c_o^2 - \left(\frac{T_f}{2l_m} \right)^2} \right) \right] \quad (\text{V.16})$$

- Enfin la situation la plus idéalisée où le signal ne subit aucune réduction d'amplitude et qui, de ce fait, sera la mieux à même de faire ressortir les caractères intrinsèques du schéma numérique, une propagation de signal sur fond plat infiniment lisse pour une répartition uniforme de vitesse :

$$\lambda_m = \exp[-i l_m \Delta t (u_o \pm c_o)] \quad (\text{V.17})$$

V.3.3.2. Analyse du système discrétisé

Le système discrétisé est obtenu pour un nœud i avec des éléments à 2 nœuds également espacés de Δx . Lorsqu'on y introduit les séries discrètes de Fourier suivantes

$$\Omega_k^{n\Delta t} = \sum_{m=0}^{\text{noe} - 1} \Omega'_m \exp[i(kx_m + k'_m n \Delta t)] \quad (\text{V.18})$$

$$Q_k^{n\Delta t} = \sum_{m=0}^{\text{noe} - 1} Q'_m \exp[i(kx_m + k'_m n \Delta t)] \quad (\text{V.19})$$

on obtient un système homogène en Ω'_m , Q'_m qui s'écrit, compte tenu des conventions d'écriture définies en (IV.29) :

$$Q_m(\lambda'_m - 1) \Omega'_m + 2 i b_m \frac{\Delta t}{2\Delta x} [(1 - \theta_t) + \theta_t \lambda'_m] Q'_m = 0 \quad (\text{V.20})$$

$$2[i b_m \frac{\Delta t}{2\Delta x} (c_o^2 - \rho_\omega u_o^2) - f a_m] [(1 - \theta_t) + \theta_t \lambda'_m] \Omega'_m + \left[a_m(\lambda'_m - 1) + 2(2\rho_\omega u_o i b \frac{\Delta t}{2\Delta x} + k a) [(1 - \theta_t) + \theta_t \lambda'_m] \right] Q'_m = 0 \quad (\text{V.21})$$

La condition d'annulation du déterminant, destinée à éviter une solution triviale, présente la forme d'une équation du second degré en λ'_m à coefficients complexes. Les solutions pour certaines valeurs particulières des paramètres s'écrivent :

– En l'absence de terme convectif, pour une propagation sur fond plat :

$$\lambda'_m = \frac{1 - (1 - 2\theta_t)k - \theta_t(1 - \theta_t)\left(\frac{b_m n_c}{a_m}\right)^2 \pm i \sqrt{\left(\frac{b_m n_c}{a_m}\right)^2 - k^2}}{1 + 2\theta_t k + \theta_t^2 \left(\frac{b_m n_c}{a_m}\right)^2} \quad (\text{V.22})$$

avec $n_c = c_o \frac{\Delta t}{\Delta x}$ le nombre de Courant

Le module du facteur d'amplification numérique pour une situation sans frottement s'écrit :

$$\|\lambda'_m\|^2 = 1 + \frac{(1 - 2\theta_t)\left(\frac{b_m n_c}{a_m}\right)^2}{1 + \theta_t^2 \left(\frac{b_m n_c}{a_m}\right)^2} \quad (\text{V.23})$$

Un centrage parfait de la discrétisation temporelle respecte strictement la valeur du module analytique égale à l'unité. Une valeur de θ_t inférieure à 0,5 donne un schéma instable puisqu'elle conduit irrémédiablement à une amplification sans limite du signal au cours de sa propagation. Les valeurs supérieures à 0,5 assurent par contre des modélisations stables en introduisant un étouffement du signal dépendant de la longueur d'onde. Celui-ci est d'autant plus marqué, à décentrement spatial constant, qu'on travaille avec des nombres de Courant importants.

En présence de frottement, la comparaison des développements en série des modules d'amplification analytique et numérique confirme qu'un centrage temporel assure une précision du 4^{ème} ordre.

Élargissons ces conclusions en incluant les contributions convectives ($\rho_\omega = 1$) :

– Nous reprendrons d'abord l'hypothèse du mouvement uniforme ($f = u_0 k$) pour particulariser la solution aux ondes les plus courtes susceptibles d'apparaître dans la solution numérique. Pour cette longueur d'onde, ($l_m \Delta x = \pi$), le coefficient b_m s'annule et le facteur d'amplification numérique prend la forme suivante :

$$\lambda'_m = \frac{1 + (2\theta_t - 1)k \pm 2k}{1 + 2\theta_t k} \quad (\text{V.24})$$

Puisque chaque racine est réelle, il n'y a plus de propagation possible de ces signaux, indistinctement de toute valeur de θ_t , compte tenu de la signification que prend l'argument du nombre complexe λ'_m . Lorsqu'il s'agit d'effets parasites introduits malencontreusement dans la modélisation, ils perdurent dans la solution sans pouvoir en être extraits.

- Terminons enfin par la propagation « idéale » ($k = 0$) sur fond plat ($f = 0$). Une répartition uniforme de vitesse sur la section ($\rho_\omega = 1$) donne l'expression suivante :

$$\lambda'_m = \frac{a_m^2 - \theta_t(1 - \theta_t)b_m^2 \left[n_c^2 - \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \right)^2 \right] - ia_m b_m \left[(1 - 2\theta_t) \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \right) \pm n_c \right]}{a_m^2 + \theta_t^2 b_m^2 \left[n_c^2 - \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \right)^2 \right] + 2i \theta_t \frac{\Delta t}{\Delta x} a_m b_m} \quad (\text{V.25})$$

En se référant au correspondant analytique λ_m qui donne un module unique aux deux familles d'ondes, on constate immédiatement que $\theta_t = 0,5$ est la seule valeur à même de satisfaire cette condition dans l'expression de λ'_m . Pour porter un jugement plus complet, nous aurons à nouveau recours aux développements en série de puissances selon x_m pour écrire :

$$\lambda'_m = 1 - i \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right) x - \theta_t \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right)^2 x^2 + i \theta_t^2 \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right)^3 x^3 + o(x^4) \quad (\text{V.26})$$

et le comparer avec le développement en série de λ_m donné en (V.17) :

$$\lambda_m = 1 - i \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right) x - \frac{1}{2} \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right)^2 x^2 + i \frac{1}{6} \left(\frac{u_o \Delta t}{\Delta x} \pm n_c \right)^3 x^3 + o(x^4) \quad (\text{V.27})$$

Cette nouvelle comparaison en présence des termes convectifs conforte les conclusions précédemment tirées sur la valeur optimale de θ_t . Toutefois, nous nous rallierons aux pratiques usuelles qui consistent à décentrer le schéma vers le pas calculé pour lui assurer un regain de stabilité largement éprouvé dans la littérature.

Compte tenu de ce choix, les développements ne font ressortir aucune imposition particulière sur le pas à adopter. En pratique, force est de constater qu'il est peu recommandé de travailler avec des pas temporels qui impliqueraient un nombre de Courant excédant largement l'unité (Cooley et al). Cette notion doit en outre être relativisée, comme l'indiquent les développements en série. Pour autant qu'on s'impose une limite numérique sur le pas à choisir, il apparaît évident de recourir à un nombre de Courant maximum « complet » qui fait intervenir une vitesse caractéristique de l'écoulement, parfois non négligeable.

Sur base de comparaisons théoriques et numériques en phénomènes graduels, nous avons affiné les spécificités dissipatives du code en adoptant un choix de θ_t égal à 0,65. L'ampleur de son effet dépend, entre autres, de la conjonction choisie des pas temporels et spatiaux, nous poussant à travailler dans une frange de nombres de Courant inférieurs à l'unité. Confirmons les qualités intrinsèques du schéma adopté dans une confrontation directe avec la réalité

V.3.4. VÉRIFICATION DU LOGICIEL EN TANT QU'OUTIL DE GESTION

L'aménagement de la Meuse sur son cours le plus actif est l'heureuse conséquence de la crue catastrophique de l'hiver 1925-1926. Les barrages mobiles de Neuville, Ivoz-Ramet et Monsin matérialisent la nouvelle canalisation qui fut ensuite adoptée par le Fonds Spécial des Grands Travaux. Elle autorise un passage aisé des ondes de crue tout en privilégiant le développement de la navigation. Ces ouvrages, qui jouxtent chacun une centrale électrique, régulent l'écoulement dans les trois biefs étagés.

Aussi longtemps que le débit reste inférieur au débit d'équipement de la centrale, l'exploitant privé, la Socolie, est autorisé à maintenir le niveau par turbinage à l'intérieur d'une fourchette fixée par l'Office de la Navigation. Au delà de ce débit, cette gestion se complète d'une régulation aux barrages mobiles par niveaux de consigne fixés en fonction du débit.

La conduite actuelle ne comprend aucun outil numérique d'aide à la répartition optimale sur les organes de régulation des aménagements (barrage et centrale). La coordination des opérations dans les différents biefs n'est pas davantage optimisée avec, en particulier, des décisions de démarrage et d'arrêt d'unités laissées à l'appréciation des opérateurs. De leur expérience et de leur connaissance des opérations menées en amont des biefs dépend leur anticipation à gérer au mieux chaque onde de débit.

Quelques ordres de grandeur d'abord sur les débits rencontrés, avec une valeur moyenne à Ampsin de $195 \text{ m}^3/\text{s}$ et une crue centennale de la Meuse à Visé estimée à $3000 \text{ m}^3/\text{s}$. Comme certaines installations hydroélectriques sont par ailleurs à débit non réglable, la mise en fonctionnement des turbines peut occasionner, sur quelques dizaines de secondes, une variation de débit de l'ordre de $80 \text{ m}^3/\text{s}$.

Nous nous intéressons aux résultats expérimentaux mesurés pendant 10 heures de gestion du bief situé entre Ampsin - Neuville et Ivoz - Ramet. Le profil en long de cette portion de canal qui s'étend sur 14223 m est donné à la figure V.1.

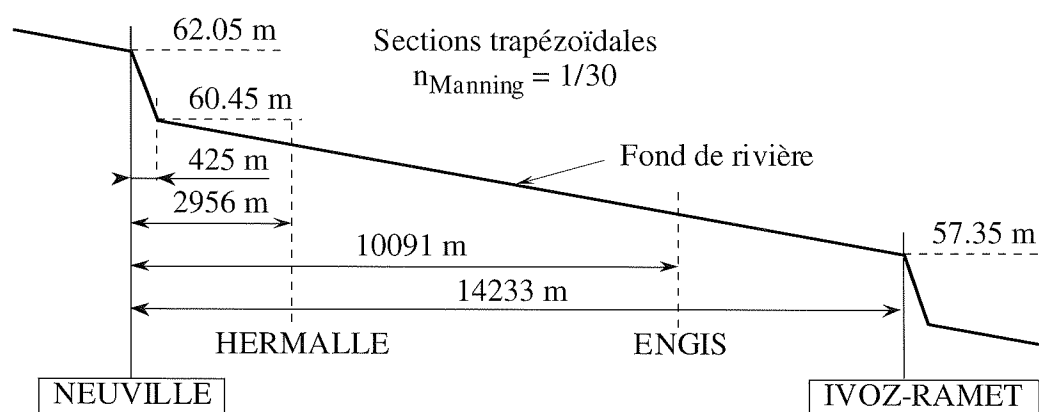


Figure V.1. – Disposition géométrique du bief étudié

Le logiciel est utilisé en tant qu'outil potentiel de gestion des ressources hydrauliques. La discrétisation adoptée respecte scrupuleusement les données sur la forme des sections transversales fournies par le Service de la Meuse Liégeoise. Ces profils en travers sont de forme rectangulaire ou trapézoïdale.

Quelques sections supplémentaires ont été intercalées de façon à mieux uniformiser les entredistances qui varient finalement de 423 à 1085 m. Les valeurs du coefficient de frottement tiennent compte d'études traitant des mêmes biefs de Meuse (Dehousse et al).

L'ensemble des documents fournis par la Socolie permet de reconstituer la stratégie adoptée à chaque installation pendant les 10 heures concernées. Elle se synthétise à chaque extrémité du bief en une courbe de débit qui reprend, en fonction du temps, la somme des débits turbinés et perdus au niveau du barrage. Ces deux courbes, représentées à la figure V.2., constituent les seules conditions limites du système. Aucune imposition n'affecte les hauteurs d'eau.

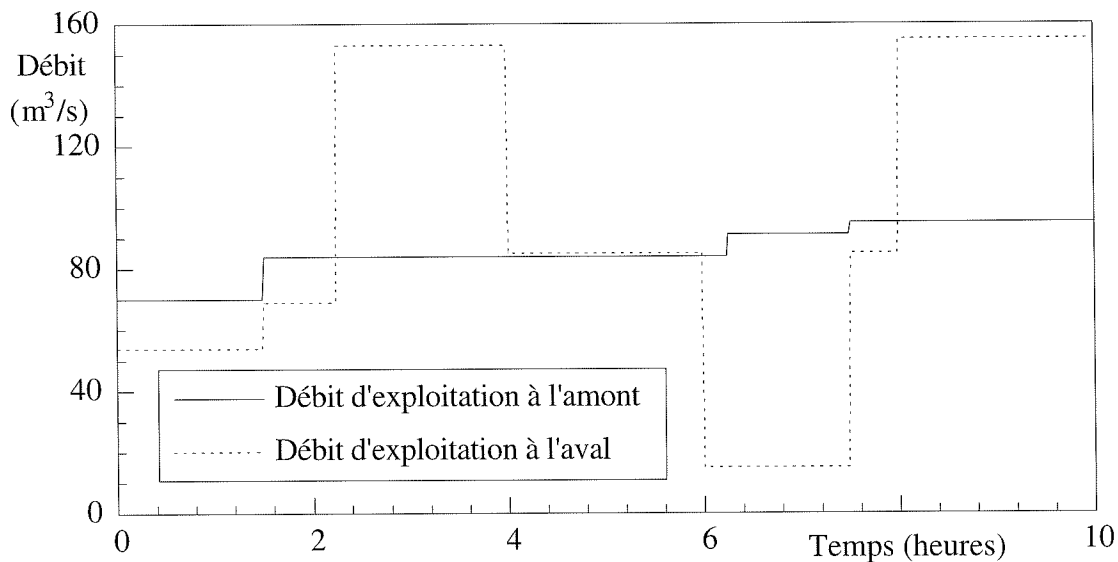


Figure V.2. - Évolution temporelle des débits imposés à Ampsin et Ramet

Ces données doivent être complétées, pour la définition d'un problème bien posé, par la description de l'état du système à l'instant où on entame la simulation. Il est, en toute généralité, le résultat d'une superposition d'ondes issues de l'exploitation non précisée du bief, antérieure à la période étudiée.

À défaut d'états plus justifiables, nous adopterons une surface du plan d'eau variant linéairement entre les deux cotes mesurées à $t = 0$. Il en va de même pour la distribution initiale du débit entre les valeurs reconstituées à Ampsin et à Ramet. À partir de cet état, le système évolue par pas temporels d'une minute.

Les mesures expérimentales portent sur l'évolution temporelle des altitudes de surface libre en plusieurs points du bief. Nous en illustrerons deux, comparées à leur homologue numérique aux figures V.3.,4.

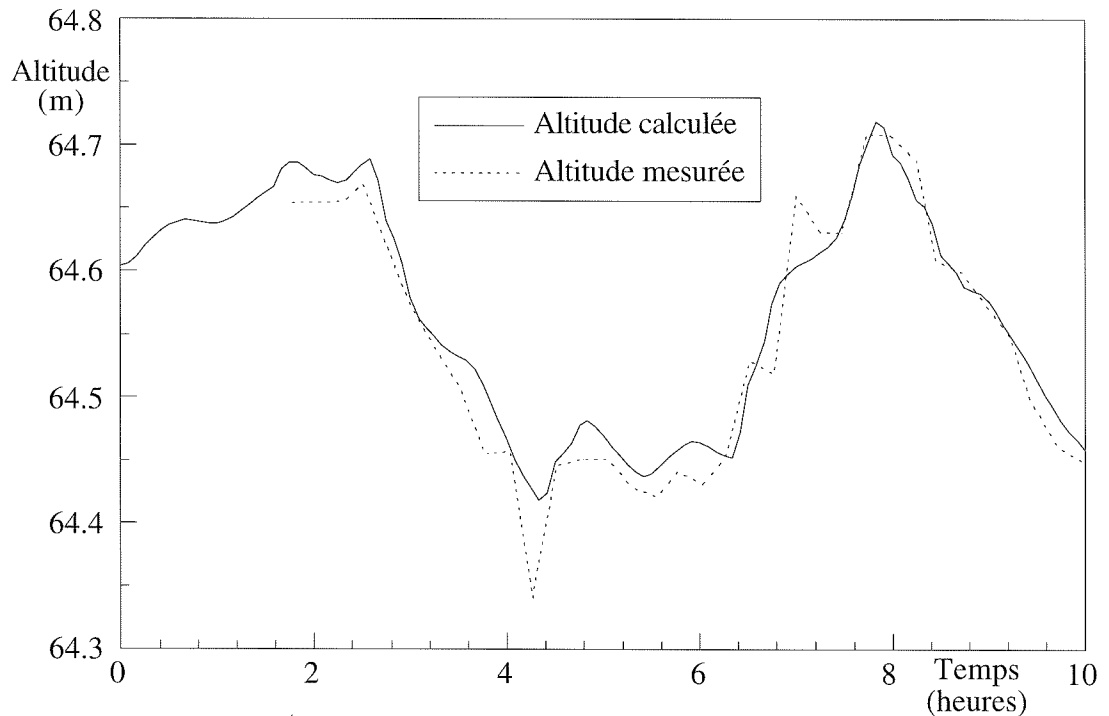


Figure V.3. – Comparaison de l'évolution temporelle de la surface libre à Hermalle

Une très bonne corrélation entre modèle et réalité en émerge avec une reproduction assez fidèle des fluctuations, tant en amplitude qu'en vitesse de propagation.

C'est un constat encourageant lorsqu'on tient compte des incertitudes inhérentes à ce type d'essais. Ainsi, le choix arbitraire d'un état initial du bief, vraisemblablement non correspondant, se répercute vraisemblablement dans certains écarts entre la courbe calculée et les mesures lors des premiers moments de la simulation. Quant aux hydrogrammes imposés à chaque extrémité, ils incluent les incertitudes tant sur les débits de fuite aux barrages que sur l'heure précise et la vitesse de chaque variation de régime. Le décalage entre pics de hauteur à Ampsin aux alentours de la huitième heure en est sans doute une manifestation. Terminons sur la fréquence des relevés limnimétriques toutes les 15 minutes qui occulte vraisemblablement certaines variations intermédiaires des niveaux.

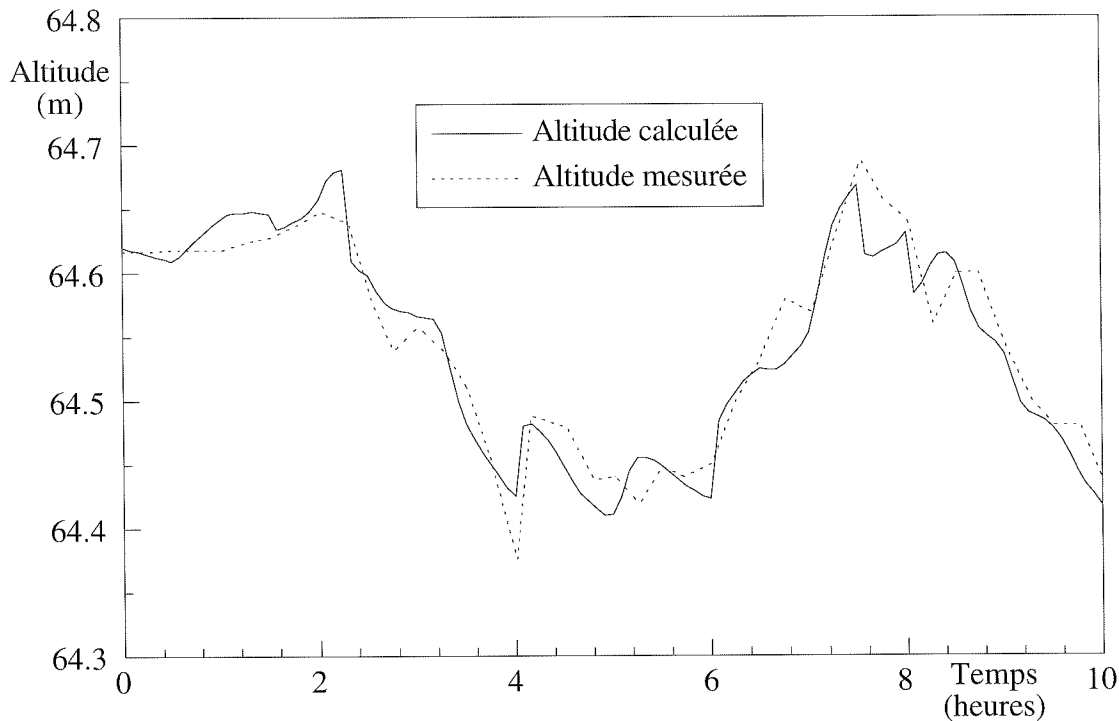


Figure V.4. – Comparaison de l'évolution temporelle de la surface libre à Ramet

L'ensemble de ces résultats prouve que le logiciel est habilité à contribuer utilement à la gestion de cours d'eau canalisés, traditionnellement voués à un rôle d'artère de communication. L'écrêtement des crues, l'exploitation de l'énergie hydroélectrique, la consommation en eau industrielle ou domestique, ..., sont autant de thèmes qui compliquent toujours davantage leur exploitation, lorsqu'il s'agit de concilier au mieux les attentes contradictoires des utilisateurs. Coordonner les opérations dans une chaîne d'aménagements constitue une autre source de difficultés pour la mise en place d'une stratégie de gestion optimale.

En considérant que la Meuse n'échappe pas à cette évolution, l'erreur constatée sur les hauteurs entre modèle et réalité, nettement inférieure à la fourchette dans laquelle le turbinage est autorisé, montre clairement qu'une simulation numérique de la gestion peut donner des renseignements utiles sur une coordination plus optimale des manœuvres aux différents barrages (Garrison et al, Kivijarvi et al).

V.3.5. EXTENSION DE LA MÉTHODE NUMÉRIQUE À LA RÉOLUTION DE RÉSEAUX RAMIFIÉS

Dans les configurations naturelles, les situations sont légions où l'extrémité du cours d'eau débouche non pas sur l'extérieur du modèle, mais sur un nœud qui le lie à d'autres bras. En hydrologie, les rus drainants convergent et gonflent des ramifications plus importantes qui alimentent le bras principal passant par l'exutoire. En gestion de cours d'eau, la discrétisation en réseau s'avère souvent incontournable dans les ramifications naturelles influencées par les opérations courantes de lâchers en aval des retenues. Quant aux ruptures de barrages, les vallées entrecoupées de nos contrées, propices à l'édification d'ouvrages de retenue, dessinent en plan

des tracés filaires de vallées latérales dont il serait peu réaliste d'ignorer l'existence dans le calcul de l'atténuation de l'onde de rupture.

La diversité des applications potentielles nous incite à pouvoir traiter librement des nœuds rassemblant par l'amont ou l'aval un nombre quelconque de bras. Nous travaillerons avec l'hypothèse de n_k nœuds qui interconnectent chacun nb_k ramifications de rivière.

V.3.5.1. Imposition des conditions aux nœuds

En infracritique, n_k relations linéaires entre débits doivent exprimer la continuité à chaque nœud. L'ensemble de ces relations linéaires s'écrit sous la forme suivante :

$$G_{mj}^2 \cdot Q_j = 0 \quad m = 1, nk \quad j = 1, n \quad (V.28)$$

Les coefficients de la matrice G font référence au sens d'écoulement dans chaque bras ainsi qu'à l'éventuelle présence, au sein d'un nœud, de plusieurs bras identiques.

Elles sont complétées par $\sum_{k=1}^{nk} nb_k$ relations qui assurent, dans une première phase, le respect de la cote de surface libre. L'écriture du système en termes de section, ainsi qu'un souci de généralisation justifié dans la suite de cette étude, conduit à la forme générale suivante :

$$\Omega_j \cdot G_{ij}^1(\omega, q) = g_i \quad \text{avec } i = 1, \dots, \sum_{k=1}^{nk} nb_k \quad (V.29)$$

Le nœud de jonction est dédoublé en autant de nœuds distincts qu'il y a de bras de rivière de façon à gérer chaque tronçon comme une entité autonome.

L'idée de découplage du système initial trouve un logique prolongement dans l'imposition des liaisons entre inconnues. Dans cette mesure, la procédure itérative prend la forme d'une résolution successive de doublets de systèmes linéarisés soumis à des conditions supplémentaires.

- Ainsi le système continuité, évaluant une nouvelle approximation des valeurs nodales de section mouillée, tiendra compte des conditions linéarisées suivantes :

$$\Omega_j^{t+\Delta t} \cdot G_{ij}^1(\omega^t, \omega^*, q^t, q^*) = g_i \quad \text{pour } i = 1, \dots, \sum_{k=1}^{nk} nb_k \quad (V.30)$$

- Le système dynamique, évaluant une nouvelle approximation des valeurs nodales de débit, intégrera les conditions linéaires suivantes :

$$Q_j^{t+\Delta t} \cdot G_{ij}^2 = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, nk \quad (V.31)$$

Chaque système sera en outre complété par les conditions limites habituelles sur les frontières du modèle.

Dans ces conditions, la complexité dans la résolution de ces systèmes soumis à contraintes suggère l'introduction de la théorie des multiplicateurs de Lagrange (King). Les deux étapes propres à une itération se transforment en la résolution de deux systèmes indépendants et modifiés.

D'un point de vue numérique, les dimensions de ces deux systèmes, l'introduction des nouvelles inconnues, la prise en compte du sens des débits aux nœuds, l'imposition de l'égalité des surfaces libres exprimée en terme des inconnues du système, sont entièrement gérées par le logiciel.

Il est capable en outre de s'adapter aux dimensions de la mémoire vive disponible en travaillant, si nécessaire, par blocs d'équations. Cette technique ne limite ses potentialités en terme d'inconnues que par le seul excès de temps qui peut résulter d'une simulation conséquente en inconnues et en pas temporels sur une machine aux caractéristiques de calcul modestes.

Enfin, soulignons encore que cette nouvelle complication du processus itératif n'a pas permis, au long des tests préliminaires et applications présentées, de déceler un infléchissement particulier des caractéristiques de convergence.

V.3.5.2. Première application aux réseaux

Descendons quelque peu la Meuse pour tester le logiciel ainsi modifié sur un bief ramifié composé de 8 bras distincts. Cette application fait référence au constat de tout Liégeois qui examine le cours amont de la Dérivation de la Meuse lors d'une crue de l'Ourthe.

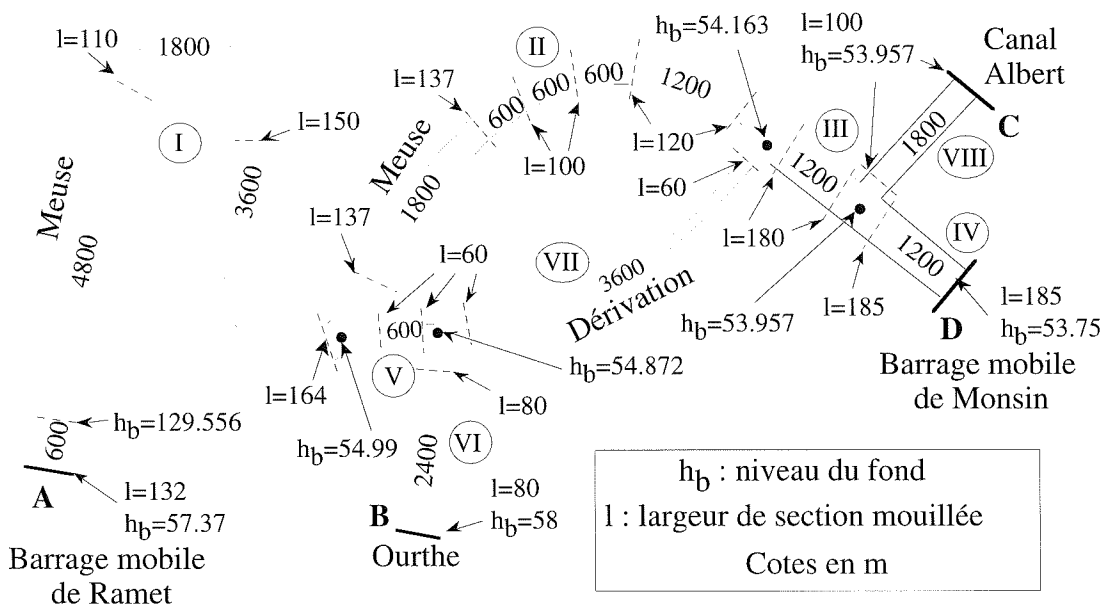


Figure V.5. – Disposition géométrique du réseau étudié

La géométrie définie à la figure V.5. s'inspire de la confluence de la Meuse et de sa Dérivation, de l'Ourthe et du Canal Albert. Si quelques libertés prises en matière de géométrie du

réseau et dans la forme des sections lui enlèvent un peu de son réalisme, c'est pour autoriser, à l'origine, une comparaison avec des codes explicites plus restrictifs en matière de topographie.

Il n'en reproduit pas moins le phénomène a priori surprenant de l'inversion du sens des débits qui se produit sur le cours supérieur de la Dérivation, à hauteur des installations de l'Union Nautique.

Lorsque les précipitations gonflent le cours de l'Ourthe et que la crue se précipite dans la Dérivation, la partie amont de cette dernière voit son sens naturel d'écoulement être inversé par les flots qui remontent jusqu'au partage de la Meuse et de sa Dérivation. Ils viennent y grossir l'écoulement naturel de la Meuse vers Monsin et le Canal Albert.

La figure V.5. détaille la largeur variable des sections rectangulaires et les longueurs des différents bras. Elle définit également l'évolution de la cote du fond, supposée varier linéairement entre les valeurs données. La définition du problème s'inspire des conditions réelles qui prévalent aux extrémités du bief.

Une première phase consiste à faire évoluer le système d'un état au repos stabilisé à la cote uniforme de 60 m jusqu'à un régime plus proche des conditions réelles d'exploitation. Le système y est progressivement porté en supposant une introduction linéairement croissante d'un débit de 0 à 200 m³/s au point A (Ramet) et de 0 à 40 m³/s au point B (Ourthe) durant les 20 premières minutes. Le débit est ensuite maintenu à ces valeurs. Aux extrémités aval, on supposera que les opérateurs qui agissent sur le barrage du point D (Monsin) vont contrôler et stabiliser la cote à une hauteur constante $Z_D = 60$ m tandis que la présence d'écluses dans le Canal Albert suggère d'annuler le débit en C.

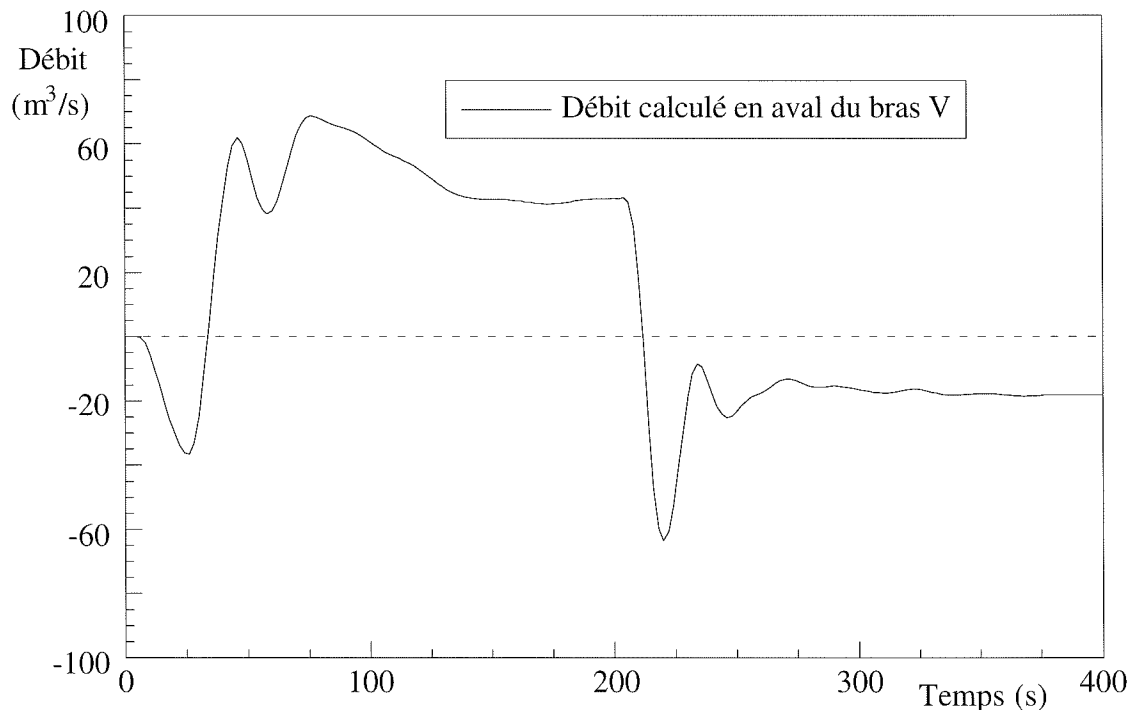


Figure V.6. – Évolution temporelle du débit à l'aval du bras V

La crue proprement dite au niveau du point B est introduite après 200 minutes de simulation. L'onde prend la forme d'une augmentation graduelle du débit, qui évolue linéairement de 40 à 140 m³/s en 10 minutes. Cette valeur est ensuite maintenue jusqu'au terme de la modélisation. La simulation porte sur un système discrétisé en segments réguliers de 600 m de long et progresse par pas temporels de 30 s.

La figure V.6. reprend l'évolution temporelle du débit au point névralgique, en l'occurrence l'extrémité aval du bras V qui se trouve impliquée dans la jonction avec les bras VI et VII. Deux inversions de débit se produisent, la première consécutive à l'établissement et à la stabilisation de circonstances « communes » d'écoulement, la seconde induite par la crue et spécifique au phénomène que nous cherchons à mettre en évidence.

Ainsi, la crue cherche à s'évacuer dans les conditions les plus favorables au sens des pertes par frottement, ce qui pousse encore la majeure partie des flots, malgré l'allongement des dimensions du bras IV par rapport à la réalité, à rejoindre le cours principal de la Meuse en passant par l'amont de la Dérivation. Dans la configuration spécifique de la figure V.5., le cours aval de la dérivation prend en charge, après stabilisation, 39 % seulement de l'évacuation vers l'aval des 100 m³/s consécutifs à la crue de l'Ourthe.

V.4. Limites de la méthode classique

La description et l'analyse des problèmes numériques rencontrés dans la partie hydrologique de cet ouvrage, lorsque des chocs existent au sein de la solution, laissent peu d'espoir dans la capacité de cette méthode classique à gérer ce type de singularité dans un contexte plus évolué.

Vérifions ces appréhensions sur la modélisation du déplacement d'un ressaut en canal rectangulaire horizontal lisse (reproduit et étudié expérimentalement par Vide et al).

Deux plans d'eau horizontaux de 2 m et 5 m situés respectivement aux extrémités gauche et droite du modèle sont séparés par une discontinuité. Les considérations théoriques du chapitre suivant permettront de vérifier que cette dernière doit se déplacer à une vitesse constante U de 2 m/s. Elles donnent également les valeurs de débit par unité de largeur à ces mêmes limites de respectivement 22,530 m²/s et 28,530 m²/s.

Nous allons vérifier que la discontinuité se propage de façon nette avec la vitesse prescrite, lorsqu'on impose toutes ces valeurs comme solution de départ, en situant le saut de hauteur et de débit à l'abscisse $x = 12,5$ m. Les 50 m de canal sont discrétisés par 50 éléments tandis que les conditions limites constantes aux extrémités tiennent compte d'une coexistence de régimes infra- et supercritiques.

En adoptant un pas de $\Delta t = 0,005$ s, la longueur du canal devrait nous permettre de suivre la progression pendant 3000 pas. La figure V.7., qui reprend en pointillés la base théorique de comparaison pour des temps $t = 0, 2,5, 5, 7,5, 10, 12,5$ et 15 s, montre une interruption très précoce de la simulation, à cause d'un ensemble d'oscillations parasites qui se concentrent davantage dans la partie supercritique de l'écoulement.

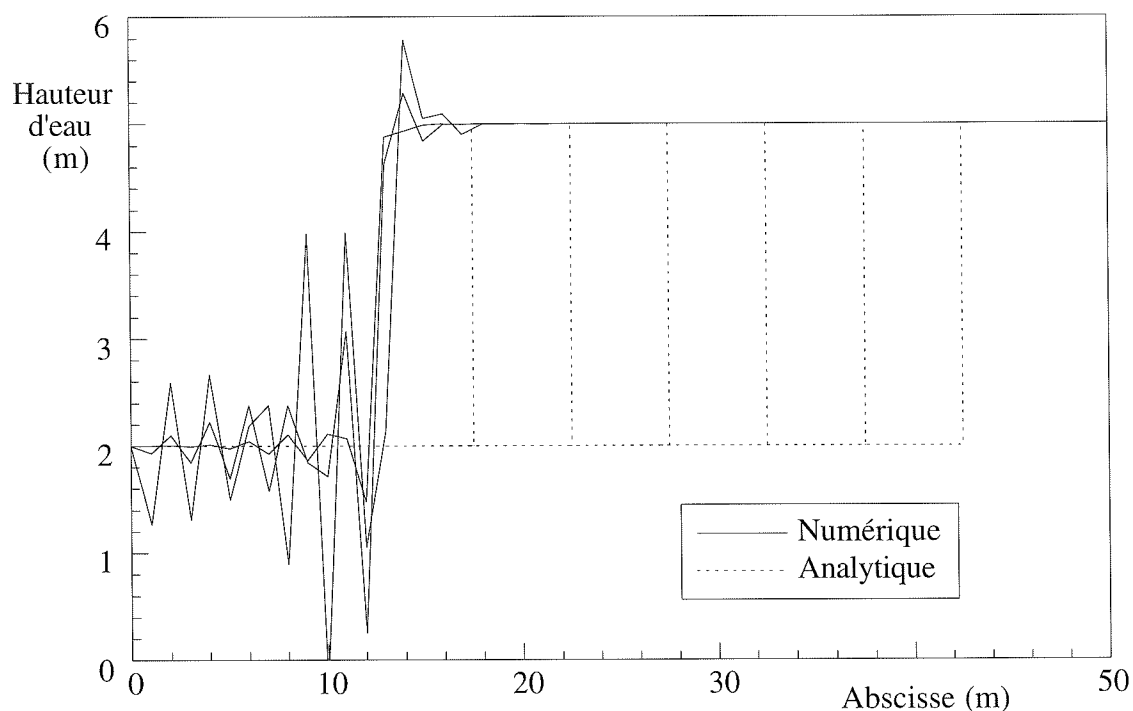


Figure V.7. – Comparaison avec la solution analytique des lignes d'eau instantanées en $t = 0, 2,5, 5, 7,5, 10, 12,5$ et 15 s obtenues par la méthode de Galerkin pour une propagation de ressaut en l'absence de frottement

Ces lacunes risquent d'être embarrassantes dans la mesure où le ressaut est une discontinuité presque banale de l'hydraulique de surface. Si les schémas centrés conservent leur utilité et restent synonymes de précision pour une majorité d'écoulements qui demeurent largement dans le domaine infracritique, aménager la technique pour modéliser des apparitions impromptues, une persistance ou un déplacement de ce type de ressaut, permet d'étendre significativement le champ d'application des simulations instationnaires.

Le parallèle avec les difficultés rencontrées en théorie cinématique voudrait qu'en ce contexte plus élaboré du système d'équations complet, on applique les mêmes remèdes. Ainsi, le système serait pondéré par des fonctions dissymétriques accompagnées d'un décentrement judicieusement choisi. Vérifions l'efficacité d'une telle approche en l'intégrant simultanément dans un cadre de modélisation beaucoup plus général.

CHAPITRE VI

Spécificités théoriques et numériques des écoulements consécutifs aux ruptures de barrages

VI.1. Introduction

La notion d'anticipation est une carte maîtresse de toute gestion optimale des ressources hydrauliques. Nous venons de le suggérer en exploitation hydraulique de basses chutes où un contrôle plus global des aménagements, par aide numérique, simplifie la recherche de meilleures combinaisons de turbinage et de manœuvres aux barrages mobiles.

Elle devient carrément vitale lorsqu'elle s'adresse, pour des retenues de haute chute, à des circonstances tout à fait exceptionnelles que la Commission Internationale des Grands Barrages invite depuis longtemps à considérer : la rupture brusque ou progressive d'un ouvrage de retenue.

En 1962 déjà, les travaux de cette C.I.G.B. insistaient sur deux recensements significatifs avec 8300 grands ouvrages alors construits de par le monde et 400 barrages rompus. En 1983, elle a publié une analyse détaillée sur ce même sujet primordial. Sur un échantillon de 15.000 barrages parmi les 16.203 du monde (hors Chine qui en comptait alors à elle seule 18.595), la fréquence globale d'approximativement 1,5 rupture par an résume assez mal la situation très différenciée dans laquelle se trouvent les ouvrages selon leur âge, leur type ou encore leur situation :

- Même si les barrages anciens qui furent bien conçus restent sûrs, il est finalement assez logique et rassurant de constater qu'une meilleure connaissance des techniques et méthodes de calcul mises en œuvre se répercute, au niveau des barrages plus récents, par une plus grande fiabilité. Dans la phase jadis très critique d'édification, des précautions accrues réduisent aujourd'hui le risque de rupture.
- Le soin dans les phases d'études hydrologiques et de construction joue un rôle prépondérant dans la fiabilité, comme le prouve l'inégale répartition des risques selon la zone géographique. Aux connaissances plus longues des crues et de l'hydrologie générale des lieux concernés, correspond une situation privilégiée de l'Europe et de l'Asie face aux Etats-Unis. Ces derniers disposent en outre de zones peu peuplées qui requièrent moins de soin dans les techniques de construction.
- Si les mécanismes de rupture diffèrent radicalement selon les types de barrages, la fréquence de rupture par an montre cependant des valeurs très voisines. Les causes principales sont résumées par Dunglas, en terme de pourcentage d'accidents, à trois scénarios possibles après construction :



Photo VI.1. – Blocs charriés et vestiges de l'ouvrage, après la rupture instantanée du barrage de Malpasset, France

- Le barrage se rompt au premier remplissage dans 37 % des accidents. 2/3 d'entre eux ont eu lieu avant 1929. Dans les 12 ruptures recensées depuis, 10 concernaient des barrages en remblai.
- Le barrage se rompt par submersion pour 37 % des catastrophes. 50 % de ces cas sont survenus avant 1930 et concernaient, pour la moitié, des structures de moins de 10 ans, ce qui trahit une insuffisance des connaissances hydrologiques.
- Le barrage se rompt durant l'exploitation pour 26 % des cas. Ce scénario typique des barrages en remblai traduit souvent un manque d'entretien et de surveillance.

Le séisme ne menace pas fondamentalement les grands barrages. Ces derniers, par contre, peuvent induire des séismes (mesures relevées pour le barrage de Monteynard sur le Drac). Enfin, l'aspect stratégique ne peut être passé sous silence lorsqu'on repense à la destruction de barrages allemands par les alliés durant la dernière guerre et, plus récemment, aux tentatives de destruction du barrage yougoslave de Perruca.

L'analyse a posteriori d'une rupture a souvent toujours suscité une littérature technique abondante (évolution des connaissances et des techniques de calcul consécutives aux catastrophes de Bouzey et de Malpasset, par exemple). Les causes sont souvent multiples et interpellent tous les domaines de l'ingénieur des constructions.

Cependant, le fait qu'un certain nombre de ruptures relève d'erreurs humaines manifestes aux divers stades de la naissance et de la vie d'un ouvrage confirme qu'au delà de la mise en œuvre d'un arsenal considérable de techniques et méthodes de calcul en constante évolution, la

sécurité d'un ouvrage tient d'abord à la compétence, à l'expérience et à la conscience de responsabilité de l'intervenant humain.

Aussi longtemps qu'on s'attarde aux causes même de la catastrophe, seul l'aspect hydrologique rentre directement dans les préoccupations de cet ouvrage. L'accident de Macchu II en 1979, consécutif à une crue largement supérieure aux prévisions, confirme que la problématique de l'hydrologie reste aujourd'hui encore très difficile à cerner dans certains coins du globe. Par ailleurs, la prévision des crues durant la construction reste primordiale dans la sécurité de cette phase.

Néanmoins, le développement d'une politique complète de sécurité ne se borne pas à l'élaboration et à la réalisation d'une structure sûre. L'analyse à la fois de scénarios de fonctionnement perturbé par des circonstances exceptionnelles mais également d'incidents et accidents de gravités diverses doit également faire l'objet d'une attention toujours plus grande. Un simple dysfonctionnement qui perturbe la production d'énergie ou l'alimentation en eau induit en effet des conséquences économiques de plus en plus dommageables tandis que l'écrêtement insuffisant des crues dans les sites exploités provoque aux personnes, aux biens et à l'environnement des stigmates jugés toujours plus catastrophiques. L'érection chaque année de 350 nouveaux barrages dans des sites de plus en plus difficiles à mettre en valeur ne fait qu'accentuer la problématique.

Dans cet état d'esprit, les ruptures ne s'incrivent plus au rang des incidents imputables à la fatalité mais sont perçues comme des manifestations de manquements impliquant nécessairement des responsables. Cette évolution des mentalités influence pourtant moins l'élan actuel des recherches en ce domaine que le défi scientifique qu'il pose encore.

Il y a plus d'un siècle, Ritter donna une solution théorique dans des conditions trop restrictives pour pouvoir tirer des conclusions significatives vis-à-vis de cas réels. Depuis, les capacités informatiques en constante évolution fournissent les moyens d'aborder les nombreux écueils numériques inhérents à la modélisation de la propagation d'un front raide à des vitesses élevées. Ces sujets motivants de recherche n'empêchent pas les modèles numériques d'être considérés, dès à présent, comme bases incontournables dans l'élaboration des plans d'alerte et d'évacuation des populations (rupture par renard du barrage Téton, USA).

Si l'on considère le problème d'un point de vue scientifique, deux niveaux de raisonnement définissent globalement le type de recherche, matérialisés en quelque sorte par la position que choisit l'observateur pendant l'écoulement consécutif à la rupture :

- Il examine l'écoulement au voisinage du barrage et étudie la dynamique de la phase finale qui aboutit à la ruine de l'ouvrage.

La modélisation correcte de l'évolution temporelle d'une érosion, soit à la crête par subversion, soit par agression du corps du barrage par phénomène de renard, par exemple, est cruciale pour établir les caractéristiques de l'hydrogramme à propager vers l'aval. Le barrage agit alors comme section de contrôle, limite aval d'imposition d'une étude d'interaction réservoir-brèche évolutive (Gozali et al).

Ce type de simulation couple modèles d'érosion, de transport sédimentaire et d'écoulement en une succession de phases fréquemment quasi-stationnaires, afin de définir l'hydrogramme aval (Singh, Betcheler et al, Chen et al).

L'étude de l'interaction écoulement-structure avec phénomènes d'érosion est caractéristique des barrages en terre. Il est effectivement acquis que leur rupture ne saurait être instantanée, par opposition aux barrages en béton qui peuvent se rompre comme soufflé par une explosion (Benoist).

Des essais modélisant la dynamique tant de développement de renards que de ruptures progressives ont fait l'objet d'étalonnages et de tests sur quelques cas réels (Benoist, Jarrett et al). Quant à l'activité expérimentale, elle contribue notamment à mieux cerner la structure d'écoulement dans les zones voisines de la brèche (Menendez et al).

- Il se focalise sur la propagation de l'onde vers l'aval, relevant les cotes maximales atteintes et le temps mis par le front avant de les submerger.

L'unique préoccupation consiste alors à représenter correctement les singularités que l'écoulement développe au long d'une reproduction la plus réaliste possible de la topographie de vallée.

La frontière amont de modélisation ne prend place au droit du barrage que si d'autres études ont conclu à la rupture progressive et ont caractérisé l'hydrogramme à injecter. Sinon, pour une rupture brusque, la discrétisation remonte jusqu'à l'extrémité amont du lac afin de traiter le complexe vallée-réservoir d'un seul tenant en incluant implicitement les spécificités de la vidange de la retenue dans l'onde de rupture.

Le contexte général de cet ouvrage et, plus spécifiquement de la partie traitant de l'hydrodynamique des cours d'eau, indique clairement que c'est cette seconde vision qui focalisera notre attention. Dans cette mesure, nous travaillerons préférentiellement avec le scénario d'un effacement instantané ou très brutal de l'ouvrage car il est le mieux à même de mettre à jour des déficiences de modélisation. Une rupture progressive, avec ses évolutions beaucoup plus graduelles, pose traditionnellement peu de problème pour un code éprouvé en rupture brusque.

Quelques caractéristiques de l'écoulement, tirées de témoignages et de mesures qui suivent les grandes catastrophes, attestent de la complexité du problème lorsqu'il est abordé dans son intégralité. Décalages dans les hauteurs maximales atteintes sur les versants d'une même section transversale de vallée sinueuse et encaissée (Rajar), érosion sensible des sections complètement remodelées par les outils que charrie l'écoulement, sont autant de faits qui devraient stimuler de nouveaux axes de prospection. Comme le souligne Wurbs, ces réalités de terrain pourraient orienter les développements vers des modèles d'écoulement sur fond mobile évolutif et perméable, quasi ou complètement tridimensionnels et couplés à des modèles de transport et d'érosion. Le caractère fortement instationnaire achève surtout de montrer que des hypothèses aussi peu restrictives conduisent aujourd'hui à un modèle difficilement exploitable.

Rappelons par conséquent les hypothèses, par ailleurs très communes, de ce type de modélisation et qui sous-tendent toutes les applications qui vont suivre :

1. – L'analyse topographique des principales vallées belges abritant des grands barrages valide l'hypothèse de travailler avec une description topographique ramenée le long d'un axe principal.

Cette approche axiale suit l'expérience française en matière de modélisation de rupture qui axe ses efforts sur des codes unidimensionnels, incontestablement complétés de modèles

bidimensionnels et d'essais physiques à l'échelle pour les zones d'écoulement spatialement plus complexes.

Hromadka et al mettent en garde contre une sous-estimation systématique des zones inondées par l'approche unidimensionnelle, par comparaison avec des codes bidimensionnels. Guymon et al justifient cette conclusion sur base de bilans de quantité de mouvement qui, en calcul axial, exacerbent les vitesses en diminuant les hauteurs d'eau. Toutes ces conclusions ne se fondent néanmoins que sur un système tronqué, composé d'une seule équation de convection-diffusion.

2. – Le modèle travaille sur une topographie figée durant toute la propagation.

Cette hypothèse limitative n'est pas liée à des écueils numériques puisque le logiciel sait gérer des topographies évolutives de pas en pas. Le problème tient davantage à une caractérisation malaisée de l'évolution des profils, susceptible d'apporter un gain illusoire en précision de modélisation vis-à-vis du surcoût numérique.

L'incertitude qui subsiste sur l'existence et l'évolution d'obstacles les plus divers à l'écoulement est un des incitants à englober ce type d'incident dans un coefficient de frottement très globalisé. Les investigations expérimentales de Sato et al vont pourtant à l'encontre de cette approche globale puisque les coefficients de frottement qu'ils suggèrent incluent explicitement l'effet des maisons et autres obstacles.

L'activité expérimentale spécialisée dans la prise en compte de fonds mobiles d'écoulement conclut par ailleurs, pour ce type d'application, à une diminution de la célérité en propagation sur fond non stabilisé, à égalité de caractéristiques de frottement (Kenfaoui et al).

3. – La simulation ne porte que sur une propagation du volume d'eau qui constituait la retenue.

Cette hypothèse tient également aux nombreuses incertitudes inhérentes à d'autres choix, comme le confirme des événements réels comme celui recensé dans le Parc National du Colorado, U.S.A où Jarret et al ont dû justifier l'importance des cotes atteintes et des dépôts par un gonflement du débit assuré à 60 % par charriage.

Dans cet ordre d'idée, Mac Arthur s'est intéressé à expérimenter une rupture avec un fluide de Bingham (bentonite) sans pour autant garantir que les propriétés du fluide et son comportement général serraient plus étroitement la réalité. C'est pourtant la charge importante du fluide qui contribue à expliquer le constat classique d'une relative lenteur du front à se propager ainsi que d'un écoulement souvent infracritique.

L'importance des coefficients de frottement adoptés pour coller aux mesures in situ accrédite encore l'idée de globalisation extrême de ces phénomènes au sein de ce seul paramètre. Cette signification très large qu'on lui prête montre également qu'une information complète sur les dommages doit s'obtenir par la construction de courbes enveloppe construites avec une gamme significative de coefficients de frottement puisqu'ils ne reposent sur aucun étalonnage des vallées. La législation française prévoit en outre une majoration forfaitaire des valeurs calculées pour constituer des cartes définitives de zones inondables.

Benoist et al relatent une étude de sensibilité réalisée pour une quinzaine de cas. Il en ressort que le coefficient de frottement influence sensiblement la célérité du front d'onde (variant

de 70 % pour un coefficient de Manning évoluant de 20 à 40) mais intervient moins sur les cotes maximales (influence négligeable dans 30 % des cas).

L'intervention de la loi turbulente de Manning dans la discussion nous ramène au système d'équations à utiliser pour refléter correctement le phénomène.

Les modélisations de Hunt (hypothèse cinématique) et de Hromadka (hypothèse de convection-diffusion) dans le domaine des ruptures confirment une nouvelle fois que la transition d'échelle n'écarte pas nécessairement les modèles simplifiés que nous avons discutés dans le cadre hydrologique. Néanmoins, par des comparaisons objectives entre modèles numériques construits sur des hypothèses diverses (Muskingham, modèle diffusif, ...) et par leur confrontation à la réalité des faits, Reiter et al ainsi que Wurbs concluent à la nécessité d'utiliser les équations de Navier-Stokes en unidimensionnel comme base minimale pour des résultats fiables.

L'établissement du formalisme complet en unidimensionnel proposé au chapitre V n'introduit aucune hypothèse qui s'oppose à la propagation d'ondes importantes, à l'exception toutefois de celle qui conduit à l'hydrostaticité de la pression sur la hauteur. Au voisinage du front, la variation rapide de hauteur coïncide avec le développement localisé de vitesses verticales non négligeables. C'est à cette hypothèse d'hydrostaticité que Nakagawa impute les faibles différences de hauteur existant entre ses mesures et la théorie de Stoker. En dehors d'effets minimes très localisés, Basco et al concluent cependant à l'inutilité de conserver les termes additionnels qui incluent l'effet de courbure de surface libre (équations de Boussinesq (Santos)).

Ainsi, le fait du changement important d'échelle dans les phénomènes hydrauliques analysés dans cet ouvrage n'empêche-t-il pas de persévérer avec le même système d'équations. Si l'importante différence entre une gestion routinière et un écoulement de rupture semble s'évanouir dans un seul formalisme, on retiendra que cette unité dissimule d'abord une différence d'approche fondamentale entre une analyse fine et assez bien calibrée de phénomène parfaitement maîtrisé et une approche globalisante et volontairement simplifiée. Cette dernière est dictée par l'extrême complication d'un grand nombre d'intervenants, à laquelle s'ajoutent les incertitudes inhérentes à un fait aussi extrême qu'exceptionnel.

VI.2. Solutions théoriques d'écoulement consécutif à la rupture instantanée d'un ouvrage

Avant d'entreprendre la moindre tentative d'évaluation ou de modélisation de ce type d'écoulement, il n'est pas inutile de préciser quelques caractéristiques fondamentales du phénomène considéré dans un cadre théorique extrêmement simplifié.

Les premiers résultats théoriques de propagations sur fond sec et humide ont été proposés en section rectangulaire par Ritter et Stoker. Ils ont d'abord le mérite de suggérer un critère de classification des phénomènes étudiés. Ils fixent ensuite des bornes dans les ordres de grandeur à considérer et soulignent certaines particularités remarquables des modélisations de rupture réelle qui expliquent les difficultés numériques à surmonter.

L'extension proposée ci-après pour une forme de section transversale plus générale s'établit en combinant les équations initiales de façon à travailler sur des courbes particulières du plan (x, t) nommées caractéristiques.

VI.2.1. PROPAGATION SUR FOND SEC

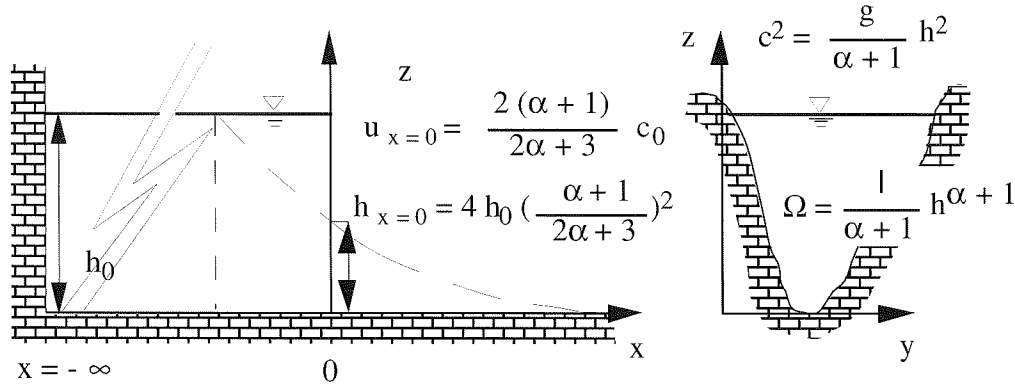


Figure VI.1. – Propagation d’une intumescence sur fond sec

La propagation s’établit sur un fond plat initialement sec dont le fini de surface est suffisamment lisse pour pouvoir négliger les pertes par frottement. Il n’y a aucun apport latéral dans le canal à section transversale constante et les vitesses sont supposées être uniformément distribuées sur cette section. Le réservoir possède les capacités suffisantes pour alimenter, sans jamais se tarir, la lame qui se propage : l’onde négative remonte indéfiniment dans la retenue sans jamais trouver de berge lui permettant de se réfléchir et de venir influencer l’écoulement. La solution complète s’écrit sous la forme suivante :

$$\frac{h}{h_0} = 4 \left(\frac{\alpha + 1}{2\alpha + 3} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{2 \sqrt{g (\alpha + 1) h_0}} \frac{x}{t} \right)^2 \quad (VI.1)$$

$$u = \frac{2 (\alpha + 1)}{2\alpha + 3} \left(c_0 + \frac{x}{t} \right) \quad (VI.2)$$

La solution pour la surface libre (VI.1) montre que son profil parabolique au niveau du front se raccorde tangentiellement au fond du canal. Au droit du barrage ($x = 0$), hauteur et vitesse (VI.2) sont constantes et décrivent un écoulement critique ($Fr = 1$), comme si les lignes d’eau s’articulaient au fil du temps sur un point fixe imaginaire. Le front se propage à une vitesse de $w_{e_0} = 2 (\alpha + 1) c_0$. Tout point entre le front et le barrage connaît un écoulement torrentiel tandis que le reste de l’écoulement jusqu’à la zone immobile de la retenue reste en régime infracritique. La solution présente pour caractéristique essentielle de décrire un phénomène continu où coexistent plusieurs régimes, avec un profil du front de propagation qui s’oppose à l’attente intuitive d’un front raide de hauteur importante.

Nous allons voir que ce profil apparaît dans la solution d’une propagation sur fond humide, processus complètement différent dans sa description théorique par la présence, cette fois, d’une discontinuité dans la solution.

VI.2.2. PROPAGATION SUR FOND HUMIDE

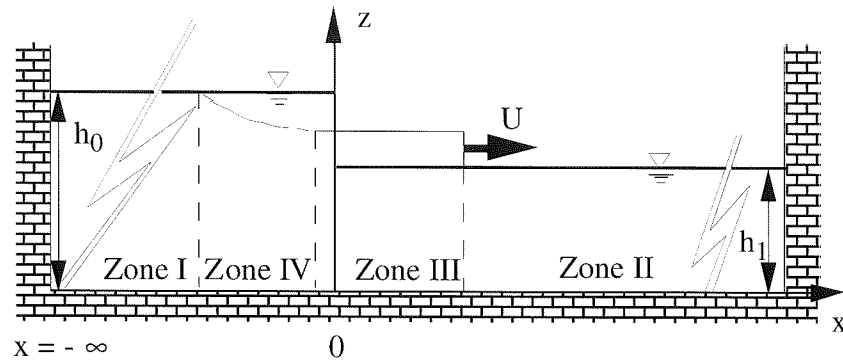


Figure VI.2. – Propagation d'un front sur fond humide dans la même section transversale

Le problème est complètement résolu par les trois relations suivantes :

$$\frac{\alpha + 1}{\alpha + 2} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{u_3}{U} \right)} \right]^{\alpha + 1} \right\} + \left(\frac{u_3}{c_1} \right) \left(\frac{U}{c_1} \right) = 0 \quad (\text{VI.3})$$

$$\left(\frac{c_3}{c_1} \right) = \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{u_3}{U} \right)} \right]^{\frac{1}{2(\alpha + 1)}} \quad (\text{VI.4})$$

$$2(\alpha + 1) \left(\frac{c_0}{c_1} \right) = \left(\frac{u_3}{c_1} \right) + 2(\alpha + 1) \left(\frac{c_3}{c_1} \right) \quad (\text{VI.5})$$

La figure VI.3. illustre la vitesse de propagation du front comparée à la célérité dans le réservoir pour quelques valeurs de α en fonction du rapport des hauteurs initiales.

Il est logique d'attendre de la solution qu'elle tende, pour de grands rapports de hauteurs, vers le cas précédent de propagation sur fond sec. La forme des courbes de la figure VI.3. confirme ce comportement même si les valeurs à fond d'échelle d'abscisses sont encore très différentes de celles données par (VI.1, 2).

La lenteur des courbes à tendre vers ce cas limite prouve d'ailleurs que l'assimilation sur fond sec n'est licite que pour un rapport de hauteurs excessivement élevé. Cette conclusion, valable pour toute valeur de α , dissocie une nouvelle fois les deux types d'applications décrites, en l'absence du moins de tout frottement.

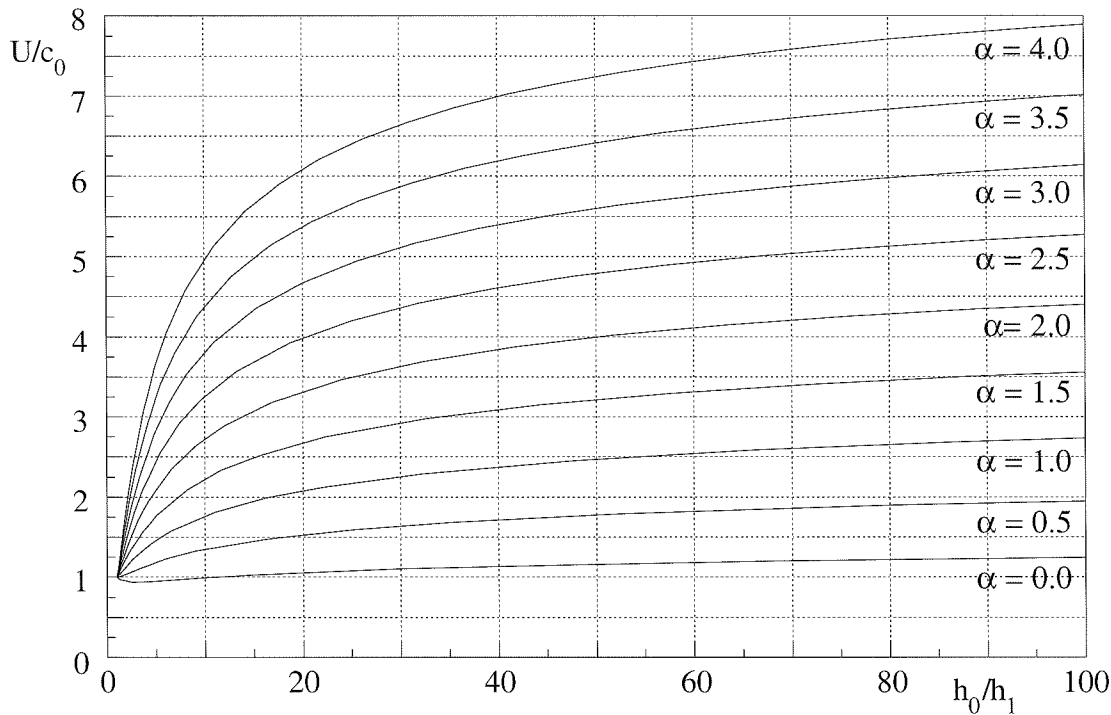


Figure VI.3. – Évolution de la vitesse de propagation adimensionnelle en fonction du rapport des hauteurs d'eau initiales

La figure VI.2. montre que 4 zones distinctes composent la solution : 2 zones immobiles pour la retenue (I) et le bourrelet aval (II), une zone III d'état constant (u_3, c_3, h_3) et une zone IV de transition. La vitesse U caractérise le déplacement de la discontinuité. À travers cette dernière passe un débit dont l'expression est donnée par la théorie générale du ressaut.

Lorsqu'à niveau de retenue amont constant, le niveau aval diminue, la zone III d'état constant se rétrécit tandis que la zone de transition IV suit l'évolution inverse. On peut montrer qu'on tend beaucoup plus rapidement vers des zones de transition petites, à rapport de hauteurs équivalent, pour des valeurs de α croissantes. Remarquons encore que le barrage ne connaît un écoulement constant supercritique, par conséquent uniquement influencé par les circonstances amont, que si l'axe des ordonnées est entièrement compris dans la zone III. Dans cette situation qui peut s'obtenir pour des rapports de hauteurs suffisants, on retrouve alors les invariants de Ritter avec pour débit :

$$\frac{q}{q_0} = \left(\frac{2(\alpha + 1)}{2\alpha + 3} \right)^{2\alpha + 3} \tag{VI.6}$$

Entre la situation « sèche » où nous savons qu'il n'y a pas de hauteur de front et l'autre possibilité limite où les niveaux s'égalisent et annulent par conséquent également toute transition, la hauteur de front passe logiquement par une valeur extrême pour un rapport de hauteurs. La

hauteur de front se définit comme la différence de hauteur entre le bourrelet qui se propage (h_3) et la hauteur non perturbée à l'aval (h_1).

La figure VI.4. répond à cette question en indiquant que le front le plus marqué s'obtient, à hauteur de retenue égale, pour une section rectangulaire en atteignant plus de 30 % de cette valeur. Il se produit pour un rapport de hauteur relativement faible et peu sensible à l'exposant α considéré.

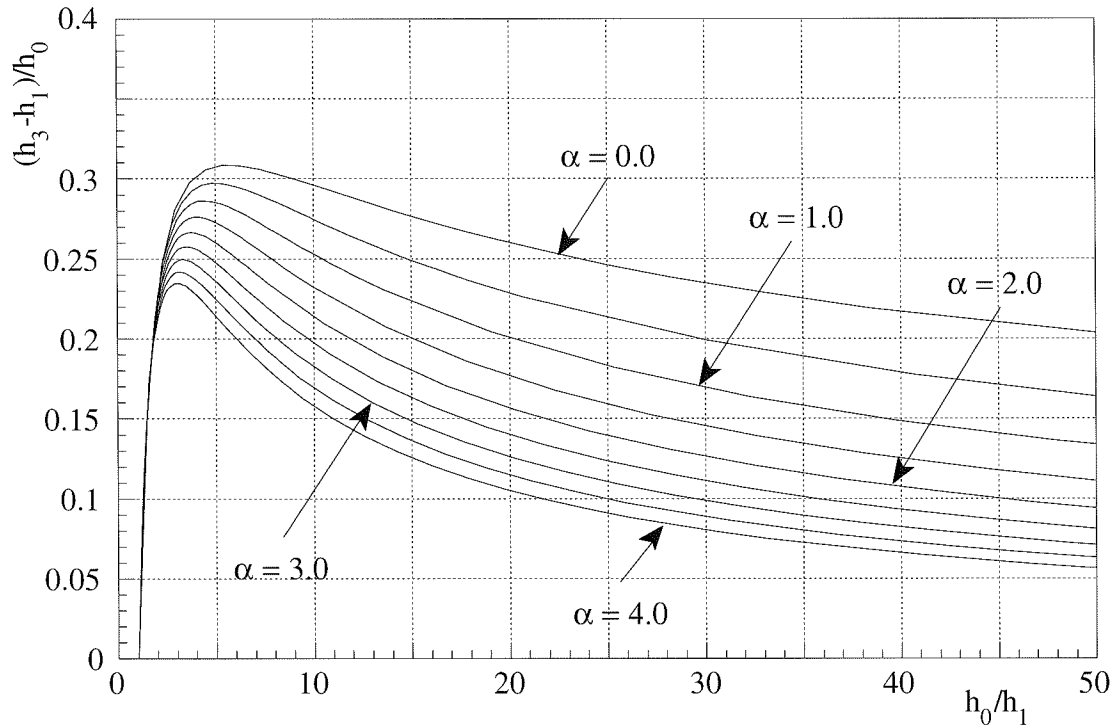


Figure VI.4. – Évolution de la hauteur adimensionnelle du front en fonction du rapport des hauteurs d'eau initiales

VI.3. Nécessité et possibilités d'extension du modèle numérique

A l'image de la partie hydrologique où une connaissance croissante des spécificités du système nous a poussé à généraliser l'approche numérique, cette dernière analyse théorique suggère surtout que nous devons recourir à une nouvelle évolution significative par la prise en compte d'une solution faible adaptée. Nous procéderons ensuite à la recherche d'un schéma aux propriétés de dissipation très sélectives.

La coexistence de régimes variés, la constitution de fronts raides et l'intervention de la théorie complète des discontinuités dans l'établissement de l'écoulement sur fond humide sont autant de facteurs qui nous autorisent à songer à une extension des possibilités générales de modélisation du logiciel existant. Son adaptation au cadre des ruptures permettra d'envisager de concert les situations les plus variées des écoulements naturels.

Par opposition à l'utilisation de logiciels hydrauliques comme boîtes noires, la simulation d'une propagation de fronts raides constitue le domaine par excellence qui requiert une

connaissance approfondie des propriétés de la méthode mise en œuvre. L'ignorance des limites de fiabilité ainsi que des caractéristiques intrinsèques, dans des modélisations qui sont de nature à les exacerber, conduit inévitablement à un manque total de fiabilité.

De surcroît, les études effectuées par E.D.F. (Benoist et al) prouvent que cette connaissance numérique doit s'assortir d'une solide expérience dans le choix des sections discrétisées et de la distribution des coefficients de modélisation, ce qui achève de faire des propagations d'ondes de rupture un domaine extrêmement spécialisé.

De façon générale, la première difficulté numérique tient au fait que le schéma doit s'accommoder, dans son domaine de modélisation, d'une coexistence de régimes infracritiques et torrentiels. Cette première imposition exclut nombre de méthodes, dont les schémas centrés qui s'avèrent inadaptés en supercritique (Di Monaco et al, Botev).

La classification des méthodes s'effectue dans la continuité de la partie hydrologique de cet ouvrage. Ainsi, la présence de discontinuités au sein de l'écoulement ou à ses frontières plaide à nouveau, soit pour leur détection suivie d'un traitement distinct, soit pour leur capture numérique par dissipation sélective. Au sein de ces groupes, une autre subdivision s'intéresse au type de propagation (fond sec ou humide) supporté par le code.

En règle générale, la philosophie du second groupe destine plus logiquement ces schémas à des modélisations de propagation sur lame existante puisque les équations discrétisées sont appelées à s'appliquer indistinctement sur l'ensemble du domaine.

Citons, sur base de ces critères, quelques approches typiques de chaque famille :

- Les méthodes de « shock fitting » reposent sur des discrétisations souvent classiques, comme la méthode des caractéristiques. Ces schémas établissent la solution en dehors des régions de chocs, zones spécifiques où sont vérifiées séparément les relations propres aux discontinuités. Cette complémentarité, mise en pratique avec la méthode des caractéristiques (maillage fixe de Hartree), autorise une modélisation de propagation sur fond humide (Hoang et al, Chen et al), ainsi qu'une extension, lourde à gérer numériquement, au quasi-tridimensionnel (Katopodes et al).

Appliquée à la propagation sur fond sec, la méthode des caractéristiques montre des imprécisions (Sakkas et al) qui imposent un calcul séparé du front, basé sur l'observation expérimentale (Benoist et al, Sakkas et al).

En schéma de différences finies, Savic et al combinent l'action sélective intrinsèque de la méthode de Godounov avec un traitement approprié des sauts.

Mais celui qui s'impose comme le plus incontournable des schémas explicites est sans doute celui de Lax-Wendroff. Les tests comparatifs d'E.D.F. ont notamment établi sa supériorité sur la méthode des caractéristiques. Un groupe de travail du Comité Français des Grands Barrages attribue cette supériorité au fait que l'équation de continuité n'est soumise à aucune combinaison linéaire avant résolution, à l'inverse des méthodes des caractéristiques, ce qui assure une meilleure conservativité des volumes.

E.D.F a développé une variante aménagée sur base de ce schéma pour son code unidimensionnel. Il est couplé à une recherche et un traitement adapté des chocs, ainsi qu'à la prise en compte de pertes singulières aux élargissements prononcés.

Rajar rapporte la même suprématie à l'issue de sa comparaison de schémas différences finies implicites et explicites et d'une méthode des caractéristiques.

Les propriétés dissipatives du schéma de Lax-Wendroff lui permettent également de ressortir des méthodes de « shock capturing » lorsqu'on laisse œuvrer librement ses caractéristiques sélectives en propagation sur fond humide.

- Nous avons vu en hydrologie que les méthodes de capture numérique des chocs trouvent leur légitimité dans une formulation faible de la solution. Cette dernière fournit des résultats similaires à ceux issus des relations de choc puisqu'elle traduit les mêmes bilans de masse et de quantité de mouvement et s'appuie sur une formulation conservative des équations.

Dans cette famille, le schéma de Lax-Wendroff joue couramment le rôle remarquable d'étalon pour la comparaison de nouveaux codes. Il sert également de base à de multiples variantes qui tentent d'affiner ses effets (Botev). Dans la perspective de futurs développements, nous rappellerons sa formulation pour le système (V.1) :

$$\begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t - A_t \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 A_t^2 \delta^2 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t \quad (\text{VI.7})$$

ou, pour sa forme conservative (V.2) :

$$\begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta_0 B_t + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 A_t \delta^2 B_t \quad (\text{VI.8})$$

L'introduction de dissipation sélective dans les schémas s'assimile souvent à l'introduction de termes d'ordres plus élevés (Behnia et al), pour l'élaboration de modèles hybrides pouvant s'appliquer sur fond sec (Zhang et al).

Le schéma de Mac-Cormack prouve également ses aptitudes sélectives en modélisation de propagation soit sur fond humide (Garcia et al, Ech-Cherif El Kettani et al), soit sur fond sec moyennant quelques artifices numériques (Bellos et al).

La recherche peut être également poursuivie au niveau de la forme initiale des équations, notamment par un éclatement de la matrice convective en deux contributions construites d'après le signe de ses valeurs propres (Dick). Leurs discrétisations différenciées par différences avant ou arrière engendrent des méthodes à même de traiter, sans oscillation parasite, des propagations sur fonds sec (Yang et al) ou humide (Fennema et al).

L'analyse des différentes contributions intervenant dans les équations originelles donne lieu à des couplages de méthodes différences/éléments finis et méthode des caractéristiques, soit que cette dernière se limite à l'évolution des contributions convectives (Utnes et al), soit que le calcul s'effectue en fractionnant l'évaluation des différentes contributions en plusieurs phases distinctes (Benoist et al).

Dans les techniques par éléments finis se retrouvent les variantes citées dans la partie hydrologique abordée au début de l'ouvrage. Comme le rappelle Adornato et al, elles laissent

le choix entre un raffinement extrême du maillage, un déplacement dosé des points d'intégration, l'ajout d'un terme de diffusion correctement orientée ou, plus traditionnellement pour ce système, un recours aux fonctions de pondération particulières. Dans cette dernière variante, nous retiendrons des approches de Stewart et al et de Katopodes que le coefficient pondérateur respectif qu'ils proposent tient compte des caractéristiques de l'écoulement.

Plus proche du contexte d'analyse très globale du phénomène, le calcul par abaques établis sur base d'approches théoriques simplifiées ou sur base d'une expérience numérique acquise dans la modélisation de nombreux sites, permet une première évaluation très rapide des grandeurs adimensionnelles caractéristiques du phénomène (Colin et al, Rajar ou Unsal et al).

Il faut enfin constater qu'après la résolution en conditions privilégiées, puis en géométrie simplifiée, enfin après la prise en compte de géométries et conditions réelles, le développement de nouveaux schémas doit aujourd'hui tenir compte de futures extensions de plus en plus inéluctables aux autres dimensions spatiales, comme le suggère la multiplication d'essais expérimentaux sur modèles physiques à caractère tridimensionnel (Bell et al, Bellos et al).

Si la complexité des processus à induire dans le schéma rend l'étude unidimensionnelle incontournable, la généralisation aisée de la méthode en quasi-tridimensionnel devient un argument auquel nous ne pouvons rester indifférent.

VI.4. Élaboration d'une méthode de pondération n+1

La partie hydrologique traitée au début de cet ouvrage nous a donné des indications sur la manière d'introduire une dissipation numérique dosée qui rend la méthode apte à capturer les chocs sans introduire d'effet secondaire perturbateur. En continuité de cette expérience acquise sur un système plus simple, la combinaison de fonctions de pondération classiques avec leur dérivée semble intéressante. La recherche d'un coefficient de décentrement optimal au système de deux équations rend par ailleurs une expression identique à l'approche cinématique.

L'essai numérique montre cependant que l'amélioration sensible obtenue par rapport aux carences prévisibles de la méthode classique n'est pas décisive. Mais cette étape a le mérite d'inspirer des réflexions qui ont orienté notre recherche de schémas plus efficaces :

- L'incapacité de ce schéma relativement simple à résoudre, sans effet parasite, des écoulements extrêmes au moyen du système d'équations complet justifie, d'une certaine façon, qu'une niche, entièrement vouée au seul écoulement de rupture, se soit constituée dans l'étude générale des écoulements à surface libre.
- Dans cette logique, il se confirme qu'un décentrage spatial appliqué systématiquement, sans aucune considération de l'écoulement lui-même, est peu satisfaisant. Cette conclusion s'appuie autant sur les résultats probants obtenus par des schémas centrés en écoulement infracritique que sur l'amélioration inégale que procure un décentrement spatial uniforme. On sent que l'introduction d'effets sélectifs bénéfiques tels qu'étudiés dans la première partie passe, cette fois, par une définition beaucoup plus circonstanciée d'après les caractéristiques d'écoulement.

VI.4.1. CHOIX DES FONCTIONS DE PONDÉRATION

Plutôt que de persévérer avec des fonctions de pondération obtenues par combinaison des fonctions d'interpolation classiques et d'une fraction de leur dérivée, nous avons choisi d'axer la recherche d'un schéma stable sur la superposition des fonctions classiques et de fonctions d'un degré supérieur qui s'annulent à chaque nœud. Comme nous l'avons déjà décrit au chapitre III, l'ajustement du décentrage s'obtient en agissant sur les degrés de liberté rémanents de ces fonctions $N+1$.

Dans l'optique déjà soulignée dans la partie hydrologique de pouvoir reproduire, par construction d'éléments finis particuliers, nombre de schémas différences finies distincts, le recours aux fonctions $N+1$ se justifie par la marge qu'elles laissent tant par la présence de paramètres d'ajustement que par l'utilisation d'artifices numériques d'évaluation tels la sur ou sous intégration.

En prolongement des travaux de Garder et Katopodes, nous proposons d'adopter pour fonctions de poids, la combinaison suivante :

$$P^T = N^T + \alpha_{N+1} G W^T \quad (VI.9)$$

avec

W la matrice des fonctions $N+1$ définie par

$$W^T = \begin{bmatrix} W_1 & W_i & W_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_1 & W_i & W_n \end{bmatrix} \quad (VI.10)$$

Les fonctions W_i et P_i s'expriment dans un élément linéaire unidimensionnel par (III.19, 20)

G une matrice carrée dont la structure reste à déterminer

α_{N+1} un scalaire, coefficient pondérateur à optimiser.

Trois étapes distinctes sont nécessaires pour arrêter la forme définitive de la fonction P , en travaillant sur la forme linéarisée (V.1) du système général :

- Une première analyse permettra de statuer sur la forme à donner à G par comparaison de la forme discrétisée à des schémas différences finies connus pour leurs propriétés dissipatives très sélectives.
- Une étude « classique » du schéma non discrétisé temporellement optimisera la valeur du paramètre α_{N+1} .
- Enfin nous généraliserons l'approche au système non-linéaire.

VI.4.2. CHOIX DE LA MATRICE G

La structure particulière proposée en (VI.9) ne modifie en rien le schéma de résolution par découplage en deux systèmes distincts. Conformément à cette approche, construisons la $i^{\text{ème}}$ équation du « système continuité » ainsi que son homologue du « système dynamique ». En raisonnant sur un fond plat lisse, le système se limite à deux contributions :

$$\int_s \left[\text{PN}^T \frac{\partial Y}{\partial t} + \text{PA}_0 \frac{\partial \text{N}^T}{\partial x} Y \right] dS = 0 \quad (\text{VI.11})$$

Par analogie à un système dynamique, la première contribution intégrale précédant la dérivée temporelle porte souvent le nom de matrice de masse (Di Monaco et al, Fennema et al). Une particularité des approches éléments finis en dynamique est qu'elles recourent fréquemment, par efficacité numérique, à la substitution de la matrice masse consistante M par une forme diagonalisée M_d (Yang et al, Chung).

Cette approximation s'effectue au détriment de la précision puisqu'elle ignore tout couplage entre degrés de liberté. Mais cet « appauvrissement » est largement compensé par tous les avantages inhérents à un formalisme beaucoup plus simple.

Appliquons momentanément cette approche à l'évaluation de la matrice M en retenant que l'opportunité d'une telle simplification devra être analysée a posteriori sur l'application du schéma à des exemples simples.

Les méthodes de diagonalisation appartiennent essentiellement à deux grandes familles (Grisard). La première consiste à conserver comme valeur diagonale la somme des termes de la ligne (ou de la colonne) de la matrice masse originelle correspondant à la valeur recherchée. La seconde consiste à ne conserver que la diagonale de la matrice initiale en multipliant chacun des termes par un coefficient permettant de respecter la masse totale de l'élément.

Ces deux techniques ont prouvé leur efficacité pour des éléments qui possèdent des degrés de liberté de même nature. Mais si leur application ne modifie pas les conclusions de la suite de ce raisonnement, elles semblent cependant peu adaptées à notre élément qui cumule dans ses inconnues débits et sections.

Nous choisirons donc plutôt de procéder momentanément à une dégénérescence de la matrice masse en lui imposant de respecter certaines solutions élémentaires au niveau de l'élément, à savoir la continuité dans le cas d'une variation opposée de sections mouillées aux extrémités, en l'absence d'apport extérieur, et, d'autre part, une conservation de la quantité de mouvement pour un débit uniforme, sans modification de section mouillée.

L'ensemble de ces impositions suggère finalement une approche logique qui s'apparente à la première famille de méthodes, dans la mesure où elle revient à n'additionner sur une ligne que les contributions correspondant au même type de degré de liberté de l'élément diagonal calculé. La somme des contributions donne, après assemblage du système, les 2 équations suivantes pour le nœud i

$$\Delta x \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} + A_0 \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} - \frac{\alpha_{N+1}}{6} G^T A_0 \delta^2 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{VI.12})$$

en reprenant pour Δ_0 et δ^2 les définitions données en (III.16, 17).

En appliquant alors la discrétisation temporelle (III.2), il vient finalement :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^{t+\Delta t} &= \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t - A_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\theta_t \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t \right) \\ &+ \frac{\alpha_{N+1}}{6} \frac{\Delta t}{\Delta x} G^T A_0 \left(\theta_t \delta^2 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^{t+\Delta t} + (1 - \theta_t) \delta^2 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix}^t \right) \end{aligned} \quad (\text{VI.13})$$

A condition de décentrer complètement le schéma temporel pour le rendre explicite ($\theta_t = 0$), on constate que (VI.13) présente une analogie évidente avec la forme (VI.7) de Lax-Wendroff.

La similitude est complète pour autant qu'on choisisse la transposée de la matrice convective comme matrice de pondération et qu'on prenne pour valeur du coefficient $\alpha_{N+1} = 3\Delta t/\Delta x$.

Dès lors que la cause du succès de la méthode de Lax-Wendroff réside dans l'expression particulière de ce qui peut s'interpréter comme un terme de diffusion, nous décidons d'adopter $G = A_0^T$. L'extension des possibilités de la méthode proposée s'effectuera ainsi à partir d'une base largement éprouvée.

Poursuivons à présent la recherche d'une valeur optimale pour α_{N+1} , la valeur obtenue dans ce cadre ne constituant qu'une première indication tirée d'un schéma temporel explicite.

VI.4.3. CHOIX DU PARAMÈTRE α_{N+1}

L'introduction successive de simplifications n'est destinée qu'à faciliter l'interprétation des processus sélectifs introduits dans le schéma. Ce n'est pourtant que dans les conditions les plus générales d'utilisation qu'apparaît la portée complète de leur efficacité.

Nous raisonnons cette fois sur un système plus général toujours constitué des deux équations relatives au nœud i . Sur base d'une évaluation consistante de la matrice masse et sans opérer de discrétisation temporelle, nous obtenons, compte tenu du choix précédent pour l'expression de la matrice G :

$$\begin{aligned} \Delta x \left(1 + \frac{1}{6} \delta^2 \right) \frac{\delta}{\delta t} \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} + A_0 \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} + B_0 \left(1 + \frac{1}{6} \delta^2 \right) \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} \\ - \frac{\alpha_{N+1}}{6} A_0 \left(\Delta_x \Delta_0 \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} + A_0 \delta^2 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} + B_0 \Delta_0 \begin{bmatrix} \Omega_i \\ Q_i \end{bmatrix} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

– Reproduisons une nouvelle fois l'analyse du schéma par développement en séries de Ω_i , Q_i non discrétisés dans le temps. L'introduction de leur terme générique, rappelé en (V.18, 19), donne, en l'absence de frottement, le système suivant :

$$\left[\left(i a_m I + \frac{\alpha_{N+1}}{6} b_m A_0 \right) \Delta x k'_m + A_0 \left(i b_m I - \frac{\alpha_{N+1}}{6} d_m A_0 \right) \right] \cdot \begin{bmatrix} \Omega_m \\ Q_m \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{VI.15})$$

avec

I la matrice identité

$$d_m = 2 (\cos (l'_m \Delta x) - 1)$$

- L'annulation du déterminant de ce système donne une équation du second degré en k'_m à coefficients complexes. L'expression des deux racines de k'_m est trop élaborée pour être exploitée telle quelle.

Puisque le but ultime consiste à comparer l'expression k'_m de ces deux racines avec la solution analytique correspondante, procédons à un développement en série du rapport de ces racines pour obtenir finalement, tous calculs faits :

$$\frac{k'_m}{k_m} = 1 - i \frac{\alpha_{n+1}}{72} (u_0 \pm c_0) x_m^3 - \frac{12-5 \alpha_{N+1}^2 (u_0 \pm c_0)^2}{2160} x_m^4 + O(x_m^5) \quad (VI.16)$$

En raisonnant sur l'erreur de phase, nous choisirons donc un multiple du rayon spectral de la matrice convective linéarisée, soit :

$$\alpha_{N+1} = \sqrt{\frac{12}{5}} \frac{1}{|u_0 + c_0|} \quad (VI.17)$$

Cette valeur n'est par ailleurs pas sans correspondance avec la première valeur tirée de la comparaison avec Lax-Wendroff ($\alpha_{N+1} = 3\Delta t/\Delta x$) puisque nous savons qu'à la fois le pas de temps, le pas spatial, la vitesse et la célérité sont liés, dans les modélisations, par des impositions sur les nombres de courant.

Si nous recherchons la correspondance complète des deux expressions de α_{N+1} , il suffit de travailler avec des nombres de courant proches de 0,52, ce qui, nous le verrons, est dans la norme des applications réelles.

VI.4.4. EXTENSION DE LA MÉTHODE AU NON-LINÉAIRE

L'extension de la méthode au non-linéaire s'effectue en tenant compte de trois facteurs essentiels :

- D'abord, la matrice convective A n'étant plus constante pour établir les fonctions de pondération, la construction de ces fonctions s'effectue alors itération par itération, élément par élément et point d'intégration par point d'intégration.

La progression graduelle dans la description des caractéristiques du logiciel élude la charge finale numériquement conséquente, ainsi que la complication croissante dans l'ordonnancement d'une procédure itérative convergente. Aux caractéristiques fortement non-

linéaires des applications qui vont être proposées se conjugue une gestion itérative des conditions aux nœuds de réseaux, complétée à présent par une pondération dépendante du résultat lui-même.

Cette dernière influence la résolution du système en accroissant le nombre de phases itératives de chaque pas, sans pour autant imposer de réduction du pas temporel, ce qui démontre les qualités intrinsèques du découplage initialement choisi.

- Le coefficient d'upwind α_{N+1} sera généralisé comme une constante caractéristique de la modélisation. Il prendra une valeur issue de (VI.17) où les valeurs de u_0 et c_0 deviennent des valeurs significatives de l'écoulement.
- L'évaluation de la matrice convective A , qui provient d'une écriture non conservative du système d'équations, n'est utilisée que pour construire les fonctions de pondération. Par contre, dans la réalisation du schéma de résolution par découplage, la discrétisation des équations du système proprement dit est effectuée de façon conservative.

De cette manière, nous obtiendrons une capture correcte des chocs avec une solution numérique convergeant vers la solution discontinue, par opposition aux schémas non conservatifs qui s'avèrent incapables de gérer correctement les discontinuités (Essers). Notons encore à ce propos que E.D.F. a récemment développé un code basé sur une formulation non conservative sans pour autant déceler d'incohérence dans les résultats obtenus.

Nous allons faire la démonstration de ce dernier aspect fondamental et vérifier la bonne tenue du modèle proposé en débutant par deux applications théoriques, dont celle du ressaut définie au chapitre précédent.

CHAPITRE VII

Quelques éléments de validité pour des régimes variés en conditions réelles

VII.1. Introduction

L'atout majeur d'une méthode agissant par capture numérique des chocs réside dans l'aisance de sa mise en œuvre pour des modélisations très variées. Cette facilité apparente n'est obtenue qu'au prix d'une action sélective du schéma qui nécessite, par son caractère tacite, une pleine confiance dans les effets introduits.

Une campagne de tests préliminaires a permis d'y parvenir. Nous n'illustrerons pas ici les comparaisons concluantes opérées avec les travaux de Sakkas et al, Bellos et al, Chang-lung Chen, ainsi qu'avec ceux de l'importante campagne menée par le Waterways Experiment Station, U.S. Corp. of Engineers. Nous nous bornerons à citer quelques phases significatives avec différents exemples révélateurs des résultats obtenus.

VII.2. Vérification théorique

D'un point de vue strictement numérique, une première vérification sur des applications qui disposent de solutions analytiques donne quelques arguments sur la finesse d'action des propriétés sélectives. Nous reprendrons ainsi le test infructueux proposé à l'issue du chapitre V (figure V.7) avant de profiter des analyses de Stoker en conditions privilégiées.

VII.2.1. PROPAGATION D'UN RESSAUT EN CANAL LISSE HORIZONTAL

Revenons d'abord au déplacement d'un ressaut en canal rectangulaire horizontal lisse qui, par la méthode classique de Galerkin, provoquait une interruption très précoce de la simulation, imputable à un ensemble d'oscillations parasites se concentrant essentiellement dans la partie supercritique de l'écoulement (Figure V.7).

Effectuée dans des conditions identiques avec le schéma modifié, la simulation se poursuit non seulement sans encombre jusqu'à son terme avec le schéma original proposé, mais elle confirme son aptitude à capturer les chocs, en construisant, en des abscisses parfaitement correspondantes à la théorie, une transition presque totalement absorbée sur une maille, comme

en atteste la figure VII.1. La démonstration est d'autant plus éloquente que ce déplacement correctement reproduit ne s'accompagne d'aucune dégradation ni du front ni de son voisinage direct.

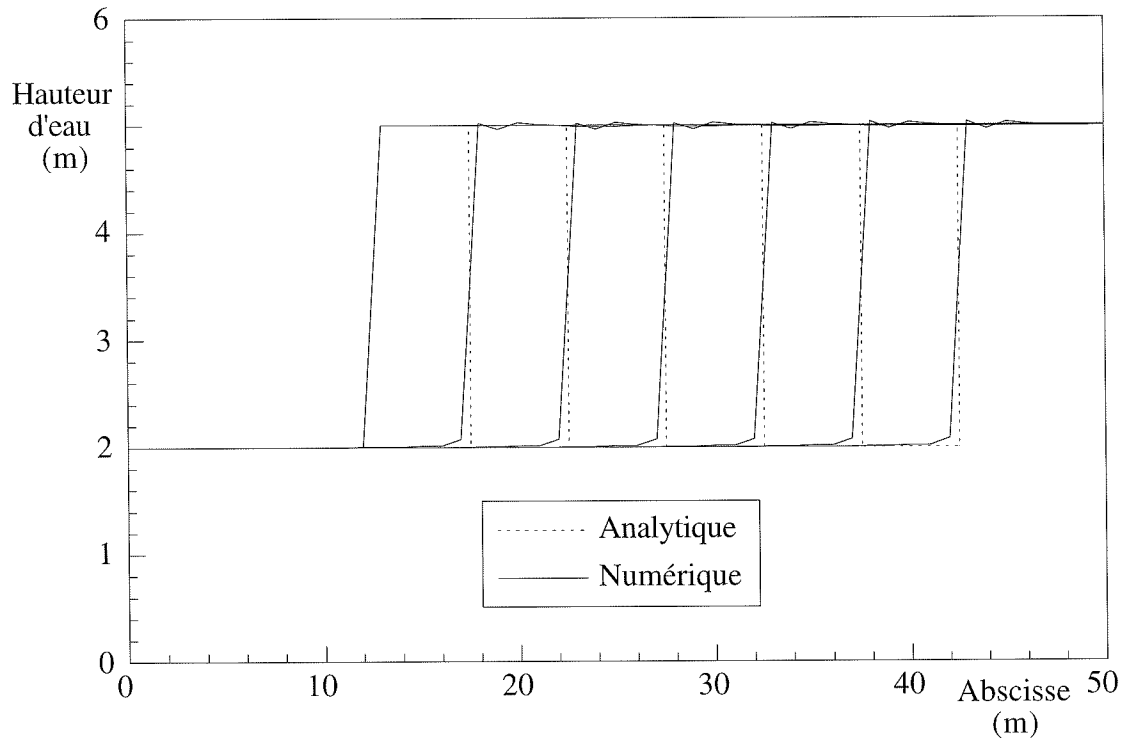


Figure VII.1. – Comparaison avec la solution analytique des lignes d'eau instantanées en $t = 0, 2,5, 5, 7,5, 10, 12,5$ et 15 s pour une propagation de ressaut sur fond lisse

VII.2.2. RUPTURE BRUSQUE EN CANAL LISSE HORIZONTAL

Une vallée rectangulaire aux parois lisses est fermée par un barrage de 100 m de haut qui limite une retenue noyant tout l'amont. Le cadre général du code numérique développé impose nécessairement une propagation sur fond humide avec, pour cette application, une hauteur de lame aval de 5 m d'eau disposée uniformément sur le fond plat.

L'avantage d'une telle succession de circonstances simplificatrices est qu'aucune combinaison favorable d'effets stabilisants, imputables au frottement, ou d'effet de pente ne sait venir occulter les tendances fondamentales du schéma proposé.

En respectant toutes les considérations théoriques précédentes, nous obtenons l'ensemble des lignes d'eau instantanées de la figure VII.2.

L'examen de cette figure et de la comparaison des distributions instantanées du débit sur l'ensemble du canal, reproduites à la figure VII.3., confirme immédiatement que la vitesse de propagation du front modélisé correspond pleinement à son équivalent analytique, avec une discontinuité prenant place sur une, maximum deux mailles, sans soubresaut prononcé de part et d'autre.

La raideur du front modélisé au sein d'une ligne dépourvue d'oscillation indésirable confirme la présence d'une dissipation correctement dosée. L'amplitude du front de débit qui se propage est également respectée tandis que l'horizontalité parfaite du plateau de la zone d'état constant trahit à la perfection l'absence de tout frottement. Enfin, la solution numérique reproduit et positionne correctement le point fixe au niveau du barrage. Lieu de transition d'un écoulement subcritique en amont à un état supercritique à l'aval, il ne sépare dans les faits aucune différence visible de comportement du code.

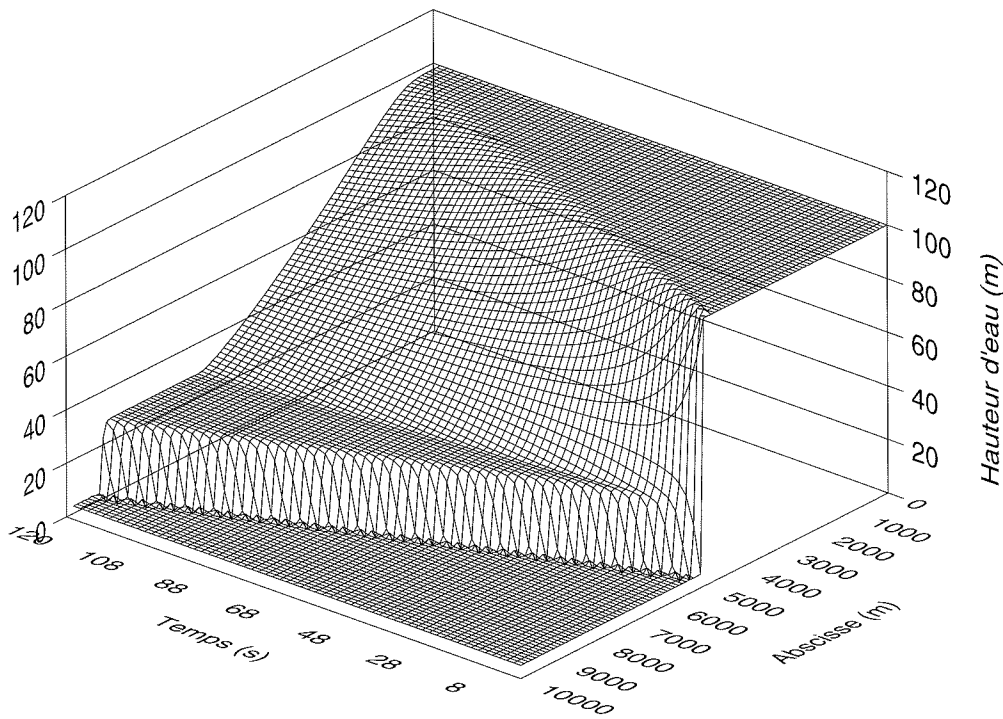


Figure VII.2. – Évolution temporelle des lignes d'eau dans le canal pour une propagation en l'absence de frottement

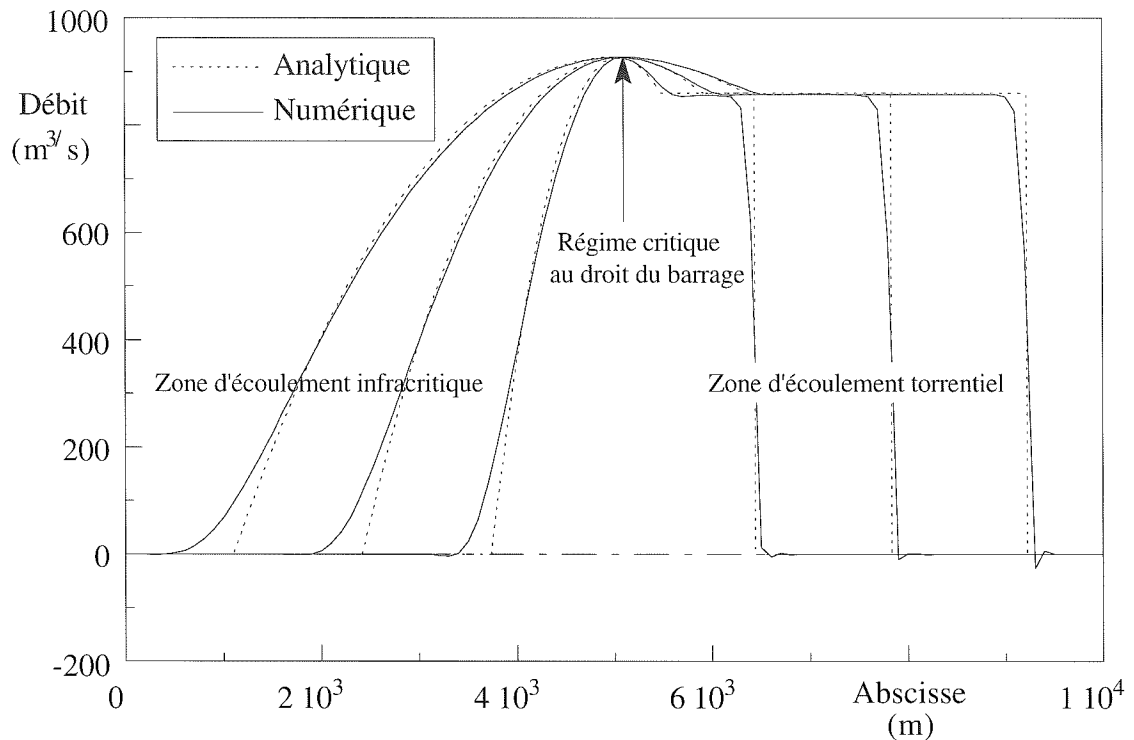


Figure VII.3. – Comparaison avec la solution analytique des lignes de débit instantanées en $t = 42, 84, 126$ s pour une propagation en l'absence de frottement

VII.3. Vérification expérimentale

La confrontation du modèle à la réalité physique a été souhaitée dès les premières phases de vérification de la méthode proposée. Les conditions des essais, par la présence de frottement, introduisent des conditions plus réalistes qui permettent d'observer notamment la structure et la forme qu'adopte dans la réalité le front au cours de sa propagation.

Cet ensemble de raisons plaide en faveur d'une vision globale d'un phénomène à la fois reproductible et dépouillé de multiples intervenants afin d'isoler les facteurs d'influence et de faciliter l'interprétation. Ces préalables expliquent les options du modèle construit dans les Laboratoires d'Hydraulique Appliquée et des Constructions Hydrauliques et Navales de l'Université de Liège : section rectangulaire large de 0,40 m, canal vitré horizontal long de 25 m à coefficient de frottement connu.

Il est obstrué à son extrémité située côté réservoir et se termine à l'extrémité opposée par un bac. La plaque représentant le barrage est placée à 11,125 m du bac déversoir tandis que les 13,875 m restants constituent le réservoir. L'articulation en base de ce barrage fictif permet d'assurer des conditions reproductibles pour une simulation de rupture instantanée impliquant une lame d'eau initiale de 0,35 m.

Pour un phénomène dont la durée totale n'excède pas 6 secondes, la prise de mesure sur l'ensemble du canal reconstitue 15 lignes d'eau complètes instantanées du processus.

La confrontation de ces résultats à la modélisation numérique se base sur une discrétisation des 25 m de canal par 100 éléments linéaires. Le pas spatial est limité à 0,025 s.

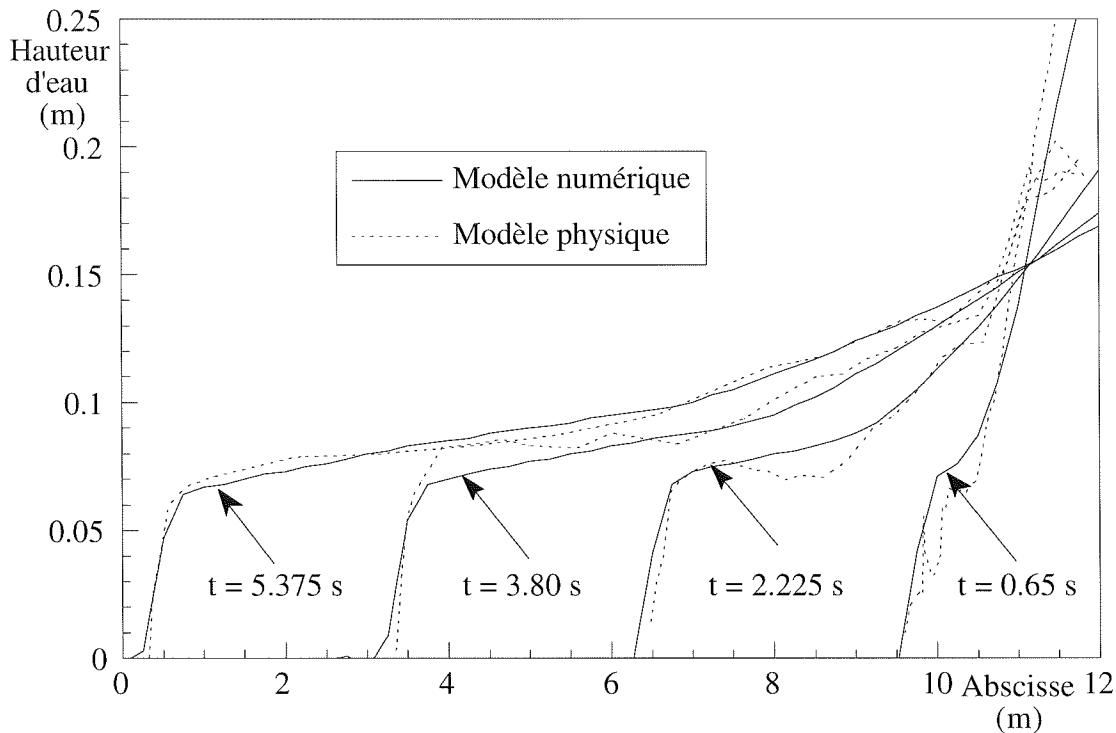


Figure VII.4. – Comparaison avec les résultats expérimentaux des lignes d'eau instantanées en $t = 0,65, 2,225, 3,80$ et $5,375$ s pour une propagation en canal vitré

Les essais successifs en laboratoire montrent d'abord un profil légèrement perturbé par des remous provoqués par l'abaissement de la plaque, comme en témoigne la mesure expérimentale en $t = 0,65$ s. Ensuite, c'est une onde totalement reconstituée et à front assez raide qui parcourt le reste du canal.

La bonne correspondance qui ressort des résultats de la figure VII.4., tant pour la vitesse de propagation que pour les hauteurs d'eau le long des lignes instantanées, démontre l'excellent comportement du logiciel. Tout au plus peut-on déceler une légère dégradation des correspondances dans le proche aval de la plaque, imputable à l'influence sur l'écoulement de la plaque couchée sur le fond.

Un détail particulièrement rassurant, visible sur les résultats très parcellaires qui sont illustrés ici, réside dans la bonne concordance obtenue en travaillant avec la loi de frottement de Manning, établie originellement sur base de phénomènes stationnaires.

Quelques modifications fondamentales se dégagent de l'analyse de l'effet du frottement par rapport aux premières simulations. D'abord, la théorie du point fixe au niveau du barrage se vérifie d'autant moins que le phénomène se prolonge. D'autre part, la présence de frottement oblige les lignes d'eau à « se mettre en charge », incurvant le plateau du front précédemment horizontal. Enfin, le front se propage moins vite qu'en l'absence de frottement, comme le confirme toute modélisation qui reprend les mêmes circonstances d'essais en intensifiant le frottement.

VII.4. Propagation sur fond sec ou humide ?

Le strict respect de la philosophie d'action d'une méthode agissant par capture numérique impose de la laisser œuvrer librement sans introduire aucun artifice numérique contraignant (test de hauteur nulle, Petrascheck et al). Dans cette logique, nous admettrons donc tout naturellement que la méthode ne s'accommode que de propagations sur fond humide.

Or l'analyse théorique préalable (paragraphe VI.2.) suggère de différencier totalement les deux types d'approche (fond sec ou fond humide) puisqu'il apparaît peu rigoureux, en l'absence de frottement du moins, d'argumenter l'assimilation de nos résultats à de la propagation sur fond sec, sur base de grands rapports de hauteurs entre l'amont et l'aval.

Faut-il dès lors admettre qu'une scission irrévocable s'instaure entre méthodes développées sur les deux types d'approche, et que les plans d'alerte et d'évacuation sont intimement liés à l'hypothèse de propagation sur base de laquelle chacun fut élaboré ?

A cette question primordiale de savoir jusqu'à quel point les résultats de chaque approche pourraient être effectivement contradictoires dans des conditions réelles, se superpose une seconde question, plus physique, sur les conditions qui prévalent réellement à l'aval, dès l'initiation de la catastrophe.

Le contexte d'une propagation sur fond sec s'identifie aux ruptures en vallées peu encaissées ainsi qu'aux profils en travers constitués de plaines inondables assez larges qui ne connaissent aucun écoulement à l'aval. Quand ce dernier existe, la partie concernée du fond de vallée peut être jugée totalement négligeable en regard des maxima projetés pendant la catastrophe. Par assimilation aux propagations sur fond sec, sont prises en compte des propagations sur des filets fluides initiaux très réduits dans des vallées encaissées.

Nous avons vu jusqu'à quelle valeur devait être théoriquement porté le rapport des sections mouillées pour satisfaire, en l'absence de frottement, à une telle condition. Ce rapport est loin d'être atteint lorsqu'on envisage la succession cohérente des épisodes qui se déroulent au droit d'une structure en péril.

L'hypothèse d'un écoulement aval procède d'un enchaînement logique de décisions observé sur la plupart des ouvrages eux-mêmes avant leur ruine. Les signes avant coureurs qu'ils donnent sont le plus souvent de nature à inciter à des réactions promptes, dont celle de procéder à des lâchers préventifs. De cette diminution des stocks implicables dans un accident potentiel, naissent des écoulements aval à même de justifier par eux-seuls les états initiaux invoqués dans les propagations sur fond humide, puisqu'ils sont caractérisés par des valeurs supérieures aux normes quotidiennes (Bellos et al).

Ainsi, et particulièrement dans le type de topographie rencontré en Belgique, la propagation sur fond humide répond-elle à une certaine logique des événements, pour autant bien sûr que les valeurs numériques initiales correspondent à une réalité plausible des faits.

Avant d'étayer ce choix par la modélisation, nous évoquerons l'expérience que Rajar a acquise sur modèle réduit. Si la différenciation originelle de la théorie se retrouve dans les faits réels, il constate qu'elle ne s'exprime après quelques instants que de façon très relative sur la seule structure du front. En propagation sur écoulement existant, la discontinuité originelle se

trouve rabotée par le frottement tandis qu'en propagation sur fond sec, la fine lame fluide du « front » se trouve retardée par l'influence du frottement et poussée par le bourrelet qui le suit et qui lui donne une courbure de surface libre de plus en plus marquée.

Nous nous sommes attachés à l'aspect numérique du problème en confrontant une nouvelle fois notre logiciel à un autre code, spécialisé cette fois dans la modélisation filaire de propagation d'ondes sévères. Les caractéristiques très différenciées de ce dernier donne les meilleurs atouts pour répondre aux dernières interrogations sur la portée des résultats en géométrie réelle.

VII.4.1. OPTIMALISATION DU TEMPS DE CALCUL PAR MAILLAGE ADAPTATIF

Le bon déroulement d'une application réelle de rupture implique de doter le code de quelques attributs indispensables tout en réduisant au maximum la charge numérique qu'elle implique. Tout en exploitant les avantages inhérents à une approche implicite, nous avons tenté d'en limiter les désagréments en agissant d'abord sur l'aspect purement numérique de taille mémoire. Le travail optionnel par blocs d'équations a ainsi permis de reculer substantiellement les limites en matière de discrétisation analysable par le logiciel.

Néanmoins, la réduction la plus drastique en temps de calcul d'une rupture fut obtenue en cherchant à ne travailler à chaque pas qu'avec une seule discrétisation réellement impliquée par la propagation. Celle-ci est par conséquent limitée par le logiciel à tout l'amont jusqu'au(x) front(s) de propagation, avec quelques mailles « de sécurité ».

Cette réduction au plus juste de la taille des systèmes d'équations à résoudre, révisable à chaque pas, serait particulièrement simple à mettre en œuvre si elle ne devait s'appliquer, en toute généralité, à une propagation en réseau quelconque.

La procédure mise en œuvre examine à chaque pas temporel la situation du système en détectant le déplacement des fronts dans les ramifications du réseau. Dans chaque bras, elle prolonge alors le nouveau maillage potentiel, au delà de ces fronts, du nombre de mailles de sécurité prescrit pour la modélisation. Elle analyse enfin la configuration la plus défavorable compte tenu de ces données.

La modélisation peut donc ne pas exploiter une partie de la géométrie fournie, notamment certaines portions des bras latéraux, s'il s'avère par exemple qu'une inversion de débit s'est produite avant d'avoir « remonté » l'ensemble des mailles du bras concerné.

En dehors de cette option de maillage évolutif, toutes les dispositions informatiques ont été prises pour conserver les informations indispensables à l'élaboration de cartes des zones exposées, à savoir, pour chaque point discrétisé, les hauteurs maximales atteintes ainsi que l'instant initial de submersion.

Ainsi se complète toute l'information nécessaire à l'établissement de plans d'alerte, dans la perspective de mettre en place des systèmes adéquats d'avertissement de la population et d'élaboration de plans d'évacuation.

VII.4.2. MODÉLISATION D'UNE RUPTURE PROGRESSIVE EN GÉOMETRIE RÉELLE

La France a réagi à la rupture catastrophique du barrage de Malpasset par un renforcement progressif de la réglementation en matière de sécurité des barrages. Il a notamment donné lieu, en 1970, à un arrêté rendant obligatoire l'établissement de plans d'alerte et de secours aux populations pour tout ouvrage dépassant 20 m de haut et retenant 15 millions de mètres cubes au moins. Ce contexte a valu aux spécialistes français de jouer le rôle de précurseurs en matière de modélisation numérique de propagation d'ondes raides.

Le bureau d'ingénieur-conseil français Coyne et Bellier a participé à cette évolution en se dotant d'un code unidimensionnel apte à calculer une propagation sur fond sec. Son module numérique NAIADA-R s'appuie sur la formulation par différences finies de Colin et Pochat, dans l'hypothèse d'un fond initialement sec. La formulation explicite de Lax Wendroff s'applique à l'écoulement sain, complétée d'un calcul séparé du front d'onde (limite aval mobile) inspiré des travaux de Chervet et Dallèves (Colin et al).

Les différences marquantes dans les options retenues nous placent dans les meilleures conditions pour juger objectivement du champ d'action de la méthode développée.

Le contexte de la comparaison est une hypothèse de rupture progressive du barrage français de Bouzey en topographie réelle. Une évaluation préalable de la situation évolutive au niveau de la brèche a conclu à un hydrogramme au droit du barrage qui est visible sur la figure VII.5 (le barrage étant situé à l'abscisse $x = 0$ m). Ce flot se propagera sur le fond supposé sec des 18 kilomètres de la vallée de l'Avière qui séparent le barrage de la confluence avec la Moselle.

Les 20 profils en travers fournis par Coyne et Bellier montrent une alternance de passages encaissés et d'élargissements. Une totale liberté est laissée à chaque code pour établir ses propres relations utiles au calcul ainsi que pour générer, le cas échéant, des profils intermédiaires additionnels qui n'ont pas été caractérisés.

La distribution en long du coefficient de frottement repose sur une observation par Coyne et Bellier du type de couverture rencontré à chaque section. Elle s'établit par référence à une série de relations prédéfinies par un choix arbitraire, sinon empirique, de critères qui lient le type de relief, la nature et la densité de la végétation ainsi que la présence d'agglomérations à forte densité de constructions, à des valeurs volontairement sévères du coefficient de frottement.

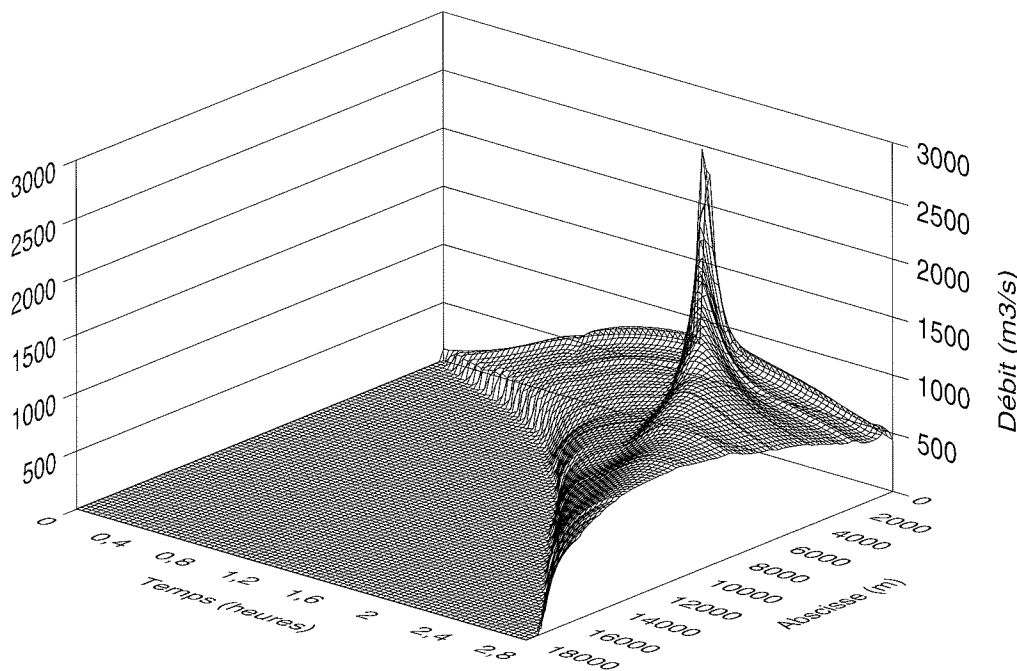


Figure VII.5. – Évolution temporelle du débit sur l'ensemble de la topographie

Coyne et Bellier a opté pour une maille spatiale régulière de 50 m et un pas temporel de 0,5 s afin de fournir, durant les 3,5 premières heures qui suivent le début du processus de ruine, les cotes instantanées toutes les 10 minutes en différentes abscisses.

Le contexte limitatif de notre code nous contraint à procéder à une phase préliminaire de calcul de ligne d'eau stabilisée, évaluée pour un débit négligeable en regard des pics atteints (moins de 2 % du pic au barrage). Dans ces conditions, la propagation proprement dite par éléments finis a tiré profit du caractère plus stable de son schéma implicite en adoptant pour le calcul une maille spatiale plus lâche de 100 m et un pas temporel largement supérieur de 4 s.

Au-delà d'une comparaison édifiante des solutions, la figure VII.6. donne un idée de la correspondance des résultats plus complets qui ont été confrontés tandis que la figure VII.5. illustre la rapide extinction du pic de débit passant de 3000 m³/s au barrage à des valeurs maximales ne dépassant plus les 1200 m³/s à l'issue de 2 heures de propagation.

En se propageant plus vite que les ondes de débits lâchés à l'initiation du phénomène de rupture, l'onde principale rattrape et accentue le front de propagation, contribuant ainsi à porter la vitesse moyenne sur la dernière heure à 2,4 m/s. Cette accroissement trahit également l'importante action d'un frottement très inégalement distribué, conformément aux tests de sensibilité déjà révélés par Benoist et al concernant l'influence du frottement sur la célérité du front.

En conclusion, les différences d'option de calcul n'induisent aucune divergence dans les vitesses de propagation. L'approche spécifique à chaque logiciel pour gérer ses données topographiques et pour reconstituer la géométrie n'est à l'origine d'aucun écart significatif sur les résultats alors que les sections test choisies coïncident avec des sauts dans les valeurs des paramètres de frottement, ce qui ne fait qu'ajouter à la crédibilité de la comparaison.

Le caractère volontairement généraliste du code développé n'implique aucune restriction d'utilisation d'autant que l'économie réalisée avec le recours au maillage progressif, couplé à de larges pas de temps, rend la méthode très attractive. L'excellent bilan volumique global ne fait que confirmer ce sentiment, en proposant pour ce type d'application une erreur relative infime de 4.10^{-4} .

Nous terminerons sur les propos de Colin et al en constatant que les plus grands écarts constatés sont de toute manière sans aucune commune mesure avec ceux que pourraient créer des erreurs dans la fixation des paramètres physiques de la modélisation.

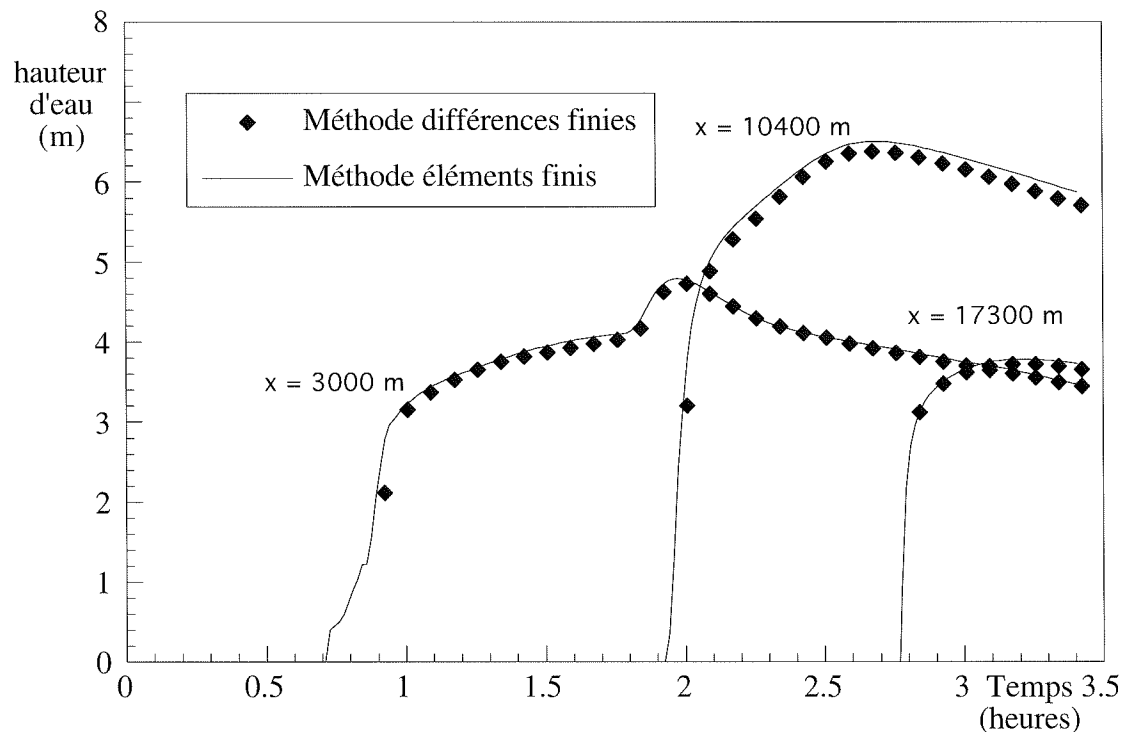


Figure VII.6. – Évolution temporelle de la hauteur d'eau en $x = 3000, 10400, 17300$ m

VII.5. Naissance d'un ressaut en conditions réelles

Concluons par une dernière application de l'hydraulique générale en observant la fiabilité des réactions du logiciel lorsque les particularités topographiques des lits naturels de rivière sont le théâtre de modifications locales du régime d'écoulement.

Le fond d'un canal rectangulaire large de 10 m connaît une succession de trois pentes, respectivement de 10^{-2} m/m, 5.10^{-2} m/m et 10^{-2} m/m. Chaque tronçon, d'une égale longueur de 100 m, possède un fini de surface lui assurant un coefficient de frottement constant de $n = 0,04$.

Dans une première phase, le problème est posé sous la forme de deux états stationnaires indépendants, sous l'emprise toutefois d'une régulation aval commune qui maintient invariablement une profondeur aval de 7 m. Le niveau amont ne subit quant à lui aucune imposition.

L'analyse de la forme de surface libre obtenue dans chaque cas émerge d'un raisonnement typique aux tracés de lignes d'eau.

Dans le premier état, nous combinons la profondeur aval imposée avec un débit faible pour noyer l'ensemble de la topographie sous une ligne d'eau quasi-horizontale. Avec $5 \text{ m}^3/\text{s}$, le profil de surface libre ne s'incurve de façon visible, pour compenser l'effet du frottement, que sur le tronçon amont où les faibles profondeurs induisent des vitesses plus importantes.

L'analyse classique des formes possibles de lignes d'eau proposées par l'hydraulique stationnaire établit que le tracé, construit à partir de l'aval, se compose de trois segments caractéristiques d'états infracritiques.

Néanmoins, la pente relative du second tronçon suggère une situation plus intéressante, qui sera forcée dans le second état caractérisé par un débit de $100 \text{ m}^3/\text{s}$.

Si la hauteur aval impose à nouveau de remonter du point aval par une ligne de type aval, le débit est cette fois trop important conserver cet état infracritique jusqu'à la première transition de pente. On établit alors qu'un état infracritique perdure dans le tronçon amont, caractérisé cette fois par un état critique ($Fr = 1$) à la première rupture de pente de fond. À son aval, un écoulement torrentiel se développe, qui ne peut assurer son raccord avec l'état infracritique du dernier tronçon que par un ressaut. L'examen des hauteurs conjuguées permet de le positionner correctement.

La figure VII.7. illustre le résultat de cette « construction » non immédiate qui oblige tout logiciel de tracé de lignes d'eau par isoclines ou par simples différences finies, quel que soit son degré d'automatisation, à ordonnancer son calcul selon une certaine logique et à procéder en plusieurs étapes distinctes.

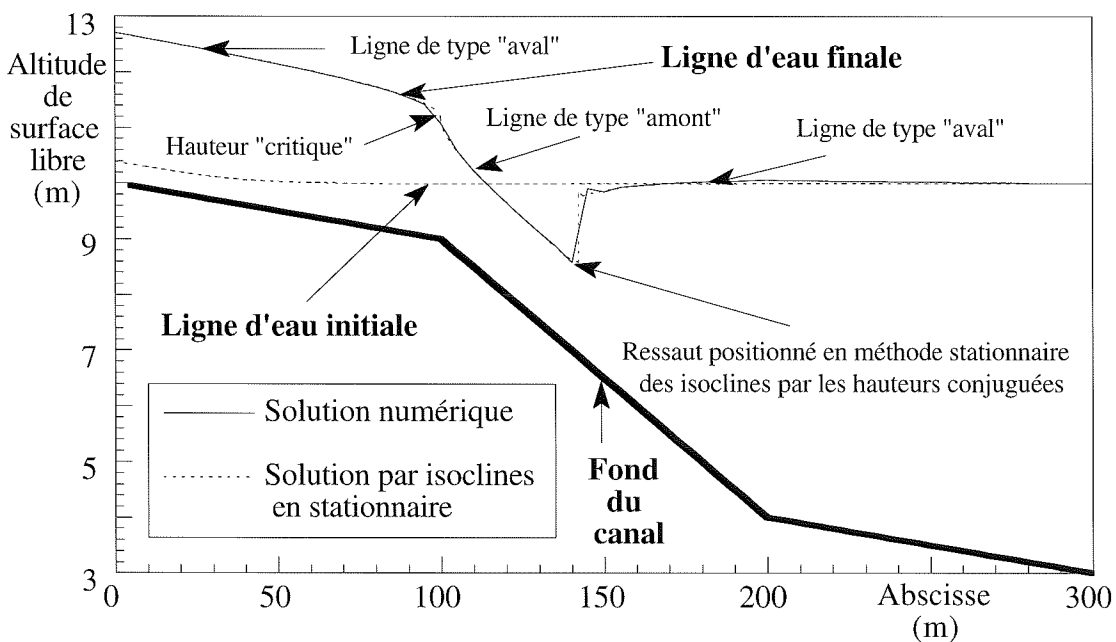


Figure VII.7. – Lignes d'eau stabilisées à l'origine et à l'issue de la modélisation

Cette première description des solutions stationnaires démontre clairement qu'un certain bon sens doit orienter l'ordonnancement du calcul, définissant des points caractéristiques internes et orientant le sens de progression suivant la ligne à construire. Nous allons voir que l'approche instationnaire par la méthode proposée ne s'embarrasse pas de ces considérations.

Avant d'analyser la simulation proprement dite, soulignons la situation volontairement engendrée d'une ligne aval à chaque extrémité du modèle. Ce contexte permet de ne travailler qu'avec une condition de débit à l'amont du domaine et une imposition de hauteur à l'aval.

Au départ d'une surface libre parfaitement horizontale, nous laissons le logiciel installer progressivement le premier état recherché en n'imposant qu'une condition invariable de débit à l'amont du domaine et une pour la hauteur à l'aval. Soulignons par ailleurs la situation volontairement introduite d'une ligne aval à chaque extrémité du modèle afin de limiter précisément le nombre de conditions à imposer.

À l'issue d'une phase de mise en charge essentiellement de l'amont de la ligne, une première comparaison des surfaces libres est visualisée à la figure VII.7. Les différences y sont si minimales qu'il est difficile de les différencier à l'échelle du dessin. Pour le tracé des figures, cet état stable est censé marquer le départ de la modélisation proprement dite.

Sur base de ce premier état parfaitement reconstitué, nous assurons une transition vers le second état en imposant des conditions adéquatement évolutives à l'extrémité amont. Plus précisément, la transition linéaire du débit par rapport au temps, de $5 \text{ m}^3/\text{s}$ à $100 \text{ m}^3/\text{s}$, sera suffisamment graduelle pour garantir qu'un état infracritique subsiste à tout moment à cette extrémité. Dans le cas contraire, l'imposition de deux conditions caractéristiques d'un état torrentiel nous apparaissait comme un conditionnement possible du système.

C'est donc avec une liberté maximale que le système est amené à réagir à une succession de situations internes qui le contraignent tôt ou tard, pour respecter la solution théorique, à installer en son sein un ressaut.

Au terme de cette transition graduelle de débit amont et d'une stabilisation suffisante, la ligne stationnaire de la figure VII.7. est comparée à son homologue par isoclines.

Il est manifeste que le schéma a correctement assimilé les divers régimes, en les faisant cohabiter sans manifester d'oscillation parasite prononcée avec, en particulier, une hauteur critique au droit de la première rupture de pente correctement reproduite. Quant au principal objet d'intérêt que constitue la création d'un ressaut, nous le découvrons à la fois correctement situé en abscisse, suffisamment raide pour cantonner la transition sur une maille et l'assurer entre deux hauteurs conjuguées qui correspondent à la théorie.

Ainsi, au sein d'un domaine limité par des conditions représentatives d'écoulements locaux infracritiques, le logiciel a pu gérer des circonstances internes menant à la formation de discontinuités correctement simulées.

Mais bien plus que d'obtenir la structure complète de la solution stabilisée, sans aucune préoccupation des phénomènes qui peuvent s'installer, la figure VII.8. révèle toute l'information instationnaire du chemin suivi, avec notamment la réflexion de l'onde de hauteur sur l'extrémité aval. Elle remonte vers l'amont jusqu'à buter sur l'installation du régime torrentiel dans l'amont du second tronçon, pour s'évanouir progressivement sous l'effet du frottement.

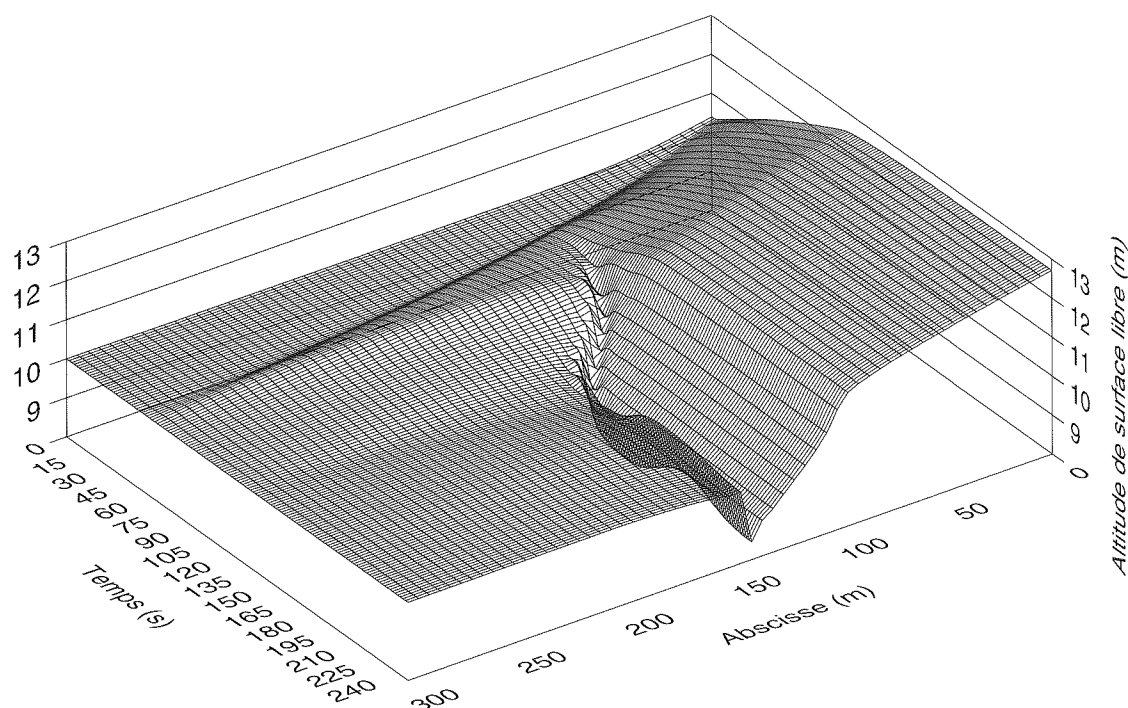


Figure VII.8. – Évolution temporelle de la surface libre sur l'ensemble du canal

VII.6. Conclusion

Par opposition à l'utilisation de logiciels hydrauliques comme boîtes noires, la simulation d'une propagation de fronts raides constitue le domaine par excellence qui requiert une connaissance approfondie des propriétés de la méthode mise en œuvre. L'ignorance de ses caractéristiques intrinsèques ainsi que de ses limitations, dans des modélisations qui sont de nature à les exacerber, conduit inévitablement à un manque total de fiabilité.

Nous avons démontré que le logiciel était fiable dans les circonstances les plus générales de topographie irrégulière, de distribution de frottement ou d'inégale répartition de vitesse.

En propagations d'ondes de forte amplitude, il paraît logique d'enregistrer les mêmes succès puisqu'aucun régime potentiel d'écoulement ne peut davantage être exclu, tant pour le front d'onde et l'écoulement principal que pour ceux qui naissent dans les éventuelles ramifications, avec des vitesses induites dans le système approchant ou excédant parfois largement la célérité des ondes. Mais en sus, la spécificité d'un front raide, responsable de problèmes spécifiques souvent très révélateurs d'effets numériques indésirables dans les propagations, n'engendre ici aucun effet pervers.

Nous disposons ainsi d'un logiciel capable de propager avec la même facilité en réseaux tant une série d'hydrogrammes latéraux élémentaires, pour reconstituer la genèse d'une crue, qu'une onde induite par la rupture d'un ouvrage, dans la perspective d'établissement de plans d'alerte et d'évacuation.

CHAPITRE VIII

Modélisation d'une crue sur le bassin du Blanc Gravier

VIII.1. Introduction

L'idée d'entreprendre des études hydrologique et hydrogéologique du domaine du Sart Tilman fut émise pratiquement dès son acquisition par l'Université de Liège. Elle visait à préciser ses ressources en eau, à en établir le bilan et à déterminer l'influence, sur le cycle originel de l'eau, de l'implantation du Campus Universitaire. Cette suggestion revêtait un caractère économique compte tenu du rôle que joue la connaissance des caractéristiques hydrologiques et hydrogéologiques dans les projets de modification du site.

Elle s'est finalement concrétisée par une étude systématique du bassin versant du ruisseau du Blanc Gravier, dont l'analyse exhaustive est rapportée dans deux mémoires (Calembert et al, Eskénazi).

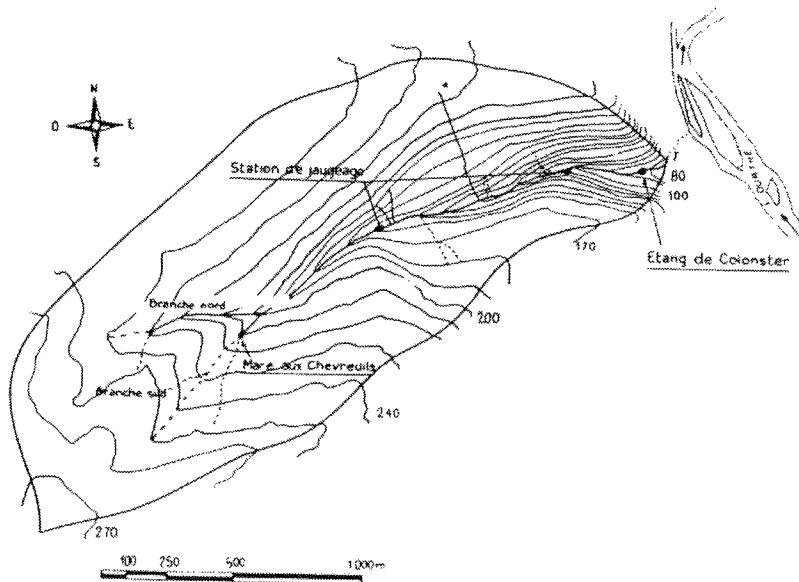


Figure VIII.1. – Réseau hydrographique du bassin versant du Blanc Gravier (selon Eskénazi)

Le Blanc Gravier prend sa source dans le domaine universitaire à la cote approximative de 250 m et se jette dans l'Ourthe à la cote de 72 m. La superficie, projetée horizontalement, du bassin topographique de ce ruisseau et de ses affluents est estimée à 228 ha. Les études citées ont montré qu'il s'agissait d'un bassin modeste, à débits assez faibles, imputables à la couverture végétale dense et aux pertes significatives par infiltration.

Sa bonne connaissance et la campagne prolongée de mesures dont il a fait l'objet le désignent comme site idéal d'application pour illustrer et enchaîner l'ensemble de nos raisonne-

ments. Plus précisément, nous suivrons l'expérience de Eskénazi dans son choix d'une averse brève et isolée donnant toute garantie d'un hydrogramme résultant non influencé par les précipitations antérieures.

Le hyétogramme sélectionné (figure VIII.2.) illustre la forte intensité de pluie à précipiter sur le modèle. Il provient du dépouillement des mesures d'un pluviographe journalier placé sur le bassin. Le pic observé et son isolement dans le temps garantissent que l'hydrogramme mesuré à l'exutoire du bassin résulte en grande partie du ruissellement superficiel qui retient notre attention dans ce travail.

La seconde mesure indispensable pour cette confrontation, l'hydrogramme résultant à l'exutoire, provient d'une station de jaugeage constituée d'un canal de Parshall métallique (Calembert et al). L'hydrogramme global correspondant à la pluie sélectionnée est illustré à la figure VIII.2. Pour une future comparaison avec la modélisation, nous en avons extrait la composante de ruissellement direct en observant, en coordonnées semi-logarithmiques, les ruptures de pente dans la phase de récession de l'hydrogramme.

Si la résultante purement ruisselante présente une incertitude inhérente au procédé de séparation, elle n'en donne pas moins certains ordres de grandeurs significatifs pour un jugement global du logiciel développé.

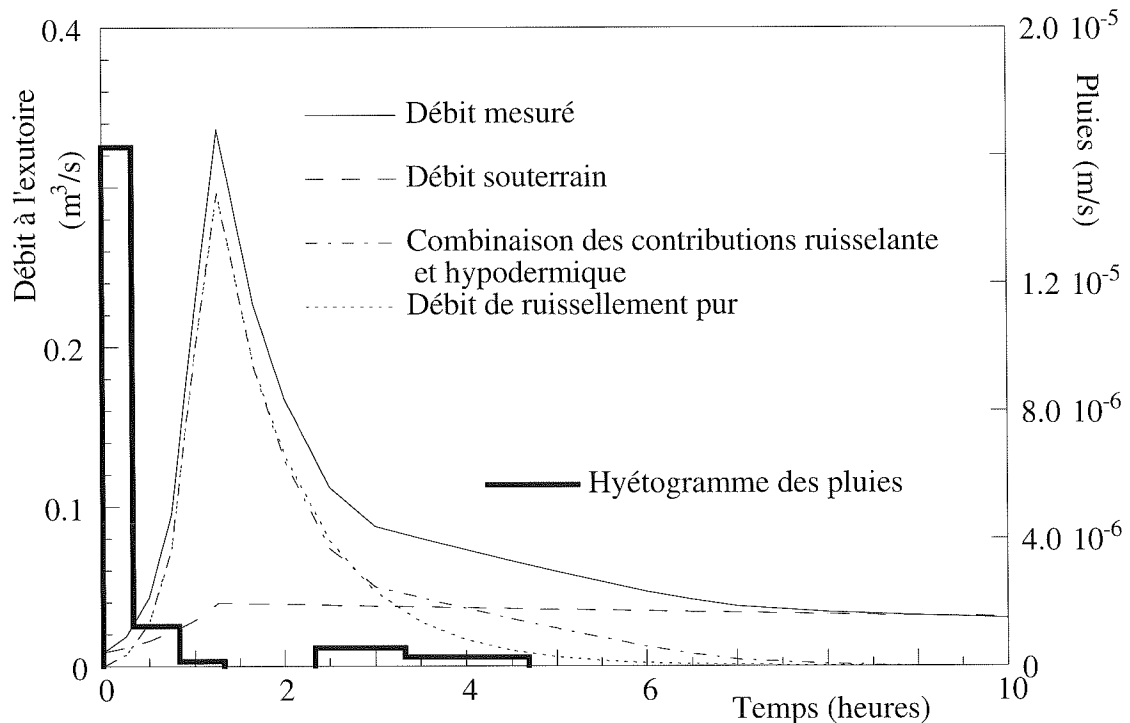


Figure VIII.2. – Hyétogramme mesuré sur le bassin du Blanc Gravier et hydrogramme mesuré à la station de jaugeage

VIII.2. Phases topographiques préalables aux modélisations d'écoulement sur le bassin du blanc gravier

L'ensemble des études publiées sur le domaine, ainsi que la proximité des lieux, nous placent nécessairement en terrain connu. Nous appliquerons cependant la méthode de la façon la plus objective possible en respectant la succession classique des différentes phases, lesquelles sont censées tout ignorer de la géométrie.

Ainsi, nous supposons ne disposer à l'origine que d'un nuage tridimensionnel de 917 points présumés englober le bassin à étudier, ainsi que d'une description du réseau filaire de ruisseaux qui le drainent, donnée par une succession de nœuds.

Suivons les phases successives préparatoires au calcul proprement dit :

1. Aucune représentation significative du terrain n'est envisageable sans maillage sur les points. Nous débutons par cette étape en forçant la discrétisation à respecter, avec les côtés de ses éléments, la géométrie filaire du réseau.

Cette opération très rapide permet de disposer d'une surface constituée de facettes qui se prête bien à une analyse de la topographie, par représentation tridimensionnelle du bassin versant, du type de celle de la figure VIII.4., ou par construction optionnelle et représentation suggestive des lignes de niveau.

Cette discrétisation constitue surtout le support commun à toutes les opérations futures menées sur le bassin. La première d'entre elles consiste à délimiter topographiquement les zones impliquées dans le calcul d'écoulement pour un exutoire A situé à aval du réseau de ruisseaux.

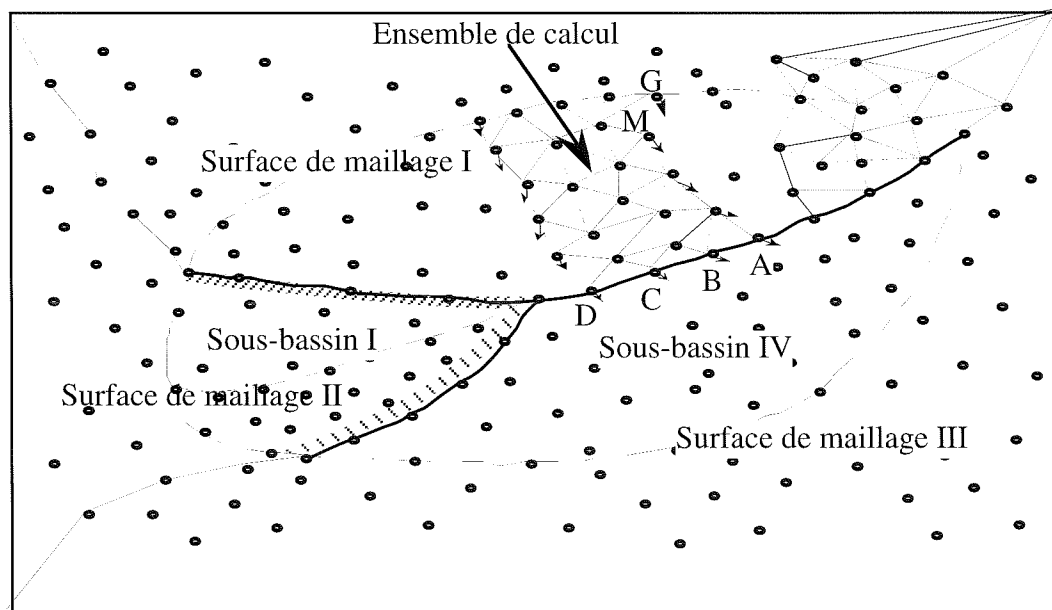


Figure VIII.3.– Schématisation des données et des différentes phases préalables aux modélisations d'écoulement hydrologique consécutif à une pluie

2. Même si cette opération n'est pas indispensable pour la suite des opérations, le logiciel laisse la possibilité de délimiter l'ensemble du bassin qui influence l'écoulement d'un exutoire donné. Cette procédure travaille au départ du segment le plus aval du réseau filaire. Par des tests sur les pentes des facettes planes, la surface élémentaire impliquée au départ va étendre progressivement son emprise sur l'ensemble du bassin en travaillant sur le champ discontinu de pentes.

La construction prend fin lorsqu'il n'existe plus de triangles possédant une « pente entrante » par rapport à la frontière instantanée qui est progressivement délimitée pour enserrer le bassin. En impliquant un ensemble de 1423 triangles construits sur 698 points, pour une superficie totale de 226,7 hectares, cette frontière limite une zone qui s'identifie pleinement aux relevés classiques sur carte à l'échelle.

Cette méthode de travail n'exploite pas toutes les potentialités du logiciel puisque, notamment, elle ne révèle ni la présence ni la situation de la crête de partage dans la zone topographique comprise entre les deux affluents. Le fractionnement du bassin en sous-domaines reprenant toutes les informations indispensables à la fixation future des conditions limites demande d'affiner quelque peu la procédure.

3. Cette dernière analyse débutera en partant de l'aval des ramifications d'ordre le plus élevé. Recherchons plus précisément les éléments qui influencent successivement les rives hachurées à la figure VIII.3. pour les deux affluents du ruisseau principal. Le logiciel BASVERS peut en effet limiter ses recherches à une seule rive en initialisant sa mémoire de tests de segments analysés.

Nous obtenons ainsi les deux premiers « sous-bassins » situés à l'amont. Le stockage progressif des tests effectués implique ensuite d'examiner séparément les rives du cours d'eau principal. La phase s'achève avec 4 sous-domaines illustrés à la figure VIII.4.

L'exagération par un facteur 3 de l'échelle verticale suggère plus clairement le type de topographie étudiée, avec des pentes faibles aux sources des ramifications qui font place à des versants plus abrupts enserrant l'aval du cours principal.

Cette disposition géométrique contribue sans doute à une réponse rapide de l'hydrogramme à l'exutoire, consécutive à une pluie donnée, puisqu'à égalité des paramètres de frottement sur l'ensemble du bassin, les segments aval du cours d'eau seront plus promptement alimentés.

4. La délimitation des 4 zones influençant réellement l'hydrogramme à l'aval nous amène à des préoccupations plus étroitement liées à l'aspect numérique de la modélisation d'écoulement de surface. Car si rien n'empêche a priori d'envisager une succession de simulations sur ces 4 bassins, elles ne seront réalisables qu'après avoir choisi une option pour assurer la continuité des débits aux nœuds.

Nous ne reviendrons pas sur les raisons qui nous poussent, parmi les diverses possibilités existant au sein du logiciel, à choisir la voie d'une action préalable sur les données topographiques. Nous insisterons simplement sur l'importance primordiale de l'ordonnement des phases de détermination des sous-bassins, puisque la conversion séparée des données sur chaque sous-domaine leur assure de conserver les mêmes lieux d'imposition de condition aux limites, sans devoir modifier le maillage originel.

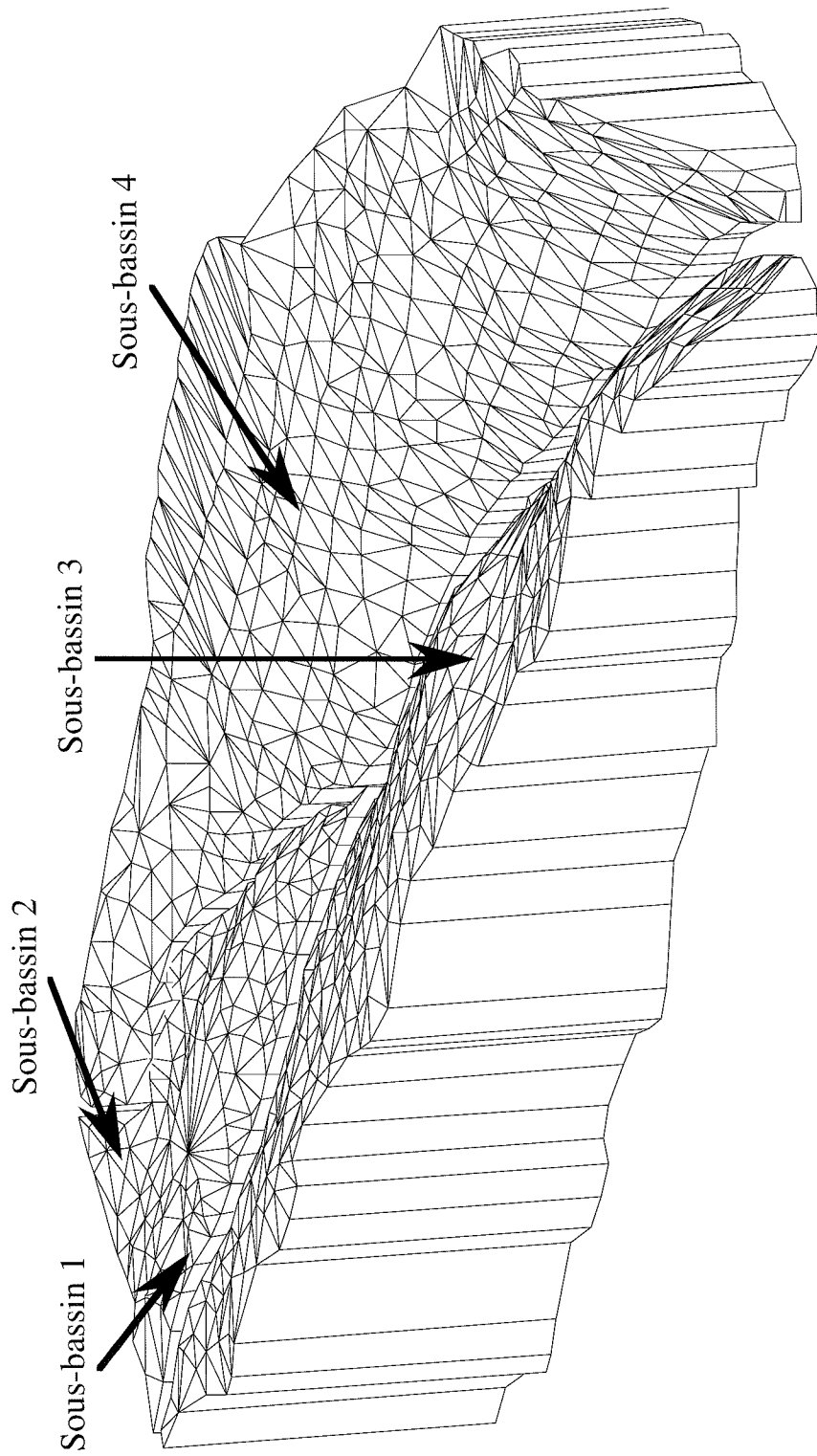


Figure VIII.4. – Représentation tridimensionnelle du bassin du Blanc Gravier avec ses 4 sous-bassins

Outre le fait que cette approche ne trahit pas la distribution initiale des irrégularités, elle a surtout le mérite de ne pas influencer sur les surfaces impliquées dans la modélisation, comme le vérifiera la phase ultérieure de morcellement des bassins. Rappelons encore que le modèle d'écoulement proprement dit n'est en rien lié à l'hypothèse adoptée pour cette conversion préalable et s'accommoderait de pentes obtenues par génération de surfaces complexes sur les points initiaux.

Cette option d'une préparation préalable aux simulations proprement dites nous dispense donc de travailler numériquement avec une variable supplémentaire. Elle marquerait le terme des phases préalables aux simulations si chaque bassin avait une taille raisonnable pour être traité d'un seul tenant.

Si le problème ne se pose pas pour les ensembles 1 et 2, la taille des deux autres sous-bassins suggère un fractionnement supplémentaire pour mieux s'accorder aux possibilités de la machine de type P.C. qui les prendra en charge.

5. Le module d'éclatement automatique d'un sous-bassin en plusieurs ensembles de calcul délimite ces derniers sur base des segments de rivière qu'ils alimentent.

Considérons, par exemple, la construction d'un seul ensemble alimentant entièrement les segments imposés AB, BC, CD de la figure VIII.3. Le logiciel délimite progressivement la zone topographique qui les influence en procédant sur le champ continu des pentes du sous-bassin considéré (par exemple le sous-bassin 1 de la figure VIII.4.). Elle s'assure que tout segment de la frontière construite qui ne s'identifie pas à une ligne de crête possède une pente normale sortante par rapport à la surface emprisonnée (voir le segment GM par exemple à la figure VIII.3.).

Ainsi s'élabore un « ensemble de calcul » qui inclut des fractions de ligne d'eau ininterrompues depuis leur limite amont. Cette précaution garantit, avec l'annulation des hauteurs sur les lignes de crête, une série de problèmes numériques bien posés.

La détermination de l'intégralité des ensembles de calcul s'effectue en considérant, dans chaque sous-bassin à morceler, tous les segments de rivière par petits groupes séparés.

On impose à deux ensembles de calcul successifs de posséder deux segments de rivière en commun. La nécessité du chevauchement, parfois considérable, qui en résulte, a été justifiée dans la partie théorique de ce travail. Des tests systématiques sur des ensembles voisins ont prouvé que cette mise en commun est suffisante pour assurer une parfaite identité des résultats, dans chaque ensemble, pour le nœud central des segments partagés.

Le nombre de segments à la base de chaque construction est fixé de façon telle que le nombre d'inconnues nodales sélectionnées soit sensiblement constant pour chaque ensemble, de manière à réaliser, pour la machine utilisée, un juste compromis d'une part entre une succession de modélisations brèves et d'autre part le surcroît d'efforts numériques résultant du chevauchement des surfaces.

Même si cette description exhaustive des manipulations topographiques préalables apparaît longue et aride, leur réalisation informatique, complètement gérée par l'ensemble des procédures mises au point, les rend quasi-instantanées et extrêmement souples, tant dans le choix des dimensions finales que dans les possibilités de visualisations.

Du nuage de points, en passant par les sous-bassins et la conversion topographique, pour terminer par le partage final en ensembles de calcul, nous nous retrouvons finalement avec 16 ensembles autonomes présentant toutes les conditions requises pour une prise en charge correcte par le module d'écoulement hydrologique.

Plus rien ne s'oppose désormais à 16 modélisations séparées d'un écoulement de surface consécutif aux précipitations reprises à la figure VIII.2.

VIII.3. Détermination des paramètres de modélisation

Les différents fichiers générés n'attendent plus qu'une définition des propriétés morphologiques du terrain considéré. La fixation des valeurs adoptées résulte du sens que nous souhaitons donner à cette modélisation.

Nous avons développé un logiciel capable de répercuter n'importe quelle distribution, à l'échelle des éléments de discrétisation, tant pour les précipitations que pour les propriétés du sol. Mais l'absence de mesures de précipitations en des points variés du bassin nous empêche de revendiquer une quelconque irrégularité dans sa distribution spatiale. La description, au moment de l'événement pluvieux analysé, de la couverture végétale du terrain étudié (Calembert et al, Eskénazi) nous place dans une position similaire vis-à-vis des valeurs de frottement et d'infiltration.

Dans ce contexte, il paraît plus logique de s'attacher à prouver qu'un choix raisonnable de valeurs uniformes sur le domaine est de nature à produire des résultats concordants plutôt que d'adopter une description spatiale très différenciée des diverses données, qui ne pourrait être réellement justifiée a posteriori sur d'autres critères que la recherche d'une meilleure correspondance des résultats avec les mesures in situ. L'analyse d'un seul événement pluvieux ne fait que renforcer cette position.

Nous avons donc orienté nos choix sur base d'une description globale des propriétés d'une couverture végétale rapportée comme majoritairement boisée à cette époque (89 % de futaie résineuse, futaie feuillue et taillis sans futaie, selon Eskénazi). Nous nous sommes inspirés, pour fixer le coefficient de frottement de Manning, des valeurs données par Ross et al pour ce type de couverture. En choisissant $n = 0,5$, nous retrouvons également une valeur moyenne des résultats expérimentaux établis par Djenidi. Cette valeur s'affirme enfin comme une synthèse des coefficients d'expérimentations unidimensionnelles sur modèles physiques (Izzard, Foster et al).

Les importantes différences de grandeur, constatées dans la littérature, pour les coefficients d'infiltration, attestent à la fois de leur sensibilité et d'un nécessaire calage spécifique à chaque bassin étudié. Nous savons d'emblée, par l'étude des bilans menée par Eskénazi, qu'on peut tabler sur une vitesse moyenne d'infiltration, au cours de l'averse, de l'ordre de 2.10^{-6} m/s. Cette valeur assez importante est imputable à la reconstitution partielle du stock d'humidité d'un sol qui se trouve dans un état très sec au début de l'enregistrement de l'événement pluvieux considéré (mois de juillet).

Sur base de valeurs suggérées par Chow ou Motta et al sur un type de terrain correspondant, nous avons tenu compte de cet état initial de sécheresse en adoptant une valeur $i_0 = 14.10^{-6}$ m/s, tandis que l'infiltration finale (K_d), lorsque le sol est saturé, a été estimée à 5.10^{-7} m/s. La caractérisation de la loi exponentielle d'infiltration a alors été complétée en choisissant $13.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ pour valeur du coefficient f_H .

Constatons qu'avec ces circonstances initiales de sécheresse et, par conséquent, une faible part du volume total précipité consacré au ruissellement, l'ensemble de ces valeurs prend une importance prépondérante pour une évolution correcte des pics de débit. La formulation non-linéaire rend par ailleurs leur détermination d'autant plus compliquée que leur effet final se combine avec les caractéristiques topographiques et les paramètres de frottement du sol.

Le type de couverture végétale rencontrée intervient à un autre niveau de la modélisation. Nous avons en effet insisté sur le fait qu'il fallait abandonner la définition habituelle d'une pluie nette composée des seuls volumes précipités qui, au terme de l'écoulement de surface, se retrouvent à l'exutoire.

Nous allons ici réellement précipiter sur le modèle l'intégralité des pluies qui parviennent à la surface du sol. Cependant, la végétation dense de la couverture végétale de juillet intercepte des volumes considérables qui ne percutent jamais le terrain. Sur base des bilans moyens établis sur le bassin, la composante interceptée a été estimée à 20 % du volume précipité, en totale correspondance avec les mesures de Bultot et al sur un même type de couverture.

Soulignons immédiatement, par comparaison des valeurs d'infiltration initiale et de précipitations, que nous obtiendrons la situation réaliste d'une absence complète de ruissellement suite à l'infiltration de la totalité des apports aux premiers instants de la modélisation.

Chaque simulation sur un élément de calcul adopte une valeur commune du pas temporel de 60 s et se poursuit jusqu'au tarissement complet de l'ensemble des écoulements en fine lame. Le décentrement spatial des fonctions de forme respecte l'intégralité des conclusions tirées dans la partie hydrologique du travail tandis que le décentrement spatial demeure quasi-nul. Une hauteur nulle est imposée sur tout segment de frontière qui coïncide avec une ligne de crête.

VIII.4. Modélisations d'écoulement en fine lame

Une première succession de 16 passages sur des éléments rendus volontairement imperméables sert à vérifier le bilan global des volumes. Ce test est représentatif d'abord de la qualité à la fois du décentrement spatial adopté et de la méthode de partage en éléments autonomes, révélateur enfin des éventuelles imprécisions introduites par les nombreux recouvrements adoptés pour chacun d'entre eux. Ces premières simulations confirment également l'aptitude de la méthode de balayages à assurer, dans chaque ensemble, un déplacement correct des frontières à condition limite imposée, lorsque l'écoulement en fine lame subit un tarissement qui progresse depuis la ligne de crête.

En sommant les contributions de chaque débit normal qui se déverse de part et d'autre des ramifications filaires de cours d'eau, nous avons pu vérifier que l'erreur relative, par rapport au volume total précipité, restait inférieure au pourcent, ce qui confirme la qualité des choix numériques en topographie réelle.

Le calcul en conditions réelles d'infiltration consiste en 16 simulations rapides qui se focalisent, au niveau des résultats, sur l'évolution temporelle des débits normaux se déversant de part et d'autre des 57 segments du réseau filaire de rivières.

Il est impossible ici de reproduire l'ensemble des diagrammes de débits normaux issus des simulations et qui sont indispensables à la phase ultérieure de propagation dans le réseau de cours d'eau. Par commodité, nous choisirons donc d'illustrer les résultats pour quelques segments concernés par l'ensemble de calcul n°5, situé sur la rive gauche du cours principal du Blanc Gravier. La figure VIII.5. montre à la fois cet élément, la surface qu'il partage avec l'élément n°4 ainsi que leurs homologues de l'autre versant qui alimentent les mêmes segments de rivière.

Chaque simulation sur l'ensemble considéré fournit, à chaque pas temporel, un diagramme trapézoïdal de débit normal par unité de largeur, schématisé à la figure VIII.6. Les deux valeurs nodales de ces diagrammes sont mémorisées en fonction du temps.

Compte tenu du chevauchement de deux ensembles de calcul successifs, créé par le partage de deux segments de rivière, on peut considérer que la jonction réelle de chaque ensemble se produit au nœud central de ces segments communs. La vérification des débits normaux en ces points de jonction, calculés dans les deux ensembles qui l'incluent, atteste d'une superposition suffisante puisque les différences restent imperceptibles.

Même si la préoccupation majeure reste l'élaboration des diagrammes de débits latéraux déversés, la figure VIII.6. rappelle que les évolutions de hauteur d'eau en fonction du temps restent disponibles sur l'ensemble du modèle. Les quelques points illustrés pour l'ensemble n°5 sont localisés à la figure VIII.5. Ces résultats soulignent également que le soin apporté pour une résolution fiable, reproduisant localement des discontinuités qui feront rarement l'objet d'attention en exploitation intensive de la méthode, conditionne entièrement la fiabilité des diagrammes obtenus aux frontières de chaque ensemble.

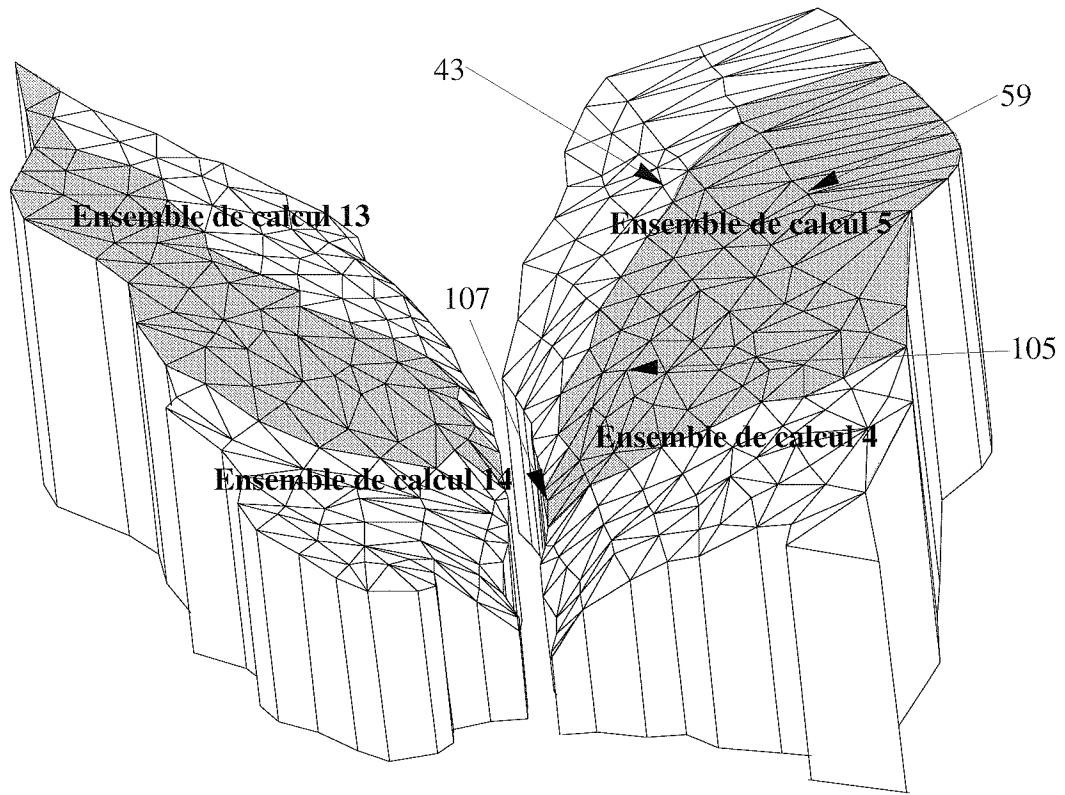
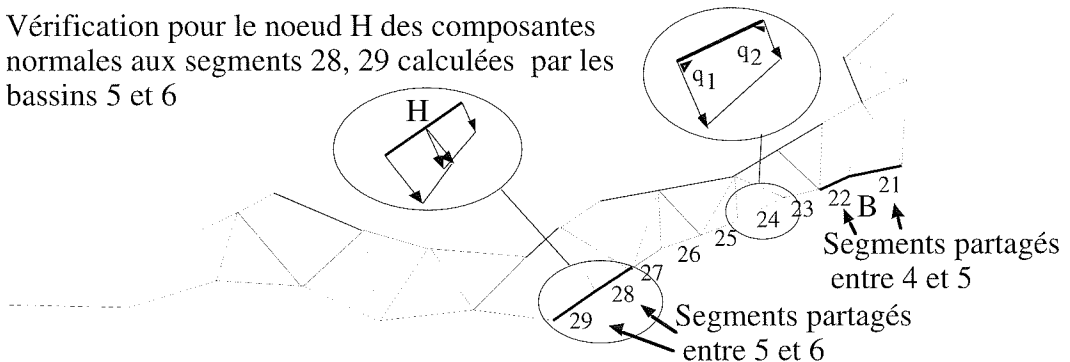


Figure VIII.5. – Représentation tridimensionnelle des ensembles de calcul 4, 5, 13 et 14, contribuant à l'alimentation d'une série de segments de rivière communs

ENSEMBLE DE CALCUL N° 5

Diagramme de débit normal calculé pour chaque segment

Vérification pour le noeud H des composantes normales aux segments 28, 29 calculées par les bassins 5 et 6



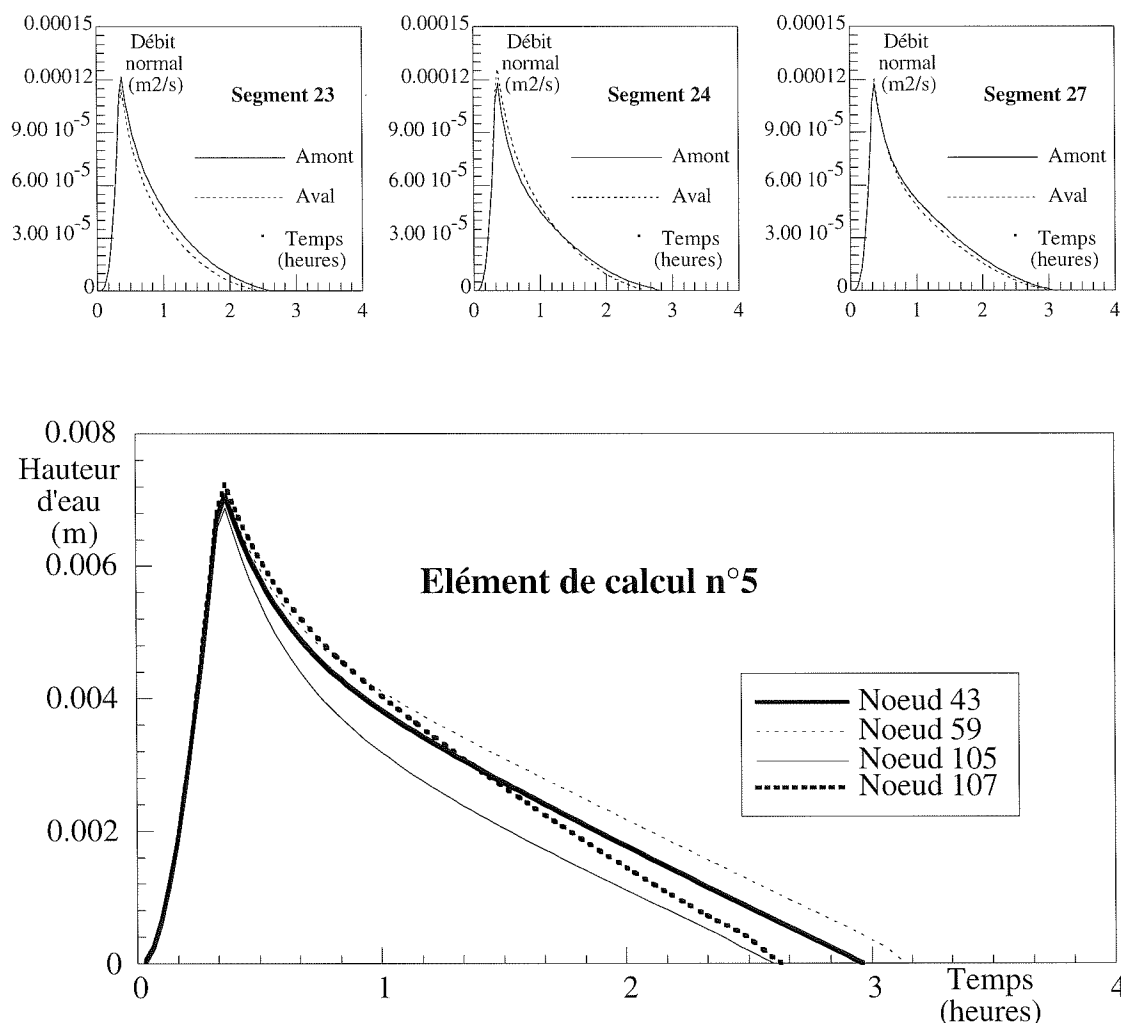


Figure VIII.6. – Évolution temporelle des débits normaux pour quelques segments de rivière et des hauteurs d'eau en quelques points du bassin repris à la figure VIII.5.

En fonction des spécificités topographiques locales et de la position de ces points sur leurs trajectoires respectives, s'installe un assèchement plus ou moins rapide, qui marque la progressive restriction du domaine de calcul par la méthode des frontières mobiles d'imposition. Les valeurs illustrées confirment par ailleurs les ordres de grandeur adoptés pour les raisonnements initiaux qui ont guidé notre choix vers l'approximation cinématique.

La dernière phase avant la propagation en réseau filaire est suggérée par la figure VIII.5. Elle consiste à sommer, pour chaque segment de ruisseau, les contributions latérales concentrées par les deux versants. Le bilan se solde finalement par une série de contributions latérales très différenciées en amplitude comme en atteste la figure VIII.7.

Les longueurs de chaque trajectoire, très variables selon qu'on envisage le bras principal ou ses affluents, mais surtout des écarts importants dans les pentes moyennes, provoquent une évacuation plus ou moins rapide des volumes précipités sous forme d'alimentations latérales très variables, avant que l'action prépondérante de l'infiltration ne se charge des fines lames fluides qui prolongent leur transit à la surface du bassin.

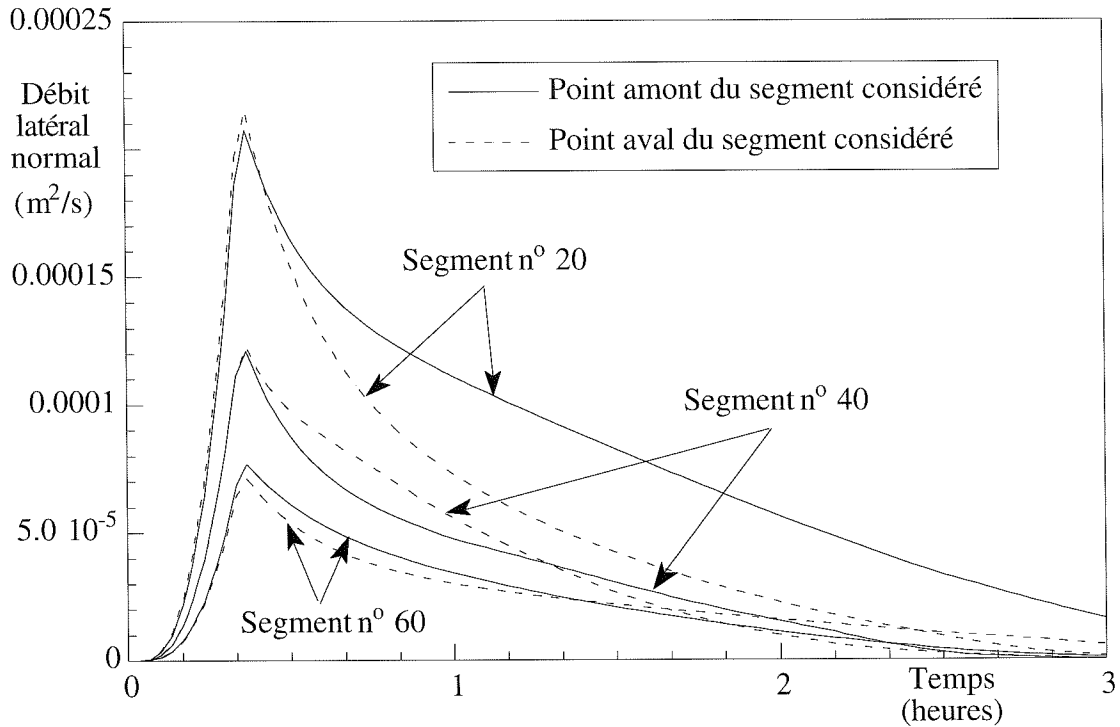


Figure VIII.7. – Évolution temporelle de quelques valeurs nodales de débits latéraux normaux se déversant dans le réseau filaire.

VIII.5. Propagation en réseau filaire des diagrammes de débits latéraux

Le problème se présente à présent sous la forme d'une série de 72 segments de rivières composant un réseau en forme de Y. Ils sont chacun alimentés par un diagramme résumant, par sa forme, toutes les particularités de l'écoulement en fine lame.

La propagation de ces signaux pour obtenir la réponse globale du bassin à l'exutoire, avec l'irrégularité complète de la topographie quasi-tridimensionnelle, concrétise le couplage des deux modèles et leur complémentarité pour rechercher l'hydrogramme final.

L'établissement de la ligne d'eau initiale s'opère en introduisant des débits à l'amont de chaque affluent qui respectent, à l'exutoire, l'ordre de grandeur de l'écoulement souterrain tiré de la figure VIII.2. Nous les fixerons à une valeur commune de $0,025 \text{ m}^3/\text{s}$, avec l'imposition d'une profondeur critique à l'aval de l'exutoire réel.

Si la discrétisation tridimensionnelle fournit toutes les données du profil en long du réseau drainant, aucun renseignement ne décrit les spécificités locales des profils en travers rencontrés, ce qui justifie, pour des écoulements aussi faibles, d'avoir eu recours à une forme trapézoïdale représentative des dimensions caractéristiques du ruisseau et des rus qui l'alimentent. Outre une largeur constante de 0,3 m choisie pour l'ensemble des bras, un coefficient de Manning $n = 0,06$ a été sélectionné pour reproduire le frottement marqué caractéristique du ruisseau naturel. L'injection des débits latéraux se poursuit durant 4500 pas de 4 s, pour produire in fine

l'hydrogramme à l'exutoire présenté à la figure VIII.8. où il est comparé à son homologue tiré des mesures expérimentales.

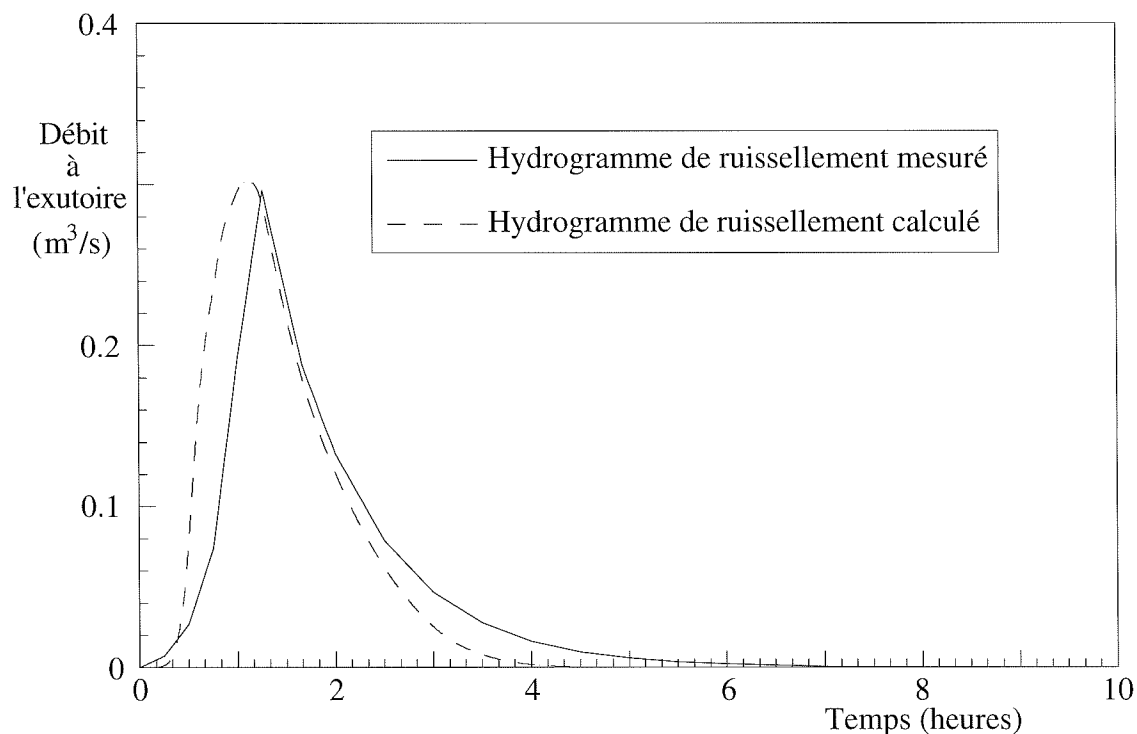


Figure VIII.8. – Comparaison des hydrogrammes calculé et mesuré à l'exutoire du bassin, consécutifs à la seule contribution ruisselante de la pluie

VIII.6. Conclusion

L'hydrogramme final reproduit des amplitudes correspondant aux mesures sur le terrain, avec un pic correctement positionné temporellement. Le bilan positif qui émerge de cette comparaison confirme d'abord la fiabilité de la méthode appliquée en topographie réelle. Par la précision notamment des bilans volumiques impliqués et des délais de propagation, elle légitime le modèle théorique adopté ainsi que l'ensemble des efforts consentis pour comprendre et surmonter toutes ses particularités.

Le type d'exploitation classique, qui s'intéresse davantage à l'hydrogramme résultant qu'à la destinée de la lame d'eau sur le bassin, souligne d'autant mieux l'indispensable cheminement théorique des premiers chapitres. Le succès global obtenu dans une seule courbe qui intègre toutes les spécificités topographiques et morphologiques d'un bassin et du réseau drainant, passe inexorablement, nous l'avons prouvé, par une résolution adéquate des soubresauts temporels et locaux de la lame de surface sur la topographie.

L'exploitation des raisonnements élaborés pour une réalisation systématique et automatisée des phases préalables donne également deux signes encourageants :

- D'une part, en examinant les surfaces réellement impliquées, dont la sélection découle étroitement des hypothèses qui sont à la base du modèle théorique, il se confirme qu'aucune contradiction n'émerge par rapport aux raisonnements classiques de l'hydrologie. En outre, les limitations du modèle mathématique n'influent pas sur la qualité des résultats, comme nous l'avions pressenti dans le cadre de fines lames ruisselantes sur des mailles raisonnables à l'échelle du bassin.
- D'autre part, les procédures annexes au module de calcul d'écoulement proprement dit confirment leur rôle primordial pour réduire les phases préalables à un minimum de manipulations informatiques. Elles tirent efficacement parti des spécificités théoriques et contribuent à la commodité d'utilisation du logiciel ainsi qu'à sa convivialité pour illustrer les singularités du terrain étudié et répercuter leurs conséquences possibles sur l'écoulement.

La dernière remarque nous ramène au modèle de ruissellement et, plus précisément, à l'approche physique qui est sa base. Certes, la philosophie qui a présidé au choix des valeurs caractéristiques ainsi que le nombre d'événements traités indiquent clairement que cette application n'a pas pour but de caler finement les paramètres du modèle sur ce bassin. L'exemple prouve cependant, par la simplicité inhérente à la signification physique des coefficients, qu'une évaluation raisonnable de leurs ordres de grandeurs permet de refléter correctement les processus et d'en saisir aisément les intervenants.

L'exploitation plus complète des potentialités du modèle, qui suppose une description plus fidèle des types de terrain rencontrés, requiert de recourir à des méthodes plus sophistiquées de calage sur une longue expérience d'événements pluvieux. Cette méthode n'a donc pas l'ambition de simplifier la phase d'identification des valeurs caractéristiques, par référence aux modèles classiques d'entrée-sortie.

Elle présente néanmoins l'avantage décisif, par contraste à l'utilisation de paramètres abstraits, de pouvoir répercuter ultérieurement toute modification locale des circonstances d'écoulement. Imperméabilisation de surfaces, actions ponctuelles sur la topographie, collectes localisées d'eaux ruisselantes ou infléchissements des conditions d'écoulement dans le réseau drainant naturel, voici autant de circonstances qui trouvent leur équivalence immédiate en terme de valeurs de paramètres, pour une étude d'impact aisée et fiable.

Dans le contexte particulier d'époque qui a suscité la campagne de mesures dont nous avons extrait un événement significatif et, plus généralement, dans la conjoncture très actuelle où des catastrophes attestent d'actions humaines sur la nature mal perçues dans leurs conséquences, l'approche physique dans le domaine hydrologique ouvre des voies très prometteuses.

CHAPITRE IX

Modélisation de l'écoulement consécutif à la rupture du barrage de la Vesdre à Eupen

IX.1. Introduction

Envisageons pour la Belgique les circonstances tout à fait exceptionnelles que le Comité International des Grands Barrages invite depuis longtemps à considérer : la rupture brusque ou progressive d'un de ses grands ouvrages de retenue. Les potentialités du logiciel devraient permettre de reproduire les premiers moments d'une telle situation « grandeur nature » dans la topographie réelle du réseau ramifié de vallées de nos contrées.

L'essor industriel de la vallée de la Vesdre a toujours été étroitement lié à son alimentation en eau. C'est à l'abondance d'une eau très pure et douce que Verviers doit sa renommée de siège belge de l'industrie de la laine. Depuis le XV^e siècle, date où l'on recense l'existence de ses premières fouleries, l'alternance de périodes de prospérité et de dépression reflète les événements historiques du pays qui modifièrent ses possibilités d'exportation.

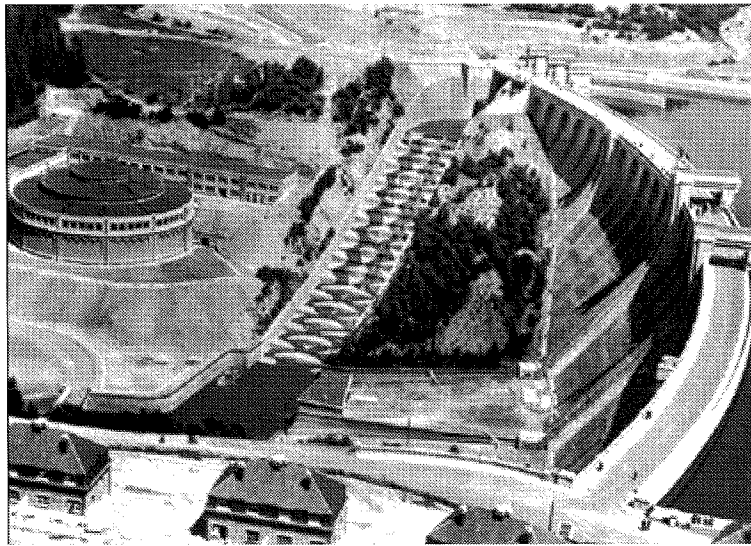


Figure IX.1. – Vue générale du site du barrage de la Vesdre

Mais au milieu du siècle dernier, la croissance de l'activité industrielle verviétoise est telle que la ville doit réclamer au gouvernement l'étude de travaux d'amélioration de la rivière gravement polluée. Son état lamentable résulte d'une combinaison de déversements en eaux alcalines riches en matières organiques, en savon et autres fibres de laine qui se mélangent aux

eaux acides des usines de carbonisage. Les précipités résultants couvrent le lit d'une couche boueuse dont la fermentation pestilentielle porte préjudice au bien-être de la population ainsi qu'à la vocation touristique de centres comme Chaudfontaine.

Devant les exigences de plus en plus pressantes de son activité lainière, Verviers multiplie ses démarches et obtient du gouvernement qu'il fasse ériger un ouvrage d'une capacité de 12,3 millions de m³ dans la vallée de la Gileppe, affluent de la Vesdre. À partir de 1876, date à laquelle l'ensemble des travaux projetés est opérationnel, un écart important se marque dans l'évolution de la population entre Verviers et Eupen (situé 6 kilomètres environ en amont), preuve tangible de l'importance de disposer en abondance d'une telle ressource naturelle. Eupen intensifiera à son tour ses requêtes et obtiendra dès 1935 qu'on étudie plusieurs variantes de construction d'une retenue à son amont.

Le choix s'est porté sur un site situé à 5 kilomètres en amont de la ville où est achevé, juste après la seconde guerre mondiale, un ouvrage en béton de type « à gravité » (figure IX.1.). Avec 66 mètres de hauteur comptés depuis sa fondation, 55 m d'épaisseur en base et 8 m en crête où sa longueur vaut 410 m, il retient 25 millions de m³ d'eau collectés sur un bassin versant de 10.595 ha (bassin de la Helle compris).

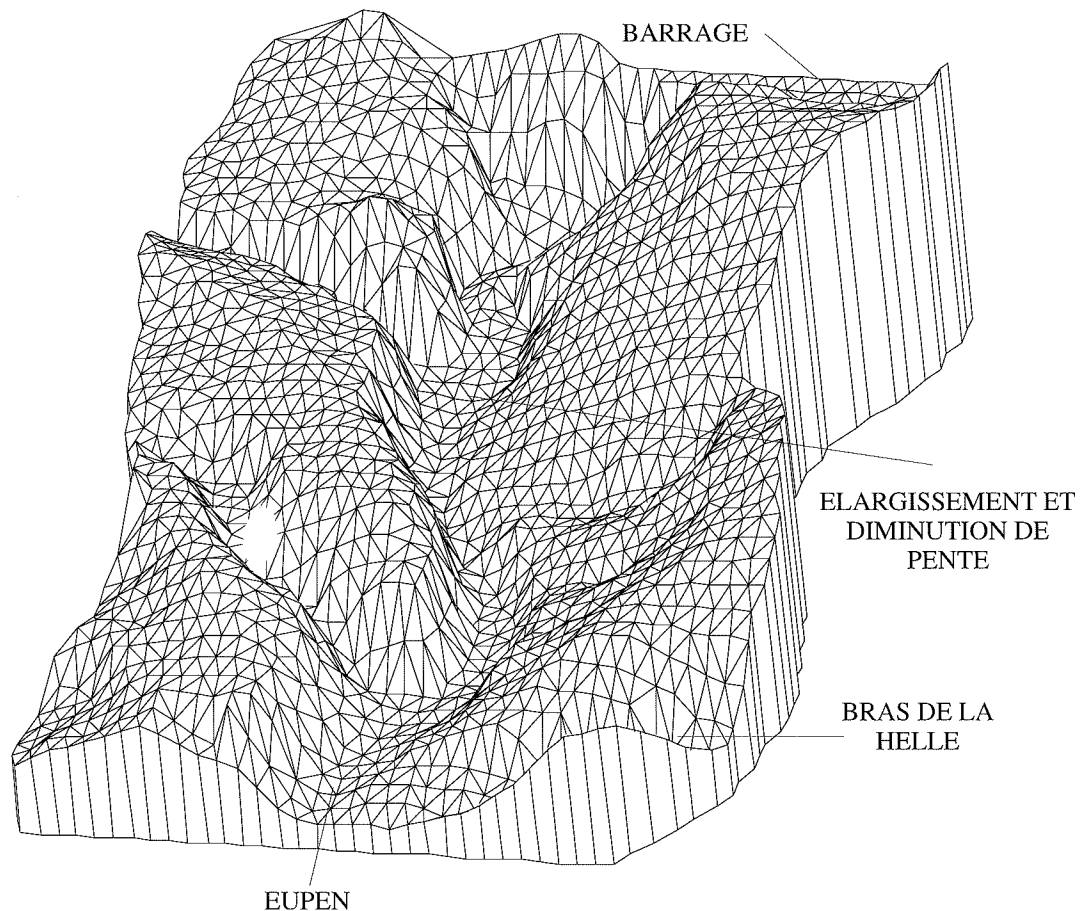


Figure IX.2. – Représentation tridimensionnelle du tronçon de la vallée de la Vesdre qui s'étend approximativement de $x = 3000$ m à $x = 7200$ m

La situation du barrage de la Vesdre sur le cours principal de la rivière, son âge comparé aux travaux récents de surhaussement du barrage de la Gileppe, enfin la proximité de la ville d'Eupen nous amènent à envisager l'hypothèse de sa rupture.

La première démarche pour ce type d'analyse est d'adopter une hypothèse de rupture qui s'accorde avec les caractéristiques de l'ouvrage étudié. Par référence aux principes français en la matière, nous retiendrons l'hypothèse extrême d'une rupture instantanée d'un ouvrage comme soufflé par une explosion (Benoist). Le processus sera donc initié en imaginant à l'instant initial un mur fluide quasi-vertical de 57 m de haut.

Cette hypothèse extrêmement sévère en regard des cubes de béton impliqués (450.000 m^3 de béton pour le corps du barrage) doit être replacée dans le contexte des valeurs instantanées de débit prévues au droit du barrage, qui, nous le verrons, avoisinent les $100.000 \text{ m}^3/\text{s}$. Outre le fait qu'elle expose le logiciel aux conditions les plus sévères en matière de modélisation, elle suppose également que le barrage ne joue pas le rôle de section de contrôle, ce qui implique une modélisation complète incluant réservoir et vallées, en topographie réelle, avec des sections transversales établies à partir du modèle numérique de terrain de l'I.G.N.

En adoptant un écartement régulier d'approximativement 100 m sur l'axe du thalweg, sont ainsi définies 200 sections sur l'axe principal, 18 sections dans le bras latéral de la Gileppe remontant jusqu'au barrage du même nom, enfin 25 sections pour le bras de la Helle dont le lieu de confluence avec la Vesdre abrite la ville d'Eupen.

Les retenues étant cartographiées comme des surfaces planes, la topographie du fond du lac a été reconstituée par digitalisation de cartes établies à l'époque de la construction.

Les outils informatiques de visualisation topographique élaborés dans la première partie permettent une représentation tridimensionnelle aisée de la géométrie à considérer. Ainsi, la figure IX.2. fut obtenue en générant des mailles triangulaires sur un nuage simplifié extrait du fichier IGN originel. Les abscisses limites approximatives données en légende font référence à la distance, dans l'axe de la vallée, depuis l'extrémité amont du lac.

Le caractère assez pentu de la majorité des vallées latérales suggère de ne les prendre en compte que comme élargissement de la vallée principale. Par contre, une telle approximation n'est plus licite pour les vallées de la Gileppe et de la Helle, qui ont par conséquent donné lieu à des discrétisations spécifiques pour figurer en tant que bras séparé dans le réseau de la figure IX.3.

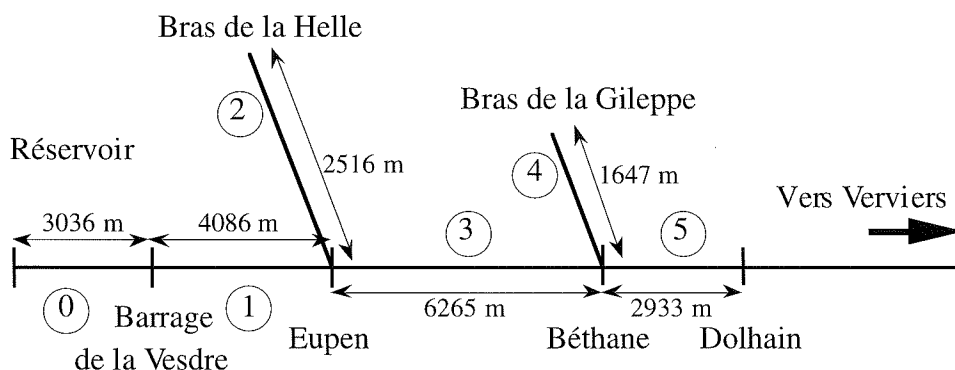


Figure IX.3. – Réseau considéré pour la modélisation

La distribution des valeurs du coefficient de Manning, adoptée au terme de l'examen sur site des spécificités locales, respecte la fourchette imposée en France pour ce type de modélisation. Elle passe de $n = 0,033$ pour les zones inhabitées non boisées jusqu'à $n = 0,1$ pour la traversée des villes.

Le calcul est essentiellement scindé en deux modélisations successives à cause de la situation très exposée de la ville d'Eupen. La submersion de la cité et les cotes maximales atteintes sur ce site sont obtenues par une modélisation sur une topographie plus serrée de profils en travers définis approximativement tous les 50 m.

Par contre, la suite de la propagation dans le réseau de vallées a été poursuivie sur le canevas initialement défini, de façon à s'intéresser approximativement à la première 1/2 heure qui suit l'initiation du processus. Cette durée est suffisante pour obtenir la carte d'inondation des deux centres les plus proches, Eupen et Dolhain, ainsi que pour propager le front jusqu'à l'entrée de la ville de Verviers.

Rappelons enfin que la charge numérique a été considérablement réduite en exploitant la possibilité du maillage évolutif, qui suit la progression des fronts dans les bras du réseau, avec une sécurité de 10 mailles.

IX.2. Résultats obtenus dans l'hypothèse d'une rupture instantanée

IX.2.1. VIDANGE DE LA RETENUE (BRAS 0)

Trois faits marquants émergent de l'examen de cette première spécificité de la modélisation qu'est la vidange du lac :

- D'une part, la remontée depuis le barrage de l'onde négative qui vient se réfléchir sur la frontière mobile amont. En valeur absolue, la célérité décroît clairement en raison des profondeurs décroissantes dans lesquelles l'onde se propage. Celle-ci met approximativement 270 s pour parvenir une première fois à l'amont du bassin.
- L'évolution temporelle de l'altitude de surface libre au droit du barrage, reprise à la figure IX.4., démontre une certaine constance durant les premiers instants du phénomène. Elle tend quasi instantanément vers cette valeur après la rupture, ce qui corrobore parfaitement les conclusions des théories de rupture en conditions simples, avec une hauteur d'eau estimée à 41 m.
L'évolution des débits instantanés au droit du barrage, reprise à la figure IX.5., confirme que le pic de débit est obtenu quasi instantanément après la rupture pour culminer à $108.000 \text{ m}^3/\text{s}$. Le palier de 100 s durant lequel le débit se maintient à des valeurs proches des $100.000 \text{ m}^3/\text{s}$ se devine également, avant d'entamer une décroissance qui trouve pratiquement son terme après 500 s.
- L'examen de la ligne d'eau au terme de ce même laps de temps confirme effectivement que la vidange du réservoir est alors presque achevée, avec 97 % du volume initial de la retenue déjà évacués. 1/4 heure après la catastrophe, la surface libre de la retenue ne représente plus qu'une

ligne d'eau stabilisée, caractéristique de la condition amont de débit imposé, représentatif des apports minimaux dans le lac.

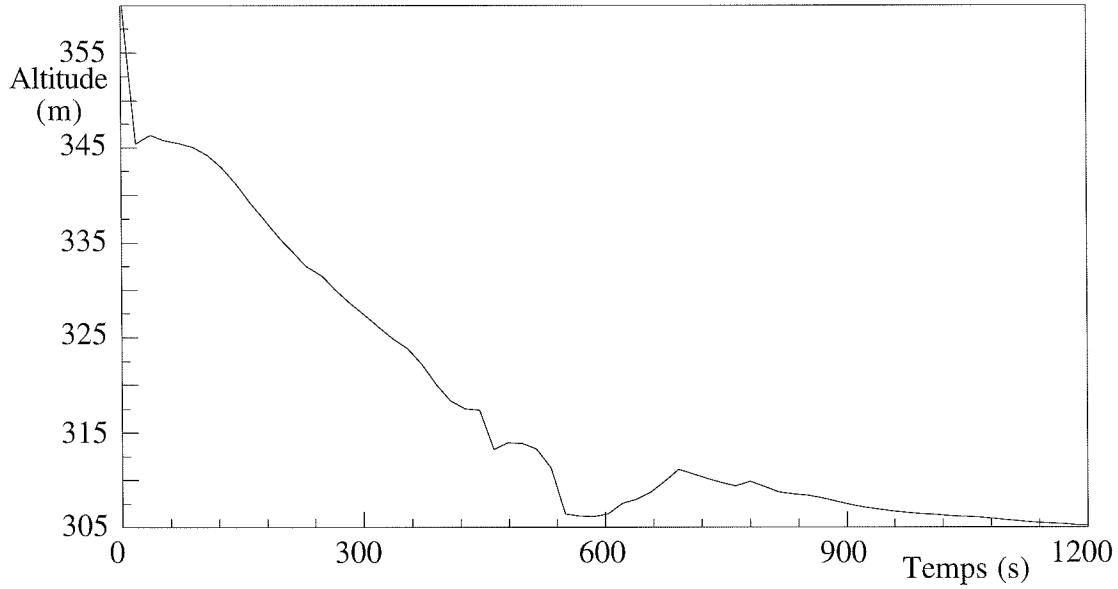


Figure IX.4. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre au droit du barrage

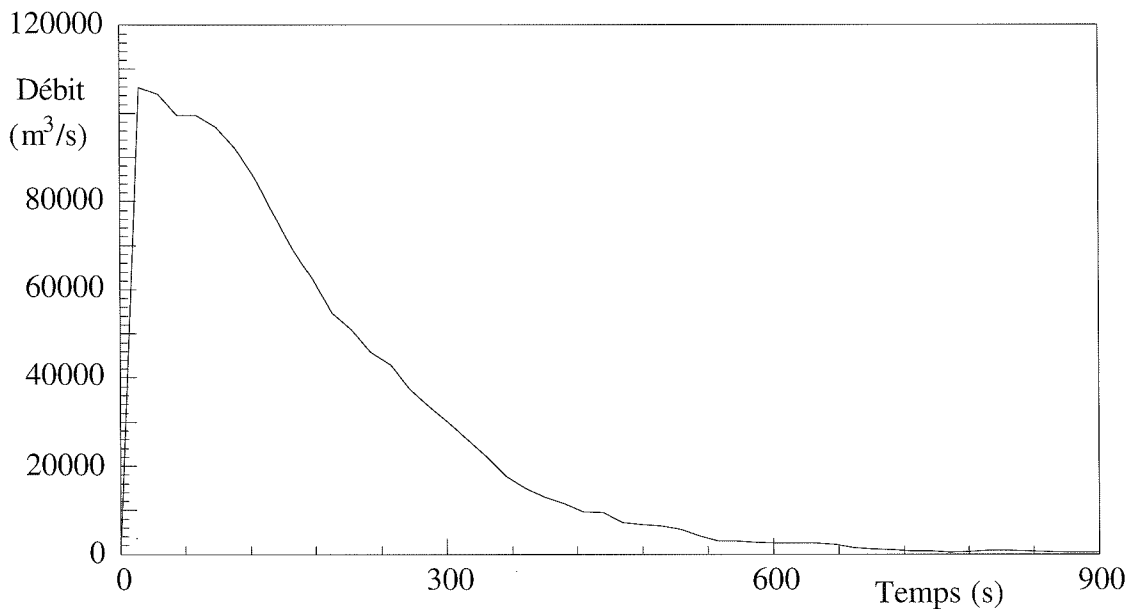


Figure IX.5. – Évolution temporelle du débit de la Vesdre au droit du barrage

IX.2.2. PROPAGATION DE L'ONDE ENTRE LE BARRAGE ET EUPEN (BRAS 1)

Un des buts fondamentaux de la simulation consiste à déterminer le temps de préavis pour les Eupénois. La simulation n'introduit pas de circonstances trop favorables à une propagation très rapide dans la mesure où les coefficients de Manning répercutent l'état boisé d'une fraction du parcours, ainsi que la présence d'habitations bien en amont du centre de la ville.

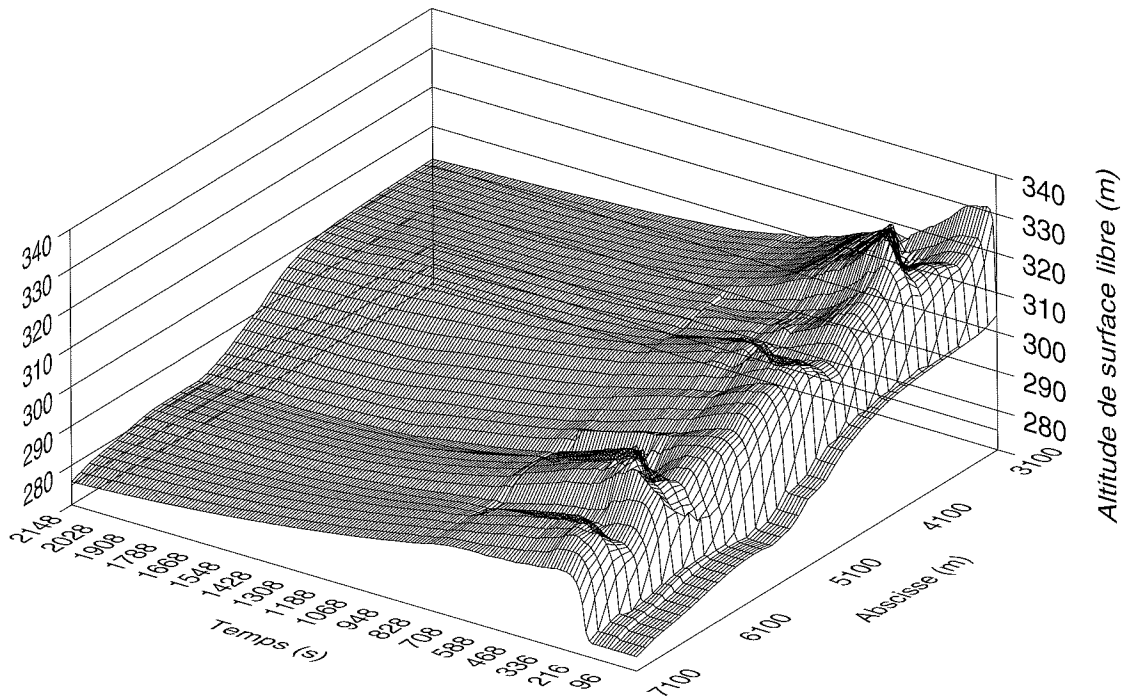


Figure IX.6. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre dans le bras 1

Néanmoins, comme l'indique l'évolution temporelle des lignes d'eau sur ce tronçon à la figure IX.6., la propagation demeure extrêmement rapide avec un front d'onde qui se présente à la confluence avec la Helle après seulement 200 s, ce qui représente une vitesse de propagation moyenne supérieure à 20 m/s.

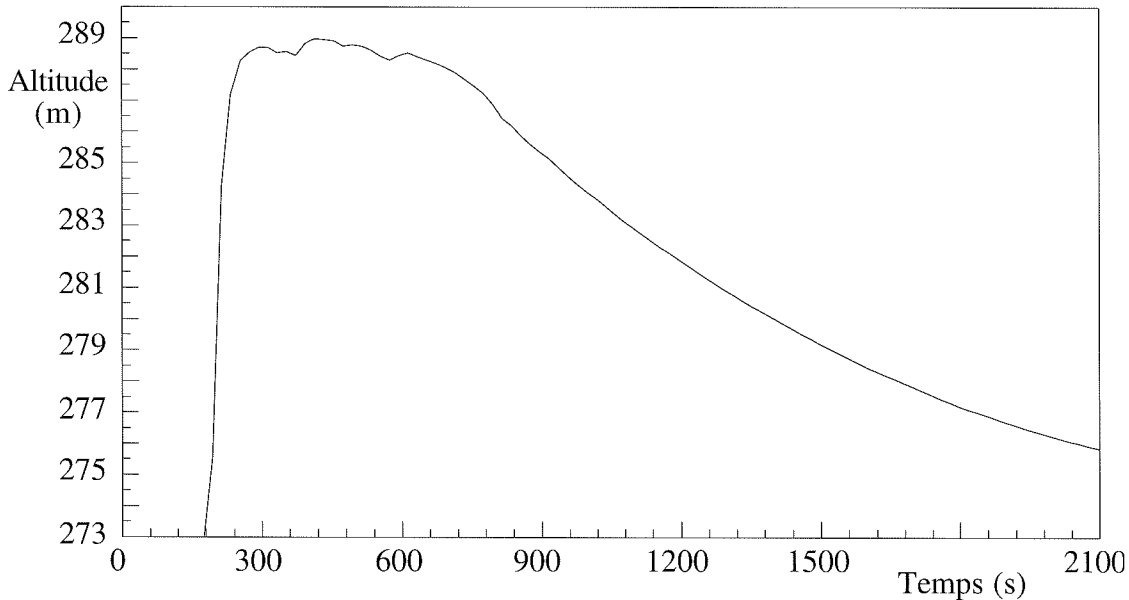


Figure IX.7. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre à Eupen

La figure IX.7., reprenant l'évolution temporelle de l'altitude de surface libre à Eupen, indique en effet que 10 m d'eau submergent déjà la ville après 210 s, tandis que le maximum de hauteur est obtenu après 300 s, avec 16 m d'épaisseur de lame. On constate également qu'un palier maintient des valeurs de profondeur supérieures à 15 m durant près de 500 s avant d'entamer une lente décroissance.

Ainsi, même si le frottement joue manifestement un rôle primordial, par référence à certaines prévisions théoriques, il n'en demeure pas moins que la ville est terriblement exposée, d'autant que l'onde très raide qui la submerge provoque des maxima de hauteur peu de temps après l'arrivée du front. L'évolution temporelle des débits à Eupen, illustrée à la figure IX.8., montre un pic de $54.800 \text{ m}^3/\text{s}$ obtenu après 260 s.

Malgré le rôle important que joue, en cette jonction, le bras latéral de la Helle (modifications entre l'hydrogramme à l'entrée et à la sortie de la ville à la figure IX.8.), la seule comparaison de ce signal avec celui obtenu au droit du barrage confirme un écrêtement rapide des diagrammes de débit, puisque nous ne retrouvons plus que 50 % des valeurs extrémales enregistrées à l'origine à l'issue d'une propagation sur à peine plus de 4 kilomètres.

En dehors de ces graves conséquences pour la population, déjà soupçonnées lors des péripéties historiques qui virent le refus des Eupennois face à un premier projet à leur amont proche, attardons nous sur certaines particularités que développe l'écoulement en amont de ce point stratégique.

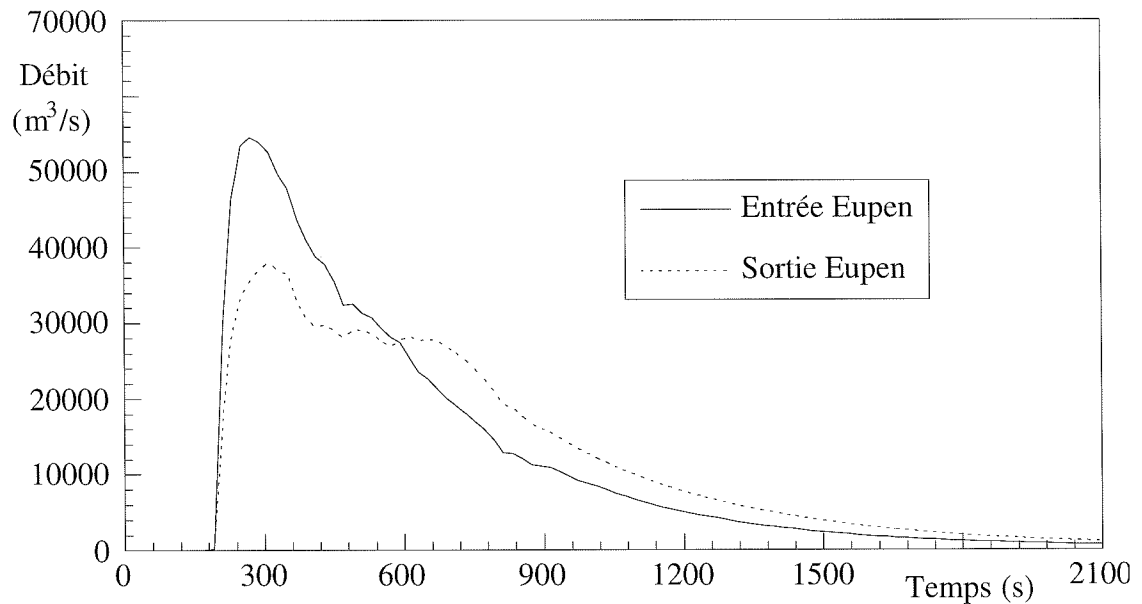


Figure IX.8. – Évolution temporelle du débit de la Vesdre à Eupen

L'aspect le plus intéressant réside dans l'apparition de ressauts en plusieurs abscisses qui naissent puis se déplacent avant de disparaître très graduellement lors de la décrue. Le plus visible, à la figure IX.6., est celui qui se forme approximativement à 900 m à l'aval du barrage. En cet endroit se cumulent effectivement deux particularités topographiques avec un élargissement de section et une pente de fond localement beaucoup plus faible, comme l'illustre la figure IX.2. La remise en charge des lignes instantanées est particulièrement marquée avec des différences de hauteur sur une maille qui dépassent les 16 m ! Ce ressaut présente en plus la particularité de remonter progressivement vers la section du barrage dont il finit, en s'éteignant, par influencer l'écoulement, comme le prouve le sursaut de la figure IX.4. aux alentours des 600 s.

Il faut remarquer que si cette particularité tient d'abord lieu de curiosité notamment numérique, puisque son incidence sur les résultats en une région inhabitée n'est pas déterminante, elle est primordiale pour démontrer que le logiciel est à même de les prendre en charge sans que le reste de la simulation n'en soit perturbé.

IX.2.3. REMONTÉE D'UN FRONT SECONDAIRE DANS LE BRAS LATÉRAL DE LA HELLE (BRAS 2)

On peut intuitivement admettre que la capacité de stockage du bras latéral de la Helle ne peut que contribuer à quelque peu atténuer les effets catastrophiques de l'onde sur les maxima de hauteur atteints dans la ville.

La figure IX.9., qui représente l'évolution temporelle des lignes d'eau de la Helle, montre effectivement qu'un front secondaire remonte sur plus de 2.100 m jusqu'à venir mourir sur le relèvement progressif de la cote du fond de vallée. Rappelons que la jonction à Eupen se situe,

pour ce bras, à l'abscisse locale $x = 2.500$ m, tandis que la condition limite de débit à l'amont pour la ligne d'eau s'applique en $x = 0$ m.

Au niveau des débits dans la Helle, la courbe de leur évolution temporelle à Eupen (figure IX.10.) montre un maximum à la remontée de $20.000 \text{ m}^3/\text{s}$ ainsi qu'une annulation à $t = 590$ s, référence qui nous permet d'évaluer le volume maximum stocké dans cette ramification à 16 % du volume total de la retenue.

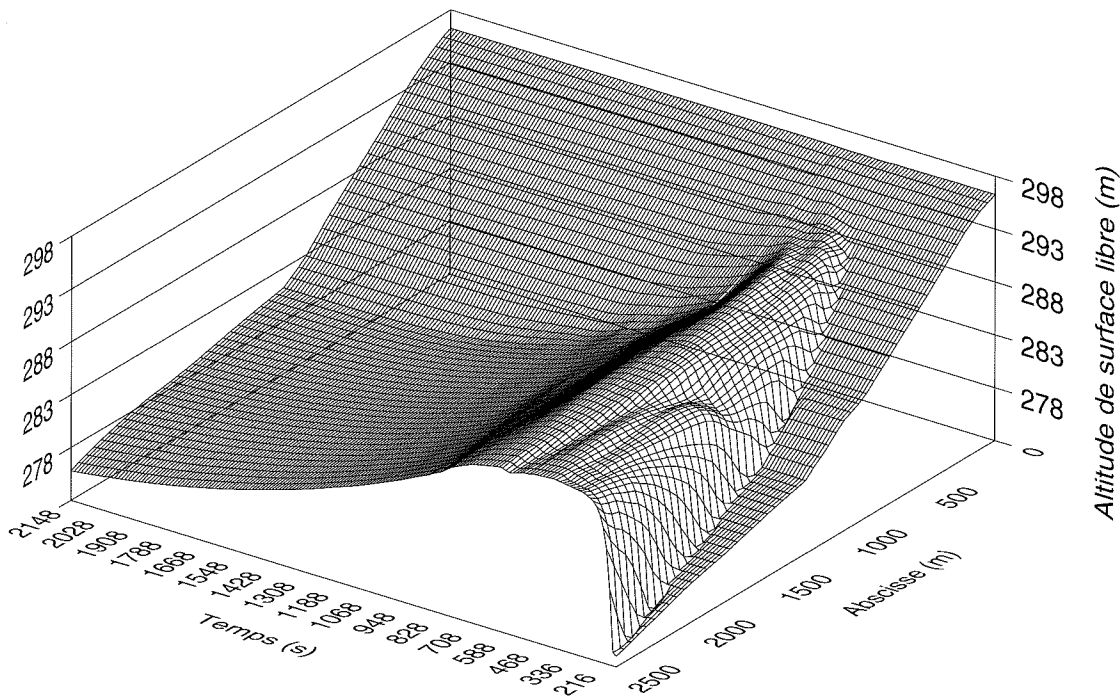


Figure IX.9. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre dans le bras 2

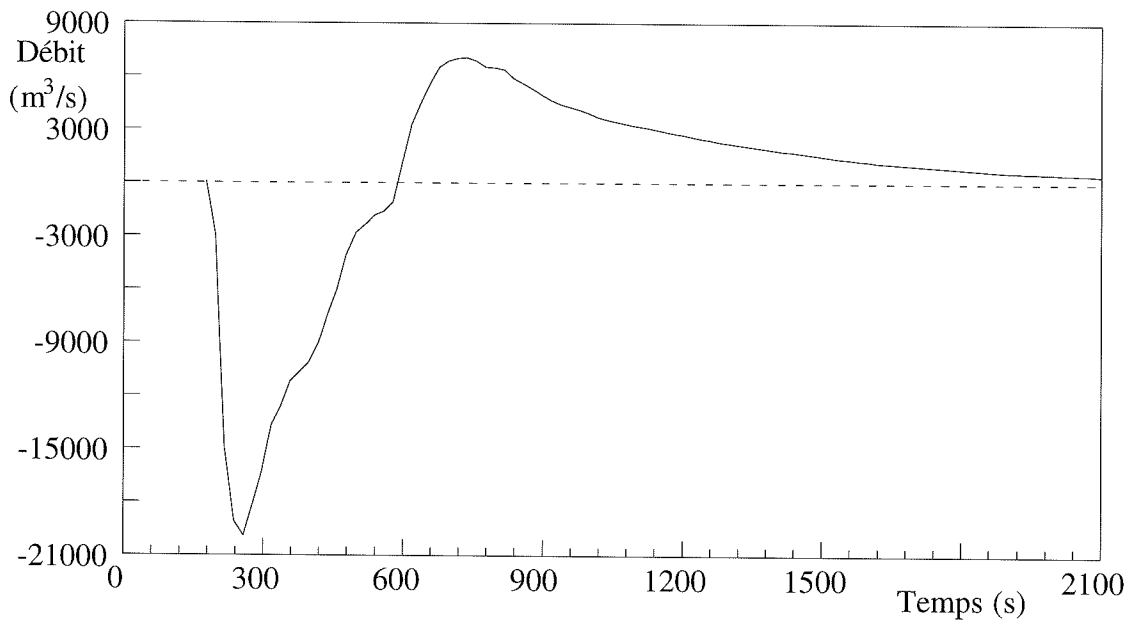


Figure IX.10. – Évolution temporelle du débit de la Helle à Eupen

IX.2.4. PROPAGATION DU FRONT PRINCIPAL ENTRE EUPEN ET BETHANE (BRAS 3)

Par ses capacités de stockage et sa lente décrue, la vallée de la Helle remanie complètement la distribution temporelle de l'onde qui se propage vers l'aval. Elle induit également une phase de croissance beaucoup plus graduelle des signaux de débits, indépendamment des maxima atteints qui connaissent une substantielle réduction.

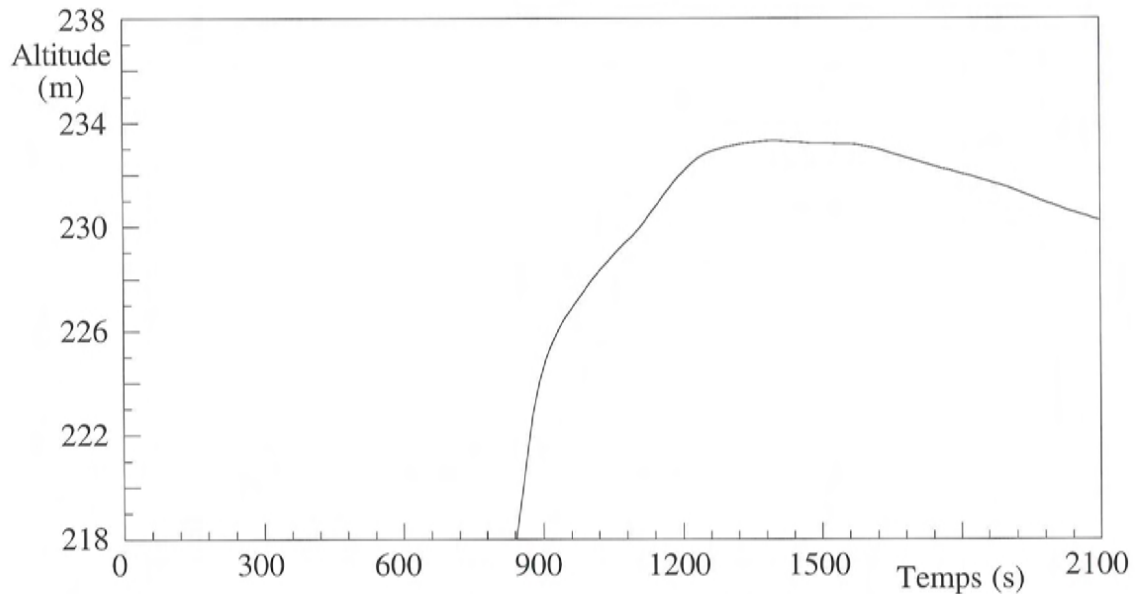


Figure IX.11. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre à Béthane

Il en résulte également une évolution temporelle de lignes d'eau beaucoup moins perturbée, avec une vitesse moyenne de propagation du front sur le tronçon qui avoisine à présent les 9,2 m/s.

Quoi qu'il en soit, les maxima de hauteur atteints sur le profil en long de ce tronçon n'indiquent pas de réduction marquante, comme le confirme la figure IX.11. reprenant l'évolution temporelle des hauteurs d'eau à son extrémité aval, Béthane. Car si l'onde parvenant à la confluence avec la Gileppe en $t = 800$ s met à présent 220 s pour submerger le lieu sous 10 m, (pour 10 s à hauteur d'Eupen !), on obtient finalement une lame maximale encore supérieure à 15 m à $t = 1.400$ s.

Quant au signal de débit au même endroit, la figure IX.12. indique qu'il subit un nouvel écrêtement avec un extremum limité à $19.400 \text{ m}^3/\text{s}$ en $t = 1.330$ s. La vallée de la Gileppe joue, à ce niveau, un rôle en tous points identique à celui du bras de la Helle.

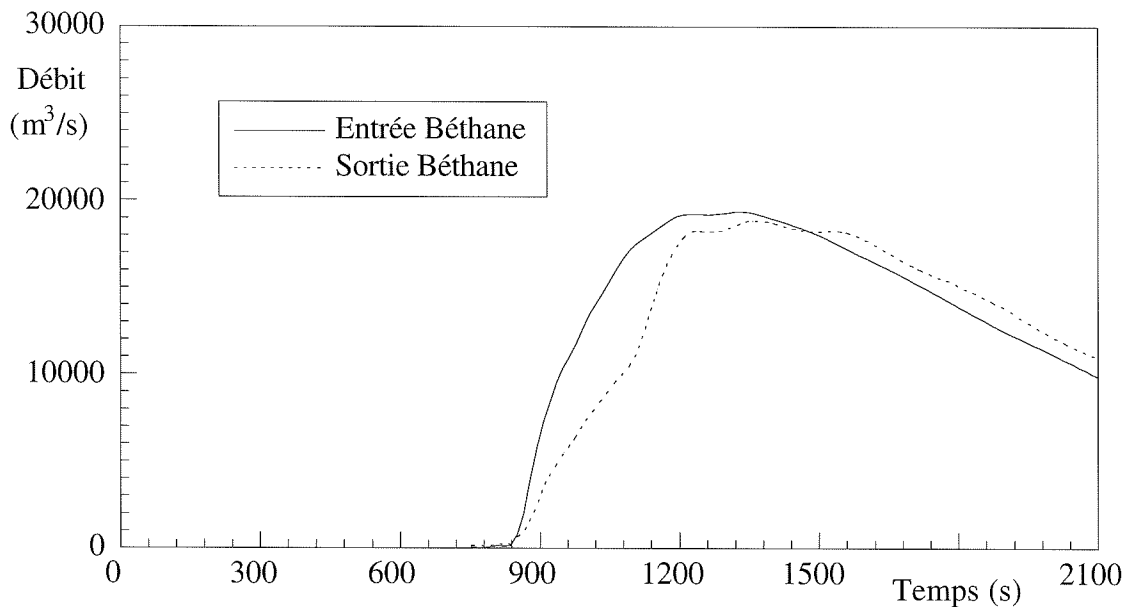


Figure IX.12. – Évolution temporelle du débit de la Vesdre à Béthane

IX.2.5. REMONTÉE D'UN FRONT SECONDAIRE DANS LE BRAS LATÉRAL DE LA GILEPPE (BRAS 4)

Si l'évolution temporelle des lignes d'eau, représentée à la figure IX.13., adopte une allure désormais familière après l'examen de celle de la Helle, la différence d'aspect des fronts instantanés est manifeste, avec des transitions beaucoup plus graduelles de la surface libre dans ce second bras latéral. Le front remonte cette fois sur 1.200 m pour venir « mouiller le pied » du barrage de la Gileppe.

Le pic absolu de débit dans ce bras ne dépasse plus les 6.700 m³/s tandis que le stockage maximum, obtenu après 1.500 s, correspond encore à 7,6 % du volume de la retenue initiale.

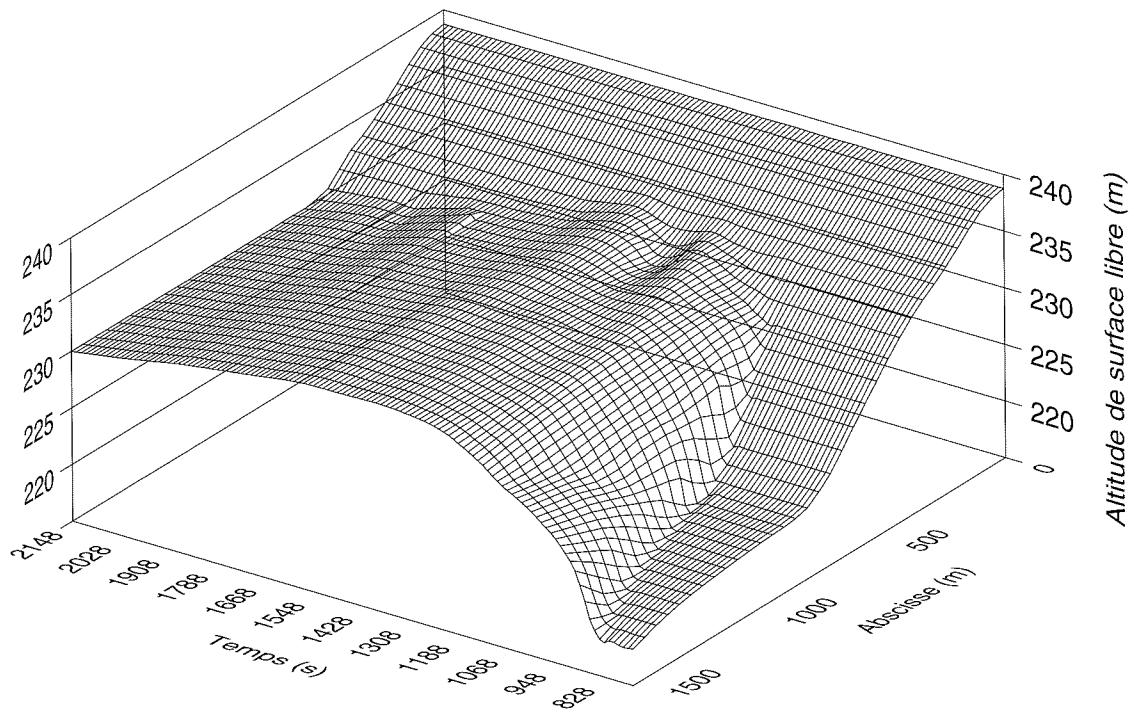


Figure IX.13. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre dans le bras latéral 4

IX.2.6. PROPAGATION DU FRONT PRINCIPAL ENTRE BETHANE ET VERVIERS (BRAS 5)

Cette seconde confluence produit un nouvel infléchissement dans la forme des évolutions temporelles, comme le montre la figure IX.12., pour le débit calculé à la sortie de Béthane. L'action du bras latéral porte ici davantage sur un lissage de la forme du front, réduisant sensiblement la vitesse de montée des eaux, tandis que le maximum de débit conserve sensiblement la même valeur.

La propagation est interrompue lorsque le front atteint les faubourgs de la ville de Verviers, soit au terme de 2.160 s de modélisation. Le front est alors très lissé, progressant de plus en plus lentement avec une vitesse moyenne de l'ordre de 5,9 m/s.

La présence de la ville de Dolhain dans ce tronçon nous pousse à examiner le diagramme d'évolution temporelle de hauteur obtenue. L'allure générale de la courbe présentée à la figure IX.14. ainsi que les valeurs obtenues laissent présager de maxima quasiment atteints à l'issue de la modélisation.

Elle indique à nouveau que si la montée des eaux se produit beaucoup plus graduellement à partir de $t = 1.300$ s, avec un laps de temps de 370 s pour obtenir 10 m de profondeur, on parvient encore à une profondeur maximale supérieure à 15 m de l'issue des 2.158 s de modélisation.

Quant à la courbe des débits, l'écrêtement des valeurs maximales atteintes se poursuit, comme l'indique la figure IX.15., avec des valeurs désormais inférieures à $13.000 \text{ m}^3/\text{s}$.

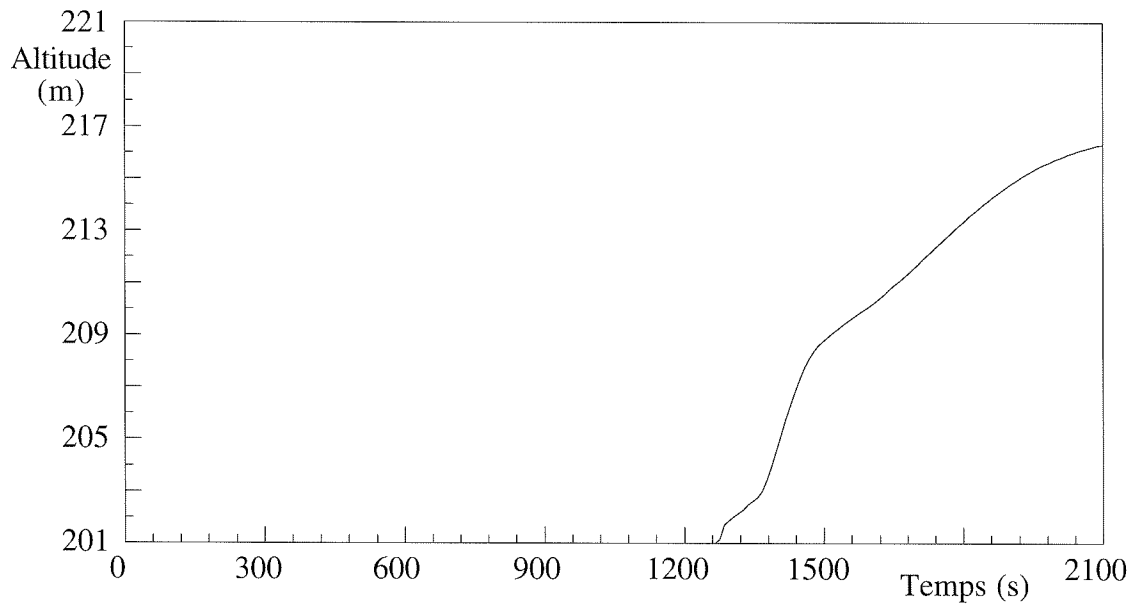


Figure IX.14. – Évolution temporelle de l'altitude de surface libre à Dolhain

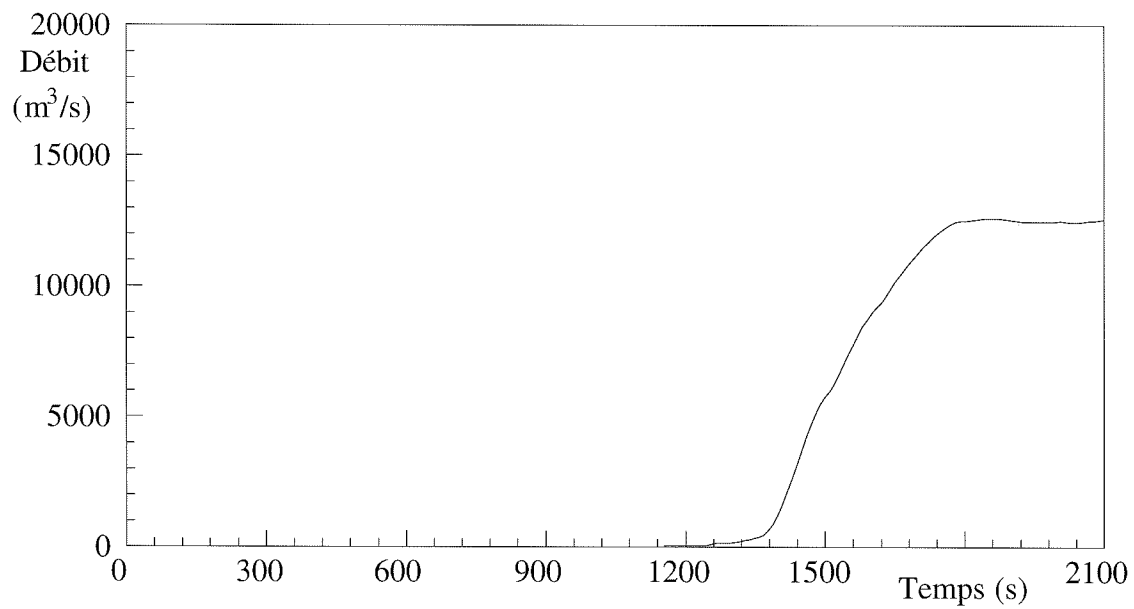


Figure IX.15. – Évolution temporelle du débit de la Vesdre à Dolhain

IX.3. Enseignements

Le grand nombre d'indications progressivement stockées au cours de la simulation peut être synthétisé sur des cartes qui reprennent, pour chaque abscisse discrétisée, le temps d'arrivée du front, la hauteur maximale atteinte ainsi que le temps correspondant depuis l'initiation du processus. Ces informations sont tabulées à la figure IX.16. pour le premier tronçon étudié et sont notamment à l'origine du tracé des cartes d'inondation telles que celle reprise à la figure IX.17. pour le même tronçon.

De façon très succincte, nous retiendrons la constance dans les ordres de grandeur des maxima atteints, malgré le lissage du front au long du parcours, par opposition à une forte décroissance des vitesses de propagation évoluant de 20 m/s pour le front dans le premier tronçon, à 9,2 m/s en fin de simulation. La vitesse moyenne s'élève à 11 m/s sur l'ensemble du parcours pour une hauteur moyenne de submersion proche des 15 m.

La volonté de n'intégrer aucun facteur de sécurité lors de l'établissement des cartes de synthèse confirme que cette simulation, limitée à 1/2 heure, n'a pas pour finalité directe de définir une enveloppe définitive des valeurs maximales atteintes lors de la propagation, d'autant que ce calcul n'a été effectué que pour une seule distribution de valeurs de frottement.

Il n'est pas inutile de résumer les positions françaises en cette matière, qui se fondent sur une comparaison de modèles physiques et mathématiques. Ces analyses comparatives ont révélé qu'une erreur de 10 unités sur la valeur du coefficient de frottement conduisait à des erreurs relatives moyennes de 10 % sur les hauteurs d'eau et de 30 % sur les temps.

Prenant en compte qu'à défaut d'une précision rigoureuse des résultats numériques, l'objectif fondamental demeure la protection des populations, on se base sur ces résultats pour imposer une minoration forfaitaire de 13 % sur les temps calculés d'arrivée de l'onde et d'obtention de la cote maximale, tandis que les cotes maximales atteintes sont majorées de 15 %, avec un minimum de 1 m. Lorsque les cotes calculées sont inférieures à cette dernière valeur, elles sont simplement doublées.

L'ensemble des valeurs consignées pour l'établissement d'un plan d'alerte ne considère la propagation que jusqu'au moment où les cotes maximales atteintes n'excèdent plus celles de la plus grande crue naturelle observée.

La philosophie de ces plans consiste en une évacuation préventive des populations menacées qui implique notamment, détail important dans le cadre de ce calcul limité, une couverture sonore de la zone qui serait sinistrée dans un délai inférieur à 15 minutes. Dans notre application, cette mesure impliquerait l'installation de sirènes capables de porter sur toute la zone immergée située approximativement jusqu'à 11 kilomètres en aval du barrage, cette valeur ne comprenant aucune des sécurités citées précédemment.

Le fait que la Belgique n'ait connu jusqu'à ce jour pareil drame ne peut totalement justifier qu'aucune analyse de ce type, en géométrie réelle, n'ait, à notre connaissance, jamais été réalisée. L'application du code sur la géométrie de la vallée de la Vesdre, bien au-delà des limites définies dans cette présentation, s'inscrit dans un souci de prévention qui incite certains pays à entreprendre des études poussées d'incidence pour les intégrer dans une politique de protection des populations et des biens.

En marge de ces préoccupations fondamentales, la présentation de cette modélisation a davantage pour objet de s'intéresser aux écueils numériques posés par ce type de situation, en démontrant qu'une simulation satisfaisante doit s'appuyer sur un logiciel à même de réagir adéquatement aux régimes très différenciés qui interviennent dans ces écoulements très perturbés.

Les possibilités qu'offre le logiciel de traiter des réseaux évolutifs en conditions aussi extrêmes s'avèrent déterminantes pour une reproduction réaliste du phénomène global avec ses ressauts instationnaires, sans tendance dissipative exagérée et avec mise en évidence des effets primordiaux de stockage dans les ramifications.

BRAS 1 : BARRAGE-EUPEN

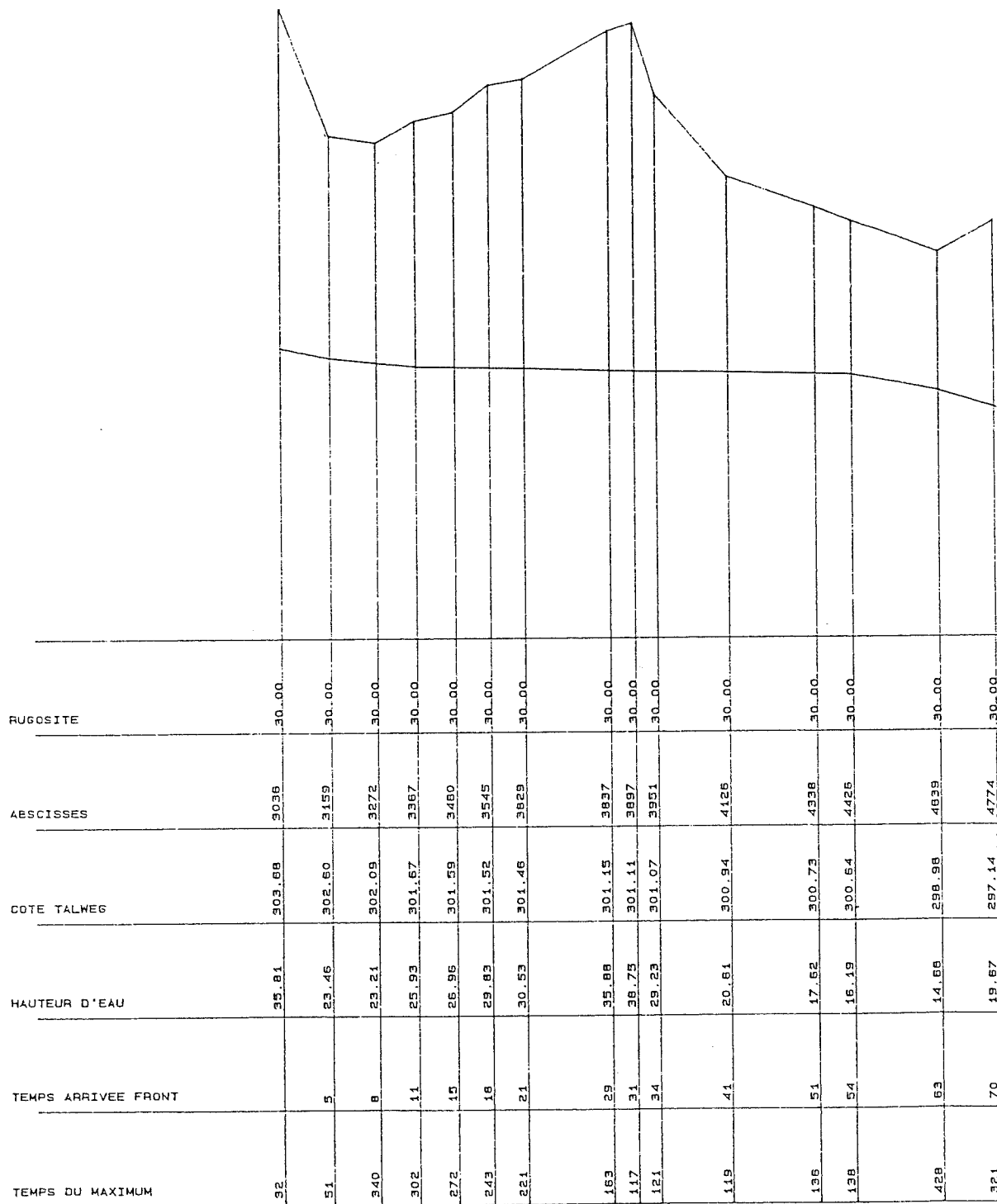
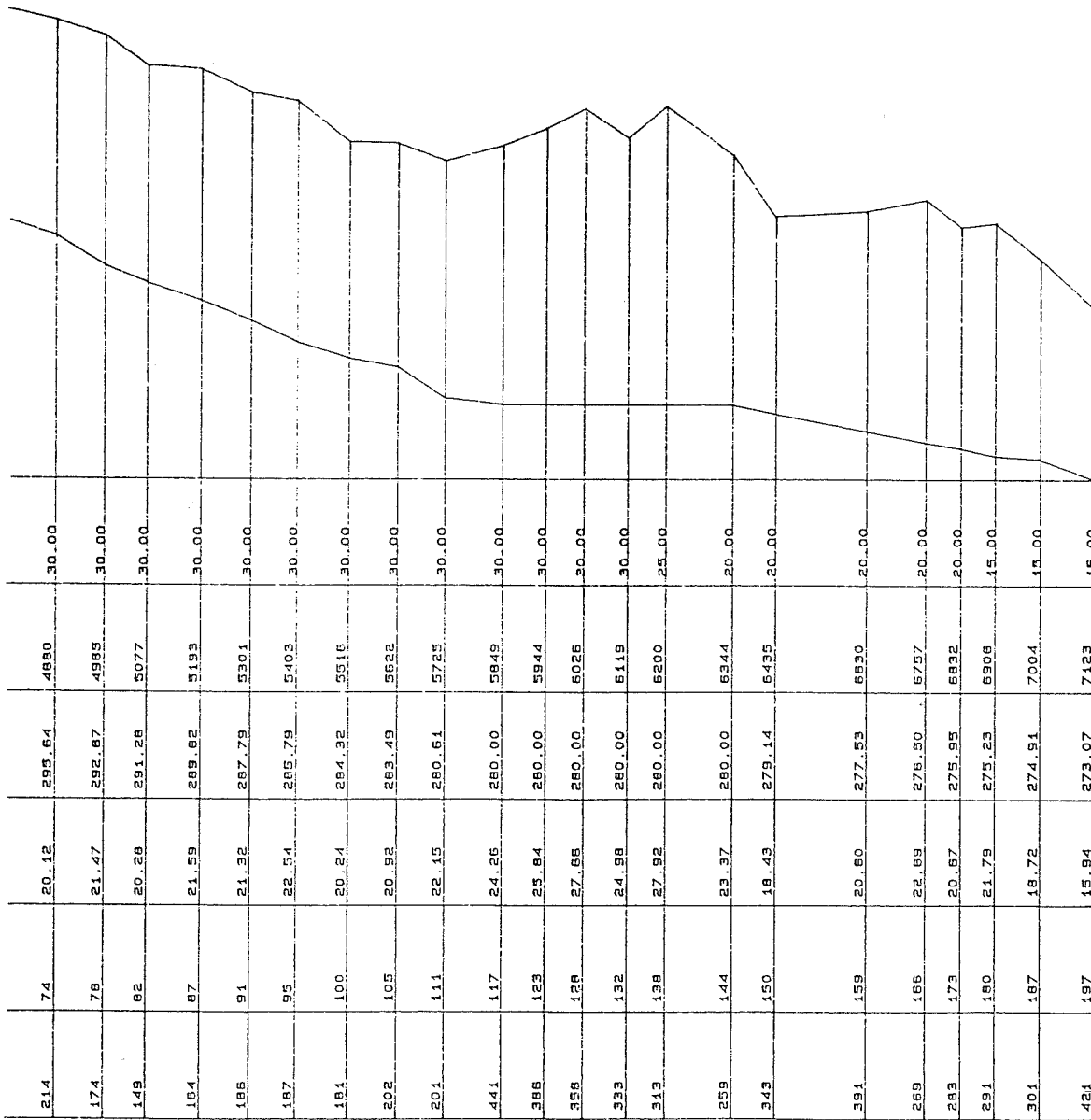


Figure IX.16. – Carte de temps d'arrivée du front, de maximum de hauteur atteinte et du temps pour l'obtenir, pour le bras 1 qui s'étend du barrage jusqu'à Eupen

— FOND.
 - - - NIVEAU MAX. DE L'EAU.



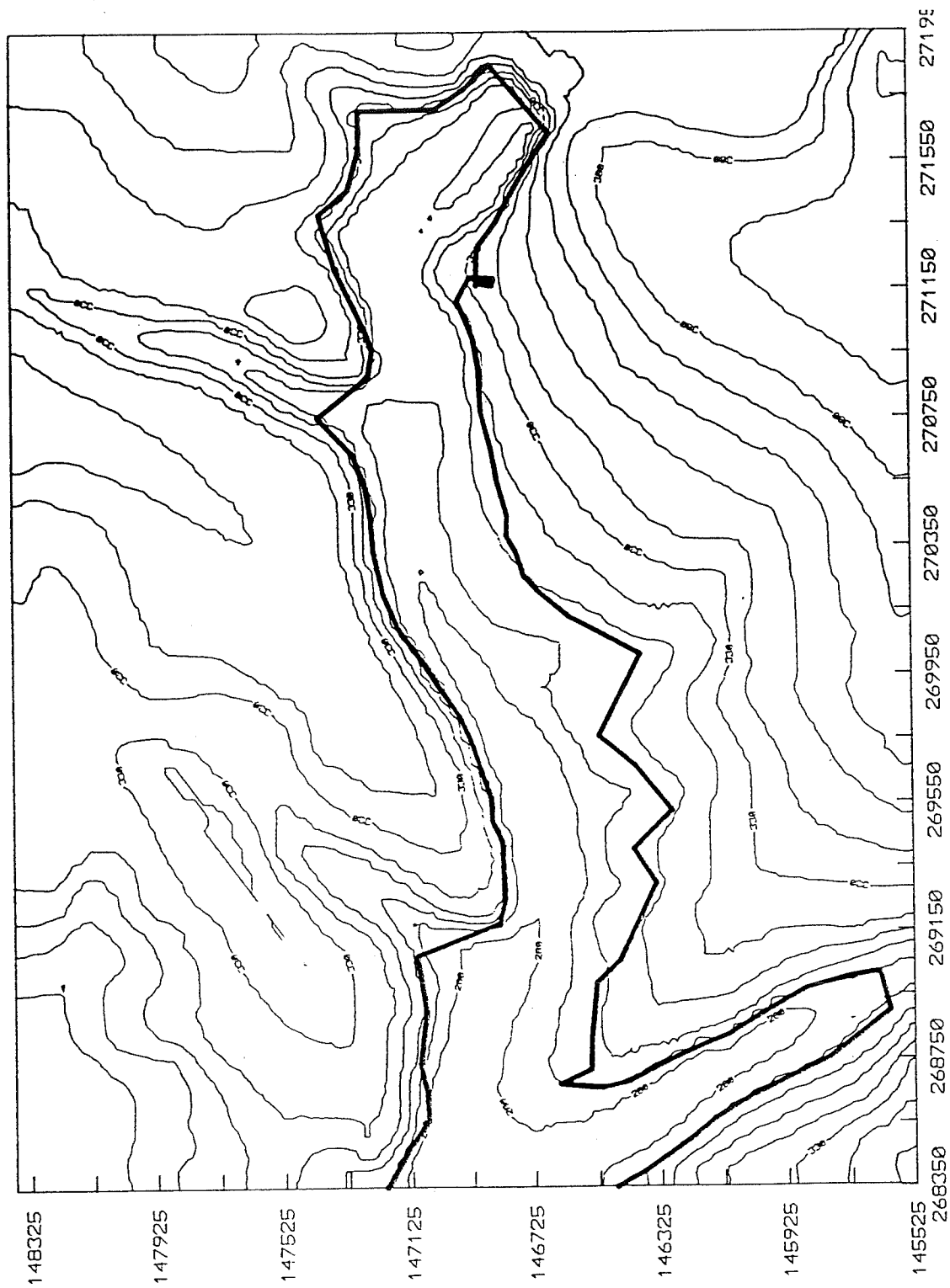


Figure IX.17. – Carte des zones immergées correspondant à la représentation tridimensionnelle de la figure IX.2.

CHAPITRE X

Conclusion générale

Si la connaissance de la science et des techniques de l'eau balaye les superstitions d'antan, si les responsabilités accrues des concepteurs prennent le pas sur les sentiments fatalistes de jadis, la réalité parfois tragique des dernières inondations suggère que la protection contre les caprices de la nature demeure un défi majeur pour nos sociétés.

La prévision fiable des crues et l'invention d'éléments favorables à leur atténuation ne s'inscrivent pas seulement comme axes fondamentaux de réflexion dans toute politique de prévention ou comme intervenants essentiels dans tout dimensionnement économique et sécuritaire de structures hydrauliques. Ces éléments s'imposent également parmi les fondements d'une gestion optimale des ressources hydrauliques, basée sur l'anticipation et respectueuse des populations aval.

Or l'évolution spectaculaire des capacités informatiques ouvre des horizons nouveaux dans la modélisation de l'hydraulique transitoire de surface, en particulier pour les méthodes qui s'intéressent à la filière complète des écoulements qui interfèrent dans la genèse et la propagation des crues naturelles ou accidentelles.

Cet ouvrage s'intègre dans ce contexte très général de compréhension des processus de génération, de propagation et de déformation des ondes dans la chronologie du parcours à l'air libre que poursuit une fraction des gouttes de pluie parvenant à la surface du sol. Ces mécanismes d'écoulements de surface, prépondérants dans l'optique d'une politique de gestion, ont été envisagés en tenant compte des échanges continuels qu'ils entretiennent avec les autres contributions du cycle hydrologique.

L'étude a logiquement débuté par une analyse de la transformation d'un signal de pluie sur un bassin versant en un signal de débit à son exutoire. La première partie s'est donc cantonnée à l'hydrologie pour démontrer la pertinence d'une approche du ruissellement naturel davantage orientée sur les réalités physiques de ces écoulements en fine lame. Rompant avec les pratiques courantes de recours à des fonctions de transformation paramétrées, l'hypothèse cinématique s'est avérée refléter fidèlement les processus que connaît la goutte de pluie, depuis son martèlement sur le sol jusqu'à son aboutissement dans le réseau drainant du bassin.

Afin d'échapper au cadre d'application restreint de ce modèle ainsi qu'aux substantielles erreurs qu'il implique en topographie réelle, la présence potentielle de discontinuités dans l'écoulement a été suggérée et analysée. Consécutivement, une approche numérique fiable a été développée, testée en unidimensionnel puis généralisée aux autres dimensions. Celle-ci concilie tant les enseignements théoriques et physiques que les réalités numériques pour gérer automatiquement les ressauts transitoires au sein de la solution, sans aucune opération préalable, ni dépistage, ni traitement particularisé. Travaillant sur des topographies quelconques digitalisées, le code éléments finis exploite les variations spatiales et temporelles des précipitations et des

propriétés de terrain. L'interaction entre les quantités infiltrées et la lame ruisselante est susceptible d'introduire localement des assèchements momentanés qui ont requis une conception originale d'éléments couvrants-découvrants.

Pour satisfaire aux impératifs d'efficacité et de commodité, le code hydrologique a été complété d'outils annexes parfaitement adaptés aux hypothèses théoriques qui sous-tendent le modèle. Des procédures topographiques ont été écrites pour délimiter automatiquement les zones susceptibles d'influencer l'écoulement, les lignes de crête du bassin et pour fractionner au besoin la charge de calcul en morcellant la topographie en sous-bassins plus réduits. Enfin, grâce au mailleur automatique développé spécifiquement pour le logiciel et grâce à toutes les procédures complémentaires de rendu graphique tridimensionnel de terrain et d'écoulement, toutes les phases préalables à la modélisation ont été complètement automatisées et contrôlées visuellement, au départ de données topographiques minimales constituées d'un nuage tridimensionnel de points qui englobent le bassin versant a priori inconnu à étudier.

Les applications mettent en exergue les avantages inhérents à cette approche physique, avec un calage plus aisé des valeurs des paramètres physiques dont la variation reflète aisément tout impact d'une quelconque modification des caractéristiques du bassin par l'activité humaine.

Toutefois, l'examen des réalités du terrain montre que ce ruissellement alimente classiquement un réseau drainant composé de rus, de ruisseaux ou de rivières, dont la structure d'écoulement réclame un raisonnement spécifique. En abordant ce problème de façon plus générale, le thème de l'aide à la gestion d'un système hydraulique a été envisagé dans la partie de l'ouvrage qui traite de l'hydrodynamique des cours d'eau.

Des contingences communes aux problèmes posés ont alors orienté notre choix vers une forme unidimensionnelle des équations complètes. L'expérience numérique acquise dans la première partie a trouvé d'utiles prolongements dans le schéma de résolution. Les trois stades classiques de validation ont établi l'excellent comportement de ce second code ainsi que son adéquation à reproduire fidèlement les fluctuations des mouvements engendrés dans une retenue de basse chute soumise à des circonstances variables de gestion.

Son cadre d'application extrêmement libéral le destinait également à répondre aux conséquences sur l'aval d'une gestion routinière d'ouvrages et de systèmes hydrauliques. Les circonstances extrêmes qui prévalent lors de ruptures partielles ou totales n'imposent pas de modification au système d'équations lui-même mais réclament un développement significatif de la formulation éléments finis pour l'adapter à la coexistence de régimes d'écoulement très différenciés impliquant une nouvelle présence de discontinuités au sein des solutions.

En s'intégrant dans un cadre d'équations plus complexe, la résolution numérique de ces ressauts en instationnaire a poursuivi la gradation des problèmes numériques rencontrés en développant l'expérience acquise en hydrologie. L'identité tout au long du travail des discrétisations adoptées pour les résolutions numériques a permis d'accélérer et d'orienter l'élaboration d'une méthode originale de résolution qui étend le champ des potentialités du modèle filaire à représenter la formation, le déplacement ou l'extinction de ressauts au sein de la solution.

Son analyse théorique a démontré la sélectivité des processus dissipatifs introduits, tandis que la confrontation du modèle à des solutions théoriques, numériques et aux mesures expérimentales tirées d'essais aux laboratoires d'Hydraulique de l'Université de Liège a

confirmé l'exactitude de solutions dépourvues d'effet parasite et de lissage excessif. La généralité de sa formulation ouvre par ailleurs la voie à une extension à l'autre dimension spatiale, qui permettrait l'étude de spécificités locales d'écoulement, échangeant et complétant utilement les informations fournies par ce modèle unidimensionnel.

La conjonction des deux modèles sur la géométrie réelle d'un bassin liégeois a révélé l'efficacité de la succession des modèles élaborés, maillant le nuage de points, limitant ensuite le domaine topographique d'influence, le partitionnant enfin pour procéder aux simulations proprement dites. En phase ultime, le modèle filaire a procédé à la propagation des évolutions temporelles des débits latéraux qui se déversent dans le réseau de drainage pour rendre une réponse finale du système à l'exutoire, concordante aux mesures expérimentales. Cette dernière étape a concrétisé tout l'intérêt d'un raisonnement axé sur les ordres de grandeur de chaque paramètre utilisé.

Ce couplage de modèles ouvre de très larges perspectives, d'abord en matière de prévision de crues et, consécutivement, en matière de gestion, en raison des réactions d'anticipation qu'elles doivent susciter. Il intervient également en politique d'étude d'impact en permettant d'aborder plus adéquatement les conséquences d'actions sur la nature vis-à-vis de l'altération des signaux hydrodynamiques à l'aval. Ces potentialités pourront être plus finement exploitées avec une caractérisation des divers terrains plus homogène que ne le laissent supposer les valeurs disparates actuellement rencontrées dans la littérature. Ce constat plaide en faveur de plus vastes investigations expérimentales en la matière ainsi qu'en faveur de la mise au point de méthodes fiables et systématiques d'ajustement et d'homogénéisation pour disposer de valeurs représentatives pour les paramètres physiques (Beven, Dune).

Enfin, si la généralité du cadre unidimensionnel destine le logiciel d'écoulement filaire à n'importe quel calcul instationnaire de ligne d'eau, qu'il englobe ou non des ressauts, son ultime application a été consacrée à un réseau complexe représentant la géométrie réelle des vallées de la Vesdre et de ses affluents. Avec sa procédure de maillage évolutif, il a permis, pour la première fois en Belgique, de mesurer les conséquences catastrophiques d'une rupture brusque du barrage d'Eupen.

En matière de modélisation d'écoulements extrêmes, bien d'autres thèmes d'investigation demeurent, qui s'articulent notamment autour des grands sujets abordés dans les hypothèses sensibles qui ont été formulées, afin de mieux prendre en compte les effets de transport sédimentaire, d'érosion sévère à la fois des structures de retenue et des profils en travers, ou encore, afin d'exploiter plus significativement le paramètre d'inégale répartition des vitesses sur la section, grâce à une connaissance plus approfondie des diagrammes qui prévalent dans ces circonstances.

Sous cet éclairage global, l'étape hydrologique n'a plus pour seul avantage de susciter le développement d'une approche du ruissellement très prometteuse dans le domaine de l'aide à la gestion au sens large. Elle constitue également un champ d'investigation idéal, par son contexte théorique simplifié, pour construire, sans a priori d'échelle, un raisonnement graduel et global des phénomènes de propagation d'ondes avec discontinuités, avec des liens beaucoup plus étroits que ne le laisse supposer leur variété apparente. Au gré du fil naturel de l'eau, l'examen de ces différents processus établit spontanément une chronologie dans la gradation des difficultés rencontrées dans ces écoulements intimement liés que sont l'écoulement hydrologique de

surface, le ressaut en rivière naturelle ou la propagation d'ondes consécutives aux ruptures de barrages.

L'atout majeur des méthodes présentées, agissant par capture numérique des chocs, réside dans l'aisance de leur mise en oeuvre pour des modélisations très variées, sans analyse de l'écoulement ni pour localiser ni pour traiter le cas échéant des discontinuités. Cette facilité cache cependant une action sélective des schémas nécessitant, par leur caractère implicite, une pleine confiance dans les tendances numériques à surmonter, à corriger ou à exploiter volontairement, de façon à n'introduire dans les résultats aucune influence numérique fallacieuse ou trompeusement sécurisante, comme les effets dissipatifs caractéristiques, à des degrés divers, de tout schéma numérique.

Cette compréhension unifiée de la signification et de la modélisation correcte des phénomènes de discontinuité ne peut être acquise qu'au terme de longues campagnes de tests préliminaires. Au même titre que la connaissance approfondie du cadre de validité des équations théoriques, elle fait partie des constantes essentielles qui conditionnent la fiabilité des modèles numériques et la confiance à accorder aux résultats qu'ils fournissent.

Ces deux aspects primordiaux expliquent les dangers de profiter de la multiplication actuelle, en hydraulique, d'offres d'outils numériques utilisables en tant que "boîtes noires" car la lecture des résultats importe moins que leur indispensable interprétation à la lumière des spécificités théoriques et numériques. Nous illustrerons ce sujet crucial en citant quelques mots révélateurs qu'écrivaient Thirriot et al en préambule à une analyse des caractéristiques diffusives d'un algorithme d'écoulement transitoire à surface libre : "...l'un des auteurs expérimentait un des premiers programmes de calcul numérique d'intumescences (Thirriot). Il avait la surprise de voir apparaître des ondulations secondaires en front d'onde alors que les accélérations verticales, cause physique d'un tel phénomène physique, n'étaient pas prises en compte dans le modèle mathématique. C'était le premier contact avec les artefacts numériques qui peuvent fallacieusement donner l'illusion de la réalité naturelle..."

Alors que se profilent, grâce au miracle informatique, des perspectives formidables de modélisation, naît simultanément pour l'hydraulicien un vaste champ d'investigation qui fait appel, plus que jamais, à ses connaissances spécifiques, tandis que l'avancée rapide de modèles plus proches des réalités complexes de la nature réclame prestement, de la part des études expérimentales, toutes les valeurs physiques nécessaires pour alimenter les codes numériques, contribuant ainsi largement à leur consécration.

BIBLIOGRAPHIE

- ABBOTT M. B., An introduction to the method of characteristics, American Elsevier, New York, 1966.
- ABBOTT M. B., Continuous flows, discontinuous flows and numerical analysis, Journal of Hydraulic Research, Vol 12, n° 4, 1974, pp 417-467.
- ABBOTT M. B., BATHURST J. C., CUNGE J. A., O'CONNELL P. E. and RASMUSSEN J., An introduction to the european hydrological system - système hydrologique européen, SHE, 1 : History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system, Journal of Hydrology, Vol 87, 1986, pp 45-59.
- ABBOTT M. B., BATHURST J. C., CUNGE J. A., O'CONNELL P. E. and RASMUSSEN J., An introduction to the european hydrological system - système hydrologique européen, SHE, 2 : structure of a physically-based, distributed modelling system, Journal of Hydrology, Vol 87, 1986, pp 61-77.
- ADORNATO P. M. and BROWN R. A., *Petrov-Galerkin methods for natural convection in directional solidification of binary alloys*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 7, 1987, pp 761-791.
- AL-MASHIDANI G. and TAYLOR C., *Finite element solutions of the shallow water equations - surface runoff*, Finite Elements Methods in Flow Problems, pp 385-395.
- AMOROCHO J. and BRANDSTETTER A., *Determination of non-linear functional response functions in rainfall-runoff processes*, Water Resources Research, Vol 7, n° 5, october 1971, pp 1081-1101.
- BASCO D. R., *Limitations of Saint Venant equations to model flood waves*, Journal of Hydraulic Engineering, 1987, pp 758-763.
- BATHURST J. C., Physically-based distributed modelling of an upland catchment using the système hydrologique européen, Journal of Hydrology, Vol 87, 1986, pp 79-102.
- BEAR J., Dynamics of fluids in porous media, American Elsevier Publishing Company, 1972.
- BEHNIA M., WOLFSHTEIN M. AND DE VAHL DAVIS.G., A stable marching scheme for computational fluid mechanics, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 10, 1990, pp 607-621.
- BELL N. C., WHEATER H.S. and JOHNSTON P. M., Evaluation of overland flow models using laboratory catchment data - II. Parameter identification of physically based (kinematic waves) models, Hydrological Sciences Journal, Vol 34, n° 3, June 1989, pp 289-317.
- BELL S. W., ELLIOT R. C. and CHAUDRY M. H., *Experimental results of two-dimensional dam-break flows*, Journal of Hydraulic research, Vol 30, n° 2, 1992, pp 225-252.
- BELLOS C. V. and SAKKAS J. G., *1-D dam break flood wave propagation on dry bed*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 113, n° 12, 1987, pp 1510-1524.
- BELLOS C. V., SOULIS J. V. and SAKKAS J. G., *Experimental investigation of two-dimensional dam-break induced flows*, Journal of Hydraulic research, Vol 30, n° 1, 1992, pp 47-63.

- BEN-SABAR E. and CASWELL B., *A stable finite element simulation of convective transport*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 14, 1979, pp 545-565.
- BENTLEY L. R., ALDAMA A. and PINDER G. F., *Fourier analysis of the Eulerian-Lagrangian least squares collocation method*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 11, 1990, pp 427-444, 163.
- BENOIST G., *Principes du calcul de la rupture progressive d'un barrage par effet de renard*, Electricité de France, Chatou, 1979.
- BENOIST G., *Calcul de l'érosion d'une digue par subverse*, Electricité de France, Chatou, 1991.
- BENOIST G., HERVOUET J. M. AND LABADIE G., *L'expérience d'EDF en matière de calcul des ondes de submersion*, Electricité de France, Chatou, 1991.
- BENSABAT J. and ZEITOUN D. G., *A least-squares procedure for the solution of transport problems*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 10, 1990, pp 623-636.
- BEVEN K., *Changing ideas in hydrology - the case of physically-based models*, Journal of Hydrology, Vol 105, 1989, pp 157-172.
- BEVEN K., GILMAN K. and NEWSON M., *Flow and flow routing in upland channel networks*, Hydrological Sciences Bulletin, Vol 24, n° 3, september 1979, pp 303-372.
- BONIN J., *L'hydraulique dans l'antiquité*, La Houille Blanche, No 4, 1983, pp 285-288,
- BOTEV I. B., *One-dimensional numerical modeling of dam-break wave propagation in mild sloping natural streams*, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Vol 9, n° 1, 1991, pp 27-42.
- BOTEV I. B., *One-dimensional numerical modeling of dam-break wave propagation in mild sloping natural streams*, Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Vol 9, n° 1, 1991, pp 27-42.
- BULTOT F., DUPRIEZ G. L., BODEUX A., *Interception potentielle journalière de la pluie par divers peuplements forestiers*, Journal of Hydrology, Vol 31, 1976, pp 381-392.
- CALEMBERT L., PEL J., MONJOIE A. et ESKENAZI E., *Etude hydrologique et hydrogéologique du Sart Tilman. Bassin du Ruisseau du Blanc Gravier, Première partie*, Collection des publications de la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège, 1970.
- CANTEKIN M. E. and WESTERINK J. J., *Non-Diffusive $N+2$ Degree Petrov-Galerkin Methods for Two-Dimensional Transient Transport Computations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 30, 1990, pp 397-418.
- CANUTO C., HUSSAINI M. Y., QUARTERONI A. and ZANG Th. A., *Spectral methods in fluid dynamics*, Springer - Verlag, New York, 1987.
- CAVENDISH J. C., *Automatic triangulation of arbitrary planar domains for the finite element method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 8, 1974, pp 679-696.
- CHEN C. L., *Dam-break wave model: formulation and verification*, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 106, N° HY5, 1980, pp 747-767.
- CHEN C. L., *Discharge and depth behind a partially breached dam*, Journal of Hydraulic Engineering, 1987, pp 648-654.

- CHEN C. L., *Laboratory verification of a dam-break flood model*, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 106, N° HY4, 1980, pp 535-555.
- CHEN C. L., *Momentum and energy coefficients based on power-law velocity profile*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 118, n° 11, November 1992, pp 1571-1584.
- CHEN Y. H., SIMONS D. B. and MOLINAS A., *Hydrologic and geomorphic changes in a river basin induced by a dam break*, Proceedings of the International Symposium on Risk and Reliability in Water Resources, Vol 2, 1978, pp 616-625.
- CHEN C. L. and CHOW V. T., *Hydrodynamics of mathematically simulated surface runoff* A contribution to the International Hydrological Decade, Hydraulic Engineering Series n° 18, University of Illinois, 1968.
- CHOW V. T., MAIDMENT D. R. and MAYS L. W., *Applied hydrology*, Mc Graw - Hill International Editions, New York, 1988.
- CHOW V. T and BEN-ZVI A., *Hydrodynamic modeling of two-dimensional watershed*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, HY11, november 1973, pp 2023-2041.
- CHRISTIE I., GRIFFITH D. F., MITCHELL A. R. and ZIENKIEWICZ O. C., *Finite element methods for second order differential equations with significant first derivatives*, International Journal for Numerical methods in engineering, Vol 10, 1976, pp 1389-1396.
- CHUNG T. H., KARR G. R. and KIM J. Y., *Optimal control penalty finite elements in fluid mechanics*, Finite Elements in Fluids, Vol 4, 1982, pp 319-345, chapter 16.
- CHUNG T. J., *Finite Element Analysis in Fluid Dynamics*, Mc Graw - Hill International Book Company, New York, 1977.
- CLARKE R. T., *A review of some mathematical models used in hydrology, with observations on their calibration and use*, Journal of Hydrology, Vol 19, 1973, pp 1-20.
- COLIN E. and POCHAT R., *One -dimension open channel flow*, Proceedings of the International Symposium on Unsteady Flow in Open Channel, Newcastle-upon-Tyne, England, 1976, pp A4-39 - A4-52.
- COLIN E. et POCHAT R., *Calcul d'onde de submersion due à la rupture d'un barrage*, Ministère de l'Agriculture et du Développement Rural, C.T.G.R.E.F., Division Hydrologie et Hydraulique Fluviale, France, 1978, pp 1-41.
- COOLEY R. L. and MOIN S. A., *Finite element solution of Saint-Venant equations*, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No HY6, june 1976, pp759-775.
- CORREC Y., *Fast computation of Delaunay triangulations*, Advanced Engineering Software, Vol 9, n° 2, 1987, pp 77-83.
- CROLEY T. H. and HUNT B., *Multiple-valued and non-convergent solutions in kinematic cascade models*, Journal of Hydrology, Vol 49, 1981, pp 121-138.
- DALUZ VIEIRA J. H., *Conditions governing the use of approximations for the Saint-Venant equations for shallow surface water flow*, Journal of Hydrology, Vol 60, 1983, pp 43-58.
- DEHOUSSE N. M. et VERBRUGGE J. M., *Au sujet de la Meuse liégeoise, au droit des barrages mobiles de Monsin , Yvoz-Ramet et Neuville-sous-Huy*, Revue Universelle des Mines, n° 7, 1967.
- DEHOUSSE N. M. et BONA J., *Les barrages fixes de retenue hydraulique et leur sécurité*, Livre de l'Eau, 1978.

- DEHOUSSE N. M., *Les barrages en béton*, Notes de cours, Université de Liège, 1994.
- DE KOSINSKY V., *Hydraulique Appliquée*, Notes de cours, Université de Liège, 1994.
- DHATT G. and THOUZOT G., *Une présentation de la méthode des éléments finis*, Maloine S.A. éditeur, Paris, 1981.
- DICK E., *A multigrid method for steady incompressible Navier-Stokes equations based on partial flux splitting*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 9, 1989, pp 113-120.
- DICK E., *Accurate Petrov-Galerkin methods for transient convective diffusion problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 19, 1983, pp 1425-1433.
- DJENIDI S., Etude théorique et expérimentale de l'effet de la rugosité sur l'hydrogramme de ruissellement d'un bassin hydrologique, travail de fin d'études, 1979.
- DONEA J., A Taylor-Galerkin method for convective transport problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 20, 1984, pp 101-119.
- DUNGLAS M. J., La Sécurité des barrages : une doctrine en évolution, Bulletin de liaison du Comité interafricain d'Etudes hydrauliques, n° 77-78, Juillet-octobre 1989.
- DUNNE T., Relation of field studies and modeling in the prediction of storm runoff, Journal of Hydrology, Vol 65, 1983, pp 25-48.
- EASON E. D., A review of least-squares methods for solving partial differential equations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 10, 1976, pp 1021-1046.
- ECH-CHERIF EL KETTANI B., BERRADA A., OUAZAR D. and AGOUZOUL M., 2D Dam break flood-wave propagation on dry beds, tiré à part.
- ESKENAZI E., Méthode expérimentale de prédiction des hydrogrammes de ruissellement des bassins hydrologiques par analyse numérique, thèse de doctorat, Université de Liège, 1975.
- ESKENAZI E., Etude hydrologique du Sart Tilman, Bassin du Ruisseau du Blanc Gravier, deuxième partie, Mémoires C.E.R.E.S. Université de Liège, 1973.
- ESSERS J. A., Méthodes nouvelles pour le calcul numérique d'écoulements stationnaires de fluides parfaits compressibles, thèse de doctorat, Université de Liège, 1977.
- FENNEMA R. J. and CHAUDHRY M. H., Implicit methods for two-dimensional unsteady free-surface flows, Journal of Hydraulic Research, Vol 27, n° 3, 1989, pp 321-332.
- FENNEMA R. J. and CHAUDHRY M. H., Simulation of one-dimensional dam-break flows, Journal of Hydraulic Research, Vol 25, n° 1, 1987, pp 41-52.
- FIELD W. G. and WILLIAMS B. J., A Generalised one-dimensional kinematic catchment model, Journal of Hydrology, Vol 60, 1983, pp 25-42.
- FOSTER G. B., HUGGINS L. F., MEYER L. D., Simulation of overland flow on short field plots, Water Resources Research, Vol 4, n° 6, 1968, pp 1179-1188.
- GARCIA-NAVARRO M. P., Numerical simulation of unsteady flow at open channel junctions, Journal of Hydraulic Research, Vol 30, n° 5, 1992, pp 595-608.
- GARCIA-NAVARRO P. and SAVIRON J. M., Mc Cormack's method for the numerical simulation of one-dimensional discontinuous unsteady open channel flow, Journal of Hydraulic Research, Vol 30, 1992, n° 1, pp 95-105.
- GARCIA-NAVARRO P., ALCRUDO F. and SAVIRON J. M., 1-D open-channel flow simulation using TVD-Mc Cormack scheme, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 118, n°10, October 1992, pp 1359-1372.

- GARRISON J. M., Grandju, J. P., Price, J. T., Unsteady flow simulation in rivers and reservoirs, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, n° HY5, September 1969, pp 1559-1575.
- GOZALI S. and HUNT B., Dam break solutions for a partial breach, *Journal of Hydraulic Research*, Vol 31, n° 2, 1993, pp 205-214.
- GRISARD L., Modélisation dynamique de l'emboutissage par la méthode des éléments finis et le code Lagamine, rapport interne n° 216, Université de Liège, 1993.
- Groupe de Travail du Comité Français des Grands Barrages, Bases techniques des plans d'alerte destinés à faciliter la protection des populations en aval des barrages, *Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Quatorzième Congrès des Grands Barrages*, Rio de Janeiro, 1982, pp 1263-1288.
- Groupe de Travail du Comité Français des Grands Barrages, Mesures prises en France pour faciliter la protection des populations à l'aval des barrages - Règlementation et calcul des zones submergées, *Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Onzième Congrès des Grands Barrages*, Madrid, 1973, pp 661-679.
- GUNTHER Cl., Conservative versions of the locally exact consistent upwind scheme of second order (Lecusso-Scheme), *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 34, 1992, pp 793-804.
- GUPTA M. M. and MANOHAR R. P., On the use of central difference scheme for Navier-Stokes equations, *International Journal for Numerical methods in engineering*, Vol 15, 1980, pp 557-573.
- GUPTA V. K. and WAYMIRE E., On the formulation of an analytical approach to hydrologic response and similarity at the basin scale, *Journal of Hydrology*, Vol 65, 1983, pp 95-123.
- GUYMON G. L. and HROMADKA T. V., Two-dimensional diffusion-probabilistic model of a slow dam break, *Water Resources Bulletin, American Water Resources Association*, Vol 22, n° 2, 1986, pp 257-265.
- HANSBO P., The characteristic streamline diffusion method for the time-dependent incompressible Navier-Stokes equations, *Computer Methods in applied Mechanics and Engineering*, Vol 99, 1992, pp 171-186.
- HEINRICH J. C. and STRADA M., Penalty finite element analysis of natural convection at high Rayleigh numbers, *Finite Elements in Fluids*, Vol 4, 1982, pp 319-345, chapter 14, 17.
- HEINRICH J. C. and ZIENKIEWICZ O. C., Quadratic finite element schemes for two-dimensional convective-transport problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 11, 1977, pp 1831-1844.
- HEINRICH J. C., On quadratic elements in finite element solutions of steady-state convection-diffusion equation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 15, 1980, pp 1041-1052.
- HEINRICH J. C., HUYAKORN P. S., ZIENKIEWICZ O. C. and MITCHELL A. R., An « Upwind » Finite Element Scheme for Two-Dimensional Convective Transport Equation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 11, 1977, pp 131-143.
- HOANG Q. O. and TRAN G. L., Ecoulement en rivière après une rupture de barrage - Calcul par la méthode des différences finies associées avec des caractéristiques, *La Houille Blanche*, N° 6, 1990, pp 433-439.

- HROMADKA II T. V., MCCUEN R. H. and YEN C. C., Comparison of overland flow hydrograph models, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol 113, HY11, 1987, pp 1422-1440.
- HROMADKA T. V. and DEVRIES J. J., A two-dimensional dam-break model of the Orange County Reservoir, *Proceedings of the International Symposium on Urban Hydrology, Hydraulic Infrastructures and Water Quality Control*, Lexington, Kentucky, 1985, pp 185-193.
- HROMADKA T. V. and DURBIN T. J., Two-dimensional dam-break flood-flow analysis for Orange County Reservoir, *Water Resources Bulletin*, American Water Resources Association, Vol 22, n° 2, 1986, pp 249-255.
- HROMADKA T. V., BERENBROCK C. E., FRECKLETON J. R. and GUYMON G. L., A two-dimensional dam-break flood plain model, *Advanced Water Resources*, Vol 8, 1985, pp 7-14.
- HUGGINS L. F. and MONKE E. J., A mathematical model for simulating the hydrologic response of a watershed, *Water Resources Research*, Vol 4, n° 3, June 1968, pp 529-539.
- HUGHES, T. J. R. and BROOKS A., A theoretical framework for Petrov-Galerkin methods with discontinuous weighting functions : application to the streamline-upwind procedure, *Finite Elements in Fluids*, Vol 4, 1982, pp 21-45, chapter 3.
- HUGHES T. J. R., *A simple scheme for developing « upwind » finite elements*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 12, 1978, pp 1359-1365.
- HUGHES T. J. R., LIU W. K. and BROOKS A., *Finite element analysis of incompressible viscous flows by the penalty function formulation*, *Journal of Computational Physics*, Vol 30, 1979, pp 1-60.
- HUNT B., *Dam-break solution*, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol 110, n° 6, 1984, pp 675-686.
- IZZARD C. F., *Overland flow tests*, Bureau of Public Roads, *Tabulated Hydrographs*, Vol 1-3, 1942-43.
- JARRETT R. D. and COSTA J. E., *Hydrology, geomorphology and dam-break modeling of the July 15, 1982 Lawn Lake Dam and Cascade Lake Dam failures, Larimer County, Colorado*, United States government Printing office, Washington, 1986, pp 1-78.
- JAYAWARDENA A. W. and WHITE J. K., *A finite element distributed catchment model, I. analytical basis*, *Journal of Hydrology*, Vol 34, 1977, pp 269-286.
- JAYAWARDENA A. W. and WHITE J. K., *A finite element distribution catchment model, II. Application to real catchments*, *Journal of Hydrology*, Vol 42, n° 3/4, July 1979, pp 231-249.
- JOHNS B., SOULSBY R. L. and XING J., *A comparison of numerical model experiments of free surface flow over topography with flume and field observations*, *Journal of Hydraulic Research*, Vol 31, n° 2, 1993, pp 215-228.
- KATOPODES N. and STRELKOFF T., *Computing two-dimensional dam-break flood waves*, *Journal of the Hydraulics Division*, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol 104, n° HY9, 1978, pp 1269-1288.
- KATOPODES N. and STRELKOFF T., *Two-dimensional shallow water-wave models*, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 105 n° EM2, April 1979, pp 317-335.

- KATOPODES N.D. and SCHAMBER D. R., *Applicability of dam-break flood wave models*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 109, n° 5, 1983, pp 702-721.
- KATOPODES N. D., *A dissipative Galerkin scheme for open-channel flow*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 110, N° 4, 1984, pp 450-466.
- KATOPODES N. D., *Two-dimensional surges and shocks in open channels*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 110, n° 6, 19, pp 794-812.
- KELLY D. W., NAKAZAWA S., ZIENKIEWICZ O. C. AND HEINRICH J. C., *A note on upwinding and anisotropic balancing dissipation in finite element approximations to convective diffusion problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 15, 1980, pp 1705-1711.
- KENFAOUI M. et MARCHE C., *Comment évaluer l'érosion d'une vallée sous l'écoulement de rupture d'un barrage*, Can. J. Civ. Eng., n° 13, 1986, pp 474-484.
- KIVIJARVI M. and REITER P. H., *The interactive, dynamic river management computer model of Kemijoki river and its use for optimizing and safeguarding operations under extraordinary flood conditions*, Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Seizième Congrès des Grands Barrages, San Fransisco, 1988, pp 975-993.
- LANE L. J. and WOOLHISER D. A., *Simplifications of watershed geometry affecting simulation of surface runoff*, Journal of Hydrology, Vol 35, 1977, pp 173-190.
- LAPIDUS L. and PINDER G. F., *Numerical solution of partial differential equations in science and engineering*, John Wiley and Sons, New York, 1982.
- LEJEUNE A., *Principes de la mécanique des fluides (hydraulique - aérodynamique)*, Notes de cours, Université de Liège, 1994.
- LEU J. M. and LIU C. L., *Overland flow computation with the characteristics method for a kinematic catchment model*, Water Resources Management, Vol 2, 1988, pp 269-288.
- Mac ARTHUR R. C., SCHAMBER D. R., HAMILTON D. L. and WEST M. H., *Verification of a generalized mudflow model*, Journal of Hydraulic Engineering, 1987, pp 457-462.
- MARCUS K. B. and LAN Y., *Surface runoff from moving storm using two-dimensional finite element diffusion wave approximation*, Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Methods in Water Resources, Denver, U.S.A., Vol 2, pp 737-7
- MENENDEZ A. N. and NAVARRO F., *An experimental study on the continuous breaking of a dam*, Journal of Hydraulic Research, Vol 28, 1990, N° 6, pp 753-772.
- MILLER C. T. and CORNEW F. H., *A Petrov-Galerkin method for resolving advective-dominated transport*, Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Methods in Water Resources, Denver, U.S.A., Vol 1, pp 157-164, 1992. Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science.
- MORGALI J. R., *Laminar and turbulent overland flow hydrographs*, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No HY2, February 1970, pp 441-460.
- MORRIS E. M., *The propagation of waves in shallow water flow with lateral inflow*, Hydrological Sciences Bulletin, Vol 25, n° 1, 1980, pp 25-32.
- MOTTA J. C. and TUCCI C. E. M., *Simulation of the urbanization effect in flow*, Hydrological Sciences Journal, Vol 29, n° 2, 1984, pp131-147.

- NAKAGAWA H., NAKAMURA S. and ICHIHASHI K., *Generation and development of a hydraulic bore due to the breaking of a dam*, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto University, Vol 19, Part 2, n° 154, 1969, pp 1-17.
- NAPIORKOWSKI J. J. and DOOGE J. C. I., *Analytical solution of channel flow model with downstream control*, Hydrological Sciences Journal, Vol 33, n° 3, 1988, pp 269-287.
- ORTIZ P., *A Taylor-Galerkin implicit-explicit generalisation for convective diffusion equations*, Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Methods in Water Resources, Denver, U.S.A., Vol 1, pp 165-172, 1992. Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science.
- OVERTON D. E., *Kinematic flow on long impermeable planes*, Water Resources Bulletin, Vol 8, n° 6, 1972, pp 1198-1204.
- OVERTON D. E., *Muskingum flood routing of upland streamflow*, Journal of Hydrology, Vol 4, 1966, pp 185-200.
- PALACIOS-VELEZ O. L. and CUEVAS-RENAUD B., *A PC-oriented distributed hydrologic model based on a digital terrain model formed by irregular triangular facets*, Hydraulic Engineering Software IV : Fluid Flow Modelling, pp 3-13, Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science.
- PAYRE G., de BROISSIA M., and BAZINET J., *An « upwind » finite element method via numerical integration*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 18, 1982, pp 381-396.
- PETRASCHECK A. W. and SYDLER P. A., *Routing of dam break floods*, Water Power and Dam construction, 1984, pp 29-32.
- PIRONNEAU O., *Méthodes des éléments finis pour les fluides*, Masson, Paris, 1988.
- PIROTON M., *Résolution des équations des shallow water en bidimensionnel*, par éléments finis, travail de fin d'études, Université de Liège, 1986.
- PIROTON M., *Calcul de la propagation d'une onde de rupture de barrage*, Tribune de l'eau, vol. 44 n° 551, Mai/Juin 1991.
- PIROTON M., *Modélisation des discontinuités en écoulement instationnaire à surface libre. Du ruissellement hydrologique en fine lame à la propagation d'ondes consécutives aux ruptures de barrages*, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège, 479 pages, Avril 1994.
- PIROTON M., *Modèle Hydrologique Conceptuel Distribué d'Écoulement Quasi-Tridimensionnel en Fine Lame sur Bassin Versant*, "Research and Development in the Field of Dams", pp. 689-700, Symposium 1995 of the Swiss National Committee on Large Dams, Switzerland, 1995.
- PIROTON M., *A Global Approach of the Unsteady Surface Flows Computations Including Shocks, by Finite Elements*, "International Conference on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences", Mérida, Venezuela, 1996.
- PIROTON M., *Coexistence de Régimes Variés en Modélisations Instationnaires d'Écoulements Filaires Ramifiés*, "Research and Development in the Field of Dams", pp. 701-712, Symposium 1995 of the Swiss National Committee on Large Dams, Switzerland, 1995.

- RAJAR R., *Modèle mathématique et abaques sans dimensions pour la détermination de l'écoulement qui suit la rupture d'un barrage*, Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Onzième Congrès des Grands Barrages, Madrid, 1973.
- RAJAR R., *Recherche théorique et expérimentale sur la propagation des ondes de rupture de barrage dans une vallée naturelle*, thèse de doctorat, Université de Toulouse, 1972.
- RAJAR R., *Mathematical simulation of dam-break flow*, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 104, n° HY7, 1978, pp 1011-1026.
- RAYMOND W. H. and GARDER A., *Selective damping in a Galerkin method for solving wave problems with variable grids*, Monthly Weather Review, Vol 104, 1976, pp 1583-1590.
- REITER P. H., *Numerical model simulations of dam operation under extraordinary flood conditions*, Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Seizième Congrès des Grands Barrages, San Fransisco, 1988, pp 995-1007.
- ROSS B. B., CONTRACTOR D. N. and SHANHOLTZ V. O., *A finite- element model of overland and channel flow for assessing the hydrologic impact of land-use change*, Journal of Hydrology, Vol 41, n° 1/2, april 1979, pp 11-30.
- SAKKAS J. G. and BELLOS C. V., *Mathematical model for design of border irrigation*, Water Resources Management, Vol 5, n° 3&4, 1991, pp 289-303.
- SAKKAS J. G. and STRELKOFF T., *Dam-break flood in a prismatic dry channel*, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 99, N° HY12, 1973, pp 2195-2216.
- SAKKAS J. G. and STRELKOFF T., *Dimensionless solution of dam-break flood waves*, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 102, N° HY2, 1976, pp 171-184.
- SANTOS F. J., *Accidents and wave propagation*, Best Summer Course , DEC/FCTUC AEUC, 1993.
- SATO S., IMAMURA F. and SHUTO N., *Numerical simulations of flooding and damage to houses by the Yoshida river due to typhoon n°8610*, Journal of Natural Disaster Science, Vol 11, n° 2, 1989, pp 1-19.
- SAVIC, L. J. and HOLLY, F. M., *Dambreak flood waves computed by modified Godunov method*, Journal of Hydraulic Research, Vol 31, n° 2, 1993, pp 187-204.
- SAVIC L. and HOLLY F. M., *Modified Godunov method for dambreak flows*, Proceedings of the IAHR Congress in Madrid, 1991, pp A-201-A-210.
- SINGH V. P. and QUIROGA A., *A dam-break erosion model - I. Formulation*, Department of Civil Engineering, Louisiana Sate University, Baton Rouge, USA, pp 1-30.
- SINGH V. P. and QUIROGA A., *A dam-break erosion model - II. Application*, Department of Civil Engineering, Louisiana Sate University, Baton Rouge, USA, pp 1-17.
- SINGH V. P. and WOOLHISER D. A., *A nonlinear kinematic wave model for watershed surface runoff*, Journal of Hydrology, Vol 31, 1976, pp 221-243.
- SINGH V. P., *A laboratory investigation of surface runoff*, Journal of Hydrology, Vol 25, 1975, pp 187-200.
- SLOAN S. W., *A fast algorithm for constructing Delaunay triangulations in the plane*, Advanced Engineering Software, Vol 9, n° 1, 1987, pp 34-55.

- SMITH A. A., *A generalized approach to kinematic flood routing*, Journal of Hydrology, Vol 45, 1980, pp 71-89.
- SMITH R. E., and WOOLISER D. A., *Overland flow on an infiltrating surface*, Water Resources Research, Vol 7, n° 4, augustus 1971, pp 899-913.
- SMOLDEREN J., *Partial differential equations*, notes de cours, Von Karman Institute for Fluid Dynamics.
- STEWART I. B. and UNSWORTH K., *A Petrov-Galerkin method for the numerical solution of the Bradshaw-Ferriss-Atwell turbulence model*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 8, 1988, pp 493-517.
- TAMAI N., IKEUCHI K., YAMAZAKI A. and MOHAMED A., *Experimental analysis on the open channel flow in rectangular continuous bends*, Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, Vol 1, n° 2, 1983, pp 17-31.
- TAYFUR G., LEVENT KAVVAS M., GOVINDARAJU R. S., STORM D. E., *Applicabilty of St. Venant equations for two-dimensional overland flows over rough infiltrating surfaces*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 119, n°1, jan 1993, pp 51-63.
- TAYLOR C., MASHIDANI G. A. and DAVIS J. M., *A finite element approach to watershed runoff*, Journal of Hydrology, Vol 21, 1974, pp 231-246.
- TAYLOR R. L. and ZIENKIEWICZ O. C., *Mixed finite element solution of fluid flow problems*, Finite Elements in Fluids, Vol 4, 1982, pp 319-345, chapter 1.
- THIRRIOT C. et BENAYADA L., *Essai critique sur la diffusion numérique dans un algorithme d'écoulement transitoire à surface libre* La Houille Blanche, n° 8, 1993, pp 527-537.
- TOMINAGA A., NEZU I., EZAKI K. and NAKAGAWA H., *Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows*, Journal of Hydraulic Research, Vol 27, n° 1, 1989, pp 149-173.
- TU H. and GRAF W. H., *Velocity distribution in unsteady open-channel flow over gravel beds*, Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, Vol 10, n° 1, May 1992, pp 11-25.
- UNSAI I., *Sur la propagation des ondes de submersion dans un canal en écoulement non-uniforme*, Commission Internationale des Grands Barrages, Proceedings du Onzième Congrès des Grands Barrages, Madrid, 1973, pp 13-22.
- UTNES T., *Two-equation (k,e) turbulence computations by the use of a finite element model*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 8, 1988, pp 965-975.
- VICHNEVETSKY R., *Wave Propagation Analysis of Difference Schemes for Hyperbolic Equations : A Review*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 7, 1987, pp 409-452.
- WEINEMANN P. E. and LAURENSEN E. M., *Approximate flood routing methods : a review*, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, No HY12, december 1979, pp 1521-1536.
- WERY B., *Identification des systèmes hydrologiques Application à la prévision des crues*, thèse de doctorat, Université Catholique de Louvain, 1990.
- WESTERINK J. J. and SHEA D., *Consistent higher degree Petrov-Galerkin methods for the solution of the transient convection-diffusion equation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 28, 1989, pp 1077-1101.

- WHEATER H. S., BELL N. C. and JOHNSTON P. M., *Evaluation of overland flow models using laboratory catchment data - III. Comparison of conceptual models*, Hydrological Sciences Journal, Vol 34, n° 3, June 1989, pp 319-337.
- WINTHAM G. B., *Linear and nonlinear waves*, John Wiley and Sons, New York.
- WOODING R. A., *A hydraulic model for the catchment-stream model. I. Kinematic-wave theory*, Journal of Hydrology, Vol 3, 1965, pp 254-267.
- WOODING R. A., *A hydraulic model for the catchment-stream model. III. Comparison with runoff observations*, Journal of Hydrology, Vol 4, 1966, pp 21-37.
- WOOLHISER D. A. and LIGGETT J. A., *Unsteady one-dimensional flow over a plane - the rising hydrograph*, Water Resources Research, Vol 3, n° 3, 1967, pp 753-771.
- WURBS R. A., *Comparative evaluation of dam-breach flood wave models*, Texas Civil Engineer, 1986, pp 13-20.
- YANG J. Y., HSU C. A. and CHANG S. H., *Computations of free surface flows- Part 1 : one-dimensional dam-break flow*, Journal of Hydraulic Research, Vol 31, n° 1, 1993, pp 19-34.
- YANG J. Y., LIEN F. S. and HSU C. A., *Non oscillatory shock-capturing finite element methods for the one-dimensional compressible Euler equations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 11, 1990, pp 405-426.
- YU C. C. and HEINRICH J. C., *Petrov-Galerkin method for multidimensional, time-dependent, convective-diffusion equations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 24, 1987, pp 2201-2215.
- YU C. C. and HEINRICH J. C., *Petrov-Galerkin methods for the time-dependent convective transport equation*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 23, 1986, pp 883-901.
- YU J. R. and HSU T. R., *On the solution of diffusion-convection equations by the space-time finite element method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 23, 1986, pp 737-750.
- YU Y. S. and Mc NOWN J. S., *Runoff from impervious surfaces*, Journal of Hydraulic Research, Vol 2, n° 1, 1964, pp 3-24.
- ZHANG H., HASSANZADEH Y., LONG N. D. and KAHAWITA R., *A 1-D numerical model applied to dam-break flows on dry beds*, Journal of Hydraulic Research, Vol 30, n° 2, 1992, pp 211-224.
- ZIPPE H. and GRAF W., *Turbulent boundary-layer flow over permeable and non-permeable rough surfaces*, Journal of Hydraulic Research, Vol 21, n° 1, 1983, pp 51-65.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I.	INTRODUCTION GÉNÉRALE	7
CHAPITRE II.	ASPECTS THÉORIQUES DE LA MODÉLISATION DU RUISSELLEMENT HYDROLOGIQUE	11
II.1.	Introduction	11
II.2.	Approche mathématique du ruissellement hydrologique	13
II.3.	Vérification de la thèse cinématique sur des ruissellements expérimentaux	17
II.4.	Extension de la théorie cinématique aux topographies réelles	19
II.5.	Spécificités de la thèse cinématique appliquée aux topographies réelles	22
II.6.	Singularités d'écoulement en topographie réelle	23
II.7.	Étude théorique des discontinuités en ruissellement hydrologique	25
	<i>II.7.1. Première approche de la transition par l'hypothèse de l'onde diffusive</i> ...	26
	<i>II.7.2. Approche d'une transition par les équations non-linéaires complètes</i>	28
II.8.	Conclusion	30
CHAPITRE III.	ASPECTS NUMÉRIQUES DE LA MODÉLISATION DU RUISSELLEMENT HYDROLOGIQUE UNIDIMENSIONNEL	31
III.1.	Introduction	31
III.2.	Discrétisation spatiale et temporelle	32
III.3.	Résolution numérique du système non-linéaire	33
III.4.	Choix des fonctions de pondération P_i	35
	<i>III.4.1. Méthode N-1</i>	36
	<i>III.4.2. Méthode N+1</i>	37
III.5.	Étude théorique du schéma numérique	39
	<i>III.5.1. Étude de stabilité</i>	39
	<i>III.5.2. Détermination de la valeur optimale de α'_u</i>	42
	<i>III.5.3. Extension de la méthode au non-linéaire</i>	43
III.6.	Modélisation d'un écoulement sur plan incliné	44
III.7.	Modélisation de l'écoulement sur pente non uniforme, de valeur croissante vers l'exutoire	46
III.8.	Modélisation de l'écoulement sur pente non uniforme, de valeur décroissante vers l'exutoire	50
III.9.	Conclusion	53

CHAPITRE IV. ASPECTS THÉORIQUES ET NUMÉRIQUES DU RUISSELLEMENT HYDROLOGIQUE QUASI TRIDIMENSIONNEL GÉNÉRALISÉ AUX TERRAINS NATURELS	55
IV.1. Introduction	55
IV.2. Discrétisation du système non-linéaire avec des fonctions de pondération dissymétriques	56
<i>IV.2.1. Discrétisation et résolution du système</i>	56
<i>IV.2.2. Distribution du décentrement spatial des fonctions</i>	56
<i>IV.2.3. Évaluation d'une longueur caractéristique pour chaque élément</i>	57
IV.3. Conséquences théoriques et numériques du ruissellement sur des couvertures perméables	61
<i>IV.3.1. Évaluation des quantités infiltrées</i>	61
<i>IV.3.2. Approche théorique de l'infiltration</i>	62
<i>IV.3.3. Conséquences de l'infiltration sur l'écoulement</i>	65
<i>IV.3.4. Méthode à balayages multiples</i>	68
IV.4. Automatisation des phases préalables à la simulation	68
<i>IV.4.1. Développement d'un mailleur automatique</i>	69
<i>IV.4.2. Délimitation d'un bassin versant constitué de facettes planes triangulaires</i> ...	71
<i>IV.4.3. Introduction optionnelle d'un fractionnement supplémentaire des simulations d'écoulement hydrologique</i>	75
IV.5. Conclusion	76
 CHAPITRE V. ASPECTS THÉORIQUES ET NUMÉRIQUES DE LA MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT TRANSITOIRE EN COURS D'EAU	 79
V.1. Introduction	79
V.2. Approche mathématique de l'écoulement en cours d'eau à sections quelconques	80
<i>V.2.1. Passage en unidimensionnel</i>	80
<i>V.2.2. Coefficient d'inégale répartition de vitesse</i>	82
V.3. Aspects numériques de la modélisation de l'écoulement filaire en régime infracritique	84
<i>V.3.1. Discrétisation spatiale et temporelle</i>	84
<i>V.3.2. Résolution numérique du système non-linéaire</i>	85
<i>V.3.3. Étude théorique du schéma numérique</i>	85
<i>V.3.4. Vérification du logiciel en tant qu'outil de gestion</i>	90
<i>V.3.5. Extension de la méthode numérique à la résolution de réseaux ramifiés</i>	93
V.4. Limites de la méthode classique	97

CHAPITRE VI. SPÉCIFICITÉS THÉORIQUES ET NUMÉRIQUES DES ÉCOULEMENTS CONSÉCUTIFS AUX RUPTURES DE BARRAGES	99
VI.1. Introduction	99
VI.2. Solutions théoriques d'écoulement consécutif à la rupture instantanée d'un ouvrage	104
<i>VI.2.1. Propagation sur fond sec</i>	105
<i>VI.2.2. Propagation sur fond humide</i>	106
VI.3. Nécessité et possibilités d'extension du modèle numérique	108
VI.4. Élaboration d'une méthode de pondération $N+1$	111
<i>VI.4.1. Choix des fonctions de pondération</i>	112
<i>VI.4.2. Choix de la matrice G</i>	112
<i>VI.4.3. Choix du paramètre α_{N+1}</i>	114
<i>VI.4.4. Extension de la méthode au non-linéaire</i>	115
 CHAPITRE VII. QUELQUES ÉLÉMENTS DE VALIDITÉ POUR DES RÉGIMES VARIÉS EN CONDITIONS RÉELLES	 117
VII.1. Introduction	117
VII.2. Vérification théorique	117
<i>VII.2.1. Propagation d'un ressaut en canal lisse horizontal</i>	117
<i>VII.2.2. Rupture brusque en canal lisse horizontal</i>	118
VII.3. Vérification expérimentale	120
VII.4. Propagation sur fond sec ou humide ?	122
<i>VII.4.1. Optimisation du temps de calcul par maillage adaptatif</i>	123
<i>VII.4.2. Modélisation d'une rupture progressive en géométrie réelle</i>	124
VII.5. Naissance d'un ressaut en conditions réelles	126
VII.6. Conclusion	129
 CHAPITRE VIII. MODÉLISATION D'UNE CRUE SUR LE BASSIN DU BLANC GRAVIER	 131
VIII.1. Introduction	131
VIII.2. Phases topographiques préalables aux modélisations d'écoulement sur le bassin du blanc gravier	133
VIII.3. Détermination des paramètres de modélisation	137
VIII.4. Modélisations d'écoulement en fine lame	138
VIII.5. Propagation en réseau filaire des diagrammes de débits latéraux	142
VIII.6. Conclusion	143

CHAPITRE IX. MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT CONSÉCUTIF À LA RUPTURE DU BARRAGE DE LA VESDRE À EUPEN	145
IX.1. Introduction	145
IX.2. Résultats obtenus dans hypothèse d'une rupture instantanée	148
IX.2.1. Vidange de la retenue	148
IX.2.2. Propagation de l'onde entre le barrage et Eupen (Bras 1)	150
IX.2.3. Remontée d'un front secondaire dans le bras latéral de la Helle (Bras 2) .	152
IX.2.4. Propagation du front principal entre Eupen et Béthane (Bras 3)	154
IX.2.5. Remontée d'un front secondaire dans le bras latéral de la Gileppe (Bras 4)	155
IX.2.6. Propagation du front principal entre Béthane et Verviers (Bras 5)	156
IX.3. Enseignements	158
CHAPITRE X. CONCLUSION GÉNÉRALE	163
BIBLIOGRAPHIE	167

Une approche globale pour modéliser la genèse et la propagation des crues naturelles ou accidentelles

Michel Piroton (né en 1963) est Ingénieur Civil des Constructions et Docteur en Sciences Appliquées de l'Université de Liège. Chargé de Cours à cette même Université, il travaille dans le Département d'Hydraulique et développe ses activités dans les domaines de l'hydrodynamique de surface et des Constructions hydrauliques. Passionné par la gestion des ressources en eau, il s'attache notamment à développer un raisonnement unifié applicable à toute la chaîne des écoulements de surface sur lesquels on interfère le plus pour satisfaire les objectifs les plus divers. Ses travaux ont fait l'objet de présentation à de multiples Colloques et sont synthétisés dans de nombreuses publications internationales.

En simulant les situations hydrauliques présentes dans une retenue ou un réseau de cours d'eau quelconque, les modèles numériques peuvent aider à gérer plus efficacement les ressources hydrauliques, tant dans des phases de crue que d'étiage. Afin d'établir et de résoudre numériquement de tels outils d'aide à la gestion, sont envisagés successivement, en suivant le fil de l'eau dans son parcours à l'air libre :

- Un premier modèle qui s'intéresse à la transformation hydrologique d'un signal de pluies sur un bassin versant en un signal de débits à son exutoire, par représentation du ruissellement quasi tridimensionnel de la fine lame d'eau. Cette étape reproduit ainsi la genèse des crues naturelles.
- Un second modèle qui propage, en réseau quelconque, à la fois les hydrogrammes élémentaires du premier modèle, mais également les ondes les plus diverses, depuis la gestion des plus basses eaux jusqu'au cas extrême des ruptures de barrages. Cette étape reproduit ainsi la propagation des crues naturelles ou accidentelles, leur combinaison et leur atténuation.

L'examen chronologique de ces écoulements instationnaires s'accorde avec la complexité graduelle des approches envisagées pour reproduire l'existence commune de discontinuités :

- Dans le premier modèle, elles sont liées à la prise en compte directe de géométries tridimensionnelles naturelles, caractéristiques des cartes topographiques digitalisées.
- Dans le second modèle, ces ressauts existent en propagation d'ondes raides consécutives à la rupture de barrages, et dans toutes les situations plus courantes d'écoulement qui impliquent la formation de ressauts.

Des analyses théoriques sur la signification de ces chocs, suivies d'approches numériques originales, sont proposées. Leur application à des cas concrets et pratiques démontre une reproduction fidèle de toutes les spécificités des écoulements, sans étalement exagéré des singularités ni effet parasite.

La modélisation d'un épisode pluvieux sur un bassin versant réel ainsi que la simulation, pour la première fois en Belgique, d'une rupture brusque en géométrie réelle d'un grand barrage belge démontrent qu'une approche globale des écoulements est prometteuse, sans préjugé sur l'échelle très différenciée des processus hydrauliques à considérer.

