

# Base de calcul pour le dimensionnement d'une tour de refroidissement à tirage naturel

**J. NICOLAS**

Ir Dr en Sciences appliquée, Chef de travaux  
Fondation Universitaire Luxembourgeoise, Arlon, Belgique

**J.L. VASEL**

Ir Dr en Sciences de l'Environnement  
Premier Assistant  
Fondation Universitaire Luxembourgeoise, Arlon, Belgique

## Résumé

Le but de cet article est de fournir de façon exhaustive l'ensemble des relations qui permettent le calcul des transferts thermiques dans une tour de refroidissement à contre-courant et à tirage naturel.

L'article se base sur les approches classiques décrites dans la littérature (Merkel, Chilton, Braun, ...), mais en uniformisant les symboles et les unités, de façon à fournir en un seul texte tous les éléments qui permettent de modéliser, pour des besoins de contrôle ou de dimensionnement, une tour de refroidissement et d'en estimer les performances.

Quelques pratiques d'utilisation de ces relations sont étudiées, ainsi qu'une confrontation de différentes méthodes de résolution sur un même exemple.

## Samenvatting

Het doel van dit artikel bestaat erin alle relaties volledig te geven op het gebied van thermische transfers in koelingstoren met tegenstroom en spontane trek.

Dit artikel berust op bekende theorieën beschreven in de wetenschappelijke literatuur (Merkel, Chilton, Braun, ...), maar standaardiseert symbolen en eenheden, zodat alle elementen vereist voor controle, afmetingen berekening of efficiency schatting in een enkele tekst kunnen gevonden worden.

De toepassing van deze relaties en een vergelijking van verschillende oplossings technieken zijn ook beschreven op hetzelfde numerieke voorbeeld.

## Summary

The aim of this paper is to supply exhaustively all the equations related to the thermal transfers in counter-flow natural-draught cooling towers.

The paper is based on the theory found in scientific literature (Merkel, Chilton, Braun, ...), but with symbols and units standardization, in order to supply in a single text the whole data set useful for control, design or performance evaluation purposes.

The practical application of this theory is shown by considering real size tower data and different solving methods are compared for the same numerical example.

## 1. Justification de la démarche

Il est actuellement possible d'aborder le dimensionnement et d'étudier le fonctionnement des tours de refroidissement de façon rigoureuse, en tenant compte notamment de la perte en eau par évaporation, des pertes thermiques latérales et de la distribution bidimensionnelle des flux de matière et d'énergie [1] [2].

Particulièrement pour des réfrigérants atmosphériques à tirage naturel, dont le diamètre n'est pas constant, le calcul 2-D est nécessaire pour réaliser le dimensionnement définitif de façon rigoureuse.

Cette démarche implique cependant une formulation assez complexe et une résolution numérique du problème qui, d'une part, nécessitent des moyens de

calcul importants et d'autre part, ne permettent pas de distinguer clairement l'influence de chaque paramètre.

Une formulation analytique simple reste utile dans un but de pré-dimensionnement de tours pour centrales électriques ou pour des besoins de contrôle du fonctionnement ou encore dans les tours de taille réduite, lorsque l'effet de la seconde dimension est négligeable.

Plusieurs solutions récemment proposées à ce problème dans la littérature [3] [4] [5] [6] tendent effectivement à simplifier la formulation.

La plupart d'entre elles continuent même à utiliser la très séduisante approche de Merkel [7] avec l'ap-

proximation de Lewis [8] datant des années 20. Le présent article rappelle succinctement le principe de cette approche et les relations employées.

Par ailleurs, lors d'une tentative de modélisation d'un lit bactérien [9], pour lequel les transferts sont similaires à ceux observés dans les tours de refroidissement, une étude bibliographique a montré que presque toutes les publications dans ce domaine traitaient des tours à convection forcée, avec ventilateur, et que les modèles qui tenaient compte de la convection naturelle simplifiaient souvent le problème, par exemple en considérant un débit d'air constant imposé par l'utilisateur [5].

Parmi les rares publications qui traitent du tirage naturel dans les tours de refroidissement, celle de Chilton [10], propose une méthode qui permet de caractériser chaque tour par un seul nombre, appelé «coefficient de performance» qui s'avère très utile pour le dimensionnement [11]. Selon cette théorie, ce nombre peut être calculé sans connaître le coefficient de pertes de charge de la tour si l'on a pu mesurer ou évaluer l'écart de température de l'eau entre l'entrée et la sortie.

La présente publication reprend cette démarche, pour les tours à contre-courant, en unités S.I. et en employant une formulation plus adaptée aux techniques informatiques actuelles.

Si les pertes de charge qui s'opposent à l'écoulement de l'air peuvent être estimées, alors le débit d'air peut être calculé en égalant ces pertes de charge à la poussée due à la différence de masse volumique de l'air entre l'extérieur et l'intérieur de la tour.

Une procédure itérative permet dès lors de résoudre le problème des transferts en divisant la tour en tranches horizontales.

Les relations nécessaires à cette résolution sont fournies dans cet article, ainsi que toutes les relations exactes ou approximatives nécessaires pour restituer le diagramme de l'air humide.

La présente publication rassemble donc tous les éléments qui permettent de modéliser, pour des besoins de contrôle ou de dimensionnement, une tour de refroidissement à tirage naturel et à contre-courant, et d'en estimer les performances.

## 2. Nomenclature

A	section horizontale de la tour de refroidissement	(m <sup>2</sup> )
a	surface spécifique mouillée des surfaces d'échange	(m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )
c	chaleur spécifique	(J/kg K)
C	coefficient de performance	(-)
D	coefficient d'opération global	(m <sup>5/2</sup> )
G	débit massique de l'air humide	(kg air sec/s)
g	accélération due à la pesanteur	(m/s <sup>2</sup> )
h	enthalpie de l'air humide	(J/kg d'air sec)
K	coefficient de diffusion de la vapeur d'eau	$\left( \frac{\text{kg d'eau}}{\text{m}^2\text{s}} / \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg air sec}} \right)$
L	débit massique de l'eau	(kg eau/s)
N <sub>T</sub>	coefficient de perte de charge	(-)
p <sub>a</sub>	pression totale de l'air humide	(Pa)
p' <sub>v</sub>	pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air à saturation	(Pa)
q	flux d'énergie transférée entre l'eau et l'air	(J/kg d'eau)
r	chaleur latente de vaporisation de l'eau	(J/kg d'eau)
t <sub>e</sub>	température de l'eau	(° C)
t <sub>a</sub>	température sèche de l'air	(° C)
t <sub>a</sub> <sup>*</sup>	température humide de l'air	(° C)
T	température absolue	(K)
U	coefficient de transfert convectif	(W/m <sup>2</sup> K)
v	vitesse moyenne de l'air humide dans la tour de refroidissement, définie par vG/A	(m/s)
V	volume de la tour, des packings, ...	(m <sup>3</sup> )
x	teneur en eau de l'air humide	(kg d'eau/kg d'air sec)
y	coordonnée verticale de la tour	(m)
Z	hauteur des packings, de la tour ...	(m)

### Lettres grecques

φ	humidité relative de l'air (comprise entre 0 et 1)	(-)
ρ	masse volumique de l'air humide	(kg d'air humide/m <sup>3</sup> )
Δp	perte de charge	(Pa)
α	coefficient de refroidissement (Merkel)	(kg d'eau/kg d'air sec)
v	volume spécifique de l'air humide	(m <sup>3</sup> /kg d'air sec)
β	coefficient d'expansion thermique	(-)

### Indices utilisés

v	=	vapeur
e	=	eau
a	=	air
as	=	air sec
ae	=	caractéristiques de l'air, mais à la température de l'eau
'	=	saturation
*	=	correspond à la température du bulbe humide
h	=	haut
b	=	bas
m	=	moyen
ext	=	extérieur à la tour
T	=	total (sur toute la hauteur)
p	=	dans le packing

### 3. Relations psychrométriques

Les problèmes de tours de refroidissement et de conditionnement d'air font fréquemment référence au diagramme psychrométrique pour déterminer les caractéristiques de l'air humide.

Le but de la présente démarche étant de fournir des relations explicites qui peuvent par exemple être incorporées dans un programme sur ordinateur, il est nécessaire de fournir la traduction du diagramme de l'air humide sous forme de relations. Ces relations sont bien connues et la plupart sont explicitées dans [12], aussi, les détails et justifications des différentes formules ne seront-elles pas fournies. Il convient seulement de préciser que la théorie est valable pour autant que l'on ne s'écarte pas trop des conditions normales pour l'air (température  $t_a = 15^\circ\text{C}$  et pression atmosphérique  $p_a = 101\,325\text{ Pa}$ ) et que l'on assimile l'air sec et la vapeur d'eau contenus dans l'air humide à des gaz parfaits indépendants.

L'humidité relative de l'air,  $\varphi$  est définie comme le rapport

$$\varphi = \frac{p_v}{p'_v} \quad (1)$$

des pressions partielles de vapeur d'eau aux conditions actuelles et à saturation pour la même température.

Le rapport des masses moléculaires de l'eau et de l'air, respectivement 18,01534 et 28,9645 vaut 0,62198.

Si on connaît la température sèche de l'air,  $t_a$ , et son humidité relative,  $\varphi$  (comprise entre 0 et 1), ce rapport permet d'évaluer la teneur en eau de l'air, en kg de vapeur d'eau par kg d'air sec par :

$$x = \frac{0,62198\varphi p'_v}{p_a - \varphi p'_v} \quad (2)$$

Dans cette relation, on peut choisir  $p_a = 101\,325\text{ Pa}$  et la pression partielle de vapeur d'eau à saturation peut être exprimée par :

$$\ln p'_v = \frac{b_1}{T_a} + b_2 + b_3 T_a + b_4 T_a^2 + b_5 T_a^3 + b_6 \ln(T_a) \quad (3)$$

21

où  $\ln = \log_e$

$T_a = 273,15 + t_a$  est la température absolue de l'air humide (K)

$$b_1 = -5\,800,2206$$

$$b_2 = 1,39114993$$

$$b_3 = 0,04860239$$

$$b_4 = 0,41764768 \cdot 10^{-4}$$

$$b_5 = -0,14452093 \cdot 10^{-7}$$

$$b_6 = 6,5459673$$

L'expression de  $p'_v$  peut donc être explicitée en prenant l'exponentielle des deux membres de (3).

En particulier, lorsque l'air est saturé de vapeur d'eau,  $\varphi = 1$  et on obtient :

$$x' = \frac{0,62198 p'_v}{p_a - p'_v} \quad (4)$$

Cette teneur en eau à saturation, introduite dans l'équation des gaz parfaits pour l'air, permet de déduire l'expression du volume spécifique de l'air humide, en  $\text{m}^3$  par kg d'air sec :

$$\nu = 2,833 \cdot 10^{-3} (t_a + 273,15) (1 + 1,6078 x) \quad (5)$$

La masse volumique d'un mélange air-vapeur sera donc :

$$\rho = \frac{1 + x}{\nu} \quad (6)$$

Enfin, si on admet que l'enthalpie d'un mélange de deux gaz parfaits est égale à la somme des enthalpies des deux constituants, l'enthalpie de l'air humide s'écrit :

$$h_a = h_{as} + x h_v \quad (7)$$

L'enthalpie  $h_{as}$  représente simplement la chaleur sensible de l'air sec  $c_{as} t_a$ , avec  $c_{as} \cong 1000\text{ J/kg K}$  dans les conditions normales.

L'enthalpie  $h_v$  de la vapeur d'eau comprend un terme de chaleur latente ( $r = 2501000\text{ J/kg}$ ) et un terme de chaleur sensible ( $c_v t_a = 1805 t_a$ ).

On obtient donc :

$$h_a = 1000 t_a + 1000 (2501 + 1,805 t_a) x \quad (8)$$

L'ensemble de ces expressions suffit en général pour la plupart des applications nécessitant l'emploi du diagramme psychrométrique.

Il arrive cependant que l'humidité relative  $\varphi$  de l'air ne soit pas connue, mais que l'on ait mesuré la température sèche,  $t_a$ , et la température humide,  $t_a^*$ , de l'air. Dans ce cas, un bilan d'enthalpie permet d'écrire une relation qui exprime  $x$  en fonction de  $t_a$ ,  $t_a^*$  et  $x^*$  qui est la teneur en eau à saturation, calculée à la température  $t_a^*$ .

$$x = \frac{(2501 - 2,381 t_a^*) x^* - (t_a - t_a^*)}{2501 + 1,805 t_a - 4,186 t_a} \quad (9)$$

Inversement, la relation (2) permet d'explicitier l'humidité relative :

$$\varphi = \frac{p_a x}{(0,62198 + x) p'_v} \quad (10)$$

En remplaçant dans cette expression la valeur de  $x$  extraite de la relation (9), on peut restituer à l'utilisateur, en fin de calcul, une humidité relative à partir des températures sèche et humide.

#### 4. Relations globales de la tour de refroidissement à convection naturelle et à contre-courant

##### 4.1. Les échanges : procédure de merkel

Les échanges thermique et massique entre un fluide en phase gazeuse (l'air) et un autre fluide en phase liquide (l'eau) peuvent être schématisés comme sur la figure 1.

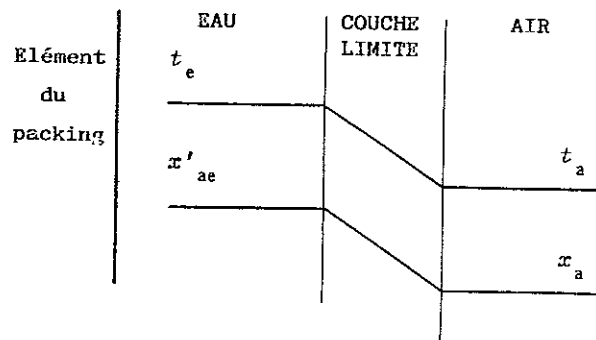


Fig.1 : Schéma des échanges d'énergie et de matière à l'interface eau/air

L'interface eau/air est supposée être un film mince d'air saturé dont la température  $t$  et la teneur en eau  $x$  de l'air varient linéairement entre des valeurs considérées comme uniformes au sein des deux milieux (la couche limite considérée ici est essentiellement celle de l'air, on néglige dans l'interface la couche limite côté eau).

L'échange de chaleur convectif de l'eau vers l'air sur l'élément de tour  $dz$  est caractérisé par la relation :

$$G c_a dt_a = U a A dz (t_e - t_a) \quad (11)$$

Dans cette relation, le produit  $a A dz$  représente la surface d'échange effective.

Par ailleurs, il existe une diffusion de vapeur d'eau vers l'air telle que :

$$G dx = K a A dz (x'_{ae} - x_a) \quad (12)$$

où  $x'_{ae}$  représente la teneur en eau de l'air à saturation à la température  $t_e$  de l'eau et  $x_a$ , la teneur en eau de l'air dans l'écoulement.

Considérant la chaleur d'évaporation comme une constante,  $r$ , l'échange thermique correspondant à l'évaporation est donc

$$G r dx = K a A dz (x'_{ae} - x_a) r \quad (13)$$

Merkel [7] utilise l'approximation de Lewis [8] pour combiner le transfert de masse et de chaleur sensible en un seul coefficient :

$$\frac{U}{K c_a} = 1 \quad (14)$$

C'est cette approximation qui permet d'identifier la température humide de l'air à la température de saturation adiabatique (ou d'enthalpie constante), elle convient pour la majorité des problèmes techniques.

L'échange de chaleur convectif peut donc s'écrire :

$$G c_a dt_a = K a A dz c_a (t_e - t_a) \quad (15)$$

Le transfert total de chaleur sera alors la somme du transfert convectif (15), et du transfert de vapeur (13), soit;

$$q = G dh_a = K a A dz (h'_{ae} - h_a) \quad (16)$$

si l'on tient compte de la relation (7) et que l'on néglige la chaleur sensible de la vapeur d'eau.

Dans cette expression,  $h'_{ae}$  représente l'enthalpie de l'air à saturation, à la température de l'eau. Cette quantité de chaleur  $q$ , prise par l'air, doit être égale à la chaleur transférée par l'eau, soit;

$$L c_e dt_e = K a A dz (h'_{ae} - h_a) \quad (17)$$

Cette relation n'est qu'approximative puisqu'elle néglige dans le débit d'eau  $L$  la quantité d'eau évaporée, qui peut représenter jusqu'à 4 % du débit  $L$ . Négliger cette perte peut entraîner une erreur de 1°C sur la température de l'eau en sortie [5].

Néanmoins, cette simplification est généralement acceptable pour des besoins de dimensionnement ou de comparaison de tours de refroidissement.

La relation (17) est valable pour l'élément  $dz$  de packing.

Le bilan thermique sur toute la hauteur du corps d'échange s'obtient par intégration, soit :

$$\int_{t_{eb}}^{t_{eh}} \frac{c_e dt_e}{h_{ae} - h_a} = \frac{K a V_T}{L} \quad (18)$$

Cette expression est bien connue dans la pratique des tours de refroidissement; elle représente le nombre d'unités de transfert NTU. C'est une caractéristique des tours, qui varie en fonction du rapport  $L/G$  des débits.

Toute cette approche, jusqu'à l'équation (18), y compris les approximations faites, est connue sous le nom d'analyse de Merkel [7].

Elle ne représente cependant pas encore la solution finale du problème de la tour de refroidissement qui est de connaître l'enthalpie et la teneur en eau de l'air en haut de la tour, ainsi que la température de l'eau en dessous de celle-ci.

La fonction à intégrer n'étant pas formulable explicitement, c'est à ce niveau-ci que l'on trouve dans la littérature différentes propositions d'approximations pour résoudre le problème.

Une première approche est la voie numérique : connaissant les conditions d'entrée, les équations de

bilans sont résolues et intégrées numériquement en estimant les conditions de sortie pour l'eau et l'air. La solution est alors itérative jusqu'à la convergence des valeurs des variables en sortie. Cette approche sera détaillée dans le cas du tirage naturel.

Une seconde façon d'aborder le problème est le «modèle d'efficacité» proposé par Braun [3] et utilisé dans le logiciel de simulation TRNSYS [5].

Ce modèle suggère de remplacer la dérivée de la température de l'eau,  $dt_e/dz$  dans la relation (17) par une dérivée de l'enthalpie de l'air à saturation en introduisant un coefficient  $c'_{ae}$  qui a les dimensions d'une chaleur spécifique et tel que :

$$c'_{ae} = \left[ \frac{d h'_a}{d t} \right]_{t = t_e} = \frac{d h'_{ae}}{d t_e} \quad (19)$$

Ce coefficient que Braun appelle une chaleur spécifique à saturation est choisi en linéarisant entre les températures d'entrée et de sortie de l'eau l'enthalpie de l'air à saturation en fonction de la température. Les équations peuvent alors être résolues analytiquement : elles sont analogues aux équations différentielles utilisées pour décrire les transferts dans les échanges classiques à chaleur sensible. Continuant l'analogie avec cette théorie, il introduit alors une «efficacité d'échange entre l'air et l'eau», exprimée de la même façon que pour les échangeurs mais en utilisant  $c'_{ae}$ .

Les avantages de cette approche sont la simplicité, l'analogie avec la théorie connue des échangeurs, et une meilleure cohérence avec le modèle exact, puisqu'il n'est même plus indispensable dans ce cas de négliger la perte d'eau due à l'évaporation. Par des méthodes simples, Braun parvient en effet à estimer cette perte et à l'intégrer dans le terme d'enthalpie de l'air.

D'autres méthodes ont été appliquées, avec plus ou moins de succès, toujours dans le but d'exprimer l'enthalpie  $h'_{ae}$  intervenant dans la relation (18) en une fonction simple, si possible linéaire, de la température de l'eau  $t_e$  [4].

Nous ne détaillerons pas ici ces méthodes de linéarisation.

#### 4.2. Les performances : procédure de chilton

Dans le but d'évaluer les performances d'une tour de refroidissement, Merkel, lui, poursuit son analyse non pas en linéarisant l'enthalpie à sa saturation  $h'_{ae}$ , mais en la considérant simplement comme constante sur toute la hauteur du packing, et égale à la valeur moyenne :

$$h'_{am} = \frac{1}{t_{eh} - t_{eb}} \int_{t_{eb}}^{t_{eh}} h'_a dt \quad (20)$$

L'enthalpie moyenne à saturation peut-être facilement évaluée en intégrant l'expression (8) de  $h_a$  où la teneur en eau  $x$  est prise à saturation ( $x'$ ). Il serait possible d'évaluer de la même manière la valeur moyenne de l'enthalpie  $h_a$  de l'air non saturé, intervenant également dans l'intégrale (18). Cependant, il faut alors tenir compte des évolutions, interdépendantes, de la température sèche et de la tem-

pérature humide de l'air en fonction de la température de l'eau.

Merkel préfère utiliser une simple moyenne arithmétique :

$$h_{am} = \frac{h_{ab} + h_{ah}}{2} \quad (21)$$

Ces deux simplifications sont très grossières et sont d'ailleurs contestées par un bon nombre d'auteurs. Elles ne sont notamment pas extrapolables pour les grandes valeurs de NTU.

Néanmoins, puisque le but de Merkel n'était pas d'évaluer les valeurs des variables en sortie, mais bien les performances moyennes d'une tour, l'erreur sur le résultat final n'est pas plus importante que celle que l'on commet en linéarisant l'enthalpie.

Par ailleurs, Nottage [13], puis Wood et Betts [14] ont justifié cette analyse en la comparant avec d'autres approches.

Les enthalpies moyennes  $h'_{am}$  et  $h_{am}$  sont introduites comme valeurs constantes dans l'intégrale (18). Si l'on tient compte également du bilan total sur tout le packing :

$$L c_e(t_{eh} - t_{eh}) = G(h_{ah} - h_{ab}) \quad (22)$$

on déduit l'expression du «cooling factor» de Merkel :

$$\alpha = \frac{h'_{am} - h_{ab}}{c_e(t_{eh} - t_{eb})} = \frac{L}{Ka V_T} + \frac{L}{2 G} \quad (23)$$

Ce coefficient  $\alpha$  est un paramètre caractéristique des tours de refroidissement : il exprime le rapport de la différence moyenne d'enthalpie entre l'air humide en bas de la tour et l'air saturé à l'intérieur de celle-ci, sur la variation de chaleur sensible de l'eau,  $c_e(t_{eh} - t_{eh})$ , provoquée par la tour.

Plus la tour est idéale, c'est-à-dire plus son coefficient NTU augmente et plus le rapport  $L/G$  diminue, plus cette différence moyenne d'enthalpie de l'air sera faible pour un refroidissement d'eau ( $t_{eh}-t_{eh}$ ) donné et donc, plus le coefficient  $\alpha$  tendra vers 0.

L'écart par rapport à une situation idéale peut donc être mesuré par  $\alpha$  : plus ce coefficient est grand, moins la tour de refroidissement est efficace.

Au lieu de construire des abaques, comme l'ont fait plusieurs auteurs [13], [14], pour évaluer le coefficient  $\alpha$ , il est maintenant possible très rapidement d'introduire les expressions analytiques dans un programme sur ordinateur.

Cependant, le coefficient  $\alpha$  dépend des débits d'air et d'eau : il n'est donc pas caractéristique d'une tour de refroidissement de façon générale.

Chilton [10] pousse le raisonnement de Merkel plus loin, dans le cas des tours de refroidissement à tirage naturel.

Dans ce cas en effet, l'évaluation de  $\alpha$  au moyen des débits est impossible, puisque le débit d'air n'est pas connu.

Par ailleurs, les performances de ce type de tour différent de celles évaluées pour les tours à tirage mécanique. En effet, pour une tour donnée et des

conditions d'utilisation fixées, le refroidissement de l'eau dépend alors principalement de la température et de l'humidité de l'air extérieur. Il serait donc souhaitable d'exprimer les performances en fonction de ces conditions extérieures.

En exprimant le produit  $Ka V_T$  en fonction des débits d'air et d'eau et en constatant empiriquement que le coefficient  $\alpha$  varie linéairement avec le rapport

$$\left( \frac{L}{GN_T^{1/3}} \right)$$

Chilton démontre que la pente :

$$C = \frac{\alpha G N_T^{1/3}}{L} \quad (24)$$

de cette droite peut être considérée comme un coefficient adimensionnel de performance caractéristique d'une tour, constant pour une configuration donnée, indépendant des débits : plus C est petit, meilleure sera la tour.

Le coefficient  $\alpha$  étant connu, il reste à évaluer  $\frac{GN_T^{1/3}}{L}$ , ce que Chilton réalise en utilisant une expression simplifiée du débit d'air G.

Le tirage naturel est en effet dû à la différence de densité de l'air entre l'intérieur et l'extérieur de la tour. Il est en équilibre avec les pertes de charge, soit, comme on le montrera au paragraphe 5.3 :

$$-Z_T g \Delta \rho = \frac{N_T \rho_m v^2}{2} \quad (25)$$

Dans cette expression,  $\Delta$  représente l'écart entre l'intérieur et l'extérieur de la tour, et  $\rho_m$  la valeur moyenne de la masse volumique de l'air à l'intérieur de la tour (dans le packing et au-dessus du packing pondérée par les hauteurs respectives)

Il y a plusieurs façons d'évaluer la masse volumique de l'air :

- soit en l'exprimant, de façon exacte, par la relation (6)
- soit en calculant, comme Chilton, une expression de la masse volumique de l'air humide à 20°C, puis en effectuant une correction en multipliant cette expression par le rapport des températures absolues.
- l'une ou l'autre de ces relations peut alors être linéarisée en utilisant le théorème binomial et en négligeant les termes d'ordre supérieur au premier.

Nous avons vérifié que quelle que soit la relation employée, exacte ou linéarisée, on obtient la même valeur pour  $\rho$ , à moins de 0,5 % près.

Pour sa simplicité, nous choisirons donc ici l'expression linéarisée de Chilton, soit :

$$\rho = \frac{1}{0,830} \left( 1 - \frac{t_a - 20}{293,16} - 0,608 x \right) \quad (26)$$

La relation (26) permet de calculer l'écart  $\Delta \rho_a$  en fonction de  $\Delta t_a$  et de  $\Delta x$ . On peut exprimer la teneur en eau  $x$  en fonction de l'enthalpie de l'air au moyen de la relation (8) également linéarisée.

Si l'on tient compte du fait que  $vA = vG$  et si l'on considère que les valeurs  $v = 0,846 \text{ m}^3/\text{kg}$  et  $\rho_m =$

1,196 kg/m<sup>3</sup> sont représentatives du problème, on obtient :

$$\frac{L}{GN_T^{1/3}} = L(Z_T A^2 L \Delta t_a f)^{-1/3} \quad (27)$$

où  $f$  est une fonction définie en unités SI par :

$$f = 87,56 \cdot 10^{-3} c_a \left( \frac{\Delta t_a}{\Delta h_a} + 75,61 \cdot 10^{-6} \right) (\text{kg/Ks}^2\text{m}^6) \quad (28)$$

Supposons que, dans cette fonction  $\Delta h_a$  peut être identifiée à la variation ( $h'_{am} - h_{ab}$ ) intervenant dans l'expression du coefficient  $\alpha$  de Merkel (23), c'est-à-dire que l'on fait l'hypothèse que  $h_{ah} = h'_{am}$  [15]. Alors, le coefficient C de performance peut s'écrire :

$$C = \left[ 87,56 \cdot 10^{-3} \frac{Z_T A^2}{c_a^2 L^2} \left( \frac{\Delta h_a}{\Delta t_a} \right)^2 (\Delta t_a + 75,61 \cdot 10^{-6} \Delta h_a) \right]^{1/3} \quad (29)$$

Ce type de formulation est intéressant si l'on peut estimer  $\Delta h_a$  et  $\Delta t_a$ , ce qui impose également l'estimation des conditions de l'air en haut de la tour.

Si l'on veut éviter cette estimation, il est possible d'évaluer  $\alpha$  en calculant  $h'_{am}$  et  $h_{ab}$ , et de rendre la fonction  $f$  indépendante de  $\Delta h_a$ .

En effet, selon Chilton, on peut montrer empiriquement que, si l'air devient saturé par son passage à travers le matériau de remplissage de la tour (hypothèse justifiée dans beaucoup de cas), le rapport  $\Delta t_a / \Delta h_a$  ne dépend pratiquement que des conditions atmosphériques : températures sèche et humide de l'air à l'entrée de la tour.

A nouveau, il serait intéressant de remplacer les courbes évaluant  $f$  et fournies par Chilton sur la base du diagramme psychrométrique, par une expression analytique de la fonction.

A l'instar de la chaleur spécifique à saturation définie par Braun (relation 19), le rapport  $\Delta h_a / \Delta t_a$  intervenant dans l'expression de la fonction  $f$  peut être évalué en linéarisant la courbe de l'enthalpie de l'air humide en fonction de la température. Ici, cet exercice doit cependant être effectué non seulement sur la courbe à saturation, mais aussi à toute autre valeur d'humidité relative.

On retrouve pratiquement les valeurs des courbes de Chilton lorsqu'on calcule analytiquement le rapport  $\Delta h_a / \Delta t_a$  pour des valeurs de  $\Delta t_a = 10 \text{ K}$ .

Pour des raisons de facilité, nous avons préféré utiliser une formule approchée obtenue par régression sur les valeurs de  $f$  tabulées fournies par Chilton :

$$f = (676,365 - 22,226 t_a^* + 0,253222 t_a^{*2}) \times (0,310026 \cdot 10^{-3} (t_a - t_a^*)) \quad (30)$$

En remplaçant  $L / GN_T^{1/3}$  par sa valeur issue de l'expression (27) dans l'équation (24) et en séparant les termes de dimensionnement de la tour - le coefficient de performance C, la section droite A et la hauteur  $Z_T$  - des facteurs opératoires, on obtient,

$$\frac{C}{A^{2/3} Z_T^{2/3}} = \frac{\alpha (\Delta t_a f)^{1/3}}{L^{2/3}} \quad (31)$$

En élevant chaque membre de cette équation à la puissance -3/2, Chilton définit un coefficient d'opération global,

$$D = \frac{AZ_T^{1/2}}{C^{3/2}} = \frac{L}{\alpha^{3/2}(\Delta t_e f)^{1/2}} \quad (\text{m}^{5/2}) \quad (32)$$

qui est constant pour une tour donnée et qui définit ses performances globales pour toutes les conditions opératoires.

Si l'on peut obtenir  $C$  par la relation (29),  $D$  peut également s'écrire :

$$D = \frac{c_e L \Delta t_e}{0,2959 \Delta h_a (\Delta t_e + 75,61 \cdot 10^{-6} \Delta h_a)^{1/2}} \quad (33)$$

L'usage du coefficient d'opération  $D$  peut se comprendre de la façon suivante :

pour un coefficient  $D$  calculé en fonction des conditions d'utilisation ( $L$ ,  $\Delta t_e$ ,  $t_a$ ,  $t_a^*$ ), il existe plusieurs dimensionnements de tours possibles tels que la relation (32) soit vérifiée.

## 5. Modélisation des transferts

### 5.1. Bilans sur une tranche élémentaire

Les relations (11) à (17), caractérisant les échanges, peuvent être utilisées dans une tranche élémentaire de tour, en remplaçant les différences infinitésimales  $dt_a$ ,  $dz$ ... par des différences finies  $\Delta t_a$ ,  $\Delta z$ ...

Il est alors possible, par une méthode de résolution numérique et itérative unidimensionnelle, de modéliser les transferts dans la tour, par exemple dans un but de contrôle.

Le principe de résolution est le suivant : l'eau est injectée du haut vers le bas et l'air est aspiré au bas du remplissage avec un débit positif vers le haut. Dans ces conditions de contre-courant, le calcul commence dans la première cellule au bas du packing.

La température de l'air extérieur et son humidité relative sont connues, ce qui fixe les conditions de départ de l'air.

En ce qui concerne l'eau, on ne connaît la température qu'au sommet du packing, ce qui impose une estimation préalable de la température de l'eau au bas de la tour pour commencer un processus itératif.

Le corps d'échange est divisé en mailles de hauteur  $\Delta z$ .

Dans chaque petit volume ainsi défini, on calcule :

- par la relation (4), la teneur en eau  $x'_{ae}$  à saturation à la température de l'eau en bas de la cellule,
- par la relation (12), la variation  $\Delta x$  de teneur en eau sur la hauteur de la cellule, en prenant pour  $x_a$  la teneur en eau calculée pour les conditions de l'air au bas de la cellule,
- la nouvelle teneur en eau ( $x_a + \Delta x$ ) de l'air en haut de la cellule,
- par la relation (15), la variation  $\Delta t_a$  de température de l'air,
- la température ( $t_a + \Delta t_a$ ) de l'air en haut de la cellule,
- par la relation (8), l'enthalpie  $h'_{ae}$  à la température  $t_e$  de l'eau et à la teneur en eau à saturation  $x'_{ae}$ , ainsi que l'enthalpie  $h_a$  à la température  $t_a$  de l'air et à la teneur en eau  $x_a$ ,
- par la relation (17), la variation  $\Delta t_e$  de température de l'eau,
- la température ( $t_e + \Delta t_e$ ) de l'eau en haut de la cellule.

Les valeurs des variables calculées en haut du volume élémentaire servent comme entrées pour le volume supérieur.

De proche en proche, on déduit donc les valeurs des 3 variables au sommet du packing. On compare la température d'eau ainsi calculée à la température réelle de l'eau injectée à ce niveau et l'on peut ainsi corriger l'estimation de la température d'eau au bas de la tour.

Le processus itératif peut alors recommencer, jusqu'au moment où la valeur de température d'eau calculée est suffisamment proche de la valeur réelle.

Remarquons que toute cette démarche équivaut à une intégration numérique à pas fixe de la relation (18).

D'autres auteurs [15] proposent l'évaluation de l'intégrale par la méthode de Tchebycheff. L'enthalpie à saturation  $h'_{ae}$  est calculée en certains points de l'intervalle  $[t_{eb}, t_{eh}]$ . Quant à l'enthalpie  $h_a$  de l'air, elle est calculée initialement pour les conditions du bas de la tour et sa variation est déduite, à chaque pas, de l'égalité des flux, soit

$$dh_a = \frac{Lc_e dt_a}{G}$$

Une méthode encore plus simple est proposée par Carey et Williamson [19]. Les enthalpies  $h'_{ae}$  et  $h_a$  sont calculées, de la façon qui vient d'être décrite, seulement en 3 points de l'intervalle  $[t_{eb}, t_{eh}]$ . L'intégrale est estimée en supposant que la courbe ( $h'_{ae} - h_a$ ) en fonction de  $t_e$  est une parabole passant par les 3 points calculés.

### 5.2. Expression du débit d'air

Le processus de résolution qui vient d'être décrit implique la connaissance du débit d'air. En réalité, ce débit n'est pas connu a priori, il est le résultat d'un tirage naturel provoqué par la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la tour de refroidissement.

L'équilibre de cette force verticale avec les pertes de charge permet de calculer la vitesse de l'air et donc le débit, par la relation (25), si l'on connaît le coefficient de perte de charge totale de la tour,  $N_T$ . En effet, la vitesse de l'air ( $v$ ) est le rapport du débit volumique à la section droite ( $A$ ), et donc,

$$G = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2gA^2 Z_T (\rho_{ext} - \rho_m)}{N_T \rho_m}} \quad (34)$$

Dans cette expression  $1/v$  permet de convertir le débit volumique de l'air humide en débit massique d'air sec, qui est utilisé dans toutes les relations.

La masse volumique de l'air extérieur,  $\rho_{ext}$ , ainsi que la masse volumique moyenne,  $\rho_m$ , peuvent être évaluées par l'expression (6).

Au terme d'un premier processus itératif sur la tour de refroidissement, on peut calculer un nouveau débit d'air qui corrigera une estimation que l'on aurait faite au départ et recommencer une nouvelle série d'itérations pour le calcul de nouvelles températures. Dès que la correction du débit d'air devient inférieure à une valeur fixée, on arrête le calcul.

### 5.3. Calcul des pertes de charge

Si on fait l'hypothèse que le seul mécanisme responsable du mouvement d'air dans l'appareil est la poussée induite par la différence de densité entre l'air chaud et humide à l'intérieur et l'air plus froid et plus sec à l'extérieur de celui-ci, alors on établit l'équilibre à un même niveau, de la manière suivante (Fig. 2) :

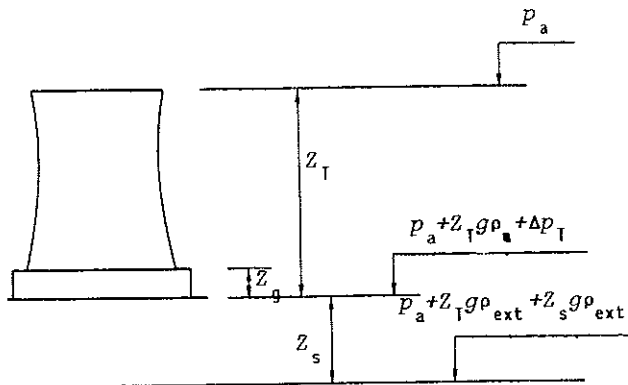


Fig. 2 : Equilibre des pressions à l'intérieur et à l'extérieur de la tour de refroidissement

$$p_a + Z_T g \rho_{ext} + Z_s g \rho_{ext} = p_a + Z_T g \rho_m + \Delta p_T \quad (35)$$

$$\text{soit } Z_T g (\rho_{ext} - \rho_m) = \Delta p_T \quad (36)$$

Notons que le premier membre de cette équation peut être approché de la manière suivante

$$Z_T g (\rho_{ext} - \rho_m) \cong g \rho_m \beta (t_m - t_{ext}) Z_T \quad (37)$$

où  $\beta$  est le coefficient d'expansion thermique.

Examinons à présent les différentes pertes de charge qui s'opposent à l'écoulement de l'air dans la tour de refroidissement.

On distingue généralement :

- les pertes de charge à l'entrée;
- les pertes dans le packing;
- les pertes en sortie.

#### 5.3.1. Les pertes de charge à l'entrée

La formule classique pour définir les pertes de charge pour une contraction de section est

$$\Delta p = \frac{\rho v_c^2}{2} \left( 1 - \frac{A_c^2}{A_0^2} \right) \quad (38)$$

L'indice c se référant à la section contractée et l'indice 0 à la section initiale.

Cependant on connaît rarement la vitesse dans la zone contractée; et on utilise souvent la formule approchée

$$\Delta p = N \rho_m \frac{v_2^2}{2}$$

où la vitesse est ici la vitesse dans l'appareil supposé vide.

La vitesse dans une section de référence est égale à

$$v = \frac{\nu G}{A}$$

$$\text{On a } \Delta p = \frac{N \rho_m G^2 \nu^2}{2 A^2} \quad (39)$$

Si la section d'entrée du débit d'air est constituée d'ouvertures (ouïes) identiques, alors pour une seule ouïe ouverte, on peut écrire

$$\Delta p_i = N_i \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (40)$$

Le débit d'air dans chacune des ouïes étant identique, on écrit pour n ouïes ouvertes :

$$\Delta p = N \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (41)$$

$$\text{avec } N = \frac{N_i}{n^2} \quad (42)$$

Lorsque la section d'entrée est constante, il est plus simple d'utiliser directement l'équation (39).

#### 5.3.2. Pertes de charge dans le packing

Pour les pertes de charge au sein du packing, on peut utiliser également l'équation (39) avec bien entendu, le coefficient correspondant adéquat.

Si la loi de Darcy est applicable pour l'écoulement de l'air à travers le packing, alors on peut montrer [4] que la perte de charge est linéaire dans le packing et

$$\Delta p_p = K_p Z_p \rho_m \frac{v^2}{2} = K_p Z_p \rho_m \frac{\nu^2 G^2}{2 A^2} \quad (43)$$

En Génie Chimique, les écoulements dans les milieux poreux sont abordés par exemple à travers la loi d'Ergun [17], [18] pour tenir compte à la fois des pertes de charge dues au frottement visqueux et au frottement tourbillonnaire.

On écrit alors

$$\frac{\Delta p}{Z_p} = K'' \frac{\mu v (1 - e)^2}{e^3} S_p^2 + K''' \frac{\rho v^2 (1 - e) S_p}{e^3} \quad (44)$$

où  $e$  est la porosité du milieu

$S_p$  est la surface spécifique du milieu ( $m^2/m^3$ ) =  $a/(1-e)$

$\mu$  est la viscosité dynamique du fluide (kg/ms)

Dans notre cas, cette expression pourrait être simplifiée de la manière suivante

$$\frac{\Delta p}{Z_p} = K v + K_p \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (45)$$

Bien entendu si  $K$  est très petit par rapport  $K_p$ , alors on retrouve l'expression (43).

#### 5.3.3. Pertes de charge en sortie

La formule fondamentale pour la perte de charge associée à un élargissement est

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} (m - 1)^2 v^2 \quad (46)$$

où l'indice 1 correspond à la section avant élargissement en  $m = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)$ .



A nouveau on peut se ramener à la formule (43). Notons d'ailleurs que les pertes de charge à la sortie sont généralement plus faibles qu'à l'entrée [16], [11].

Finalement, en regroupant les différentes pertes de charge, on écrira

$$\Delta p_T = \frac{\rho_m}{2} (N + K_p Z_p + K_h) v^2 + K Z_p v \quad (47)$$

et si le terme  $K Z_p v$  est négligeable, on retrouve l'expression habituelle :

$$\Delta p_T = \frac{\rho_m}{2} N_T v^2 = \frac{\rho_m}{2} N_T \frac{v^2 G^2}{A^2} \quad (48)$$

$$\text{avec } N_T = N + K_p Z_p + K_h \quad (49)$$

Chilton [10] fournit une autre expression proposée par Wood et Betts :

$$\Delta p_T = \frac{b G^2}{2} + c L \quad (50)$$

Cependant les tests effectués sur des tours de refroidissement de grande taille ont conduit à des valeurs de  $c$  négligeables, tout au moins pour des débits de liquide qui restent limités.

Si les constructeurs fournissent les différents coefficients de pertes de charge, il est alors possible de calculer la perte de charge totale sur l'installation et de vérifier l'égalité de la relation (36). Cette approche peut effectivement être utilisée [16].

Malheureusement ces coefficients de pertes de charge sont rarement connus. Pour évaluer les pertes de charge dans un packing constitué de feuilles d'asbeste-ciment ondulées Rish [11] utilise une corrélation entre le coefficient de friction et le coefficient de transfert thermique. Dans le cas où l'air est mis en circulation par un ventilateur, la connaissance exacte des pertes de charge a peu d'influence sur les résultats de la simulation du modèle thermique [4]. Cependant dans le cas où cette circulation est assurée par tirage naturel, il convient de connaître ces pertes de charge si l'on veut estimer le débit d'air.

Chilton [10] a proposé une analyse légèrement différente :

Si on peut établir une relation

$$K \text{ a } V_T = \lambda L^m G^n \quad (51)$$

Alors en remplaçant dans (23) et en tenant compte des relations dimensionnelles, on a

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{L}{G}\right)^n + \frac{1}{2} \left(\frac{L}{G}\right) \quad (52)$$

et en remplaçant dans (24)

$$C = N_T^{1/3} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2}\right) \quad (53)$$

Si les pertes de charge peuvent être décomposées en un terme proportionnel au volume et un terme constant

$$N_T = \xi V_T + x \quad (54)$$

$$\text{et si } \lambda = \eta V_T \quad (55)$$

alors

$$C = (\xi V_T + x)^{1/3} \left(\frac{1}{\eta V_T} + \frac{1}{2}\right) \quad (56)$$

et on peut établir la relation qui doit exister entre  $\lambda$ ,  $\xi$  et  $x$  pour minimiser  $C$ .

Les considérations théoriques qui viennent d'être établies supposent que le moteur de l'écoulement est la poussée due à la différence de densité entre l'air intérieur et extérieur. Cependant les performances de la tour de refroidissement peuvent être affectées par les conditions extérieures, et en particulier par la direction du vent [10].

Lorsque l'effet cheminée devient faible, un autre terme peut également intervenir dans les équations : il s'agit de la poussée dynamique exercée par le vent sur la tour de refroidissement.

Sans autres informations à ce sujet, on pourra considérer, en première approximation, que cette poussée est égale à

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}$$

où  $v$  est ici la vitesse du vent (m/s), qu'il conviendrait d'ajouter algébriquement au terme de poussée calculé par l'équation (25).

## 6. Exemples pratiques d'utilisation des relations

L'ensemble des relations fournies dans cet article peuvent être intégrées dans un programme sur ordinateur. Les usagers sont multiples et selon les buts poursuivis, l'une ou l'autre approche sera utilisée.

### 6.1. Détermination du coefficient de performance $C$ à partir des pertes de charge

Nous avons vu que si on peut établir une relation telle que (51) alors on obtient la

$$\text{relation (53) } C = N_T^{1/3} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2}\right) \text{ qui permettrait}$$

de calculer un coefficient de performance pour d'autres valeurs des pertes de charge.

Cependant la relation la plus générale reste la relation (24). S'il s'agit de calculer un nouveau débit d'air pour une modification des pertes de charge; alors on se reportera à l'équation (34).

### 6.2. Détermination du coefficient de performance $C$ à partir de spécifications ou de tests

Le constructeur d'une tour de refroidissement ou l'ingénieur chargé de son dimensionnement pour une application particulière voudra évaluer le coefficient de performance  $C$  et éventuellement fournir des courbes de  $C$  en fonction, par exemple, des conditions atmosphériques ( $t_a$ ,  $t_a^*$ ) pour un abaissement de température de l'eau ( $\Delta t_e$ ) souhaité. La même démarche sera utilisée pour une tour de refroidissement déjà opérationnelle, sur la base de mesures des températures réelles afin de vérifier les performances sur le terrain, ou de déduire de  $C$  d'autres valeurs (cfr paragraphe 6.3.).

Dans les calculs qui suivent, nous considérons toujours le même exemple décrit dans le tableau 1.

Tableau 1 : Données choisies pour l'exemple du calcul.

Paramètre	Symbole	Valeur
Température d'entrée de l'eau	$t_{eh}$	30 °C
Température de sortie de l'eau (mesurée ou souhaitée)	$t_{eb}$	20 °C
Température sèche de l'air	$t_{ab}$	15 °C
Température humide de l'air	$t_{ab}^*$	11 °C
Débit d'eau	$L$	4 800 kg/s
Hauteur du packing	$Z_p$	10 m
Hauteur de la tour	$Z_T$	100 m
Section horizontale moyenne de la tour	$A$	3 420 m <sup>2</sup>

A partir de ces données, il existe deux façons de procéder pour déterminer le coefficient de performance C.

#### 6.2.1. Par estimation des conditions de sortie de l'air

Si on parvient à estimer  $\Delta t_a$  et  $\Delta h_a$ , il est possible d'utiliser la relation (29).

Certains auteurs [15] considèrent pour  $t_{ah}$  la valeur moyenne entre les températures extrêmes de l'eau, soit ici 25 °C.

On aura donc :

- $\Delta t_e = 10$  K
- $\Delta t_a = 10$  K
- $h_{ab} = 31\,735$  J/kg par (3), (4), (9), (8) avec  $t_a = 15$  °C et  $t_a^* = 11$  °C
- $h_{ah} = 76\,742$  J/kg de la même façon, avec  $t_a = t_a^* = 25$  °C (saturation)
- $\Delta h_a = 45\,007$  J/kg
- $C = 4,103$  par (29)

#### 6.2.2. A partir des conditions atmosphériques seules

On peut également calculer C en utilisant la fonction  $f$  définie par l'équation (30) qui ne dépend que de  $t_a$  et  $t_a^*$ , sans devoir estimer  $\Delta h_a$ , mais en calculant le coefficient  $\alpha$  de Merkel.

On a alors :

- $h'_{am} = 77\,275$  J/kg par intégration numérique de (20), ce qui fournit un résultat un peu plus précis que celui de l'hypothèse précédente
- $h_{ab} = 31\,735$  J/kg comme ci-dessus (§ 6.2.1.)

- $\alpha = 1,089$  par (23)
- $f = 0,1068$  par (30)

$$-\frac{L}{GN_T^{1/3}} = 0,2642 \text{ par (27)}$$

- $C = 4,122$  par (24)

### 6.3. Estimations à partir du coefficient de performance

Les deux calculs du coefficient C, qui fournissent d'ailleurs des résultats assez voisins, se basent sur la connaissance des températures d'entrée et de sortie de l'eau, sur les températures sèches et humides de l'air extérieur et sur des suppositions concernant l'état final de l'air.

Le calcul est réalisé pour certaines conditions de fonctionnement et pour un certain dimensionnement de la tour.

Or, on a montré que le coefficient C demeure pratiquement constant pour un type de tour donné, quelles que soient les conditions opératoires et même la taille de la tour. Il est donc possible, après avoir déterminé C pour un état donné (correspondant par exemple à une mesure), d'estimer, en sens inverse, certains paramètres valables pour d'autres conditions.

Par exemple, pour la tour de refroidissement de l'exemple précédent, on pourrait se demander à quel débit d'eau correspondrait une température de sortie de l'eau de 15 °C, toutes autres conditions étant égales.

Pour cela, il suffit de calculer :

- $h'_{am} = 68\,138$  J/kg par (20)
- $h_{ab} = 31\,735$  J/kg, comme pour l'exercice précédent
- $\alpha = 0,5806$  par (23)
- $\frac{L}{GN_T^{1/3}} = \frac{\alpha}{C} = 0,1409$ , en prenant C calculé dans l'exercice précédent
- $L = 2\,289$  kg/s par (27)

Par le même genre de déductions, il est possible d'évaluer le débit d'air G si le coefficient de perte de charge  $N_T$  est connu.

Par exemple, si  $N_T = 50$ , on trouve pour l'exemple de base,  $G = 4\,932$  kg/s.

### 6.4. Dimensionnement à partir du coefficient d'opération global

Supposons qu'on veuille dimensionner une tour (déterminer  $Z_T$  et A) pour les conditions de température et de débit décrites dans le tableau 1 et en exigeant un coefficient de performance de 4.

On peut alors calculer :

- $\alpha = 1,089$  et  $f = 0,1068$  comme précédemment
- $D = 4\,087$  par (32)
- $AZ_T^{1/2} = 32\,696$  par (32) avec  $C = 4$

Plusieurs possibilités existent pour satisfaire cette condition : tour haute et étroite ou tour petite et de section plus large. Le choix sera guidé par d'autres

contraintes : surface disponible, hauteur tolérée, ... Par exemple, si on veut garder  $Z_T = 100$  m, A sera  $3\,270\text{ m}^2$ , soit un diamètre de tour de  $64,5$  m.

### 6.5. Résolution numérique : simulation

Enfin, la résolution numérique décrite au paragraphe 5.1. peut servir à modéliser les transferts dans un but de simulation. Si l'on connaît le coefficient de pertes de charge  $N_T$  et le produit  $Ka$  relatif à la diffusion de vapeur d'eau dans l'air, alors les conditions de sortie pour l'eau (en bas de la tour) et pour l'air (en haut de la tour) peuvent être déduites.

Une façon de comparer cette résolution numérique aux calculs de performance abordés dans les secteurs 6.1. à 6.4., est d'ajuster dans le modèle numérique, le produit  $Ka$  afin d'obtenir le même refroidissement de l'eau que dans l'exemple ( $\Delta t_e = 10$  K) et de comparer le débit d'air obtenu avec les mêmes pertes de charge ( $N_T = 50$ ).

Dans ces conditions, on trouve un produit  $Ka$  ajusté de  $0,27\text{ kg/m}^3$  et un débit d'air de  $5\,015\text{ kg/s}$ , ce qui correspond à l'ordre de grandeur trouvé par l'approche analytique de Chilton.

Une autre vérification du modèle numérique a pu être réalisée en comparant les résultats simulés à 9 données expérimentales recueillies sur une tour réelle par Chilton [10]. Sur une même tour, dans différentes conditions de fonctionnement, le débit et la température de l'air en sortie ont été effectivement mesurés et le coefficient de perte de charge a été déduit. Les 9 simulations, réalisées avec les données réelles à l'entrée, fournissent à moins de 5 % près le même débit et la même température d'air en sortie.

### 6. Conclusions

Cet article présente de façon quasi exhaustive l'ensemble des relations à utiliser pour pré-dimensionner une tour de refroidissement à tirage naturel ou pour en vérifier le fonctionnement. L'utilisateur peut à sa guise les inclure dans un programme informatique adapté à son besoin. Pour notre part, nous avons conçu un programme écrit en Pascal dont la structure permet la comparaison simple des données de mesure et des résultats de simulation. L'article fournit également les diverses façons d'utiliser pratiquement les relations en fonction des buts poursuivis.

La bonne cohérence entre les différentes approches pour un même exemple pratique permet d'une part de vérifier les équations et d'autre part, de laisser à l'utilisateur le choix de sa méthode de résolution.

Les méthodes présentées sont extraites presque telles quelles de la littérature. Elles nous ont semblé séduisantes par leur simplicité et la façon dont on peut en retirer des coefficients de performance (Merkel, Chilton) qui ont un sens physique utilisable en contrôle et en dimensionnement.

Il reste néanmoins certain que les méthodes présentées ne sont qu'approximatives, puisqu'elles sont basées sur des hypothèses parfois très hardies. Cependant, elles peuvent être utilisées dans un schéma de contrôle du processus. Elles peuvent également

servir pour dégager rapidement l'incidence sur les performances d'une modification des conditions d'exploitation de réfrigérants atmosphériques afin de préparer un dimensionnement plus rigoureux, basé, lui, sur une modélisation plus précise.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] MAJUMDAR, A.K., SINGHAL, A. and SPALING, D.B. *Numerical Modeling of Wet Cooling Towers - Part 1: Mathematical and Physical Models* Transactions of ASME - Vol. 105 - Nov. 1983 - pp 728-735.
- [2] MAJUMDAR, A.K., SINGHAL, A.K. and SPALING, D.B. *VERA2D - A Computer Program for Two-Dimensional Analysis for Flow, Heat and Mass Transfer in Evaporative Cooling Towers*. EPRI Report, Contract N° RP 1262-1, 1983.
- [3] BRAUN, J.E., KLEIN, S.A. and MITCHELL, J.W. *Effectiveness Models for Cooling Towers and Cooling Coils*. ASHRAE Transactions, Vol. 95, n° 2, 1989.
- [4] ARNEODO, P., GIARETTO, V., MAZZA, A. *Cooling Tower* International Energy Agency - Annex 10, 1988, University of Liège.
- [5] *Type 51: Cooling Tower A transient system simulation program* Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin (USA) Manuel - Version 13.0 - sept 1990 - chapter 4.6.7.
- [6] *ASHRAE, 1983 - ASHRAE Equipment Handbook - Chapter 21: Cooling Towers*. Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc.
- [7] MERKEL, F. *Verdunstungskhulung* VDI Forschungsarbeiten, n° 275, Berlin, 1925.
- [8] LEWIS, W.K. *The evaporation of a liquid into a gas*. ASME Transactions, 44, 1922 pp 325-340.
- [9] NICOLAS, J., VASEL, J.L. *Modélisation des échanges thermiques et de la circulation d'air dans un lit bactérien*. Revue des Sciences de l'Eau, 3, 1990, pp303-324
- [10] CHILTON, H. *Performance of natural-draught water-cooling towers* Proceedings of the Institution of Electrical Engineers Vol. 99, part II, n° 71, oct 1952, pp 440-452
- [11] RISH, R.F. *The design of a Natural Draught Cooling Tower*. Proceedings of the International Heat Transfer Conference Colorado - part V - 1961 - pp 951-958
- [12] *ASHRAE, 1985 - ASHRAE Handbook - Fundamentals - Chapter 6: psychometrics*. Atlanta - American Society of Heating, Refrigerating and Air - Conditioning Engineers, Inc.
- [13] NOTTAGE, H.B. *Merkel's cooling diagram as a performance correlation for air-water evaporative*. Cooling systems. Transactions of the ASHVE, 1941, 47, p. 429.
- [14] WOOD, B., BETTS, P. *A temperature-total heat diagram for cooling tower calculations*. Engineer, 1950, 189, pp. 337 and 349.
- [15] PERRY, R.H. and CHILTON, C.H. *Chemical engineer's handbook - chapter 12*. 5th edition - M<sup>C</sup> Graw Hill - New York (1973)
- [16] DRANQUET, J.C. *Refrigeration des eaux de circulation des centrales électriques*. Techniques de l'ingénieur, 8-1984, B1550-1-16.
- [17] DELVAUX, L. Notes de cours de Génie chimique. Ulg, 1970.
- [18] DEGREMONT., *Memento technique de l'eau*. T 1; 9ème édition, 1989.
- [19] CAREY, W.F., WILLIAMSON, G.F. *Gas cooling and humidification: design of packed towers from small-scale tests*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 163, pp 41-53.