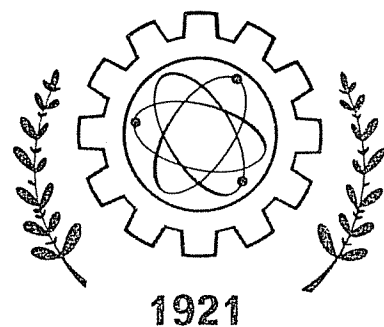


INDUSTRIES ET SCIENCES

REVUE TRIMESTRIELLE
DE L'A.I.I.H.
ISSN 0019-9346

ELECTRICITE • ELECTRONIQUE • MECANIQUE • GENIE CIVIL
MINES • METALLURGIE • CHIMIE • BIOTECHNOLOGIE
ORGANISATION • ECONOMIE • ERGONOMIE • DOCUMENTATION

A. I. I. H.



ASSOCIATION DES
INGENIEURS INDUSTRIELS
DU HAINAUT
DIPLOMES PAR L'I.P.S.I.-UNIVERSITE DU TRAVAIL
PAUL PASTUR DE CHARLEROI
ASSOCIATION SANS BUT LUCRATIF

L'A.I.I.H. est affiliée à l'Union Fédérale des Associations
d'Ingénieurs Industriels de Belgique (U.F.I.I.B.) –
Fédération membre du Comité national belge de la
Fédération Européenne d'Associations Nationales
d'Ingénieurs (F.E.A.N.I. - Paris) et de la Fédération
Mondiale des Organisations d'Ingénieurs (F.M.O.I. -
Londres).

En cas de non-distribution, retour au secrétariat A.I.I.H.
16 rue Fagnart, 6000 Charleroi.

Directeur de la revue:

G. Wautier, Rue du Poncay 2,
4481 Hermée
Tél. 041/78 20 28

Responsable de la publicité:

L. Gonze, Square d'Hougoumont 10/27,
1420 Braine-l'Alleud
Tél. 02/385 11 67

Comité de rédaction:

G. Wautier
L. Gonze
L. Scaufflaire
R. Hagon
G. Serresia
K. Weiss
R. Sloesen

Comité d'honneur de la revue:

R. Blanchart
F. Buyssens
L. Forget
L. Lucas
L. Mendel
I. Simon
J.-P. Vincent
M. Ypersiel

Anciens Directeurs de la revue:

† P. Vandermies (fondateur)
R. Blanchart
A. Bouchat
† D. Chlepner
R. Hellin
L. Mendel
† H. Pierard
A. Delcroix

Prix du numéro:

Belgique et Luxembourg	230 FB
Autres pays	260 FB

Tarif des abonnements:

Belgique et Luxembourg	600 FB
Autres pays	700 FB

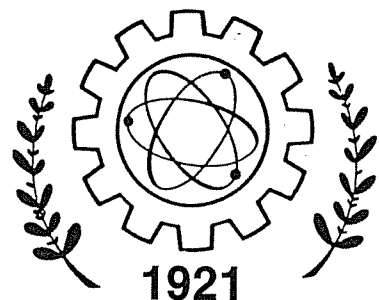
- Les articles signés n'engagent que leurs auteurs.
- La reproduction totale ou partielle des articles et documents photographiques n'est autorisée qu'en mentionnant la source et après accord de la rédaction.
- Les tribunaux de Bruxelles seront seuls compétents en cas de litige.

Industries et Sciences

REVUE TRIMESTRIELLE DE L'A.I.I.H.

Rue Fagnard 16 - 6000 Charleroi
Tél. (071) 31 16 10 - C.C.P. 000-0228791-65

A. I. I. H.



Sommaire n° 1-2 / 1989

- 1 Le logiciel des bordages raidis, une nouvelle méthode de calcul des coques prismatiques
par Philippe Rigo, Ir Dr. en Sciences, Liège.
- 9 Ebauche d'un automate programmable
par Serge Van Belle et Marc Vonck, Ing. A.I.I.H.
- 25 Sensibilité de différents modèles de dimensionnement de collecteurs d'eaux pluviales
par Bernard Bottriaux, Ing. A.I.I.H.
- 41 Sortie des premiers organes fibre-métal entièrement façonnés
- 43 Bon à savoir

« Industries et Sciences »

Votre revue est envoyée en Belgique et dans 59 pays. Il s'agit d'un moyen unique de vous faire connaître. Si vous désirez faire publier un article, prenez contact avec le secrétariat de l'A.I.I.H., Rue Fagnard 16 - 6000 Charleroi ou avec Gérard Wautier, Directeur de la revue « Industries et Sciences », Rue du Poncay, 2 à 4481 Hermée.



Printed in Belgium by
Robert Louis, 1050 Brussels
Tel (02) 640 10 40

Le logiciel des bordages raidis, une nouvelle méthode de calcul des coques prismatiques

par Philippe RIGO

Né le 14 septembre 1959 à Liège, Ingénieur Civil des Constructions en 1982, Docteur en Sciences Appliquées en 1988, Assistant à l'Université de Liège (L.H.C.N. *)

I INTRODUCTION

Les exigences de plus en plus sévères que l'on impose aux structures métalliques, aussi bien au niveau de leur fonction que de leur sécurité ou leur aspect esthétique, ainsi que l'évolution de l'outil informatique, ont profondément modifié la technique de conception et de réalisation de ces ouvrages.

La vérification des contraintes et des déplacements dans la structure nous intéresse au premier plan. Il s'agit en effet de se définir un outil permettant de calculer des structures en réduisant au maximum les simplifications et approximations sur la géométrie de la structure, sur l'interdépendance des divers éléments constitutifs (bordages, raidisseurs, aiguilles, ...), sur la sollicitation, ...

Un outil existe déjà : les éléments finis, voire les bandes fines. Néanmoins, notre but est de mettre au point une méthode différente, ayant des caractéristiques spécifiques applicables aux coques prismatiques raidies. Nous définirons par coque prismatique, un assemblage de plaques rectangulaires et de tronçons de coques cylindriques rigidement liées le long de leurs arêtes communes et appuyées à leurs extrémités sur des diaphragmes rigides.

Les coques prismatiques possèdent des particularités géométriques qui rendent leur calcul difficile, surtout lorsque ces coques sont raidies (fig. 1 et 2). En ce qui les concerne, les méthodes les plus performantes sont celles qui utilisent des décompositions en série des charges et des déplacements, suivant une direction privilégiée. On peut les regrouper sous l'appellation générale d'analyse harmonique des structures.

C'est donc dans cette voie que nous présentons le logiciel des bordages raidis, L.B.R.-3.

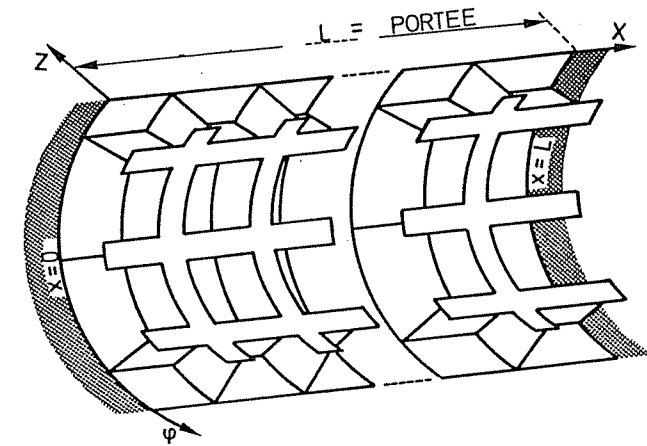


FIGURE 1 : Élément de coque raidie; les nervures pouvant être des raidisseurs, des aiguilles ou des traverses.

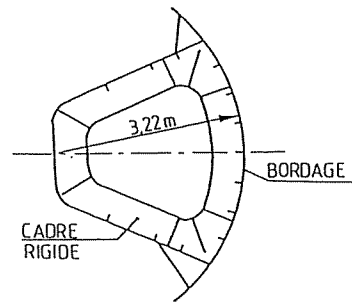


FIGURE 2 : Vanne de barrage mobile composée de coques et de plaques raidies.

II. EXPOSE THEORIQUE DE LA METHODE DES BORDAGES RAIDIS.

L'exposé théorique complet de la méthode des bordages raidis ne pouvant être repris ici dans son entièreté, nous avons choisi de présenter, après une introduction classique, quelques originalités de la méthode.

Cette méthode de calcul des plaques et des coques cylindriques (figures 1 et 2) repose sur une résolution analytique des équations différentielles des coques cylindriques d'épaisseur constante (fig. 3). Ces équations différentielles sont issues de la méthode de Donnell, von Karman et Jenkins (DEHOUSSE 1961).

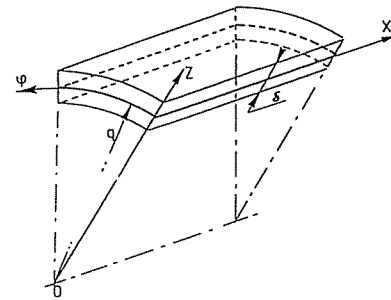


FIGURE 3 : Élément de coque cylindrique.

L'élément de base est une coque cylindrique de longueur L et le système de coordonnées dont on fait usage est représenté figure 3. L'axe des X selon les génératrices du cylindre et l'axe des phi orienté selon la circonférence. A chaque axe est associé un déplacement, u selon OX, v selon l'axe des phi et w selon OZ. La surface schématisée est celle du feuillet moyen et c'est à partir d'elle que sont comptées les coordonnées Z positivement vers le haut.

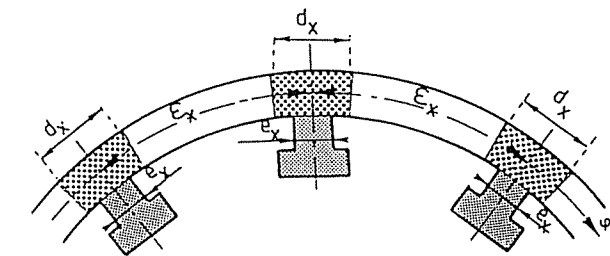
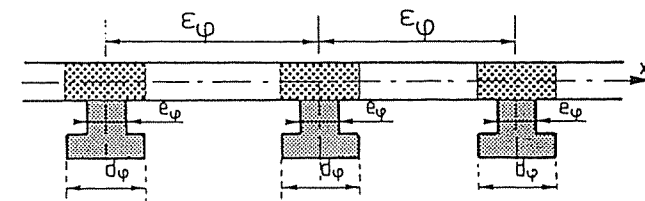


FIGURE 4 : Éléments de raidissage longitudinal et transversaux.

Cet élément de référence est compris entre les surfaces d'intrados et d'extrados de la coque ; il est raidi par des nervures longitudinales et transversales, respectivement espacées de E_x et E_ϕ (figure 4). A cet élément on associe les efforts unitaires et les moments unitaires calculés par rapport à la surface moyenne (figure 5). On les nomme N_x , N_ϕ , $N_{x\phi}$, $N_{\phi x}$, Q_x , Q_ϕ , M_x , M_ϕ , $M_{x\phi}$ et $M_{\phi x}$.

Les fonctions $f(\phi)$ sont des fonctions composées de fonctions de Heaviside (FRIEDMAN 1956) et elles permettent d'obtenir des fonctions (fig. 6) parfaitement compatibles avec la géométrie du système (figure 4). Ces fonctions $f(\phi)$ sont égales à l'unité mais s'annulent en dehors des zones (d_x et d_ϕ) où les nervures agissent (fig 4 et 6).

* L.H.C.N., Laboratoires d'Hydrodynamique, d'Hydraulique Appliquée, de Constructions Hydrauliques et Navales de l'Université de Liège, 6, Quai Banning, 4000 Liège, Belgique, 041/52 01 80.

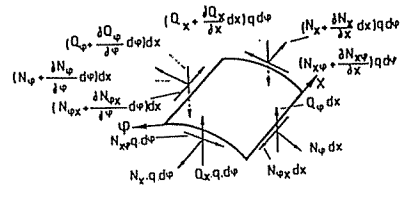


FIGURE 5 : Forces et moments unitaires.

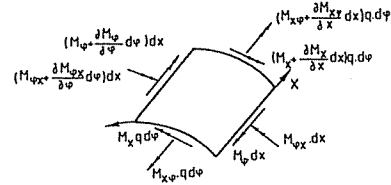


FIGURE 6 : Allure des fonctions $f(\varphi)$ permettant de tenir compte exactement de la position des diverses nervures.

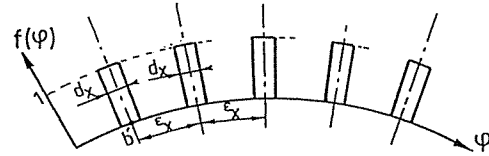


FIGURE 7 : Types de sollicitations de la coque.

La surface moyenne (figure 7) reçoit la charge extérieure et celle-ci peut être subdivisée comme suit :
 - X, Y, Z les pressions spécifiques en N/m^2
 - M_x, M_y, M_z les moments spécifiques en $N.m/m^2$

Cela étant, il est possible d'écrire les 6 équations d'équilibre (1 à 6) contenant les 10 grandeurs inconnues nommées ci-avant (figure 5).

$$N'_x + N^{\circ}_{\varphi x} / q + X + \varepsilon_x \delta = 0 \quad (1)$$

$$N^{\circ}_{\varphi} / q + N'_{x\varphi} - Q_{\varphi} / q + Y + \varepsilon_{\varphi} \delta = 0 \quad (2)$$

$$N_{\varphi} / q + Q^{\circ}_{\varphi} / q + Q'_x = Z + \varepsilon_z \delta \quad (3)$$

$$M^{\circ}_{\varphi} / q + M'_{x\varphi} - Q_{\varphi} + M_x = 0 \quad (4)$$

$$M'_x + M^{\circ}_{\varphi x} / q - Q_x - M_{\varphi} = 0 \quad (5)$$

$$N_{x\varphi} - N_{\varphi x} + M_{\varphi x} / q + M_z = 0 \quad (6)$$

avec $df/dx = f'$ et $df/d\varphi = f^{\circ}$

A ce point aucune hypothèse n'a été émise, néanmoins si l'on veut résoudre le problème, il faut introduire les simplifications suivantes:

- le domaine de validité des développements est le régime élastique
- on doit admettre les simplifications conduisant à la méthode D.K.J. à savoir :
 - une coque mince (épaisseur \ll rayon)
 - de faibles déformations
 - et les hypothèses dites de Love-Kirchhoff

Ces dernières conditions équivalent en fait à imposer une variation linéaire des contraintes selon l'épaisseur de la coque.

Pour écrire les expressions des efforts et moments unitaires (figure 5) en fonction des seuls déplacements u, v et w , avec D et K des constantes dépendant uniquement du matériau (à savoir du module de Young E et du coefficient de poisson ν) et de l'épaisseur δ de la coque, on procède de la manière suivante.

Au lieu de considérer l'équilibre d'un élément infiniment petit dans le sens des trois coordonnées, on envisage un élément de coque compris entre les surfaces intrados et extrados à la coque mais dont la surface moyenne est $q.d\varphi$.

Nous pourrions écrire l'équilibre d'un tel élément à condition d'introduire les efforts unitaires correspondants calculés par rapport à la surface moyenne. A titre d'exemple :

$$N_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x (1 + \frac{z}{q}) dz \quad (7) \quad M_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x (1 + \frac{z}{q}) z dz \quad (8)$$

Compte tenu des relations classiques contraintes-déformations

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [u' + \frac{v\nu'}{q} + \frac{w\nu'}{q} - \frac{z}{q} (q w'' + \frac{w\nu''}{q})] \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2} [\frac{v^2}{q} + \frac{w}{q} + \nu(u' - z w'') - \frac{z}{2} w'''] \quad (10)$$

$$\tau_{x\varphi} = G(\frac{u'}{q} + v' - \frac{2z}{q} w''') \quad (11)$$

on obtient pour une coque non raidie,

$$N_x = (E \delta / (1-\nu^2) q) (u' q + v\nu' + w\nu') \quad (12)$$

$$M_x = (E \delta^3 / (1-\nu^2) q^2) (q^2 w'' + \nu w''') \quad (13)$$

En présence de raidisseurs, ces 2 expressions ne sont plus valables et il en serait de même des relations $N_{x\varphi}$ et $M_{x\varphi}$. Ainsi, dans l'hypothèse de raidisseurs longitudinaux, les expressions (7 et 8) deviennent

$$N_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x (1 + \frac{z}{q}) dz + f(\varphi) \int_{\omega_x} \frac{e_x}{d_x} \sigma_x dz \quad (14)$$

et

$$M_x = - \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x (1 + \frac{z}{q}) z dz + f(\varphi) \int_{\omega_x} \sigma_x z \frac{e_x}{d_x} dz \quad (15)$$

- avec e_x la largeur d'un raidisseur (âme)
- d_x la largeur maximale d'un raidisseur (semelle)
- ω_x la surface du raidisseur
- $f(\varphi)$ une fonction dite Heaviside (SCHWARTZ 1966) valant 1 au droit des raidisseurs, sinon 0 (fig. 6)

Après intégration des relations (14 et 15), on a :

$$N_x = (E \delta / (1-\nu^2) q) (u' q + v\nu' + w\nu') + f(\varphi) (E/d_x) (u' \omega_x - w' h_x) \quad (16)$$

$$M_x = (E \delta^3 / (1-\nu^2) q^2) (q^2 w'' + \nu w''') - f(\varphi) (E/d_x) (u' h_x - w' I_x) \quad (17)$$

- avec ω_x la surface de la section des raidisseurs sous la coque
- h_x le moment statique de ω_x calculé par rapport à la surface médiane
- I_x le moment d'inertie des ω_x par rapport à la surface médiane

D'une manière équivalente, on obtient pour $N_{x\varphi}$ et $M_{x\varphi}$.

$$N_{x\varphi} = \frac{D}{q} \cdot \frac{1-\nu}{2} (u^{\circ} + qv') + f(\varphi) S_x (v' + \frac{u^{\circ}}{q}) \quad (18)$$

$$M_{x\varphi} = \frac{K}{q} (1-\nu) w^{\circ} + f(\varphi) \cdot [(T_x \frac{w^{\circ}}{q} + L_x (v' + \frac{u^{\circ}}{q}))] \quad (19)$$

Il est aisé de recommencer ce raisonnement pour des nervures circonférentielles de manière à déterminer cette fois N_{φ} , $N_{\varphi x}$, M_{φ} et $M_{\varphi x}$.

Quant aux expressions de Q_x et Q_{φ} , elles s'obtiennent à partir des deux équations d'équilibre moment (4 et 5) en y injectant les forces et moments unitaires déjà calculés.

Ensuite, en remplaçant ces efforts et moments unitaires par leurs expressions analytiques dans les 3 équations (1 à 3), on obtient après calcul 3 équations différentielles à coefficients constants (20 à 22).

Ces 3 équations (20 à 22) relatives à une coque cylindrique raidie sont fonctions des déplacements u, v, w et de leurs dérivées, et s'écrivent:

$$D(q u'' + v\nu'' + w\nu'') + D/q^2 \cdot (1-\nu)/2 \cdot (u^{\circ\circ} + q v^{\circ}) + f(x) \cdot [S_{\varphi}/q (v^{\circ} + u^{\circ\circ}/q)] + f^{\circ}(\varphi)/q [S_x (v' + u^{\circ}/q)] + f(\varphi) [\Omega_x u'' - H_x w'' + S_x/q \cdot (v^{\circ} + u^{\circ\circ}/q)] + X = 0 \quad (20)$$

$$D/q^2 (v^{\circ\circ} + w^{\circ} + v q u^{\circ}) + D/q \cdot (1-\nu)/2 \cdot (u^{\circ} + q v^{\circ}) + f(x) \cdot [\Omega_{\varphi}/q^2 \cdot (v^{\circ\circ} + w^{\circ}) - H_{\varphi}/q^3 \cdot w^{\circ\circ\circ} + S_{\varphi} (v'' + u^{\circ\circ}/q)] + f(x)/q [S_{\varphi} (v' + u^{\circ}/q)] + f(\varphi) [S_x (v'' + u^{\circ\circ}/q)] + Y = 0 \quad (21)$$

$$D/q^2 (v^{\circ} + w + v q u') + K/q^4 \cdot w^{\circ\circ\circ\circ} + 2K/q^2 \cdot w^{\circ\circ\circ} + K w'''' + f(x) [\Omega_{\varphi}/q^2 \cdot (v^{\circ} + w) - 2H_{\varphi}/q^3 \cdot w^{\circ\circ\circ} - H_{\varphi}/q^3 \cdot v^{\circ\circ\circ} + R_{\varphi}/q^4 \cdot w^{\circ\circ\circ\circ} + T_{\varphi}/q^2 \cdot w^{\circ\circ\circ} + L_{\varphi}/q \cdot (v^{\circ\circ\circ} + u^{\circ\circ\circ})] + f(\varphi) [T_x/q^2 \cdot w^{\circ\circ\circ} + L_x/q \cdot (v^{\circ\circ\circ} + u^{\circ\circ\circ}/q) - H_x \cdot u'''' + R_x \cdot w''''] + f^{\circ}(\varphi)/q [T_x/q \cdot w^{\circ\circ\circ} + L_x/q \cdot (v'' + u^{\circ\circ}/q)] + f(x) [T_{\varphi}/q \cdot w^{\circ\circ\circ} + L_{\varphi}/q \cdot (v'' + u^{\circ\circ}/q)] = -M'_{\varphi}/q + M'_{\varphi} + Z \quad (22)$$

Remarque : Les fonctions $f^{\circ}(\varphi) = df(\varphi)/d\varphi$ et $f'(x) = df(x)/dx$ dérivées de fonctions de Heaviside, sont des fonctions de Dirac et sont nulles partout sauf au droit des nervures où elles valent 1.

Le processus de résolution de ce système (20 à 22) est celui utilisé jadis par Jakobsen et Eggwertz (JAKOBSEN 1958). Il consiste à ramener le problème à un système classique de 3 équations à 3 inconnues dont les coefficients sont des opérateurs de dérivation et les inconnues les déplacements u, v et w . Après élimination des u, v et w , on obtient une équation

différentielle en w du 8ème ordre à 2 variables, x et φ.

$$A.w^{(8)} + B.w^{(7)} + C.w^{(6)} + D.w^{(5)} + E.w^{(4)} + F.w^{(3)} + G.w^{(2)} + I.w^{(1)} + J.w + K.w^{(0)} = 0 \quad (23)$$

avec $w^{(0)} = dw/dφ, w^{(1)} = d^2w/dx^2, w^{(2)} = d^3w/dx^2dφ, \dots$

Les coefficients A, B, C, ..., J et K sont des constantes connues dépendant uniquement des caractéristiques géométriques de la coque et des nervures ainsi que des propriétés mécaniques du matériau (module de Young E et coefficient de Poisson ν).

Mais afin d'obtenir une équation à variables séparées, on est astreint à poser :

$$w(x, φ) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(φ) \sin(nπx/L) \quad (24)$$

$$v(x, φ) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(φ) \sin(nπx/L) \quad (25)$$

$$u(x, φ) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(φ) \cos(nπx/L) \quad (26)$$

Nous ne développerons pas plus les expressions analytiques qui découlent des principes énoncés car ces relations lourdes et longues n'ajouteraient rien à la compréhension du lecteur. Pour plus de détails, il est suggéré de se référer au document de base de l'auteur (RIGO 1988).

III EXTENSION DE LA METHODE A DES CONDITIONS D'APPUI PARTICULIERES (encastrement, appuis élastiques, ...).

Les relations (24) à (26) imposent les conditions d'appuis aux extrémités en x=0 et x=L. En effet, vu l'expression de w(x, φ), on aura toujours w et M_x nuls en x=0. A ce stade, le logiciel des bordages raidis n'était donc applicable qu'aux structures ayant des conditions d'appuis simples (w=v=M_x=N_x=0). Cette sévère limitation à la méthode peut, comme nous allons le montrer, être supprimée par l'adjonction des effets de bord, forces longitudinales N_b et moments de bord M_b (fig. 8). Le logiciel sera alors applicable à une large gamme de conditions d'appuis (encastrement, appuis élastiques, ...).

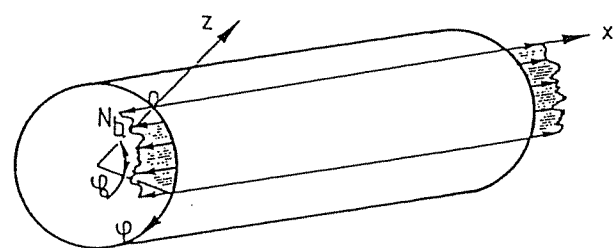


FIGURE 8 : Forces de bord N_b et moments de bord M_b.

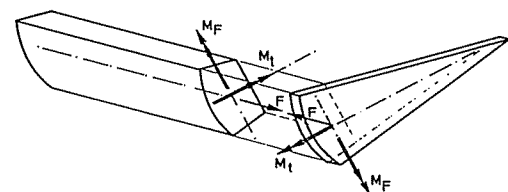
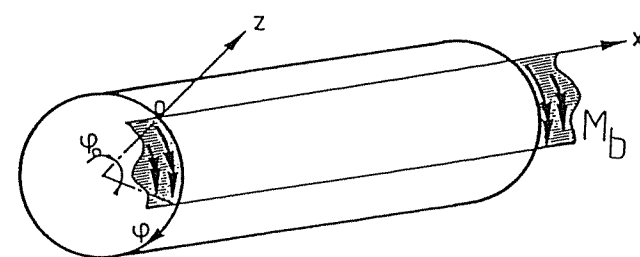


FIGURE 9 : Forces et moments de liaisons entre la vanne et les bras

Les effets de bords (fig. 8) sont des forces et des moments que l'on applique aux extrémités x=0 et x=L des coques ou des plaques de la structure. Ces forces de bord N_b et moments de bord M_b, vont permettre de simuler par exemple, les forces et moments que transmettent les bras aux extrémités d'une vanne segment de barrage mobile (figure 9).

Pour ce qui est des forces de bord N_b (fig. 10), on a obtenu précédemment la solution analytique d'un cylindre complet chargé par une ligne de force de 10.000 cos lx dirigée selon OX. Si au lieu d'utiliser le développement en série de Fourier d'une charge uniforme, on utilise celui correspondant à 2 charges d'extrémités antisymétriques, on obtient la solution analytique de cette même coque soumise à des forces axiales F (antisymétriques) agissant aux extrémités x=0 et x=L.

Pour les moments de bord M_b, nous utilisons le même procédé. Néanmoins, une différence importante existe, les charges extérieures de type moment M_φ n'apparaissent dans l'équation (22) que sous forme de leur dérivée première. D'où, pour un diagramme de moment de bord M_b donné qui est appliqué à la structure (fig 11), c'est en fait l'effet dérivé que l'on applique.

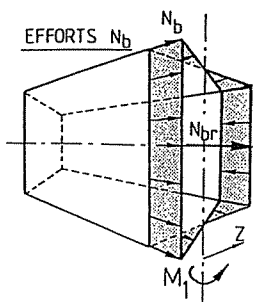


FIGURE 10 : Exemple de répartition de forces de bord N_b que l'on applique aux extrémités de la structure.

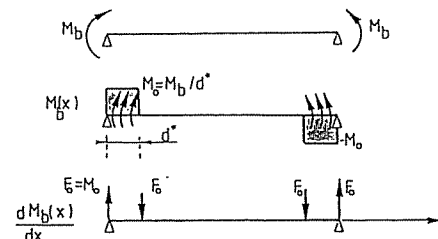


FIGURE 11 : Moments de bord M_b.

Analytiquement cela se traduit par l'expression (27) d'un moment d'extrémité M_b développé en série de Fourier et par l'expression (28) de la dérivée du moment qui, au coefficient H près, est identique à l'expression obtenue pour le développement des forces de bord N_b.

$$M_b(x) = \sum_{n=1}^{\infty} [4 M_b / (2n-1)πd^* \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cos((2n-1)π(L-2d^*)/L) \cdot \cos((2n-1)πx/L)] \quad (27)$$

$$dM_b/dx = \sum_{n=1}^{\infty} [4 M_b / (2n-1)πd^* \cdot H \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cos((2n-1)π(L-2d^*)/L) \cdot \sin((2n-1)πx/L)]$$

avec $H = -(2n-1)π/L \cdot M_b$ (28)

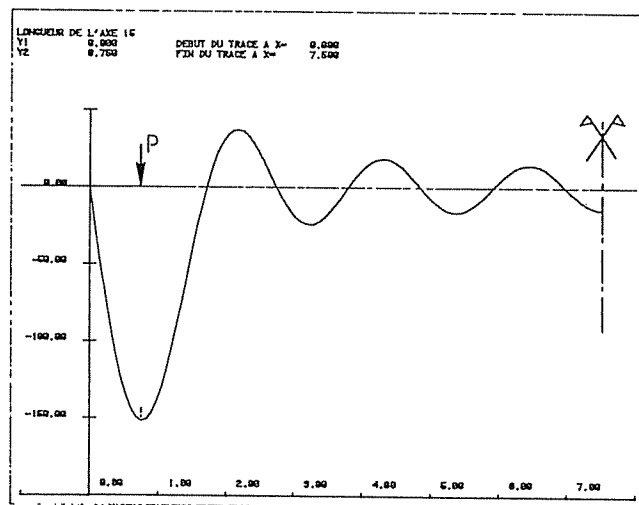


FIGURE 12 : Représentation d'une charge concentrée avec 7 termes de la série de Fourier.

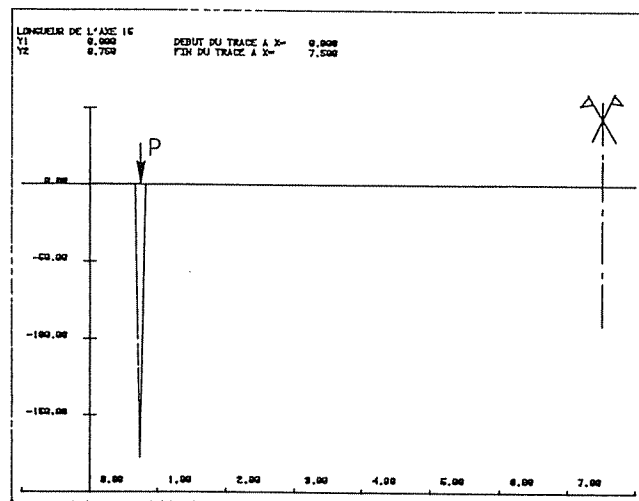


FIGURE 13 : Représentation d'une charge concentrée avec 100 termes de la série de Fourier.

III.1. DEVELOPPEMENT EN SERIE DES FORCES ET MOMENTS DE BORD.

Les figures 12 et 13 montrent que pour les développements des effets de bord et plus spécialement pour les moments de bord, il faut un nombre de termes très importants pour représenter exactement les charges, mais en pratique, 7 termes suffisent pour représenter ces charges ponctuelles d'extrémités avec suffisamment de précision. Il est à noter que les charges concentrées n'existent pas et qu'elles sont toujours réparties plus ou moins localement. Ainsi, les forces de bord N_b et les moments de bord M_b sont-ils appliqués sur de petits intervalles placés aux extrémités. Pour ces effets de bord, on obtient des résultats très satisfaisants en se limitant à l'utilisation de 7 termes de la série de Fourier (figure 14).

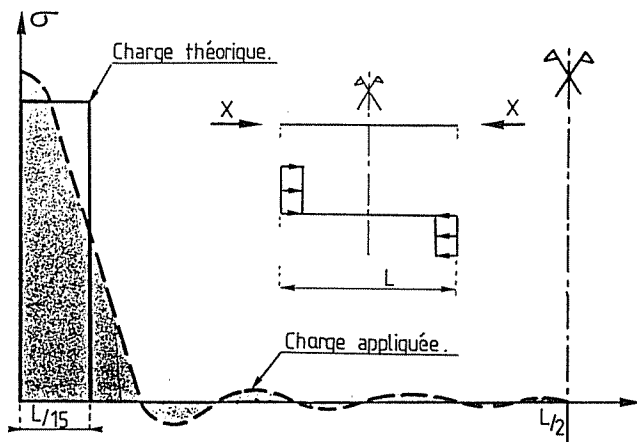


FIGURE 14 : Développement d'une charge antisymétrique localisée sur un petit intervalle situé aux extrémités.

III.2. RAISONS D'ETRE DES FORCES ET MOMENTS DE BORD.

Afin de bien comprendre la raison d'être de ces effets de bord, il est important de se rappeler ce que l'on entend par *structure sur appuis simples*. Le développement en série de sinus de $w(x, \phi)$ (22), a imposé les variations des déplacements suivants : $v(x, \phi)$ varie selon le $\sin \lambda x$ et $u(x, \phi)$ selon le $\cos \lambda x$, d'où en $x=0$ et $x=L$ les déplacements w et v seront nuls, par contre le déplacement longitudinal u sera non nul. On constate donc que les extrémités de la structure se comportent comme des flasques infiniment rigides dans leur plan mais autorisant des déformations perpendiculairement à ce plan; il s'agit des déplacements longitudinaux u . Sur la figure 15 est représentée la déformation d'extrémité, on y constate qu'en plus du déplacement u , on observe une rotation dw/dx de chaque tronçon de coque et cela indépendamment les uns des autres.

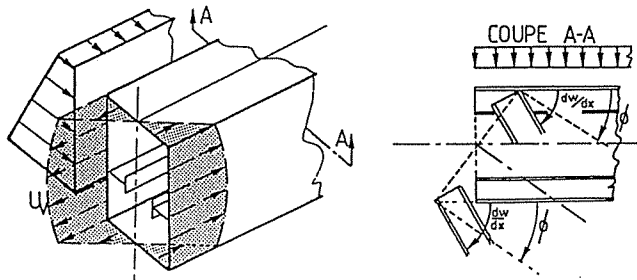


FIGURE 15 : Déformations d'extrémités de l'ensemble de la structure.

Le cas des appuis élastiques peut également être envisagé. On entend par appui élastique la liaison rigide d'un corps avec un autre sans liaison avec la fondation. Ainsi, dans le cas des vannes segment (figure 16), la structure vanne-bras se comporte comme un portique; les sections d'extrémités de la vanne ne sont donc pas libres de se déformer d'une manière quelconque comme c'est le cas pour des appuis simples et il ne s'agit pas non plus d'un encastrement.

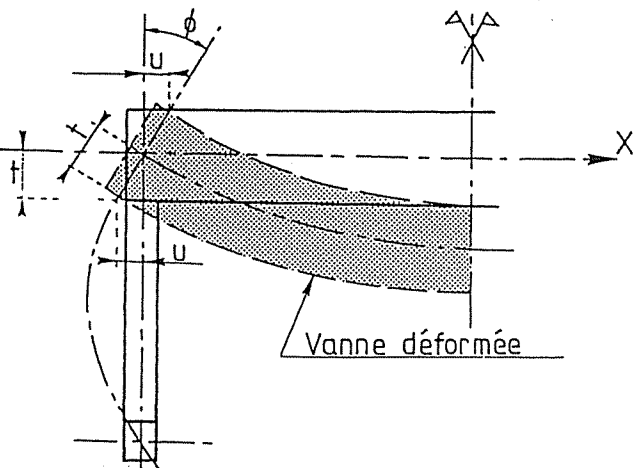


FIGURE 16 : Schéma d'une structure portique, les bras et le corps de la vanne segment.

Si l'on admet que les extrémités des bras d'une vanne segment subissent une rotation d'ensemble ϕ , les déplacements longitudinaux u et les rotations dw/dx à la jonction vanne-bras sont alors automatiquement déterminés en fonction de cette variable ϕ . Il faut donc appliquer aux extrémités de la vanne des forces de bord N_b et des moments de bord M_b qui ensemble, vont faire coïncider les déplacements de la section d'extrémité de la vanne avec ceux correspondant à la rotation ϕ du bras.

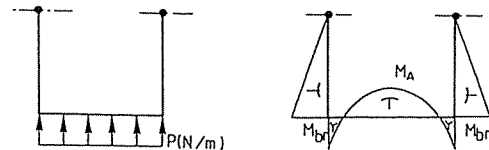


FIGURE 17 : Diagramme des moments induits au sein de la structure en portique (vanne-bras).

Comment procède-t-on pratiquement ?

Soit la structure de la figure 17, chargée par une pression P de type hydraulique (pression hydrostatique ou hydrodynamique). Le diagramme des moments est schématisé figure 17 et le moment M_{br} agissant aux jonctions de la vanne avec les bras est d'autant plus important que la rigidité relative des bras vis-à-vis de la vanne augmente.

Aux liaisons vanne-bras, il faut assurer la compatibilité des déplacements et des rotations; pour cela, on scinde le comportement du bras de celui de la vanne et on les analyse séparément.

Pour le bras, à une rotation ϕ donnée correspond un moment M_{br} qui appliqué à l'extrémité du bras crée cette rotation ϕ (figure 18).

De l'autre côté, pour la vanne, nous pouvons déterminer les forces et les moments de bords pour des déplacements et rotations identiques à ceux du bras. Soit M_v le moment résultant de ces effets de bord.

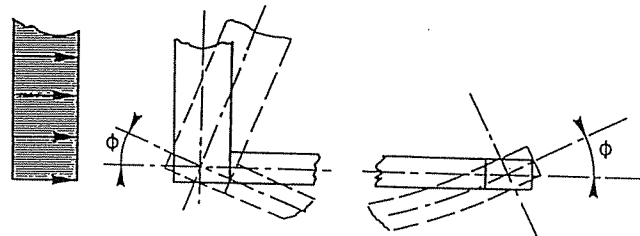


FIGURE 18 : Schéma de la jonction vanne-bras et de sa déformation

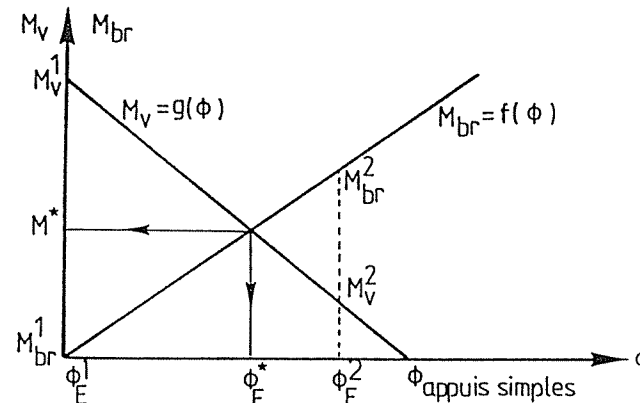


FIGURE 19 : Graphique de M_v et M_{br} en fonction de la rotation ϕ de la jonction vanne-bras.

Ensuite, il faut comparer le moment M_{br} du bras avec M_v celui de la vanne. Si l'on a une équivalence entre ces 2 moments agissant de part et d'autre de la coupure, la déformation de la structure qui y correspond est la déformation réelle et l'on possède alors la solution. Dans le cas contraire, travaillant en régime élastique, il n'est pas nécessaire de recourir à des itérations car à partir de deux essais nous pouvons déterminer analytiquement (figure 19) la rotation ϕ_E^* qui correspond exactement au moment $M^* = M_{br}$ réel.

III.3. DETERMINATION DES EFFETS DE BORD.

Il reste à présenter la technique utilisée pour déterminer les forces de bord N_b et les moments de bord M_b pour des champs de déplacement u et de rotation dw/dx donnés.

Les expressions des forces et moments de bord sont théoriquement de la forme suivante (29):

$$[a_1 \cos(\beta_1 q \phi) + b_1 \sin(\beta_1 q \phi)] e^{-\alpha_1 q \phi} + [c_1 \cos(\beta_1 q (\phi_0 - \phi)) + \dots] e^{-\alpha_1 q (\dots)} + \dots + [g_1 \cos(\beta_1 q (2\pi - (\phi_0 - \phi))) + \dots] e^{-\alpha_1 q (\dots)} \quad (29)$$

Mais ces expressions présentent des inconvénients majeurs qui sont liés à la lourdeur des développements analytiques nécessaires compte tenu de la forme de ces fonctions.

A des fins de simplicité et de rationalisation, nous avons opté pour un développement des fonctions de bord en série polynomiale du 3ème degré (30) et (31).

Soit $F(\varphi)$ la fonction fixant la répartition des forces de bord

$$F(\varphi) = a (q \varphi)^3 + b (q \varphi)^2 + c (q \varphi) + d \quad (30)$$

avec a, b, c, d les paramètres inconnus de la fonction force de bord

Soit $G(\varphi)$ la fonction fixant la répartition des moments de bord

$$G(\varphi) = e (q \varphi)^3 + f (q \varphi)^2 + g (q \varphi) + h \quad (31)$$

avec e, f, g, h les paramètres inconnus de la fonction moment de bord

Ces paramètres sont à déterminer de manière à avoir une équivalence entre $F(\varphi)$ et N_b (fig. 20) et entre $G(\varphi)$ et M_b .

Chaque paramètre est en réalité le coefficient multiplicateur d'une force ou d'un moment de bord. Soit $F1, F2, F3, F4$ les 4 forces unitaires de bord et $G1, G2, G3, G4$ les 4 moments unitaires de bord (figure 21). Les résultantes $F(\varphi)$ des forces de bord et $G(\varphi)$ des moments de bord sont en fait des combinaisons linéaires de 4 cas de charge unitaires.

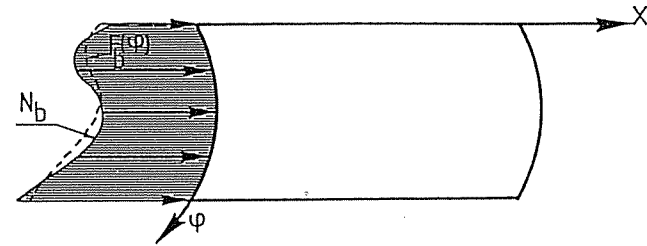


FIGURE 20 : Ajustement de la fonction de forme des forces de bord $F(\varphi)$ aux forces de bord théoriques N_b .

Pratiquement on obtient les coefficients a, b, c, \dots, h en imposant une continuité de déplacements et de rotations point par point entre la vanne et ses bras. Pour une structure composée de n coques on aura donc $8.n$ paramètres inconnus que l'on obtient en imposant $8.n$ conditions en des points ponctuels de la structure. Le choix de ces points est particulièrement délicat car il doit assurer une homogénéité dans les résultats et garantir leur qualité et leur précision.

On a optimisé la position de ces points afin que les erreurs relatives qui découlent de ce choix soient les plus faibles possibles. Cette optimisation basée sur une expérimentation numérique qui ne peut être reprise en détail dans ce texte, d'où il faut se référer au manuscrit complet de l'auteur pour plus de détails (RIGO 1988). Dans le logiciel L.B.R.-3, il est proposé d'utiliser systématiquement les dispositions standards de la figure 22 qui garantissent la qualité des résultats.

Ainsi, la figure 23 illustre l'exemple d'un caisson composé de 4 panneaux auquel nous avons imposé 16 conditions déplacements et 16 conditions rotations. Les flèches et les points symbolisent l'endroit où ces conditions ont été imposées en utilisant ici les dispositions standards de la figure 22.

La figure 24 donne l'allure des forces de bord N_b agissant aux extrémités du caisson si ses 2 extrémités sont supposées encastrees. La figure 25 présente l'allure des déplacements longitudinaux u aux extrémités pour ce même caisson bi-encastree.

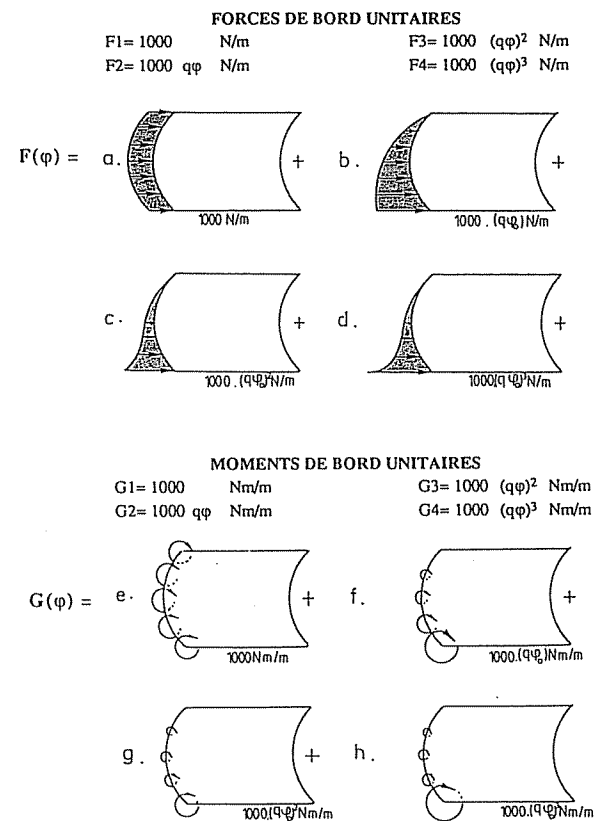


FIGURE 21 : Décomposition des forces et moments de bord ($F(\varphi)$ et $G(\varphi)$) en des forces et moments unitaires de bord.

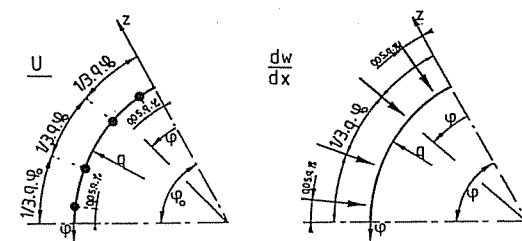


FIGURE 22 : Dispositions standards des points auxquels sont imposées les conditions u et dw/dx aux extrémités.

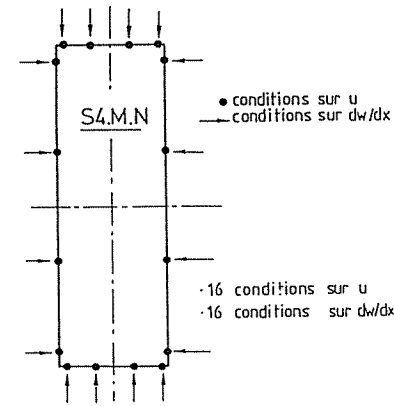


FIGURE 23 : Schéma de la discrétisation relative aux conditions de bord.

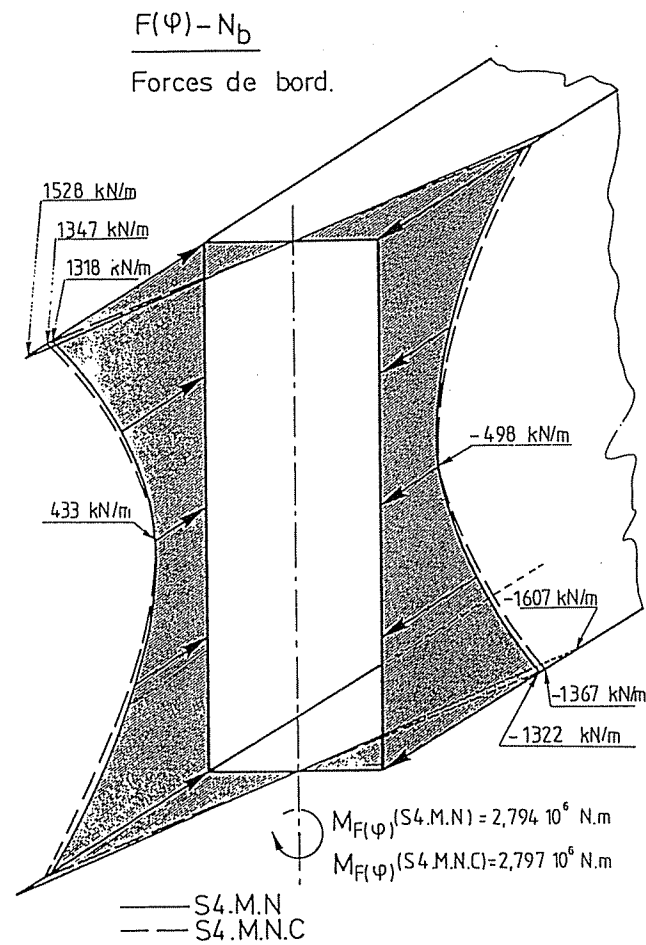


FIGURE 24 : Forces de bord agissant aux extrémités d'un caisson bi-encastree afin d'annuler les déplacements u et les rotations dw/dx .