

Les évaluations des performances en mathématiques sont-elles influencées par le sexe de l'élève ?

Dominique Lafontaine
Christian Monseur
Université de Liège

MOTS CLÉS: Évaluation des performances scolaires, différences selon le sexe, égalité garçons-filles, mathématiques

Cet article comporte deux études complémentaires visant à explorer si le sexe de l'étudiant influence le jugement des enseignants en mathématiques. La première étude, expérimentale, a porté sur 48 enseignants de mathématiques (secondaire supérieur). Ceux-ci ont été répartis en deux groupes comparables et devaient évaluer quatre copies attribuées dans le premier groupe à une fille, dans le second groupe à un garçon. Même si les enseignants affirment, dans le questionnaire portant sur leurs attitudes, que les filles et les garçons ont des capacités et des intérêts identiques pour les mathématiques, les résultats montrent que les enseignants ont tendance à évaluer de manière différente des copies équivalentes attribuées à des garçons ou à des filles, selon la valeur de cette copie, plus ou moins bonne. La deuxième étude, corrélative, se fonde sur les données de PISA 2000 de la Communauté française de Belgique et met en relation les scores standardisés obtenus dans PISA et les notes attribuées aux mêmes élèves par leur professeur de mathématiques. Il ressort de cette mise en relation, d'une part, que les garçons performants ont tendance à être surévalués et les filles performantes sous-évaluées, d'autre part, que les garçons peu performants sont sous-évalués et les filles peu performantes fortement surévaluées comparativement aux garçons de même niveau.

KEY WORDS: Educational achievement, gender differences, gender equity, mathematics

This paper shows two different studies aimed at exploring whether student's gender has an influence on the way teachers assess performances in mathematics. The first study, an experimental study, involved 48 mathematics teachers (higher secondary education). They were divided in two comparable groups and had to rate four assignments attributed in one group to a girl, in the other group to a boy. The findings show that even if teachers show the same expectations regarding

boys and girls' abilities and interest in mathematics (assessed by a questionnaire), a slight but significant gender bias is nevertheless at play when rating equivalent assignments attributed to boys or girls, depending whether the assignment is good or bad. The second study, a correlational one, is based on the PISA 2000 data. The PISA maths score have been correlated with the students' marks in mathematics gathered through the background questionnaire. Results show that high achievers males are overestimated while high achievers female are underestimated. The reverse pattern is observed for low achievers: among those low achievers, males are underestimated and females overestimated.

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação do desempenho escolar, diferenças de género, igualdade de género, matemáticas

Este artigo apresenta dois estudos complementares cujo objectivo é explorar a influência do género na avaliação dos professores de matemática. O primeiro estudo, de carácter experimental, envolveu 48 professores de matemática (ensino secundário). Eles foram divididos em dois grupos comparáveis e deviam avaliar quatro provas atribuídas, no primeiro grupo, a uma rapariga e, no segundo grupo, a um rapaz. Apesar de os professores afirmarem, nos questionários sobre as suas atitudes, que as raparigas e os rapazes têm capacidades e interesses idênticos em relação às matemáticas, os resultados mostram, porém, que os professores apresentam uma tendência para avaliar de maneira diferente (melhor ou pior) provas equivalentes conforme são atribuídas a rapazes ou a raparigas. O segundo estudo, de natureza correlacional, baseia-se nos dados do PISA 2000 da Comunidade francesa da Bélgica e procura relacionar os resultados estandardizados obtidos no PISA e as notas atribuídas aos mesmos alunos pelo seu professor de matemática. Os resultados desta relação mostram o seguinte: por um lado, no caso dos alunos que apresentam bons desempenhos, os rapazes são sobre-avaliados, ao passo que as raparigas são sub-avaliadas; por outro lado, no caso dos alunos com fracos desempenhos, os rapazes são sub-avaliados, enquanto as raparigas são fortemente sobre-avaliadas.

Note des auteurs – Toute correspondance peut être adressée comme suit : Dominique Lafontaine, Université de Liège, Département éducation et formation, téléphone : 04/366 20 97, télécopieur : 04/366 28 55, ou Christian Monseur, Université de Liège, Département éducation et formation téléphone : 04/366 20 95, ou par courriel aux adresses suivantes : [dlafontaine@ulg.ac.be] ou [cmonseur@ulg.ac.be].

Introduction

L'égalité est une valeur centrale en éducation. Tous les élèves – qu'ils soient filles ou garçons – doivent être traités de manière égale à l'école. Cette problématique est particulièrement cruciale dans le domaine des apprentissages scientifiques. Beaucoup de sociétés contemporaines sont en effet confrontées au problème suivant : trop peu de filles, qui ont pourtant suivi le cursus nécessaire, font le choix d'entreprendre des études supérieures à caractère scientifique (Alaluf, Imatouchan, Marage, Pahaut & Sanvura, 2003). Il est donc essentiel de prendre au sérieux tous les mécanismes qui, parfois insidieusement, conduisent les filles à sous-estimer leurs compétences dans le domaine des mathématiques et des sciences et risquent de les détourner des carrières scientifiques. Les biais qui peuvent affecter les évaluations – souvent à l'insu des évaluateurs – font partie de ces mécanismes qu'il importe d'investiguer.

Revue de la documentation

Les nombreuses études de docimologie expérimentale qui ont fleuri dans l'entre-deux-guerres et qui se sont poursuivies dans les années 1960 et 1970 (pour une synthèse, voir de Landsheere, 1980) se sont penchées sur les différents types de biais qui peuvent affecter la mesure et l'évaluation. Des phénomènes tels que les effets de stéréotypie de halo ou d'ordre de correction ont ainsi été mis en évidence. Ces études ont largement démontré à quel point des variables de situation et des variables de personnalité (de l'évaluateur), selon la distinction qu'établissent Noizet et Caverni (1978), engendrent des divergences systématiques dans la notation. Dans les études portant sur l'effet de halo, l'influence de facteurs tels que l'apparence physique ou la qualité de l'écriture ou de préjugés favorables ou défavorables a été maintes fois investiguée. En revanche, on ne trouve guère, dans les études de docimologie expérimentale classique, d'études portant sur l'influence du sexe de l'élève sur la notation.

D'autres études, plus récentes, ont en revanche documenté la question en la liant à d'autres concepts susceptibles d'influencer le jugement. Ainsi, selon Duru-Bellat (1994), les enseignants ont développé des attentes différenciées pour les garçons et les filles, en fonction du domaine. « En mathématiques, discipline connotée comme masculine, les maîtres expriment des différences en termes d'attentes dès la fin du primaire : alors même que filles et garçons

réussissent (encore) aussi bien en mathématiques, ils prédisent pour les garçons des réussites ultérieures supérieures à celles des filles» (Duru-Bellat, 1994, p. 67). Ces attentes fonctionnent comme des prophéties autoréalisatrices (Good & Brophy, 2003; Jussim & Eccles, 1995). Elles alimentent la confiance des garçons dans leurs capacités en mathématiques et sapent la confiance des filles, qui hésitent à s'engager dans des formations scientifiques. «Si les filles s'orientent moins en S [Scientifique], c'est qu'elles pratiquent une auto-sélection, ayant besoin d'environ quatre points de plus (dans une échelle de notes sur 100) dans les matières scientifiques pour oser faire ce choix et se concentrant moins sur cette filière quand leur niveau global est bon.» (Duru-Bellat, 1994, p. 120.)

La méta-analyse consacrée par Dusek et Joseph (1983) aux facteurs qui influencent le jugement scolaire ne met pas en évidence d'effet significatif du sexe. Bressoux et Pansu (2003) ont de leur côté réalisé, en situation ordinaire de classe, une étude multiniveau portant sur 18 classes de CE2 (élèves de 8-9 ans). Dans ce modèle, ils prédisent le jugement scolaire de l'enseignant sur la base d'une série de variables relatives aux élèves et à la classe fréquentée. À compétences égales (mesurées par une épreuve externe), une série de critères influencent le jugement, tels que l'origine sociale ou le redoublement. En ce qui concerne le sexe, les résultats sont mitigés : en langue maternelle, aucun effet n'est observé ; en mathématiques, les garçons obtiennent un jugement légèrement plus favorable (+ 0,32 sur une échelle de 0 à 10) que les filles.

En matière d'évaluation, Mosconi (1999) relate que «plusieurs expériences de correction en aveugle ont montré qu'elles (i.e. les attentes) avaient pour conséquence une surévaluation des bonnes copies des garçons et une sous-évaluation des bonnes copies de filles et inversement plus d'indulgence pour les mauvaises copies de filles et plus de sévérité pour les mauvaises copies de garçons» (Mosconi, 1999, p. 10). De même, en physique, Desplats (1989, cité par Duru-Bellat, 1995) a montré que les mêmes copies de physique, bonnes, moyennes ou faibles, sont évaluées différemment par un panel d'enseignants, dès lors qu'elles sont attribuées à un garçon ou à une fille. Quand il s'agit d'une bonne copie, la note est plus favorable si la copie est attribuée à un garçon. Mais quand la copie est médiocre, la note est meilleure s'il s'agit d'une fille, «comme si, vu leur sexe, elles étaient "excusées" de ne pas réussir» (Duru-Bellat, 1995, p. 79).

Quant à la question de savoir si les enseignants interagissent différemment avec les élèves – garçons ou filles – selon qu'ils sont eux-mêmes de sexe masculin ou féminin, les résultats sont peu concluants. Selon Chouinard (2002), «ces différences entre les enseignantes et les enseignants sont mineures et devraient être considérées dans un contexte plus large de similarités.» (Chouinard, 2002, p. 191). Parker-Price et Claxton (1996, cités par Chouinard, 2002) soutiennent que les enseignants critiquent plus volontiers les comportements stéréotypés de leur propre sexe, mais «les études menées sur le sujet concluent que les enseignants ne favorisent pas les élèves de leur propre sexe» (Brophy, 1985; Duru-Bellat, 1990, cités par Chouinard, 2002, p. 192). Nous n'avons pas connaissance de travaux qui auraient abordé cette question dans le cadre d'études portant spécifiquement sur l'évaluation.

Objectifs

Afin de cerner dans quelle mesure le sexe de l'élève influence l'évaluation des performances en mathématiques, deux études complémentaires ont été entreprises, une étude à caractère expérimental¹, et une étude corrélacionnelle à large échelle. Pour la clarté de l'exposé, les objectifs, la méthode et les résultats des deux études seront présentés successivement.

Étude expérimentale

Objectifs

L'étude expérimentale vise à mesurer :

1. si le sexe de l'étudiant a une influence sur la manière dont des enseignants de mathématiques évaluent des copies d'étudiants en fin d'enseignement secondaire ;
2. si le degré de sévérité des enseignants concernés est à son tour influencé par :
 - a) leur propre sexe,
 - b) leurs opinions relatives aux capacités et à l'intérêt des garçons et des filles en mathématiques.

Méthode

Échantillon

Un échantillon de convenance de 48 professeurs de mathématiques de la Communauté française de Belgique, exerçant en fin d'enseignement secondaire et provenant d'une vingtaine d'établissements différents de la région liégeoise, a été constitué¹. L'échantillon comporte 28 femmes et 20 hommes. Ces enseignants ont été répartis en deux groupes les plus comparables possible, en fonction de leur sexe, de leur degré d'ancienneté et de leur formation initiale. Les caractéristiques de l'échantillon et la répartition dans les deux groupes figurent à l'annexe 1.

Matériel et plan expérimental

Quatre copies fictives ont été construites par un professeur de mathématiques expérimenté, enseignant à l'université, et ensuite soumises à deux autres professeurs de mathématiques pour validation. Une copie très faible (A, valeur 2/10), une copie assez faible (B, valeur 4/10), une copie assez bonne (C, valeur 6/10) et une bonne copie (D, valeur 8/10). Lorsque ces copies sont soumises aux évaluateurs, la seule information disponible relative à l'étudiant est un prénom clairement masculin (Bernard et Nicolas) ou féminin (Chloé et Émilie)². Les évaluateurs sont informés que les élèves fréquentent une cinquième année secondaire de l'enseignement général (l'âge des étudiants en cinquième secondaire est de 16-17 ans) comportant quatre heures de mathématiques hebdomadaires³. On leur annonce que la tâche à laquelle ils participent est menée dans le cadre d'une recherche portant sur la résolution de problèmes. Ils reçoivent en outre copie de l'exercice valant la note maximale (10/10). Il s'agit du produit-norme au sens où l'entendent Noizet et Caverni (1978); il ne leur a pas été demandé de faire eux-mêmes la démonstration. L'exercice (unique) à évaluer est la démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions. Les copies sont manuscrites et comportent toutes trois sections, hypothèse, thèse et démonstration.

Dans le premier groupe, les copies A et C sont attribuées à des filles, les copies B et D à des garçons. Dans le second groupe, les copies A et C sont attribuées à des garçons, les copies B et D à des filles. Chaque enseignant doit évaluer les quatre copies dans un ordre différent. L'ordre des copies a été conçu pour neutraliser l'effet de la fatigue, de l'ennui et de l'ordre des copies. Le plan expérimental est reproduit en annexe 2.

Par ailleurs, les enseignants ont dû répondre à un bref questionnaire de 15 items portant sur leurs attentes. Les enseignants devaient marquer leur accord sur une échelle de Likert à quatre échelons; une série de propositions relatives aux capacités et à l'intérêt des garçons et des filles pour les mathématiques leur a été soumise (par exemple: «*les garçons comprennent mieux les mathématiques que les filles*»; «*les filles aiment mieux que les garçons d'avoir à résoudre des problèmes en mathématiques exigeants*»). Les 15 items se répartissent comme suit: cinq items affirmant l'égalité filles-garçons face aux mathématiques (par exemple: «*être bon en mathématiques est aussi naturel pour une fille que pour un garçon*»), quatre items affirmant la «supériorité» relative des garçons (par exemple: «*les garçons arrivent mieux que les filles à comprendre les mathématiques*») et six items affirmant la «supériorité» relative des filles (par exemple: «*on a plus de chances d'entendre des filles dire que les mathématiques sont leur matière préférée*»). L'ensemble des items figure dans le tableau 7.

Hypothèses

Sur la base de la revue de la documentation, les trois hypothèses suivantes ont été émises:

Hypothèse 1: dans l'ensemble, les enseignants évalueront de façon plus positive les copies attribuées à des garçons (Duru-Bellat, 1995).

Hypothèse 2: les enseignants auront tendance à noter de manière plus favorable les bonnes copies attribuées à des garçons que les bonnes copies attribuées à des filles. On observera l'inverse pour les copies faibles: les copies faibles attribuées à des filles seront surestimées et les copies faibles attribuées à des garçons seront sous-estimées (Mosconi, 1999)

Hypothèse 3: on n'observera guère de différence en fonction du sexe de l'enseignant (Kelly, 1988; Chouinard, 2002).

Analyses

Plusieurs étapes de traitement des données ont été effectuées:

- 1) La moyenne et l'écart-type des notes attribuées aux copies «filles» et aux copies «garçons» ont été calculés pour l'ensemble des copies (en vue de tester l'hypothèse 1), pour chacune des copies prises séparément (en vue de tester l'hypothèse 2), et enfin pour les enseignants masculins et féminins (en vue de tester l'hypothèse 3).

- 2) Des analyses de variance en mesures répétées ont ensuite été utilisées pour tester si les différences selon le sexe de l'élève et le sexe de l'enseignant, ainsi que les différentes interactions, sont statistiquement significatives.
- 3) Les différents items du questionnaire relatifs aux attentes ont été soumis à une analyse de fréquences.

Résultats de l'étude expérimentale

Dans un premier temps, les résultats seront simplement décrits. Les analyses de variance seront ensuite présentées.

Description des résultats

Tableau 1
Moyenne et écart-type des notes pour les copies attribuées aux filles et aux garçons

	Filles	Garçons
Moyenne et écart-type	5,250 (2,36)	5,375 (2,63)

En moyenne, les copies attribuées aux garçons sont évaluées un peu plus positivement (5,37) que celles attribuées aux filles (5,27). La différence est toutefois minime ; l'ampleur de l'effet est de 0,085 (différence non significative).

Tableau 2
Moyenne et écart-type des notes pour chacune des quatre copies attribuées aux filles et aux garçons

	Copie très faible	Copie assez faible	Copie assez bonne	Bonne copie
Moyenne et écart-type des filles	2,042 (0,93)	5,250 (1,51)	6,354 (1,35)	7,354 (1,14)
Moyenne et écart-type des garçons	1,750 (1,09)	4,917 (1,45)	6,937 (1,09)	7,895 (1,01)

La copie assez bonne et la bonne copie sont en moyenne mieux notées quand elles sont attribuées à un garçon que quand elles le sont à une fille. L'inverse est observé pour les copies plus faibles. Celles-ci sont notées de manière plus indulgente lorsqu'elles sont attribuées à une fille.

Tableau 3
Moyenne et écart-type des copies attribuées aux filles et aux garçons, en fonction du sexe de l'enseignant

	Enseignants féminins (28)	Enseignants masculins (20)
Moyenne et écart-type pour les copies «filles»	5,071 (2,37)	5,500 (2,34)
Moyenne et écart-type pour les copies «garçons»	5,384 (2,54)	5,363 (2,78)

Les enseignants des deux sexes se montrent plus sévères avec les copies attribuées à des élèves de leur sexe, et moins sévères avec les copies attribuées à des élèves du sexe opposé.

Analyses de variance : mise à l'épreuve des hypothèses

La structure des données impose une analyse de la variance en mesures répétées. Toutefois, le schéma expérimental ne permet pas de conduire une analyse en mesures répétées sur les quatre copies à la fois. Pour ce faire, il aurait fallu attribuer un seul sexe aux quatre copies pour un enseignant donné, ce qui n'était pas pertinent. Deux analyses ont donc été menées : la première porte sur les copies A et C, la seconde, sur les copies B et D. Les tableaux 4 et 5 présentent les résultats de ces deux analyses. Le seuil de signification retenu est de 0,05. La variable «Copie», dans les tableaux ci-dessous, désigne la valeur de la copie (de faible à bonne).

Tableau 4
Analyse de la variance en mesures répétées (copies A et C)

Source	Degré de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F	Pr > F
Sexe Elève	1	0,024	0,024	0,01	0,90
Sexe Maître	1	0,201	0,201	0,12	0,73
Sexe E* Sexe M	1	10,857	10,857	6,60	0,01
Erreur	44	72,389	1,645		
Copie	1	531,219	531,219	718,01	<0,0001
Copie* Sexe E	1	3,800	3,800	5,14	0,03
Copie* Sexe M	1	0,386	0,386	0,52	0,47
Copie* Sexe E* Sexe M	1	0,967	0,967	1,31	0,26
Erreur	44	32,554	0,740		

Tableau 5
Analyse de la variance en mesures répétées (copies B et D)

Source	Degré de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F	Pr > F
Sexe Elève	1	0,476	0,476	0,19	0,66
Sexe Maître	1	2,305	2,305	0,94	0,33
Sexe E* Sexe M	1	1,257	1,257	0,51	0,47
Erreur	44	108,136	2,458		
Copie	1	157,300	157,300	168,28	<0,0001
Copie* Sexe E	1	4,144	4,144	4,43	0,04
Copie* Sexe M	1	2,519	2,519	2,69	0,11
Copie* Sexe E* Sexe M	1	0,217	0,217	0,23	0,63
Erreur	44	41,128	0,934		

La première hypothèse – les enseignants évalueront dans l'ensemble plus positivement les copies attribuées à des garçons – est indiscutablement infirmée par les deux analyses. L'influence du sexe de l'élève sur la moyenne des notes – toutes copies confondues – attribuées aux garçons et aux filles (Sexe Élève dans les tableaux) n'est pas significative.

L'hypothèse 2 postulait que les enseignants auront tendance à surestimer les bonnes copies attribuées à des garçons et à sous-estimer les bonnes copies attribuées à des filles (et inversement). Cette hypothèse est confirmée dans

les deux cas. En effet, l'interaction entre la copie et le sexe de l'étudiant (Copie * Sexe E) est significative dans les deux analyses au seuil de $p < 0,05$. Les professeurs ont donc tendance à noter différemment les élèves faibles et les élèves forts selon qu'il s'agit d'une fille ou d'un garçon.

Enfin, la troisième hypothèse prévoyait peu de différences de notation selon le sexe de l'enseignant. Les résultats des analyses confirment cette hypothèse, puisque l'on observe des résultats mitigés. L'interaction entre le sexe du professeur et le sexe de l'étudiant (Sexe E * Sexe M) est significative au seuil de $p < 0,01$ pour la première analyse qui porte sur les copies A et C. En revanche, elle n'est pas significative pour les copies B et D ($p = 0,47$, N.S.).

Tableau 6
Notes attribuées aux copies A et C, selon le sexe de l'étudiant et le sexe de l'enseignant

Sexe de l'enseignant	Sexe de l'étudiant	Copie A	Copie C
F	F	1,857	5,893
F	M	1,964	7,214
M	F	2,300	7,000
M	M	1,450	6,550

Comme l'indique le tableau qui précède, les enseignants de sexe masculin semblent plus indulgents à l'égard des filles et sévères envers les garçons tant pour la copie A que pour la copie C. Les enseignants de sexe féminin se montrent plus sévères avec les filles uniquement pour la copie C.

Le fait que la différence ne soit pas significative pour la deuxième série de copies incite à la plus grande prudence et invite à considérer ces résultats comme fragiles.

Questionnaire sur les attentes

Tableau 7
Pourcentage de réponses par item au questionnaire d'attitudes

N = 47*	Fréquences (en %)				Total
	Pas du tout d'accord	Pas d'accord	D'accord	Tout à fait d'accord	
Items neutres					
Il y a autant de chances d'entendre une fille qu'un garçon dire qu'elle veut très bien réussir en maths	2,1	19,2	38,3	40,4	100,0
Les parents pensent qu'avoir de bonnes notes en mathématiques est aussi important pour leur fille que pour leur fils	0,0	6,5	65,2	28,3	100,0
Les filles travaillent souvent aussi dur que les garçons en mathématiques	4,4	17,4	50,0	28,3	100,0
Les filles, comme les garçons, considèrent généralement que les mathématiques sont importantes pour leur avenir professionnel	7,1	11,9	66,7	14,3	100,0
Être bon en mathématiques est aussi naturel pour une fille que pour un garçon	0,0	11,1	57,8	31,1	100,0
Items orientés					
Les garçons arrivent mieux que les filles à comprendre les mathématiques	46,8	48,9	4,3	0,0	100,0
L'étude des mathématiques est plus importante pour les garçons que pour les filles à cause de leurs choix professionnels	34,0	53,2	10,6	2,1	100,0
Les garçons sont plus déterminés à réussir en mathématiques que les filles	26,1	71,7	0,0	2,2	100,0
Les garçons attachent plus d'importance que les filles à bien réussir en mathématiques	28,3	65,2	6,5	0,0	100,0
Expliquer leurs réponses en mathématiques est plus facile pour les filles que pour les garçons	36,2	55,3	8,5	0,0	100,0
Les garçons abandonnent plus vite que les filles quand ils ont du mal à résoudre un problème de mathématiques	15,3	61,4	24,3	0,0	100,0
Les filles aiment, plus que les garçons, s'attaquer à des problèmes de mathématiques exigeants	21,3	68,1	10,6	0,0	100,0
On a plus de chances d'entendre des filles que des garçons dire que les mathématiques sont leur matière préférée	29,8	61,7	8,5	0,0	100,0
Les filles sont plus souvent bonnes en mathématiques que les garçons	25,5	68,1	6,4	0,0	100,0
Après leurs études, les filles se serviront davantage des mathématiques que les garçons	29,6	59,1	11,4	0,0	100,0

Note a – Le nombre varie légèrement selon les items, dans la mesure où l'un ou l'autre enseignant a omis de se positionner face à certains items.

Si l'on examine les items suggérant l'égalité garçons-filles face aux mathématiques, on constate que dans tous les cas, plus de 75% – et parfois bien davantage – des enseignants marquent leur accord avec la proposition. Pour l'ensemble des cinq items en moyenne, seuls 16% des enseignants manifestent leur désaccord avec ces affirmations «égalitaires». En ce qui concerne les items affirmant la «supériorité» relative des filles ou des garçons, ceux-ci sont rejetés par une large majorité des enseignants, supérieure à 80%, sauf dans un cas: «Les garçons abandonnent plus vite que les filles quand ils ont du mal à résoudre un problème de mathématiques» (24,3% des enseignants sont d'accord avec cette proposition). La grande majorité des enseignants interrogés partagent en apparence une vision non sexiste des capacités et intérêts des filles et des garçons en mathématiques. L'élément le plus frappant est le nombre d'items (8 items sur 10) où l'on enregistre 0% d'enseignants marquant leur accord avec des propositions «orientées», qu'elles favorisent d'ailleurs un sexe ou l'autre.

Conclusions de l'étude expérimentale

L'étude expérimentale menée auprès de 48 enseignants de mathématiques confirme certaines des données de la documentation. Face à des copies strictement identiques, mais attribuées dans un cas à des garçons, dans l'autre à des filles, il apparaît que les enseignants de mathématiques ont tendance à surestimer les copies moyennes et bonnes des garçons, et sous-estiment les copies équivalentes attribuées à des filles; à l'inverse, ils notent avec plus d'indulgence les copies faibles et très faibles des filles.

Par ailleurs, le questionnaire destiné à appréhender l'existence éventuelle d'attentes stéréotypées débouche sur des résultats tranchés. Les enseignants, dans leur très grande majorité, refusent de souscrire à une vision sexuée des aptitudes et intérêts en mathématiques. Ils soutiennent massivement les propositions égalitaires (non sexistes) et s'opposent tout aussi franchement aux propositions qui suggèrent une possible différence entre garçons et filles par rapport aux mathématiques. On ne peut bien entendu exclure un biais de désirabilité sociale, dans un questionnaire qui porte sans ambiguïté sur la question de l'égalité garçons-filles. Si l'on ne peut exclure la présence d'un tel biais, le caractère tranché des conceptions affichées dans ce contexte est néanmoins une donnée à prendre en considération.

Limites de l'étude expérimentale

L'étude à caractère expérimental a été menée sur un échantillon restreint de professeurs et il faut rappeler la prudence nécessaire face à toute généralisation des résultats, même si ceux-ci sont concordants avec ceux d'études antérieures de même nature. Les résultats obtenus l'ont été, par choix méthodologique, dans une situation de laboratoire qui élimine au maximum les éléments de contexte présents en situation naturelle. À l'instar de ce que l'on peut observer dans le domaine des prophéties autoréalisatrices, il n'est pas exclu que les effets observés soient en partie induits par la situation expérimentale. Le prénom de l'élève (renvoyant à son sexe) étant la seule information disponible a peut-être une saillance qu'il n'aurait pas en situation réelle, noyé qu'il serait dans une foule de données relatives à l'élève.

Étude corrélacionnelle

Objectifs

En complément de l'étude expérimentale, dont nous avons évoqué les limites, nous avons voulu tester l'influence du sexe de l'élève sur les évaluations des enseignants dans une situation plus naturelle et à plus large échelle.

Méthode

Pour ce faire, nous avons utilisé les données de la Communauté française de Belgique dans l'enquête PISA 2000¹ (OCDE, 2001). Pour rappel, le programme PISA – Programme international pour le suivi des acquis des élèves – est une vaste enquête internationale menée à l'initiative de l'OCDE tous les trois ans, depuis 2000. L'objectif de cette enquête est d'évaluer les acquis des jeunes de 15 ans dans trois domaines : la lecture, les mathématiques et les sciences. Chaque élève participant à l'étude reçoit un score standardisé sur une échelle dont la moyenne internationale est fixée à 500 et l'écart-type à 100. Outre les tests cognitifs dans les différentes matières, les élèves passent un questionnaire non cognitif via lequel différentes données sur l'environnement familial ou scolaire dans lequel ils évoluent sont recueillies.

Les échantillons d'élèves et d'écoles testés dans PISA doivent satisfaire les critères de représentativité internationalement définis. Pour tirer les échantillons, il est procédé en deux étapes. Dans un premier temps, un nombre important d'écoles sont sélectionnées, en fonction des strates préalablement définies ; dans un second temps, 35 élèves sont tirés au hasard sur la liste

reprenant l'ensemble des élèves âgés de 15 à 16 ans (au moment du test) fréquentant l'établissement. Il est important de souligner que les élèves viennent de classes différentes, peuvent suivre des programmes d'études différents (enseignement général, technique ou professionnel) et peuvent être inscrits dans des années d'études différentes, dans les systèmes éducatifs qui pratiquent le redoublement, comme c'est le cas en Communauté française de Belgique (Lafontaine & Blondin, 2004).

Pour chaque élève, on dispose ainsi de son score standardisé en mathématiques au test PISA, mais aussi des notes que lui a attribuées son professeur de mathématiques sur le dernier bulletin scolaire. En comparant ces deux évaluations – l'une externe et standardisée (le score PISA), l'autre purement interne (la note de l'enseignant, rapportée sur une échelle qui va de 0 à 100) – on peut donc voir si les distorsions éventuelles entre scores et notes mettent en évidence des phénomènes de surévaluation ou de sous-évaluation des filles et des garçons par rapport à un test externe commun et standardisé (PISA) dans lequel seules les réponses données au test conduisent au score, sans influence possible du sexe de l'étudiant sur la correction qui se fait à l'aveugle, de façon automatique pour les QCM et sans connaissance du prénom de l'élève pour les réponses ouvertes. On peut s'attendre à ce que les scores PISA et les notes soient plus ou moins corrélés selon les pays ; par contre, il n'y a pas de raison de penser que les scores PISA et les notes des professeurs, à l'intérieur d'un système éducatif, soient plus ou moins corrélés selon que l'étudiant est une fille ou un garçon.

Analyses

On sait que les filles et les garçons ne se répartissent pas de façon aléatoire dans les filières ni selon les années d'études. À 15 ans, les garçons ont accumulé davantage de retard scolaire et fréquentent davantage les filières techniques et professionnelles que les filles.

Dès lors, pour neutraliser les effets indésirables d'interaction entre, d'une part, le sexe de l'étudiant et, d'autre part, la filière d'enseignement et l'année d'étude fréquentée, seuls les étudiants à l'heure et inscrits dans la filière d'enseignement général ont été retenus pour ces analyses. Le public du sous-échantillon ainsi retenu est comparable à celui de l'étude expérimentale (enseignement secondaire général). Le nombre d'élèves sur lequel ont porté les analyses est de 384 filles et 314 garçons².

Initialement, la moyenne de la note des enseignants de mathématiques est exprimée sur 100, tandis que le score PISA est exprimé sur une échelle standardisée dont la moyenne est égale à 500 et l'écart-type à 100. Pour rendre les données plus directement comparables, la note de l'enseignant et le score PISA ont été standardisés sur une même échelle dont la moyenne est égale à 0 et l'écart-type à 1.

Résultats de l'étude corrélationnelle

Tableau 8
Moyenne et écart-type des notes scolaires
et scores PISA standardisés par sexe

	Score PISA	Note scolaire
Filles	- 0,19 (0,98)	0,06 (0,97)
Garçons	0,22 (0,98)	- 0,07 (1,02)

Le tableau présentant les moyennes et les écarts-type des notes et des scores PISA met déjà en évidence un phénomène intéressant: alors que les filles se montrent moins performantes (- 0,19) que les garçons (0,22) au test PISA, celles-ci obtiennent en général de meilleures notes scolaires en mathématiques (0,06 comparativement à - 0,07) que les garçons. Ces différences sont significatives au seuil de $p < 0,01$.

Afin de mener plus loin les analyses, la note de l'enseignant a été prédite en introduisant, dans une régression linéaire, le score obtenu par l'élève au test PISA. La figure 1 représente les droites de régression du score PISA sur la note scolaire en mathématiques. Le pourcentage de variance expliquée par le modèle s'élève à 8%.

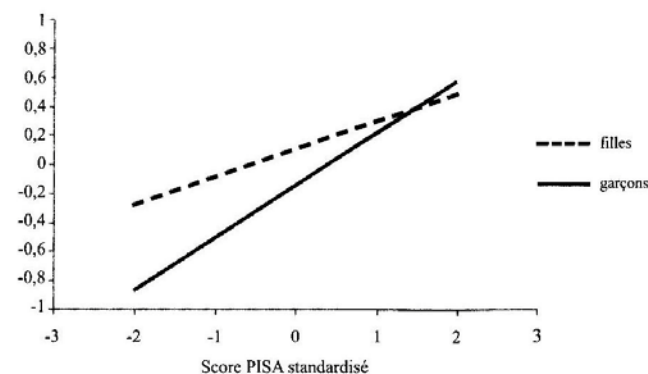


Figure 1. Régression du score PISA sur la note scolaire en mathématiques, en fonction du sexe de l'élève

Tableau 9
Analyse de régression du score PISA sur la note scolaire

	Coefficient	Erreur type	Probabilité
Sexe de l'élève	- 0,25	0,07	0,0003
Score PISA	0,20	0,05	0,0001
Interaction sexe * score	0,16	0,07	0,0222

En mathématiques, l'interaction entre la variable sexe et le score au test PISA est significative à un seuil de $p < 0,05$. En d'autres termes, la prédiction des notes scolaires au départ du score PISA diffère selon le sexe de l'étudiant. La corrélation entre les notes et le score PISA est nettement plus forte pour les garçons que pour les filles (0,34 pour les garçons; 0,20 pour les filles). En une première approche, on pourrait dire que les enseignants semblent se montrer plus «objectifs» (à savoir, plus proches du standard externe que constitue PISA) lorsqu'ils évaluent les capacités des garçons que lorsqu'ils évaluent celles des filles. Un examen plus approfondi des données de la figure 1 montre que, contrairement à ce que l'on pourrait attendre, ce sont surtout les garçons qui font l'objet des sous-estimations les plus importantes. On constate en effet que parmi les étudiants les plus performants à PISA (score supérieur à + 1,5 écart-type, soit l'équivalent d'un score supérieur à 600 sur

l'échelle PISA), les filles sont légèrement sous-estimées par leurs professeurs tandis que les garçons sont surestimés. À l'opposé, parmi les étudiants qui obtiennent les scores les plus faibles (- 2 écarts-types) dans PISA, on constate un écart important entre les notes scolaires des garçons et des filles. À performances égales dans PISA, les garçons sont considérablement moins bien notés que les filles ; ainsi les garçons qui obtiennent dans PISA un score de l'ordre de 200 points ont en moyenne des notes scolaires de 30/100, alors que les filles, dans le même cas de figure, ont des notes scolaires moyennes de 50/100. Pour les élèves les plus performants, l'écart de notes n'est que de cinq points environ entre les garçons et les filles.

À titre complémentaire, la même analyse a été effectuée en prédisant la note du professeur de français au départ du score obtenu en lecture dans PISA 2000, pour voir si le même phénomène se produisait. Dans ce domaine, aucune interaction significative avec le sexe de l'étudiant n'est observée. L'écart entre la corrélation score PISA/note scolaire est également bien moindre (0,27 pour les filles ; 0,30 pour les garçons). Cette influence du sexe sur le jugement – significative pour les mathématiques et non significative pour la langue maternelle – est conforme aux données de l'étude de Bressoux et Pansu (2003).

Discussion

Alors que les enseignants, lorsqu'on les interroge à ce propos, affirment sans ambiguïté que garçons et filles sont «égaux» face aux mathématiques, les données recueillies dans une situation d'évaluation, où ils ne sont pas conscients que la question de l'égalité de traitement garçons-filles est en jeu, montrent un autre tableau. On y observe, aussi bien dans l'étude expérimentale que dans l'étude corrélative menée sur les données PISA en milieu naturel, que les enseignants ont tendance à sous-estimer les bonnes performances des filles en mathématiques et à surestimer les performances strictement équivalentes des garçons. À l'opposé, ils tendent à surévaluer les performances faibles des filles et sanctionnent plus sévèrement les performances faibles des garçons. Ce dernier effet est particulièrement marqué quand on prédit les notes scolaires au départ du score PISA en mathématiques.

Cette distorsion, entre un score «externe» et le jugement subjectif de l'enseignant, ne peut guère s'interpréter autrement qu'en renvoyant, comme on le fait classiquement dans la documentation (Bressoux & Pansu, 2003 ; Chouinard, 2002 ; Duru-Bellat, 1995), à la notion d'attentes différenciées en fonction du sexe de l'élève. Si, en effet, les garçons les plus performants font

«mieux que prévu» et les filles peu performantes également «mieux que prévu» par rapport à un standard externe, c'est vraisemblablement que les unes et les autres réalisent «ce qui est attendu», c'est-à-dire de bonnes performances pour les meilleurs élèves masculins et d'un peu moins bonnes performances pour les meilleurs élèves féminins. De leur côté, les filles peu performantes seraient évaluées avec indulgence, parce qu'elles ne déçoivent pas les attentes peu élevées, tandis que les garçons peu performants seraient sévèrement sanctionnés parce qu'ils déçoivent les attentes.

Dans le cas de l'étude relative à PISA, une autre hypothèse interprétative peut être avancée pour les élèves les plus forts. Il est possible que les filles, réputées plus «scolaires», et par ailleurs moins confiantes dans leurs capacités en mathématiques (OCDE, 2004), soient davantage désarçonnées par un test qui sort de l'ordinaire de la classe et que les garçons se sentent davantage stimulés par ce défi. Dans cette perspective, les filles auraient tendance à sous-performer au test et les garçons à surperformer par rapport à leurs notes scolaires habituelles. Ces dernières prennent en compte non seulement les performances des élèves, mais aussi bien d'autres variables, comme la régularité du travail, qui ne sont pas neutres du point de vue examiné ici. Plusieurs interprétations complémentaires peuvent donc expliquer cette divergence entre les notes scolaires et le score PISA en mathématiques.

Les résultats des deux études présentées ici, s'ils n'étonnent pas vraiment, attirent une nouvelle fois l'attention sur des phénomènes d'inégalité de traitement persistants. Les résultats obtenus au questionnaire portant sur les attentes, même s'ils sont à prendre avec la prudence nécessaire, permettent en effet de penser que les enseignants ne sont pas conscients de ces inégalités de traitement. On est donc face à un phénomène de discrimination rampant, d'autant plus regrettable qu'il envoie au final davantage de messages négatifs que de messages positifs à la fois aux filles et aux garçons. Seuls en effet les garçons performants bénéficient d'un message que l'on peut qualifier de favorable. Les filles performantes sont sous-évaluées, tandis que les filles peu performantes sont traitées avec une forme de condescendance que celles-ci perçoivent en général bien (Eccles & Blumenfeld, 1985), et les garçons peu performants sont sévèrement sanctionnés.

Ce phénomène est susceptible d'influencer le sentiment d'efficacité, la perception de soi et l'attribution de la réussite en mathématiques à des causes internes ou externes ; plusieurs travaux ont mis en évidence des différences marquées entre filles et garçons sur ces différents constructs de la motivation

(Duru-Bellat, 1990; Eccles, 1983; Eccles & Blumenfeld, 1985), qui se révèlent autant de leviers puissants lors du choix d'études et de carrière. Si l'on veut encourager les filles à se tourner davantage vers les études et les métiers scientifiques, des actions de formation et de sensibilisation des enseignants à ces formes d'inégalités non souhaitables – et pour une large part sans doute non souhaitées par les enseignants eux-mêmes – sont une porte d'entrée à ne pas négliger.

NOTES

1. Les données de cette étude ont été recueillies par Stéphanie Tuts, dans le cadre de son mémoire de licence en Sciences de l'éducation, *Étude de l'influence des stéréotypes sexuels sur le degré de sévérité des enseignants en mathématiques au dernier degré de l'enseignement secondaire général*. Université de Liège, 2006, mémoire inédit.
2. Ces enseignants ont été contactés via des personnes que nous connaissons dans différents établissements (pour 75% d'entre eux). Le quart restant a été contacté dans le cadre d'une formation continuée d'enseignants.
3. Les copies sont reproduites en annexe 3.
4. À ce niveau de la scolarité dans l'enseignement général, les élèves peuvent suivre un programme d'études comportant un nombre d'heures de mathématiques hebdomadaires plus ou moins important. Le programme comportant quatre heures de mathématiques hebdomadaires est le programme de base. Les élèves considérés comme les plus forts en mathématiques suivent un programme de six heures hebdomadaires.
5. La raison pour laquelle les données de PISA 2000, et non celles de cycles ultérieurs, ont été utilisées est que les données pertinentes (notes des professeurs) n'ont plus été collectées en 2003 et en 2006.
6. Ces chiffres ne correspondent pas à l'échantillon PISA 2000 de la Communauté française de Belgique, qui est d'environ 3 000 élèves de 15 ans, mais bien au nombre d'élèves à l'heure dans leur parcours scolaire, qui ont passé des carnets comportant des items de mathématiques et ont fourni une réponse à la question portant sur leurs notes dans le questionnaire de background Assessment for Learning.

RÉFÉRENCES

- Alaluf, M., Imatouchan, P., Marage, S., Pahaut, R., & Sanvura, M. (2003). *Les filles face aux études scientifiques. Réussite scolaire et inégalités d'orientation*. Bruxelles: Université libre de Bruxelles.
- Bressoux, P., & Pansu, P. (2003). *Quand les enseignants jugent leurs élèves*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Brophy, J. (1985). Interactions of male and female students with male and female teachers. In L.C. Wilkinson & C.B. Marrett (éds), *Gender influences in classroom interaction* (pp. 115-142). Orlando, FL: Academic Press.
- Chouinard, R. (2002). Différences d'attitudes et de comportements en classe selon l'appartenance sexuelle. In J. Fijalkow & T. Nault (éds), *La gestion de classe* (pp. 185-198). Bruxelles: De Boeck.
- de Landsheere, G. (1980). *Évaluation continue et examens*. Précis de docimologie. Bruxelles: Labor.
- Duru-Bellat, M. (1990). *L'école des filles. Quelle formation pour quels rôles sociaux?* Paris: L'Harmattan.
- Duru-Bellat, M. (1994). Filles et garçons à l'école, approches sociologiques et psychosociales. 1^{re} partie: Des scolarités sexuées, reflet de différences d'aptitude, ou de différences d'attitudes? *Revue française de pédagogie*, 109, 111-141.
- Duru-Bellat, M. (1995). Filles et garçons à l'école, approches sociologiques et psychosociales. 2^e partie: La construction scolaire des différences entre les sexes. *Revue française de pédagogie*, 110, 75-109.
- Dusek, J., & Joseph, G. (1983). The bases of teacher expectancies: a metaanalysis. *Journal of Educational Psychology*, 31(4), 674-685.
- Eccles, J.P. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. In J. Spence (éd.), *Achievement and achievement motives* (pp. 75-146). San Francisco, CA: Freeman.
- Eccles, J.S., & Blumenfeld, P. (1985). Classroom experiences and student gender: are there differences and do they matter? In L.C. Wilkinson & C.B. Marrett (éds), *Gender influences in classroom interaction* (pp. 79-113). Orlando, FL: Academic Press Inc.
- Good, T.L., & Brophy, J. (2003). *Looking in classrooms* (9^e édition). London: Pearson Education.
- Jones, S.M. & Dindia, K. (2004). A meta-analytic perspective on sex equity in the classroom. *Review on Educational Research*, 74(4), 443-471.
- Jussim, L., & Eccles, J.S. (1995). Teacher expectations II: construction and reflection of student achievement. *Journal of Personality and Social Psychology*, 63(6), 947-961.
- Kelly, A. (1988). Gender differences in teachers-pupils interaction: a meta-synthesis review. *Research in Education*, 39, 1-24.
- Lafontaine, D., & Blondin, C. (2004). *Regards sur les résultats des élèves en Communauté française. Apports des enquêtes de l'I.E.A. de PISA et des évaluations externes*. Bruxelles: De Boeck.
- Mosconi, N. (1999). Limites de la mixité laïque et républicaine. *Les Cahiers pédagogiques*, 372, 8-11.
- Noizet, G., & Caverni, J.-P. (1978). *Psychologie de l'évaluation scolaire*. Paris: Presses Universitaires de France.
- OCDE (2001). *Apprendre aujourd'hui, réussir demain – premiers résultats de PISA 2003*. Paris: OCDE.

ANNEXE 1

Caractéristiques de l'échantillon d'enseignants répartis dans les deux groupes

	SEXE		AGE ^a			ANCIENNETÉ ^b				
	Femmes	Hommes	A	B	C	A	B	C	D	E
Sous-échantillon 1 (N = 24)	14	10	6	7	11	2	4	2	3	13
Sous-échantillon 2 (N = 24)	14	10	6	6	12	2	5	3	2	12

Note a : A = entre 25 et 35 ans, B = entre 35 et 45 ans, C = plus de 45 ans.

Note b : A = entre 0 et 5 ans, B = entre 5 et 10 ans, C = entre 10 et 15 ans,
D = entre 15 et 20 ans, E = plus de 20 ans.

ANNEXE 2

Présentation du dispositif expérimental

Dans le premier groupe : A, C = copies appartenant aux filles
B, D = copies appartenant aux garçons

Dans le deuxième groupe : A, C = copies appartenant aux garçons
B, D = copies appartenant aux filles

	CORRECTEURS	COPIES			
1	A	B	C	D	
2	A	B	D	C	
3	A	C	B	D	
4	A	C	D	B	
5	A	D	B	C	
6	A	D	C	B	
7	B	A	C	D	
8	B	A	D	C	
9	B	C	A	D	
10	B	C	D	A	
11	B	D	A	C	
13	C	A	B	D	
14	C	A	D	B	
15	C	B	A	D	
16	C	B	D	A	
17	C	D	A	B	
18	C	D	B	A	
19	D	A	B	C	
20	D	A	C	B	
21	D	B	A	C	
22	D	B	C	A	
23	D	C	A	B	
24	D	C	B	A	

ANNEXE 3

Exemples de copies et copie théorique valant 10/10

Copies corrigées par le premier groupe d'enseignants

> Copie A (2/10)

Nom, Prénom : Emilia (A)
 Classe : S. B.

/10

Démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions

Hypothèse :

f est dérivable.
g est dérivable.

Thèse :

(f.g)' = f.g' + f'.g

Démonstration :

$$(f.g)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a)}{h}$$

> Copie B (4/10)

Nom, Prénom : Bernard (B)
 Classe : S. B.

/10

Démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions

Hypothèse :

f est dérivable
g est dérivable

Thèse :

$$(f.g)'(a) = f'(a).g(a) + f(a).g'(a)$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} (f.g)'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a+h)g(a) + f(a+h)g(a) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a+h)g(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a) - f(a)g(a)}{h} \\ &= f(a).g'(a) + f'(a).g(a) \end{aligned}$$

➤ Copie C (6/10)

Nom, Prénom : Cher
 Classe : 5^{ème} B

(C)

/10

Démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions

Hypothèse :

f est dérivable en a ∈ ℝ
g est dérivable en a ∈ ℝ

Thèse :

f.g est dérivable en a et (f.g)'(a) = f'(a).g(a) + f(a).g'(a)

Démonstration :

$$\begin{aligned} (f.g)'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f.g)(a+h) - (f.g)(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a+h) + f(a)g(a+h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)(g(a+h) - g(a)) + f(a)(g(a+h) - g(a))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)(g(a+h) - g(a))}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a)(g(a+h) - g(a))}{h} \\ &= f'(a).g(a) + f(a).g'(a) \end{aligned}$$

➤ Copie D (8/10)

Nom, Prénom : Micolas
 Classe : 5^{ème} A

(D)

/10

Démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions

Hypothèse :

f est dérivable en a ∈ ℝ
g est dérivable en a ∈ ℝ

Thèse :

(f.g)'(a) = f'(a).g(a) + f(a).g'(a)

Démonstration :

$$\begin{aligned} (f.g)'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a+h) + f(a)g(a+h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)(g(a+h) - g(a)) + f(a)(g(a+h) - g(a))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)(g(a+h) - g(a))}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a)(g(a+h) - g(a))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} f(a) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \\ &= f'(a).g(a) + f(a).g'(a) \end{aligned}$$

Démonstration valant 10/10

Démonstration de la formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions

Hypothèse

f est dérivable en $a \in \mathbb{R}$

g est dérivable en $a \in \mathbb{R}$

Thèse

$f \cdot g$ est dérivable en a et $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$.

Démonstration

On a

$$(f \cdot g)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \cdot g)(a+h) - (f \cdot g)(a)}{h}$$

par définition de la dérivée en un point.

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a)}{h}$$

par définition du produit de deux fonctions

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a+h)g(a) + f(a+h)g(a) - f(a)g(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(a+h)g(a+h) - f(a+h)g(a)] + [f(a+h)g(a) - f(a)g(a)]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)[g(a+h) - g(a)] + [f(a+h) - f(a)]g(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)[g(a+h) - g(a)]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(a+h) - f(a)]g(a)}{h}$$

car la limite d'une somme est égale à la somme des limites

$$= \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \cdot g(a)$$

car la limite d'un produit est égale au produit des limites

$$= f(a) \cdot g'(a) + f'(a) \cdot g(a)$$

car f et g sont dérivables en a .