

Conception probabiliste de la sécurité des constructions

PAR

F. CAMPUS

Depuis plus d'un demi-siècle, les éléments du calcul des probabilités sont enseignés aux candidats ingénieurs en Belgique. Cela suffit pour que la notion de probabilité ne soit pas étrangère aux ingénieurs dans l'exercice de leur profession, le plus souvent cependant d'une manière intuitive plutôt que systématique.

Le recours à la statistique est fréquent dans les sciences appliquées, non seulement aux fins de simple enregistrement, mais plutôt d'appréciation, d'investigation et de prévision, ce qui implique l'intervention de la notion de probabilité sous une forme plus ou moins analytique.

Il n'est guère utile, dans un exposé de caractère très général et destiné à exposer des concepts plutôt que des faits, d'approfondir cet aspect pratique des usages du calcul des probabilités et de la statistique dans les sciences appliquées et les techniques de l'ingénieur. On peut évoquer leur nécessité pour la connaissance meilleure des phénomènes naturels dont ces techniques doivent tenir compte: régimes des eaux fluviales et marines; phénomènes climatiques, notamment les précipitations et le vent; compositions et propriétés de tous les produits naturels servant de matières brutes ou premières, en rapport avec tous les facteurs naturels qui les influencent, géographiques, géologiques, minéralogiques, etc.

Peut-être les profanes se rendent-ils moins compte de l'utilité de la statistique et de son interprétation en termes de probabilités pour les fabrications et leurs produits. Les méthodes de production en série et le caractère d'interchangeabilité suggèrent l'identité des fabricats. Cependant, la définition de tolérances inséparables de ces productions suggère inévitablement des écarts et leur dispersion, qui font l'objet de statistiques en fonction de divers facteurs: main d'œuvre, conditions de travail, outillage et machines, leur usure, etc.

Le contrôle et le triage des produits ainsi que les réceptions impli-

quent les mêmes conséquences, même pour les produits des fabrications les plus précises et particulièrement pour les plus grossiers. Aussi l'appréciation statistique est-elle déjà ancienne, tant chez les consommateurs que chez les producteurs, pour de nombreux produits industriels. Il se peut que cette appréciation statistique ait été pendant longtemps assez passive et de portée restreinte. Plus récemment elle a été introduite systématiquement dans de nombreuses fabrications à des fins actives, en vue de rechercher de meilleures ou de nouvelles conditions de fabrication ou des perfectionnements de produits. Des bureaux d'études mathématiques ont été créés à cette fin dans ces industries, ce qui est assez digne d'attention. Le détail de ces questions présente un intérêt considérable pour les spécialistes, mais ne constitue qu'une application particulière des notions de probabilité et de statistique sans portée générale.

Il n'en est pas de même de la conception probabiliste de la sécurité des constructions, qui remonte dans son essence à plus de vingt-cinq années et dérive directement du recours indiqué plus haut aux statistiques de qualité, de fabrication et, éventuellement, de comportement des produits. Mais elle a été mise en vedette dans les années plus récentes sous l'impulsion d'un groupe d'ingénieurs français, inspirés principalement par M.M. Marcel PROT et Robert LEVI. Ce qui doit retenir l'attention, c'est qu'elle est présentée sous forme de doctrine et qu'elle exerce ses effets actuellement plutôt dans l'ordre des conceptions que des résultats. Elle vise à une réforme de la notion de sécurité plutôt qu'à une modification des normes. Née dans le domaine des ponts et charpentes, elle semble en effet admettre en premier lieu dans ce domaine que les valeurs classiques des coefficients de sécurité sont dans l'ensemble en bon accord avec la conception probabiliste. Cette prudence de bon aloi est très rassurante et permet d'accorder une sympathie franche à une tentative de réforme dont les audaces, s'il y en a, sont plus dans les idées que dans les faits. Il est donc intéressant de considérer ce mouvement du point de vue des idées et de rechercher ses rapports avec d'autres mouvements plus ou moins contemporains.

Examinons d'abord de quoi il s'agit, très brièvement d'ailleurs. Il n'est pas possible de mieux faire à ce sujet que de résumer des communications déjà très générales et succinctes de M.M. PROT et R. LEVI publiées dans le fascicule 1-2 de 1950 des Mémoires de la Société

des Ingénieurs Civils de France, paru assez récemment. Très limité dans le développement de cet exposé, nous nous permettons aussi de nous référer à notre rapport général au 3e Congrès international des Ponts et Charpentes à Liège en 1948 sur le thème „Analyse de la notion de sécurité” (Publication préliminaire et Rapport final du Congrès - Liège, 1948 et 1950).

La notion fondamentale et simple du coefficient de sécurité d'une construction est définie par le rapport $\frac{R}{P}$ de la charge que peut supporter cette construction sans être ruinée et celle qu'elle supporte pratiquement en service. Cette notion paraît très simple et était considérée telle il y a quelques dizaines d'années, lorsque les sciences appliquées s'étaient détournées des voies expérimentales initiales pour se complaire dans les méthodes de caractère mathématique. Le retour en faveur des recherches expérimentales a fait constater que dans le rapport qui exprime le coefficient de sécurité, on ne connaît exactement aucun des deux termes à priori et qu'ils sont tous deux aléatoires.

Pour une compréhension aisée, considérons l'exemple concret d'un pont. Lors de l'établissement du projet, il n'est pas possible de prévoir avec certitude les charges les plus importantes auxquelles le pont pourra devoir livrer passage au cours de son existence. Depuis le début du siècle, les poids des véhicules de toutes natures n'ont cessé de croître d'une manière imprévue. Les extrema de températures, les ouragans exceptionnels, les séismes échappent à toute prévision. Toutes ces incertitudes affectent le terme P. Quant au terme R, il est dépendant des qualités et des défauts, imprévisibles en totalité, des matériaux et de leur mise en œuvre. Il en résulte que, au lieu de pouvoir considérer des valeurs déterminées de ces termes, on doit en considérer une répartition statistique, dont on peut concevoir la représentation par des courbes de fréquence qui doivent être déduites de l'expérience.

Si l'on suppose connues ces courbes pour R et P, on peut selon M.M. PROT et LEVI considérer les différences R-P qui, pour assurer la sécurité, doivent être supérieures à 0. On peut déduire des courbes de R et de P la courbe de probabilité de R-P et selon les cas, trouver des possibilités que R-P soit négatif, ce qui correspond à la ruine. Ce raisonnement fait apparaître le caractère fallacieux du coefficient de sécurité dont la notion semble écarter l'idée de ruine

possible alors qu'il apparaît au contraire par la conception probabiliste qu'il peut exister des risques de ruine. On substitue alors à la notion du coefficient de sécurité celle de „probabilité de ruine”, qui en diffère bien en tant que concept, et on apprécie le degré de sécurité par la valeur de cette probabilité. On se déclare satisfait si cette probabilité est très petite, par exemple un millionième.

Admettons pour l'instant cette conception et observons d'abord qu'elle n'est pas sans présenter d'importantes difficultés de mise en pratique. La faiblesse de la probabilité de ruine autorisée exige en effet que l'on connaisse la probabilité ou la fréquence des valeurs exceptionnelles des fonctions aléatoires R et P . Elles dépendent des expériences et même si l'on parvient à en faire une assez grande quantité, on disposera surtout d'un grand nombre de valeurs parmi les plus fréquentes et de très peu de valeurs exceptionnelles. C'est-à-dire qu'en général les courbes expérimentales dont on pourra disposer seront limitées à la région des valeurs les plus fréquentes et seront peu étendues dans la région des très faibles probabilités.

D'autre part, on est obligé pour les calculs de substituer aux courbes expérimentales des courbes analytiques par ajustement. Mais cet ajustement, aisé dans la région des grandes fréquences, l'est très peu dans la région des très faibles probabilités, qui est la plus intéressante. Il peut en résulter des écarts appréciables. D'autant plus que pour une construction tant soit peu complexe, on ne dispose généralement que de peu de résultats expérimentaux directs ou même pas du tout. Il est en effet difficile, long et coûteux d'effectuer des expériences sur des complexes. On est conduit éventuellement à se baser sur des expériences en nombre limité sur des éprouvettes simples et de petites dimensions.

Mais l'expérience et le raisonnement concordent pour établir que la probabilité d'une valeur R varie avec la nature de l'éprouvette, par exemple avec sa longueur. Bref, on voit là un certain ordre de difficulté dans le détail duquel il serait trop long d'entrer et que l'on surmonte par des raisonnements de caractère mathématique, facilités par les faibles valeurs des probabilités considérées. D'autre part, dans l'ordre de ces faibles valeurs de probabilités, il n'a pas beaucoup d'importance qu'elle soit, par exemple, dix fois plus grande ou plus petite. Néanmoins, cela rend certes l'application moins satisfaisante que la conception du principe dans sa généralité, mais ce sont là des

insatisfactions d'une nature dont les ingénieurs ont depuis longtemps dû prendre leur parti. Il est possible que progressivement la notion de probabilité de ruine prendra la place de celle du coefficient de sécurité. Cependant, elle est moins accessible actuellement aux techniciens de formation moyenne; sa compréhension à tous les degrés de la hiérarchie de formation postule une vulgarisation des connaissances élémentaires du calcul des probabilités. Même au niveau de l'enseignement supérieur, son introduction exige des développements considérablement plus étendus que la notion simple, mais insuffisante du coefficient de sécurité. Transitoirement et peut-être même d'une manière permanente pour la simplicité des calculs et de la compréhension, il est utile d'établir une correspondance entre les deux notions. On peut la concevoir comme suit.

La probabilité de ruine admissible pour une construction déterminée est définie par la considération des conséquences plus ou moins dommageables de cette ruine. Elle variera donc d'une construction à l'autre. Très faible pour une construction dont la ruine pourrait constituer une grave catastrophe, elle pourra être plus grande pour toute construction dont la ruine aurait des conséquences insignifiantes. Cette probabilité de ruine est une probabilité composée des valeurs de P et de R . Celle des valeurs de P résultera d'un examen du cas concret. Dès lors, on pourra déduire du calcul la probabilité permise pour R . On en déduira la valeur maximum de R . En divisant par celle-ci une valeur de R considérée comme normale, on obtiendra le coefficient de sécurité.

On comprend que la valeur de R sera d'autant plus grande et le coefficient de sécurité d'autant plus petit que la probabilité de ruine admissible sera plus grande et la probabilité de P plus petite et inversement. Cela conduit nécessairement à une plus grande variété de valeurs du coefficient de sécurité qu'anciennement, en rapport avec les facteurs réels. Par exemple, le facteur de sécurité devra être d'autant plus grand que la ruine de la construction entraînerait des conséquences plus graves et inversement. Ceci semble pouvoir être admis par intuition, mais celle-ci est impuissante à déterminer des valeurs justifiées. Il est moins facile de concevoir par intuition et encore moins d'apprécier numériquement que le coefficient de sécurité doit être d'autant plus grand que les dimensions des éprouvettes employées pour établir la répartition statistique de R sont plus pe-

tites par rapport aux dimensions de la construction envisagée.

Enfin, le coefficient de sécurité doit être d'autant plus grand que la probabilité de P est plus grande. Donc, il doit être plus grand pour les charges les plus certaines, telles que le poids propre, les surcharges usuelles et fréquentes, etc. Mais pour les surcharges exceptionnelles et pour les cumulations exceptionnelles de surcharges, dont on peut calculer la probabilité composée, le coefficient de sécurité peut être plus petit. Pour les effets dont la probabilité peut s'apprécier par rapport à des durées assez longues, le coefficient de sécurité devra être plus grand pour une construction permanente, c'est-à-dire de longue durée, que pour une construction de durée limitée. Enfin, on peut couronner cet édifice par la notion de l'économie globale tenant compte de la probabilité de ruine. Il suffit pour cela que l'on puisse définir les conséquences financières de la ruine. Il est alors possible par le calcul d'établir ce qui correspond à la prime d'assurance nécessaire pour couvrir le risque résultant de la probabilité de ruine. Cette prime capitalisée ou la prime unique à envisager à l'origine de la construction, doit être ajoutée au prix de celle-ci pour définir la dépense de comparaison. On comprend que cette prime unique variera en sens inverse de la sécurité, donc en général du prix actuel de la construction et que, par conséquent, il peut exister une solution optimum qui établira pour chaque construction la probabilité de ruine la plus économique, donc le coefficient de sécurité le plus économique.

Faisons abstraction des difficultés pratiques que ces notions peuvent rencontrer dans l'application; ces difficultés iront en s'atténuant par l'usage. Déjà actuellement on peut se fonder sur certaines valeurs raisonnables dans certains cas relativement simples ou simplifiés d'une manière licite et établir ainsi des résultats qui inspirent confiance. Mais, d'un point de vue purement intellectuel, il est digne de remarque que les méthodes du calcul des probabilités, c'est-à-dire des incertitudes, des écarts, des erreurs, substituent à la notion originale assez fruste et arbitraire du coefficient de sécurité une conception analytique beaucoup plus variée et plus exacte, ou du moins plus adéquate aux effets de tous les facteurs qui peuvent influencer la sécurité et dont l'appréciation était anciennement abandonnée au sentiment ou même négligée.

Cependant, des objections de nature fondamentale peuvent être

énoncées à ce point de l'exposé. L'application des méthodes statistiques ou probabilistes à une opération humaine aussi organisée qu'une construction, c'est-à-dire à une opération où la part du hasard peut être réduite dans une mesure plus ou moins grande par l'intervention de la volonté humaine, n'est-elle pas entachée de ce fait d'une sorte d'exagération de l'effet aveugle du hasard? Un exemple caractéristique éclairera le sens de cette question.

Pendant la guerre, j'ai fait établir les courbes statistiques des résistances à la compression des éprouvettes de béton extraites des routes de l'État et envoyées pour essais de réception à mon laboratoire par l'Administration des Ponts et Chaussées. Cette statistique s'étend sur dix années, de 1930 à 1939. Cette période part du commencement de l'emploi en Belgique de la technique des routes en dalles monolithiques épaisses de béton à haute résistance; elle coïncide aussi avec la première période décennale d'existence du laboratoire. Les figures 1 et 2 reproduisent les courbes respectives pour toute la période décennale 1930-39 et celles pour chaque année (sauf pour les quatre premières années réunies de 1930 à 1933, période du début pendant laquelle le nombre d'éprouvettes par année était insuffisant pour une statistique valable).

On remarque tout d'abord que ces courbes diffèrent considérablement, ce qui met en évidence un grand écueil des statistiques de qualité: leur variation. Or, pour être valable, une statistique demande un nombre d'épreuves suffisant. En dix ans il y en a eu 1189, effectuées par la même méthode expérimentale. Ce nombre suffisant d'épreuves porte nécessairement sur un laps de temps assez long. Mais les courbes annuelles montrent que les qualités ont varié *systématiquement* pendant ce temps. En prenant comme terme de comparaison le mode, c'est-à-dire la valeur la plus fréquente, on constate qu'il atteint la valeur 655 pour la période de début 1930-33; qu'il s'élève jusqu'à 725 en 1934, pour redescendre à 637 en 1935, 623 en 1936, 620 en 1937, 575 en 1938 et 565 en 1939, alors que pour l'ensemble de la période décennale, le mode est 620. Cette variation n'est pas l'effet du hasard. En effet, pendant les quatre premières années, la résistance minimum imposée par le cahier des charges de l'État était de 400 kg/cm². Les entrepreneurs, encore peu expérimentés dans une technique nouvelle, dépassaient le plus souvent largement cette valeur. A partir de 1934, certains cahiers des

charges ont relevé la résistance à 500 kg/cm^2 . Pour l'année 1934, le mode a augmenté comme conséquence de cette mesure. Mais au cours des années suivantes, il n'a cessé de décroître progressivement pour se rapprocher des exigences de qualité prescrites. Il faut se garder d'une interprétation trop simple de cette adaptation prouvée par les statistiques. Le bétonnage d'une route est en effet une opération complexe et délicate, dans laquelle n'intervient pas seulement l'action ou la volonté de l'entrepreneur. Elle dépend aussi de l'action des fournisseurs (cimenteries, carrières, sablières), des transports, des chefs de chantiers, contremaîtres et ouvriers, des machines et des machinistes, des surveillants, conducteurs et ingénieurs dirigeants de l'État; elle est influencée par les conditions atmosphériques. Qu'une adaptation, bien établie par les statistiques, ait pu se faire à travers tant d'actions individuelles complexes et enchevêtrées, même opposées, n'est certes pas simple mais remarquable.

On doit en conclure que dans une action telle qu'une construction, dans laquelle interviennent à un point aussi important l'organisation et la volonté humaines, la statistique et les probabilités ne résultent pas uniquement du hasard aveugle, mais sont influencées d'une manière effective par des agents ordonnateurs et modificateurs, qui ne relèvent pas de facteurs matériels ou physiques, mais de facteurs humains. Les conditions imposées à la construction par les règlements, les cahiers des charges, même par des principes généraux, appelés souvent „règles de l'art” exercent une influence certaine sur la probabilité de ruine. Il en est de même de la qualification et de la conscience professionnelle des exécutants de tous ordres intervenant dans toutes les opérations, de l'attention des surveillants, des contrôleurs et des dirigeants. Finalement, comme nous y avons insisté dans notre rapport général précité, la conception fondamentale d'une construction, œuvre intellectuelle de l'auteur de son projet, est essentielle pour sa sécurité, davantage que l'application de règles stéréotypées, fussent-elles basées sur la statistique et les probabilités. L'interprétation intelligente de ces règles reste souveraine et nous avons conclu notre rapport général par l'opinion que „le siège de la sécurité est finalement dans l'action de l'homme”. Nous pouvons peut-être tempérer cette opinion en disant que l'art de la construction deviendra d'autant plus une science que le calcul des

probabilités pourra y être appliqué analytiquement d'une manière plus assurée.

Or, si nous considérons toute construction comme une œuvre par excellence de la science appliquée, fondée sur l'application de lois scientifiques dont la validité est indispensable à la réussite de l'œuvre, pour laquelle le déterminisme scientifique est une nécessité, un postulat même, on doit reconnaître que l'introduction d'une conception probabiliste caractérise une crise, au moins d'apparence ou de caractère intellectuel, dans la compréhension ou l'interprétation de ce déterminisme. Il est permis de croire que le développement actuel de la conception probabiliste de la sécurité des constructions a été influencé par l'évolution récente des théories physiques, dont tous les ingénieurs sont informés, particulièrement les plus savants. L'affirmation qu'aucune construction n'a une probabilité de ruine nulle, qu'aucune n'est donc absolument sûre, est dans son domaine aussi troublante que le principe d'indétermination. C'est moins toutefois une question d'influence externe, c'est-à-dire de mode, que d'effet général du développement de l'investigation expérimentale qui a substitué cette sorte d'inquiétude à une certitude assez arbitraire fondée sur des conceptions mathématiques, c'est-à-dire abstraites et rigides. Sans aller jusqu'à affirmer comme M. R. LEVI, dans sa communication précitée que: „le calcul des erreurs est la plus exacte des sciences”, il est néanmoins rassurant que cette inquiétude puisse être surmontée par le calcul des probabilités. Mais il faut insister sur le point que cette conception probabiliste ne peut être passive, comme si le constructeur était l'instrument des effets aveugles du hasard. Une telle conception serait purement désastreuse pour la construction comme pour toutes les sciences appliquées. Il faut au contraire souligner que le constructeur peut agir efficacement sur les probabilités et il est nécessaire que ce facteur d'intervention humaine soit largement porté en compte dans l'appréciation des probabilités de ruine ou des coefficients de sécurité qui en découlent. C'est ce que de bons esprits, comme le professeur TORROJA, de Madrid, ont bien compris. Cette conclusion est peut-être assez conforme à l'opinion exposée par le Professeur BARZIN à cette tribune, que le déterminisme trouve son fondement davantage dans les nécessités de notre esprit que dans les faits.

Inversement cependant, la conception probabiliste tend à vulgari-

ser une notion déjà assez banale dans le cercle restreint des spécialistes des essais de matériaux, mais qui était systématiquement méconnue dans certains milieux de production, sans doutes pour des raisons de propagande et de prestige industriels. Au cours des dernières dizaines d'années, pour la plupart des matériaux de construction, on a fait d'énormes efforts pour promouvoir des qualités particulièrement élevées, qualités spéciales naturellement. Or, l'étude statistique des matériaux établit que la dispersion est très souvent supérieure pour ces matériaux spéciaux à ce qu'elle est pour les matériaux de bonne qualité ordinaire. En d'autres termes, l'histogramme des matériaux spéciaux est beaucoup plus largement ouvert que celui des matériaux de bonne qualité ordinaire. Il en résulte que la notion de probabilité de ruine atténuée considérablement les avantages de sécurité et l'économie que les protagonistes des matériaux spéciaux prétendent leur attribuer; éventuellement même elle les inverse. En d'autres termes, la constance de qualité, plus assurée avec les matériaux ordinaires, a plus d'importance au point de vue de la sécurité qu'une élévation de qualité aléatoire. Ici le déterminisme, même statistique, des faits naturels reprend ses droits souverains pour humilier les conceptions téméraires de l'homme. De telle sorte que l'on en arrive à conclure que le déterminisme pourrait bien être un accord pratique entre les faits d'expérience et leur interprétation désintéressée ou non par l'esprit humain, accord dans lequel l'esprit a dû faire quelques concessions du point de vue de ses tendances à la généralisation schématique, mais en a recueilli en contre partie quelques bénéfices du point de vue de son pouvoir d'intervention dans les faits, par une connaissance plus adéquate. La conception probabiliste de la sécurité réalise cet accord d'une manière intégrale, car elle permet non seulement de tenir compte des incertitudes naturelles, mais aussi de toutes les imperfections humaines.

N.B. L'histogramme de la figure 1 a été établi d'après les méthodes de Pearson. L'ajustement au diagramme réel de fréquence peut paraître assez insatisfaisant. La courbe intégrale de fréquence cumulée ou courbe monotone de la figure 3 relative à la même statistique montre au contraire que l'ajustement est très satisfaisant. Il faut aussi observer qu'il correspond à une statistique homogène, c'est-à-dire relative à des épreuves identi-

ques, de définition uniforme. En ce sens, elle diffère considérablement de statistiques analogues faites sans discrimination au sujet de bétons de provenances et de compositions quelconques, qui donnent lieu à des épreuves non comparables, qui diffèrent nécessairement en quelque point d'une manière systématique. Des conclusions déduites de telles statistiques pour leur application à la conception probabiliste de la sécurité des constructions sont sujettes à caution.

Bibliographie

- 1 *Compte-rendu du 2e Congrès international de construction des Ponts et Charpentes*. Vienne, 1928. Ed. J. SPRINGER, Vienne, 1929 (pp. 216-269).
- 2 D. EFSTRATIADIS, *Le coefficient de sécurité comme base du calcul des constructions métalliques*. Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes. Premier Volume. Zürich, 1932.
- 3 W. WIERZBICKI, *La sécurité des constructions comme un problème de probabilité*. Annales de l'Académie polonaise des sciences techniques à Varsovie. Tome VII. 1939-45.
- 4 *Association internationale des Ponts en Charpentes*. 3e Congrès. Liège, 1948. Publication préliminaire. Liège, 1948 (pp. 553-650).
- 5 *Association internationale des Ponts et Charpentes*. 3e Congrès. Liège, 1948. Rapport final. Liège, 1949 (pp. 633-731).
- 6 Robert LÉVI
 - a) *Considérations statistiques relatives à la sécurité des constructions* (C.R. Académie des Sciences, Paris, 13.10.1947);
 - b) *La sécurité des pièces de grande longueur* (C.R. Académie des Sciences, Paris, 24 novembre 1947);
 - c) *Calculs probabilistes de la sécurité des constructions*. Annales des Ponts et Chaussées. Paris, Juillet-Août 1949.
 - d) *Considérations générales et applications aux constructions en métal et en béton armé*. Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France. Paris, Janvier-Février 1950.
- 7 Marcel PROT, *Vues nouvelles sur la sécurité des constructions et sur le contrôle de la qualité des matériaux*. Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France, Paris, Janvier-Février 1950.

- 8 E. TORROJA MIRET, Mémoire présenté par la Commission sur le coefficient de sécurité. Document photocopié de la Réunion internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les matériaux et les constructions. Madrid, 1951.
- 9 A. PAEZ BALACA et E. TORROJA MIRET, *La determinacion del coeficiente de seguridad en la distintas obras*. Instituto tecnico de la construccion y del cemento. Madrid, 1951.

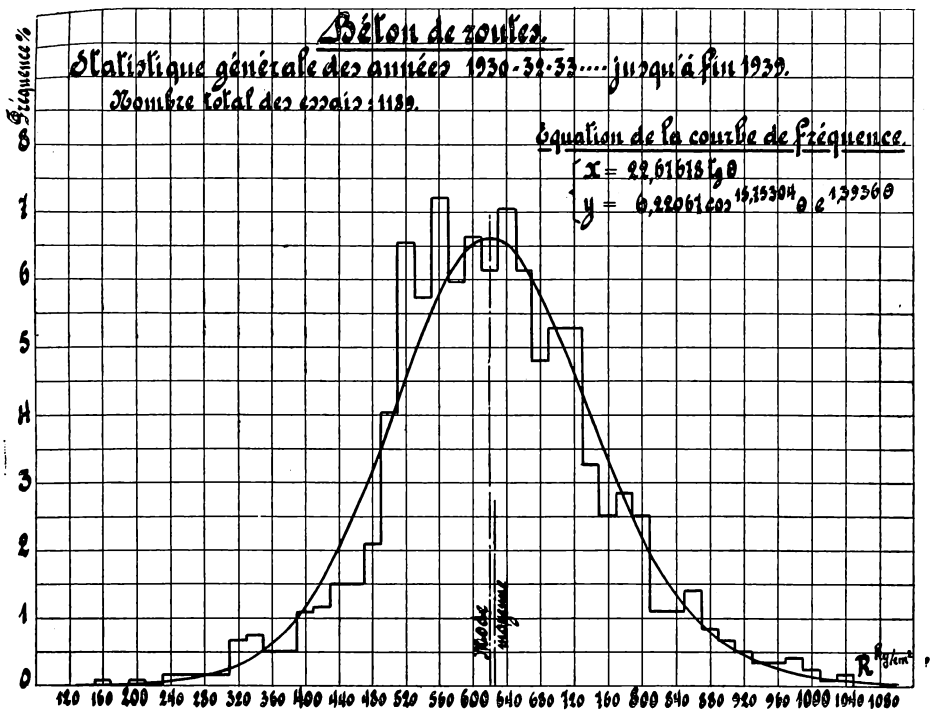


Fig. 1

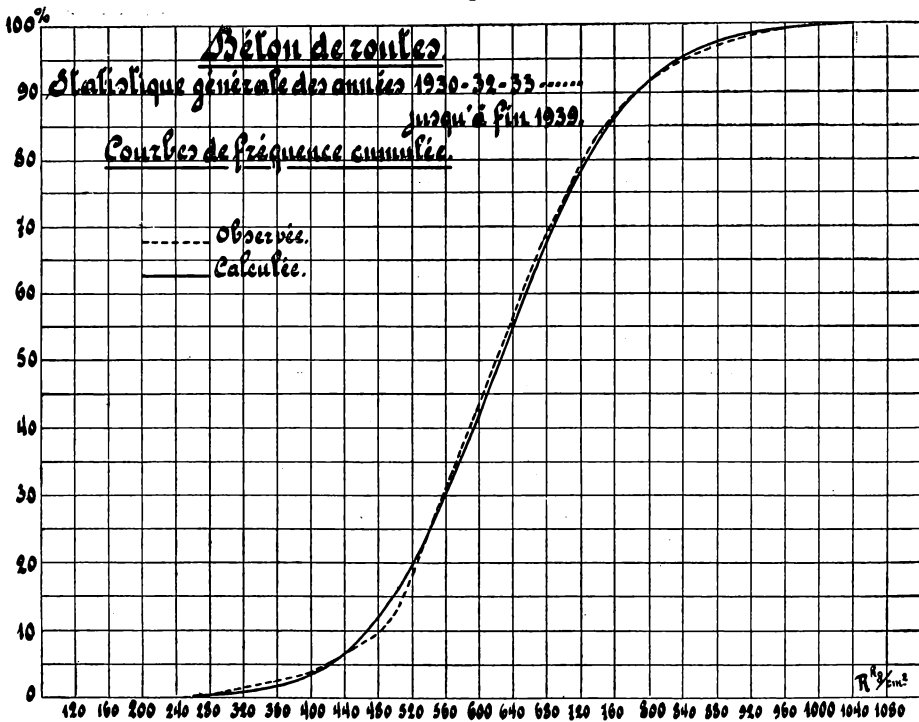


Fig. 3

Déroulé de routes.

Ensemble des courbes de fréquence des années 1930-32-33
jusqu'à fin 1939.

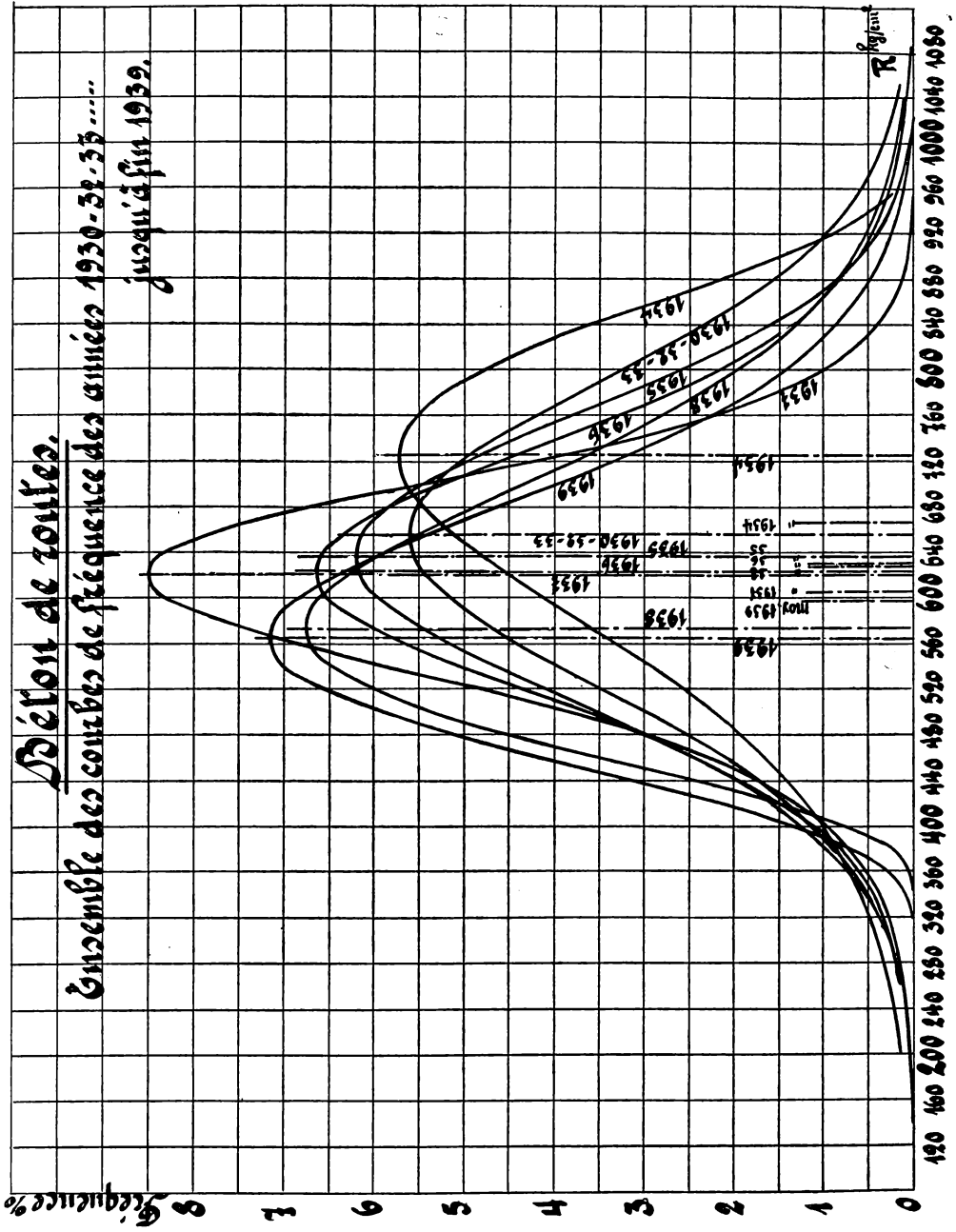


Fig. 2

COLLECTION DE LOGIQUE MATHÉMATIQUE

SÉRIE B

MONOGRAPHIES REUNIES PAR M. R. FEYS (LOUVAIN)

I.

Théorie des Probabilités

Exposés sur ses Fondements
et ses Applications

PAR MM.

GILLIS, VON MISES, BALLIEU, VAN DANTZIG, COUTREZ,
BOUCKAERT, PRIGOGINE, CAMPUS, FAUVILLE,
FRECHET, HIRSCH

PUBLIÉS PAR LA SOCIÉTÉ BELGE DE LOGIQUE ET DE PHILOSOPHIE
DES SCIENCES, AVEC LA CONCOURS DE LA
FONDATION UNIVERSITAIRE DE BELGIQUE

LOUVAIN
E. NAUWELAERTS
ÉDITEUR

2, Place Cardinal Mercier, 2

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
ÉDITEUR

55, Quai des Grands-Augustins, 55

1952