

*Modélisation des ressauts en ruissellement hydrologique  
quasi-tridimensionnel sur terrains quelconques*

M. PIROTON

"XXVI IAHR Congress HYDRA 2000", London, UK, 1995.

# Modélisation des ressauts en ruissellement hydrologique quasi-tridimensionnel sur terrains quelconques

M. PIROTTON

Université de Liège, Institut du Génie Civil, Laboratoires L.H.C.N,  
6, Quai Banning - B.4000 Liège - Belgique

## INTRODUCTION

Comme l'ont encore dramatiquement prouvé les récentes crues hivernales, une prévision fiable de l'amplitude et de la distribution temporelle des débits, ainsi qu'une compréhension globale des processus de transformation hydrologique par un bassin d'un signal de pluies en un signal de débits à son exutoire, s'imposent comme fondements de toute gestion efficace des ressources hydrauliques, basée sur l'anticipation et respectueuse des populations aval.

En marge des modélisations hydrologiques traditionnelles qui convertissent, par une fonction mathématique paramétrée, un signal d'entrée en un signal de sortie, une alternative est examinée, basée sur la physique de l'écoulement à grande échelle de la lame d'eau sur le bassin. Les avantages d'un tel type d'approche découlent de l'interprétation physique inhérente à chaque paramètre utilisé.

Si les analyses théoriques et expérimentales conduisent à légitimer l'hypothèse cinématique pour le ruissellement hydrologique en fine lame, son application s'est longtemps cantonnée dans des applications unidimensionnelles, avec des topographies naturelles idéalisées en une succession de géométries élémentaires.

Cette communication démontre que sa généralisation à des topographies digitalisées quelconques se heurte effectivement à d'innombrables difficultés, qui ne sont fiablement surmontées que par l'introduction, dans la solution, de discontinuités suggérées par une réflexion générale sur la signification physique des singularités d'écoulement.

## APPLICATION DE LA THEORIE CINEMATIQUE A L'HYDROLOGIE

Lorsqu'on raisonne sur les équations de base de l'hydraulique et qu'on les particularise à une modélisation à grande échelle d'écoulements hydrologiques en très fine lame, deux paramètres significatifs émergent dont les valeurs relatives s'avèrent déterminantes dans le choix d'une approximation adéquate : le nombre de Froude  $f_0$  ainsi que le nombre d'onde cinématique  $k_0$ , cité la première fois par Woolhizer et Liggett en 1967 et défini par :

$$k_0 = \frac{l_0 g \sin \theta}{u_0^2} = \frac{l_0 \operatorname{tg} \theta}{h_0 f_0^2} \quad (1)$$

avec :

- $l_0$  : la longueur caractéristique d'écoulement
- $h_0$  : la profondeur de la lame à l'exutoire
- $u_0$  : la vitesse uniforme au même endroit
- $\theta$  : l'angle local entre la surface d'écoulement et un plan horizontal
- $f_0$  : le nombre de Froude calculé avec ces valeurs caractéristiques

En s'appuyant sur l'expérience des hydrologistes, on peut conclure que l'écoulement sur des pentes naturelles situe généralement les couples de valeurs  $(f_0, k_0)$  dans des zones où l'approximation cinématique est licite. Par conséquent, le remplacement dans l'équation de continuité des composantes de la vitesse par leur forme explicite en fonction de la hauteur de lame rend le modèle quasi-tridimensionnel suivant :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (a' h^{m+1} \cos \theta_s) + \frac{\partial}{\partial y} (a' h^{m+1} \sin \theta_s) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = (r - i) \cos \theta_z \quad (2)$$

avec :

- $r, i$  : respectivement les précipitations et la vitesse d'infiltration
- $-\theta_z$  : l'angle que fait la topographie locale avec l'axe  $z$
- $\cos \theta_s, \sin \theta_s$  : les composantes dans le plan  $(x, y)$  de la tangente à une trajectoire quelconque  $C$
- $a', m, cf$  : des coefficients caractérisant la topographie, sa couverture et le type d'écoulement au sein de la lame

La confrontation de la théorie et de l'expérimentation sur modèles réduits constitués de géométries élémentaires conforte le choix de l'approximation cinématique en révélant une structure majoritairement turbulente pour l'écoulement au sein de la lame ( $m = 2/3$ ). Remarquons immédiatement que par sa formulation non-linéaire, ce modèle réfute des conceptions classiques comme le temps de concentration considéré comme propriété intrinsèque d'un bassin, la présence d'isochrones et, plus généralement, les propriétés d'additivité liées à la théorie de l'hydrogramme unitaire. En sus, la non-linéarité implique de travailler avec des signaux de pluies brutes et de gérer simultanément les phénomènes d'infiltration puisque les quantités infiltrées contribuent localement et temporairement à gonfler la lame de surface et à modifier le champ de vitesse des volumes ruisselants qui parviennent jusqu'à l'exutoire.

Quoi qu'il en soit, l'excellente correspondance des résultats suggère d'étendre aux géométries naturelles les plus variées le cadre d'utilisation de cette théorie vérifiée sur des topographies simples. Cette généralisation ne peut cependant



s'opérer sans une réflexion parallèle sur les conséquences des simplifications théoriques et la physique des processus.

Par opposition au caractère trivial de la formulation cinématique linéarisée qui décrit une simple translation, sans déformation, d'un signal à une célérité constante, le système non-linéaire introduit certains caractères essentiels des ondes hyperboliques avec apparition d'ondes de choc matérialisées par des sauts dans l'écoulement. Ces spécificités mettent localement en défaut l'hypothèse de la thèse cinématique identifiant pente de fond et de surface (dimensions spatiales de la discrétisation nettement supérieures à l'épaisseur de lame). Une telle situation peut être très simplement initiée en écoulement unidimensionnel par une pluie uniforme qui arrose la succession des deux pentes reprises à la figure 1. Cette application, résolue théoriquement, conduit à des solutions triples de hauteurs d'eau en aval de la transition de pente, ce qui est physiquement inacceptable eu égard à la relation univoque qui lie hauteurs et débits.

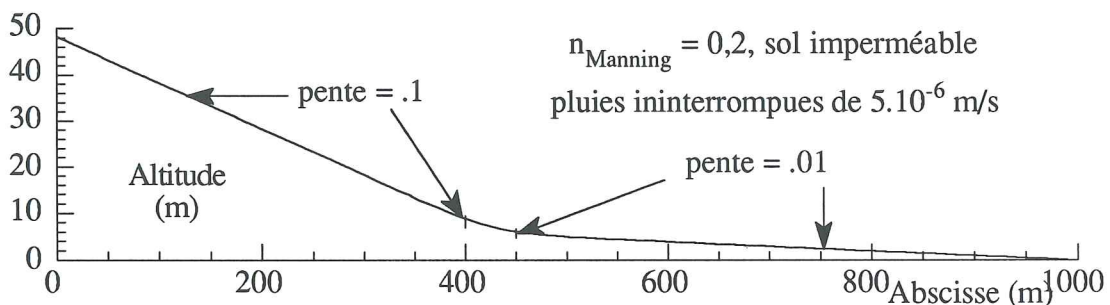


Figure 1 - Profil étudié

L'étude théorique avec le système d'équations complet établit qu'il est licite, à l'échelle des éléments utilisés, d'approximer à la fois de brusques transitions locales continues mais également d'éventuels ressauts à l'échelle de la fine lame fluide par ce que nous nommerons des ressauts simplifiés au sens de la théorie cinématique. Au-delà de ce constat primordial qui conforte le recours à l'approximation cinématique en conditions quelconques, se pose d'abord le problème théorique d'exprimer l'unique solution composite qui vérifie l'équation différentielle dans ses intervalles continus et satisfait à la condition appropriée de "saut" aux discontinuités.

Par ailleurs, cette solution, communément nommée solution faible du problème doit être adéquatement traitée numériquement par une méthode apte à gérer des ressauts en instationnaire. A défaut de travailler avec ces schémas spécifiques, les singularités de l'écoulement qui ni sont détectées ni analysées physiquement provoquent des approximations telles, sur les bilans volumiques notamment, que les résultats ne peuvent plus être fiablement interprétés.

Dans ce contexte a été élaboré un code qui procède par capture numérique des chocs pour travailler fiablement, sans aucune hypothèse simplificatrice, sur n'importe quelle topographie digitalisée. L'action sélective de la méthode

conservative par éléments finis, développée avec des fonctions de pondération décentrées, est démontrée pour l'application élémentaire décrite à la figure 1.

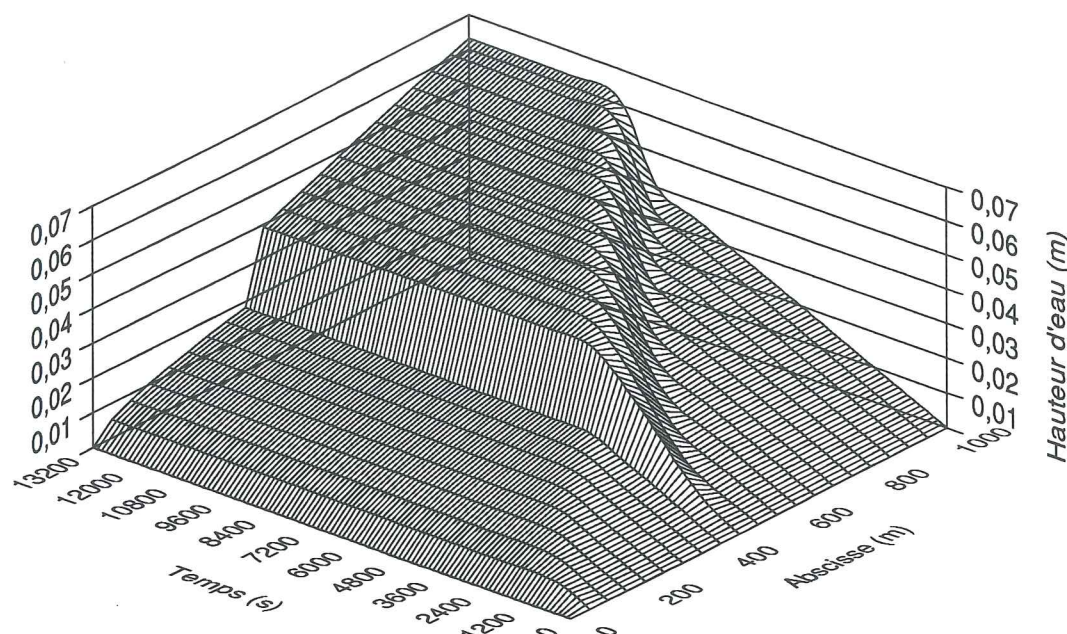


Figure 2 - Evolution temporelle de la hauteur d'eau sur l'ensemble de la surface topographique, avec formation d'un ressaut

Toutes les lignes d'eau sur l'ensemble de la géométrie sont reprises dans la représentation tridimensionnelle de la figure 2. Elles confirment que la formation et la stabilisation d'un ressaut à la transition de pente sont parfaitement reproduites et conformes à la solution analytique, sans lissage exagéré ni onde parasite rémanente.

### CONCLUSION

La méthode gère les hétérogénéités spatiales des propriétés évolutives des sols et des précipitations, grâce au développement d'éléments couvrants-découvrants. Des procédures annexes de maillage automatique et de détermination automatique des bassins versants ainsi que des outils graphiques complètent ce module hydrologique qui modélise la fine lame sur le bassin puis propage les hydrogrammes latéraux en réseaux de rus et de rivières [1]. Toute intervention humaine sur le bassin se répercute par une modification physiquement correspondante des paramètres de la modélisation, avec une quantification immédiate des impacts à l'exutoire, type d'utilisation prometteuse qui ouvre à l'approche hydrologique basée sur la physique de l'écoulement un bel avenir dans le domaine de l'aide à la gestion des ressources hydrauliques.

### REFERENCE

- [1] PIROTTON M., *Modélisation des discontinuités en écoulement instationnaire à surface libre Du ruissellement hydrologique en fine lame à la propagation d'ondes consécutives aux ruptures de barrages*, Thèse de doctorat, Université de Liège, 211 figures, 479 pages, Avril 1994.