

ACADEMIA ROMÂNĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE

MECANICĂ APLICATĂ

5-6

TOMUL 50

septembrie—decembrie

1991

EXTRAS

EDITURA ACADEMIEI ROMÂNE

Se descrie elaborarea metodei marginilor rigidizate pentru calculul unei serii întregi de lucrări ingineresti cum sînt porțile de ecluze, stavilele, digurile pentru flux și furtuni, navele și vasele, tabierele de poduri, diafragmele de compartimentare și acoperișurile în șed. Avanzatul metodei constă în faptul că se pleacă de la soluția analitică a ecuațiilor diferențiale ale problemei plăcilor plane și cilindrice circulare subțiri ortotrope, de grosime constantă, cu introducerea scriilor trigonometrice. În baza acestei soluții, autorul a elaborat programul de calcul L.B.F. — 3 care se caracterizează prin simplitate, rapiditate, rezultate precise și variate, precum și o largă accesibilitate. Freci exemple de calcul (studii) unui pod-canal, studiul unei vane-cheson, poartă flux-furtună) încheie studiul.

1. INTRODUCERE

Lucrările hidrotehnice, cum sînt porțile de ecluze și stavilele sînt structuri simple ca principiu dar al căror calcul s-a dovedit totdeauna a fi extrem de delicat. Pentru a ușura munca de concepție și de a permite proiectanților să-și optimizeze proiectele, am elaborat o metodă numită *metoda marginilor rigidizate*.

Domeniul de aplicare al acestei metode este constituit de construcțiile hidrotehnice metalice și construcțiile navale. Acesta este cazul porților de ecluze (fig. 1), al stavilelor, al digurilor pentru flux și furtuni, al navelor și vaselor (fig. 2). Totodată și alte structuri cum sînt tabierele de poduri, diafragmele metalice de compartimentare, acoperișurile în șed sînt susceptibile de a fi studiate.

Toate aceste structuri au o caracteristică comună; ele posedă o rigiditate de ansamblu considerabilă. Într-adevăr, este vorba de structuri care trebuie să reziste unor forțe hidrostatice puternice și unor presiuni hidrodinamice importante. Aceste lucrări trebuie să suporte aceste solicitări fără să sufere deformații mari. Într-adevăr, mecanismele și etanșările aferente acestor lucrări nu permit producerea unor deformații mari. Solicitățile sînt relativ uniforme. Într-adevăr, la un moment dat, într-un același plan orizontal, acțiunea apei, a unui curent sau al hulei, sînt identice ca distribuție, dar cu intensități diferite.

Necesitatea unei rigidități de ansamblu puternice și uniformitatea solicitărilor au determinat pe ingineri să rigidizeze sistematic și de o manieră regulată carcasele metalice constituind coca navelor, porțile de ecluze, barajele mobile, etc.

Această rigidizare poate să fie simplă, dublă și chiar triplă. Într-adevăr nu arareori se întâlnesc grinzi puternice legînd reazemele de o parte și de alta a structurii. Aceste grinzi numite *traverse* reprezintă scheletul principal al structurii. Pentru a transmite încercările traverselor și a asigura o rigidizare transversală, sînt dispuse curent *longrine*. În multe

după generatoarele cilindricului, iar axa φ este orientată după circumferință. Fiecărei axe îi este asociată o deplasare u după Ox , v după axa φ și w după Oz .

Raza suprafeței mediane a plăcii este q , iar grosimea ei este δ . Acest element de referință este cuprins între fețele intradosului și extradosului plăcii; el este rigidizat de nervuri longitudinale și transversale, situate la distanțele ε_x și respectiv ε_φ (fig. 6). Acestui element i se

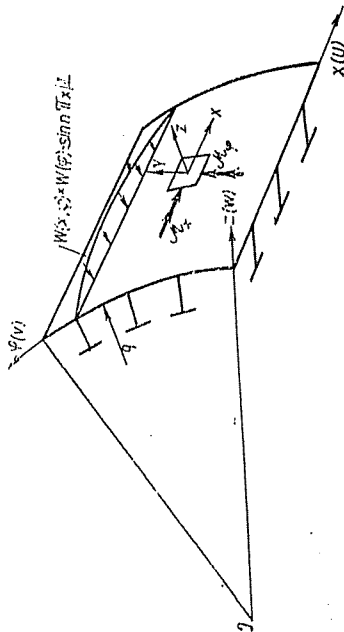


Fig. 5. - Placă subțire cilindrică cu rigidizări.

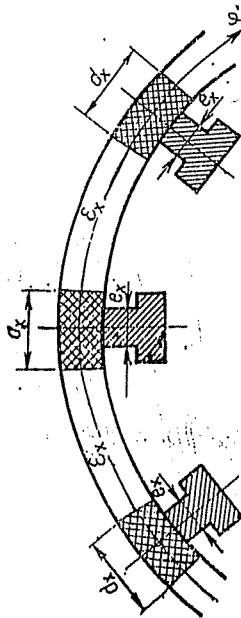


Fig. 6. - Elemente de rigidizare longitudinaline.

asociază eforturile și momentele pe unitatea de lățime de placă, raportate la suprafața mediană (fig. 7). Ele sînt notate $N_x, N_\varphi, N_{x\varphi}, N_{\varphi x}, N_{\varphi\varphi}, Q_x, M_x, M_\varphi, M_{x\varphi}$, și $M_{\varphi x}$; exemplificativ redăm expresiile lui N_x și M_x :

$$N_x = \frac{E\delta}{q(1-\nu^2)} (u'q + v\varphi^0 + w\varphi) + f(\varphi) \frac{E}{d_x} (w'\omega_x - w''h_x), \quad (1)$$

$$M_x = \frac{E\delta^3}{q^2(1-\nu^2)} (q^2w'' + v\varphi^0) - f(\varphi) \frac{E}{d_x} (w'h_x - w''I_x) \quad (2)$$

în care $w^0 = \frac{dw}{d\varphi}$, $w' = \frac{dw}{dx}$, $w^{\delta} = \frac{d^2w}{d\varphi dx}$, ...

ω_x și h_x coeficienți caracteristici ai geometriei nervurilor d_x lățimea nervurilor (fig. 6).

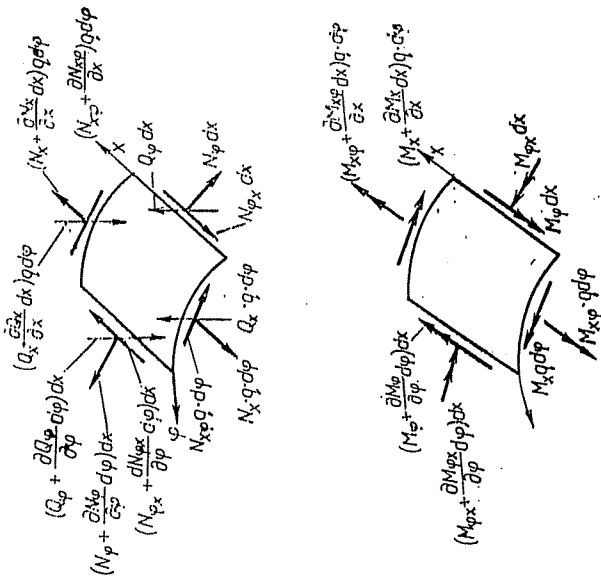


Fig. 7. - Eforturile și momentele pe unitatea de lățime de placă.

Funcțiile $f(\varphi)$ sînt funcții compuse din funcțiile Heaviside [2] și ele permit obținerea unor funcții (fig. 8) perfect compatibile cu geometria sistemului (fig. 6). Aceste funcții $f(\varphi)$ sînt egale cu unitatea, dar se anulează în afara intervalelor d_x unde sînt nervurile (fig. 6 și 8).

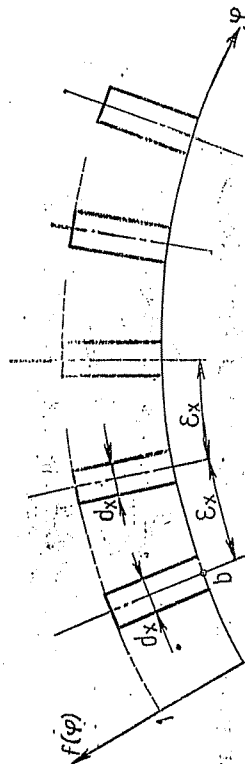


Fig. 8. - Variația funcției $f(\varphi)$ care permite să se fiină scama exact de poziția diferitelor nervuri.

Suprafața mediană preia încărcarea exterioră (fig. 5) care se împarte după cum urmează: X, Y, Z componentele încărcării de suprafață (în N/m^2) și M_x, M_φ, M_x momentele de suprafață (în Nm/m^2).

Ipotezele utilizare sînt următoarele :

- domeniul de valabilitate al dezvoltării calculului este domeniul elastic.
- se admit simplificările caracteristice metodei D.K.J.) și anume
 - placă curbă subțire (grosimea \ll raza);
 - deformații mici;
 - ipoteza Love-Kirchhoff.

După punerea în ecuația problemei [3] se obține o ecuație diferențială cu derivate parțiale în x de ordinul al 8-lea, în variabilele independente x și φ :

$$A_1 w'''''' + B_1 w'''' + C_1 w'''' + D_1 w'''' + E_1 w'''' + F_1 w'''' + G_1 w'''' + H_1 w'''' + I_1 w'''' + J_1 w'''' + K_1 w'''' = 0. \quad (3)$$

Coefficienții A, B, C, \dots, J și K sînt constante cunoscute depinzînd doar de caracteristicile geometrice ale plăcii (q, δ, \dots) și ale nervurilor, ca și de constantele elastice ale materialului (E și ν).

Dar pentru a obține o ecuație cu variabilele separate, sistem con-

$$w(x, \varphi) = \sum_{r=1}^{\infty} w(\varphi) \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \quad \text{în care } L \text{ este lungimea plăcii (4)}$$

ceea ce se traduce pentru componentele deplasării corespunzătoare termenului n din dezvoltarea în serie :

$$w = w(x, \varphi) = w(\varphi) \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (5)$$

$$v = v(x, \varphi) = v(\varphi) \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (6)$$

$$u = u(x, \varphi) = u(\varphi) \cdot \cos \frac{n\pi x}{L} \quad (7)$$

Principala consecință a alegerii relațiilor (5), (6), (7) este că trebuie să descompunem toate încărcările în serii Fourier. Dezvoltarea cea mai simplă este aceea a unei încărcări uniforme în sensul axei Ox , cum este presiunea hidrostatică Z . Figura 9 arată variația primilor trei termeni ai seriei, luați separat și apoi însumați. Se observă că o dezvoltare în serie Fourier cu primii trei termeni este deja satisfăcătoare.

Încărcări exterioare (fig. 10) utilizate curent sînt *eforturile marginale* N_b , *momentele marginale* M_b . Aceste încărcări acționează în lungul marginilor de capăt $x = 0$ și $x = L$ ale fiecărui element de placă plană sau

curbă subțire. Aceste eforturi N_b și momente M_b sînt numite *efecte de margini*. Ele permit să fie studiate structuri simplu rezemate, dublu încastrate sau încă rezemate elastic [4]. Astfel ele vor permite să fie simulate, de exemplu, eforturile și momentele pe care le transmite brațele la extremitățile unei vane segment de baraj mobil (fig. 11).

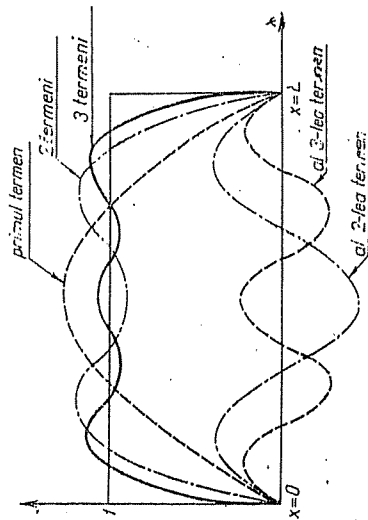


Fig. 9. — Dezvoltarea în serie Fourier a unei încărcări uniforme unitate.

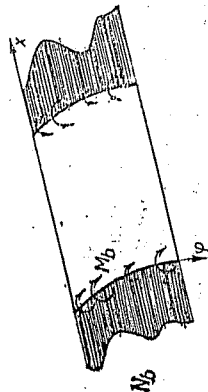


Fig. 10. — Eforturi marginale N_b și momente marginale M_b .

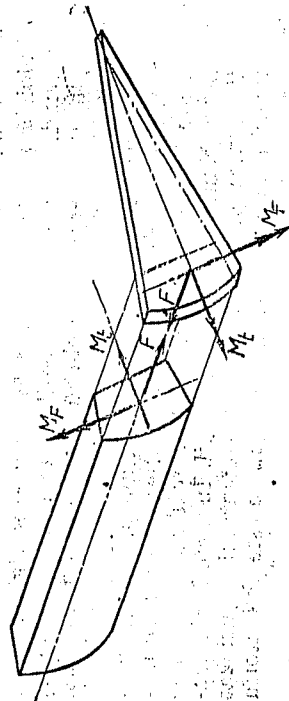


Fig. 11. — Eforturi și momente de legătură între vană și brațe.

3. PROGRAMUL DE CALCUL L.B.R.—3 BAZAT PE METODA MARGINILOR RIGIDIZATE

Acest program de calcul intrunește numeroase avantaje, simplitate, rapiditate, rezultate precise și variate (tensiuni, eforturi, momente și deplasări) și o accesibilitate tuturor.

Totuși, spre deosebire de toate metodele specifice, L.B.R. — 3 nu este aplicabil decât în domeniul său, acesta putând fi descris după cum urmează: orice structură posedând o axă după care este dezvoltată. Ca exemplu, un cilindru corespunde dezvoltării unui cerc în lungul unei generatoare. Astfel, porțile de ecluze, tablierile de poduri, pereții navelor, ... sînt în egală măsură structuri posedînd o axă privilegiată după care sînt dezvoltate.

Să detaliem caracteristicile programului L.B.R. — 3.

Exactitatea soluției este garantată de principiul metodei. Fiecărui element de placă plană sau curbă subțire ortotropă îi corespunde un sistem de trei ecuații diferențiale care este rezolvat analitic. Nu există deci nici o ipoteză de simplificatoare, soluția este deci totdeauna perfect exactă. Principiul de rezolvare a acestor ecuații diferențiale se bazează pe dezvoltarea în serie Fourier ale încălzirilor și deplasărilor.

Simplitatea și rapiditatea programului L.B.R. — 3 își găsesc originea în însăși principiul metodei utilizate. Astfel, să considerăm exemplul plăcii subțiri ortotrope din figura 3. Cînd se utilizează elementele finite vor fi necesare 250 de elemente. Din contră, cu L.B.R. — 3 această placă este tratată ca un singur element pentru care se ține seama atît de poziția, cît și de geometria tuturor nervurilor.

Totodată este posibil să fie discretizată fiecare rigidizare în subelemente. Astfel, avînd în vedere metoda benzilor finite, putem asimila cele două aripi ale unei corniere cu două elemente placă avînd o margine comună.

Accesibilitatea tuturor este o problemă fundamentală pentru ca un program să poată fi exploatat de un nespecialist. Pentru cineva obișnuit cu programele, domeniul de utilizare, avantajele, restricțiile, discretizarea optimă, ... sînt date de bază cu care este obișnuit să lucreze.

Pentru ca această metodă să-i fie accesibilă unui novice, trebuie să-i ajungă o pregătire foarte redusă pentru a exploata cît mai bine această metodă. Vom defini această problemă ca fiind cea a *accesibilității* metodei.

Fără nici o îndoială putem clasa metoda marginilor rigidizate în categoria metodelor avînd cea mai bună accesibilitate [4]. Într-adevăr, datele necesare sînt puțin numeroase, simplu de determinat și, în plus, foarte sistematice.

În ce privește discretizarea, care adesea constituie punctul necesitînd cel mai mult pregătirea din partea utilizatorului, ea este pentru metoda marginilor rigidizate foarte simplă și, în plus, evidentă căci ea se face natural, în funcție de geometria unică a structurii. În metoda elementelor finite se pune din contră problema alegerii elementului de utilizat și apoi acela al discretizării [5]; o discretizare mai fină nu este obligatoriu sinonimă cu rezultate mai bune.

Din contră, cu programul nostru, soluția fiind obținută analitic, a împărții un element în două nu aduce nici un folos. Într-adevăr, soluția va rămîne aceeași și doar timpul de calcul va fi mărit inutil. Din punct de vedere practic, este suficient deci să se discretizeze structura ca un ansamblu de plăci plane și plăci subțiri cilindrice ale căror dimensiuni relative nu au nici o importanță. Singur parametru precizînd numărul de termeni al seriei Fourier necesită puțină experiență pentru a putea fixa nivelul de

precizie dorit pentru rezultate. Pe măsură ce crește numărul se mărește precizia, dar crește și costul; în plus, o mărire exagerată a numărului de termeni nu aduce practic nici o îmbunătățire și riscă, din contră, să pună probleme numerice. O alegere similară există și la nivelul elementelor finite cînd utilizatorul trebuie să fixeze gradul cîmpurilor relative la elementul ales. Această alegere necesită și o anumită experiență dacă vom să optăm pentru o soluție economică. Este posibil totdeauna, prin cele două metode amintite, să alegem un grad de cîmp sau un număr de termeni foarte ridicat, aceasta va conduce la soluție, dar cu un preț nejustificat.

Ceea ce trebuie să cunoaștem în practică pentru a utiliza metoda marginilor rigidizate este rezumat în cele ce urmează.

Pentru *încălzirile neuniforme* cum este presiunea hidrostatică, un singur termen constituie o bună aproximație din punct de vedere al deplasărilor; pentru tensiuni, 7 termeni constituie un ideal, dar trei termeni pot fi considerați ca un optim.

Cînd intervin *eforturi de margini*, ca urmare, de exemplu, a încălzirii extremităților, trei termeni sînt un minim, dar este preferabil să se aleagă 7 ca un optim. Pentru ca precizia să devină sensibil mai bună, trebuie să depășim 25 de termeni, ceea ce nu este de dorit din punct de vedere economic.

În concluzie, în afara alegerii numărului de termeni ai seriei, datele sînt simple și nu se pune nici o problemă de discretizare a structurii. Rezultatele sînt clare, utilizabile direct și exacte, fiind seama, bine înțelese, dezvoltarea în serie utilizată.

4. STUDIUL UNUI POD-CANAL

Am ales pentru prezentare studiul unui pod-canal, cu ajutorul căruia vom arăta eficiența și ușurința de utilizare a programului L.B.R. — 3.

Este vorba de un pod-canal pentru vase de 1350 tone ale cărui caracteristici principale sînt: lungimea 360 m (cu travei de 20 m), lățime 50,85 m și 4,50 m adîncime de apă.

Plecînd de la dimensiunile stabilite de L.G. Cajot [6], prezentăm verificarea calculului pentru traveea simplu rezemată. Vom studia deasemeni traveea dublu încastrată, precum și influența numărului de termeni din seria Fourier asupra preciziei rezultatelor.

4.1. *Studiul traveii simplu rezemat.* Deschiderea, fiind seama de rost și de grosimea pilei este de 18,5 m, iar secțiunea transversală este redată în figura 12. Încărcarea principală este aceea datorită împingerii apei, cu $h = 4,5$ m.

Avînd în vedere simetria podului-canal și a încălzirii, ne-am limitat la studiul unei jumătăți de structură. Fără a intra în detalii, vom menționa că armăturile au fost luate în considerare în program cu ajutorul secțiunilor echivalente. Greutatea proprie a fost deasemeni introdusă în cazul de încălzire.

Discretizarea efectuată în vederea calculului acestei semistrukturi este următoarea: două panouri de tip *placă netedă* pentru a reprezenta bazoaterul, un panou de același tip pentru a reprezenta porțiunea de fa-

blier de 50 cm grosime și un panou de tip *placă rigidizată* prin 5 traverse pentru a reprezenta restul tabloului. Discretizarea este deci extrem de simplă și ușor de realizat, 4 panouri dintre care unul singur cu rigidizări; rezolvarea acestei probleme cu ajutorul programului este, din această cauză, foarte rapidă, 43 de linii de date și doar 7,3 secunde CPU pe un IBM 4381.

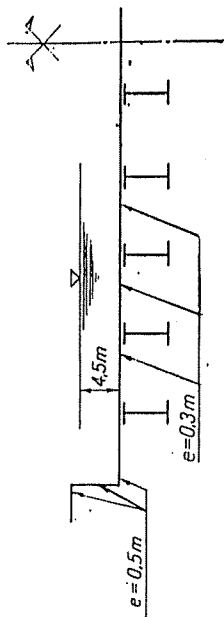


Fig. 12. — Secțiune transversală printr-o travée a podului-canal.

Aceste date extrem de reduse și acești timpi de calcul minimi măresc interesul pentru utilizarea programului L.B.R. — 3 pentru calculul unor asemenea structuri, cu atât mai mult cu cât programul furnizează numeroase rezultate, diversificate și fiabile. Astfel, discretizarea, introducerea datelor, rezolvarea pe calculator și analiza rezultatelor pot fi realizate, pentru exemplul citat, în intervalul de 8 ore. Această metodă scurtează deci considerabil timpul necesar pentru asemenea studii și deschide calea concepției asistate de calculator.

Figurele 13 — 16 dau deplasările și tensiunile în secțiunea transversală de capăt ($x = 0$) și aceea de la mijlocul deschiderii ($x = L/2$)

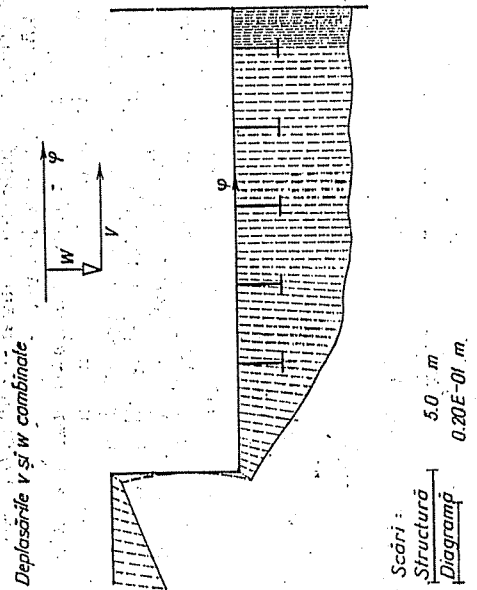


Fig. 13. — Travée simplu rezemată, deplasările w și combinată în secțiunea transversală de la mijlocul deschiderii.

Se distinge perfect efectul datorat fiecărei traverse. Precizia și densitatea rezultatelor furnizate permit proiectantului să judece rapid modificările de adus pentru îmbunătățirea comportării structurii.

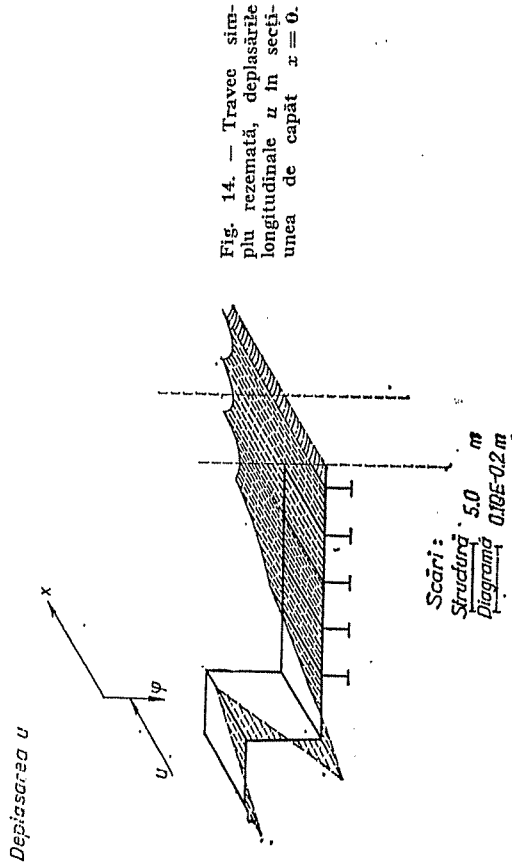


Fig. 14. — Travée simplu rezemată, deplasările longitudinale u în secțiunea de capăt $x = 0$.

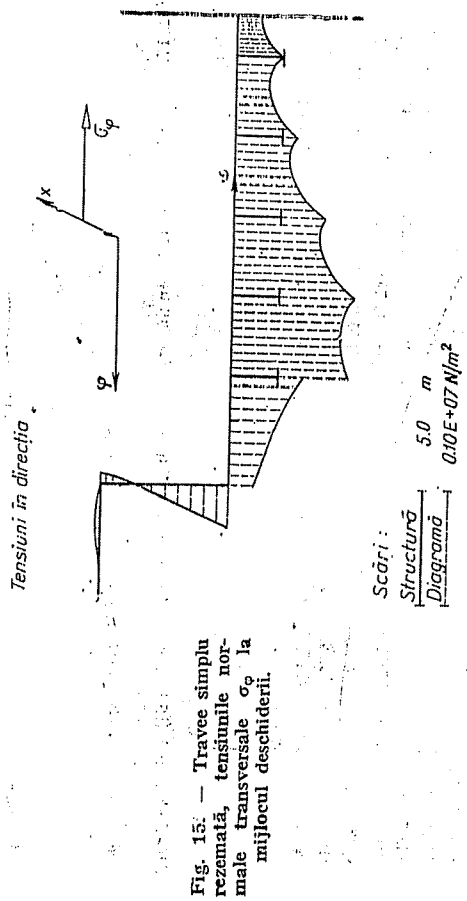


Fig. 15. — Travée simplu rezemată, tensiunile normale transversale σ_x la mijlocul deschiderii.

4.2. *Influența numărului de termeni în seria Fourier.* Pentru a compara soluția relativă la traveea simplu rezemată cu aceea relativă la traveea dublu încadrată, am raportat distribuțiile transversale ale tensiunilor longitudinale σ_x , în secțiunea de la mijlocul deschiderii (fig. 17). În plus am reprezentat aceste valori pentru un număr diferit de termeni.

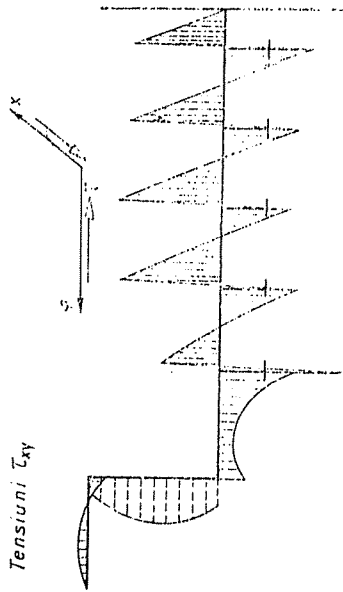
Tensiuni σ_x 

Fig. 16. — Travee simplu rezemată, tensiunile tangențiale σ_x în secțiunea de capăt $x = 0$.

Scări:
Structură: 5.0 m
Diagramă: 0.20E+27 N/m²

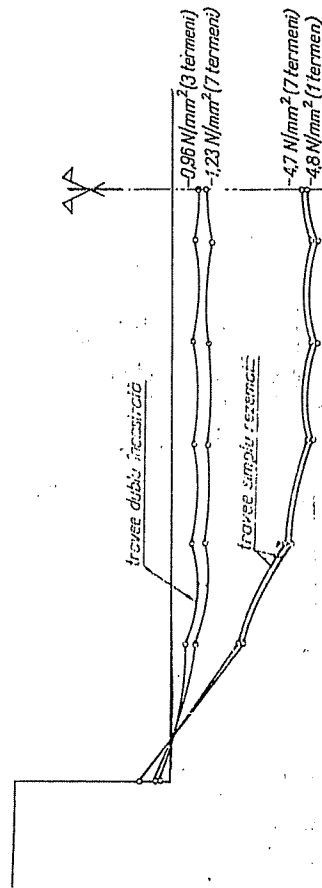


Fig. 17. — Tensiunea longitudinală σ_x în secțiunea transversală de la mijlocul deschiderii.

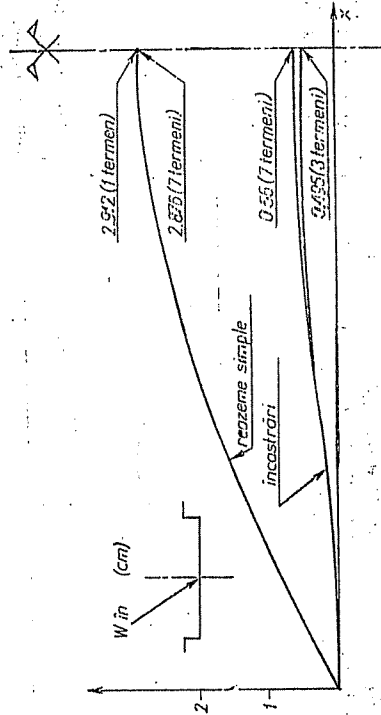


Fig. 18. — Deplasarea verticală w la nivelul axei centrale a unei travei.

Pentru traveea simplu rezemată, rezultatele obținute corespundător unui singur termen sînt excelente; diferențele constatate în cazul a 7 termeni nu depășesc 2%.

Pentru varianta încastrată, variațiile sînt mai sensibile și diferențele ating 20—30%, ceea ce confirmă interesul de a folosi 7 termeni în vederea obținerii unui nivel de precizie acceptabil.

A fost deosebit de reprezentativă variația longitudinală a deplasării verticale w în secțiunea mediană a podului (fig. 18).

5. ALTE APLICAȚII

Vom căuta să dăm o idee asupra performanțelor programului L.B.R. — 3 cu ajutorul unei prezentări succinte a rezultatelor relative la o stavilă [7] și la o poartă mare-furtună [8].

5.1. *Studiul unei stavile-cheson.* Figura 19 reprezintă secțiunea transversală a chesonului unei stavile segment a unui stăvilar. Se observă rigidizările longitudinale, iar pe această secțiune este raportată diagrama tensiunilor normale σ_x acționînd pe acest bordaj. Aceste tensiuni sînt datorate în principal încovoierii locale a diverselor panouri sub efectul presiunii.

Discretizarea aleasă în vederea calculului corpului stavilei comportă 8 panouri, 5 plăci curbe și 3 plăci plane. Toate aceste panouri sînt rigidizate cu două rînduri de nervuri, traversele formînd cadre rigide regulat distanțate.

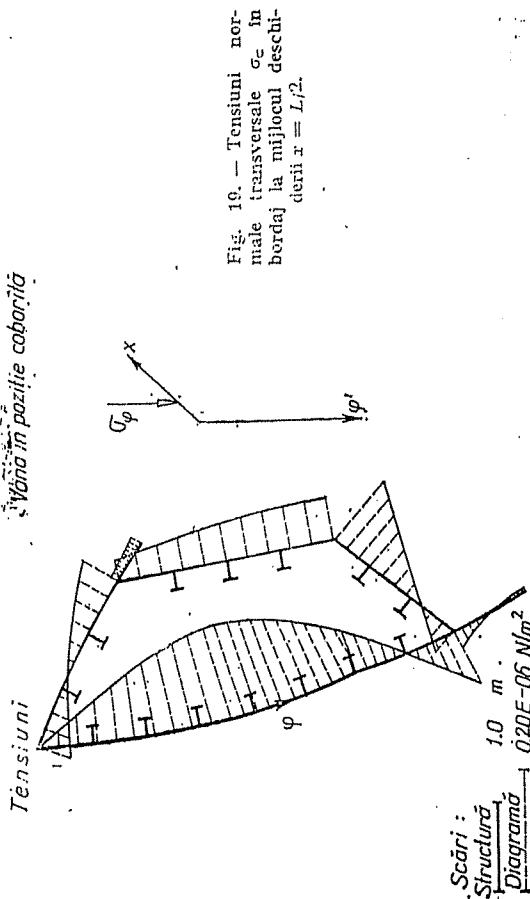
Primele calcule efectuate cu ajutorul programului au permis să se controleze predimensionarea. Aceste treceri efectuate cu un termen (vana considerată simplu rezemată pe brațele sale) nu necesită decît 72 de linii de date și 20 secunde CPU pe un IBM 4381. Ultimele treceri efectuate cu 7 termeni și efectele de margine nu necesită decît 3 linii de date suplimentare și cer 411 secunde CPU.

5.2. *Studiul unei porți mare-furtună.* Este vorba de o poartă plutitoare cu deschiderea de 390 metri, înălțime 22 m, lățime 54 m și cîntărind 55 000 tone. În figura 20 este redată o vedere perspectivă a structurii și a deplasărilor longitudinale ale extremităților. Se disting 30 de panouri din care 24 rigidizate și 6 panouri reprezentînd capacele.

Interesul acestei aplicații rezidă nu în dificultățile de principiu sau în condițiile particulare de rezemare ci pur și simplu în extrema ușurință de aplicare a programului bazat pe metoda marginilor rigidizate. Astfel, dacă luăm exemplul panoului vertical interior stîng caracteristicile lui sînt: dimensiuni totale 9,5 m x 390 m, fie aproape 4000 m², prezența a trei tipuri de nervuri (3 traverse de 390 m, 79 longrine de 9,5 m și un total de 5850 de rigidizări secundare. Toate aceste elemente nu necesită decît 11 linii de date în vederea utilizării programului. Se înțelege deci ușor interesul pe care îl prezintă utilizarea lui.

Într-adevăr, ușurința discretizării, rapiditatea execuției și claritatea rezultatelor au permis efectuarea unui calcul complet în 12 ore (1 oră pentru discretizare, 1 oră pentru introducerea datelor și verificarea lor, 15 la 20 minute timp CPU pe IBM 4381 și, în sfîrșit, 2 ore pentru imprimarea și extragerea rezultatelor.

Văno în poziție coborâtă



Deplasări longitudinale pe rezeme

Caz excepțional 0.55 m

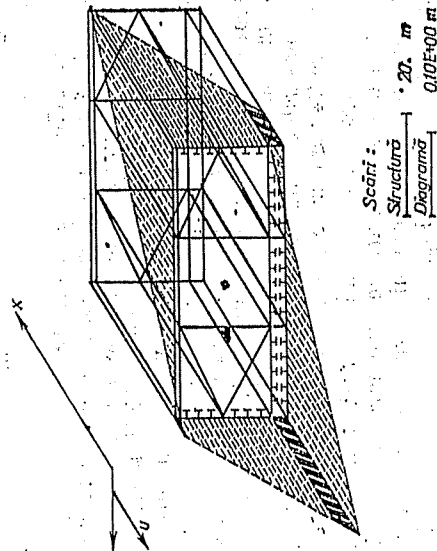


Fig. 20. — Deplasările longitudinale u ale extremităților.

6. CONCLUZII

O dată cu punerea la punct a programului L.B.R. — 3, calculul structurilor compuse din plăci cilindrice ortotropice a devenit o sarcină mult mai ușoară. Într-adevăr, programul bazat pe metoda propusă este deosebit de eficient când rigidizările sînt importante, fiindcă, deși ține seama de efectele locale ale nervurilor, el integrează nervurile în sistemul de ecuații diferențiale fără a-i îngreuna rezolvarea.

Programul poate fi abordat foarte ușor, datele necesare sînt foarte reduse și foarte simple în privința introducerii lor. Rezultatele, din contra, sînt foarte detaliate și de o mare precizie, atât în ce privește tensiunile, cât și eforturile și deplasările. Într-adevăr, principiul metodei, bazat pe rezolvarea analitică a ecuațiilor, garantează obținerea unei soluții care poate fi considerată ca exactă.

Programul permite, în stadiul actual al dezvoltării sale, în afară de luarea în considerare a încălzirilor exterioare clasice, introducerea oricărui mod de rezemare (rezemare simplă, încadrare, rezemare elastică). Aceasta permite studierea completă a numeroase structuri metalice sau din beton dintre care în particular : poduri-canal, porți de ecluză, vane de stavilă, stelațe, acoperișuri în șed, tablele de pod ș.a. Astfel, studiul complet al unei asemenea structuri poate fi realizat, grație programului de calcul, în decurs de 8 ore.

Primit în redacție la 27 mai 1990

BIBLIOGRAFIE

1. N. M. DEHOUSSE, *Les barrages raidis et construction hydraulique*. Mémoires du Centre d'Etudes, de Recherche et d'Essais Scientifiques du Génie Civil (Nouvelle série), (1961).
2. B. FRIEDMAN, *Principles and Techniques of Applied Mathematics*, New York, 1956.
3. A. JAKOBSEN, *Die Berechnung der Zylindersegmente*, Springer-Verlag, Berlin, 1958.
4. Ph. RIGO, *Applications des développements harmoniques aux calculs des ouvrages hydrauliques métalliques*. Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège, 1988.
5. P. ANISTAGHES, P. LEBERTON, F. VANSTIENKISTE, *Calcul des portes d'écluses maritimes*, Bulletin AIPCN, 52 (1986).
6. L. G. CAJOT, *Avant-projet d'un pont-canal en béton précontraint*. Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, TPE, 1986.
7. N. M. DEHOUSSE, Ph. RIGO, *Le réglage des niveaux par barrages mobiles pour des ouvrages à faces relevées*. Bulletin AIPCN, 57 (1987).
8. L. H. C. H. Stormlocherberg, *Nieuwe Waterweg*. Rapport interne du LHCN de l'Université de Liège.
9. Ph. RIGO, *Structures prismatiques orthotropes*. IABSE Proceedings P-142/90, February 1990.