This page intentionally left blank.

Sur un mémoire d'analyse de M. Meyer, correspondant de l'Académie.

Rapport de M. J.-B. Brasseur.

« La question à laquelle donne lieu le théorème de Bernoulli, étendu aux événements futurs, peut s'énoncer comme il suit : Étant données les probabilités simples de deux événements contraires, dont l'un est arrivé m fois et l'autre n fois en μ épreuves, déterminer la probabilité que le nombre inconnu ν de fois que le premier événement arrivera en ρ nouvelles épreuves sera compris entre des limites données.

Les formules qui répondent à ces deux questions ont été données par M. Bienaymé, mais sans démonstration, dans les procès-verbaux de la Société philomatique de Paris (25 avril 1849).

k étant le plus grand nombre entier contenu dans $\frac{m(\rho+1)}{\mu}$, il a trouvé que le nombre ν est compris entre les limites :

$$k \pm \gamma\sqrt{\frac{2mn\rho(\mu+\rho)}{\mu^3}},$$

avec une probabilité :

$$Q = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\gamma e^{-t^2}\,dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{\frac{2\pi mn\rho(\mu+\rho)}{\mu^3}}},$$

aux quantités près de l'ordre $\frac{1}{\mu}$.

C'est la démonstration de ces formules qui fait l'objet de la note de M. Meyer.

L'auteur cherche d'abord une première valeur de la probabilité T_ν que l'événement arrive ν fois en exprimant, sous forme de fonction gamma, les deux intégrales définies auxquelles conduit la mise en équation du problème.

Cette forme de la valeur de T_ν lui permet de déduire d'une manière facile les relations entre m, n, μ, ρ, ν, pour le *maximum* de T_ν; et il trouve que la valeur k de ν qui répond à ce *maximum*, est égale au plus grand nombre entier contenu dans $\frac{m(\rho+1)}{\mu}$. Il simplifie ensuite les relations trouvées pour le *maximum* de T_ν, en y négligeant les quantités de l'ordre $\frac{1}{\mu}$, ce qui lui fournit, pour ces conditions du *maximum*, les deux équations :

$$\frac{\nu}{\rho} = \frac{m}{\mu}, \quad \frac{\nu'}{\rho} = \frac{n}{\mu},$$

qui, combinées convenablement, donnent huit relations (A) dont il se sert plus tard.

Pour évaluer l'expression générale de T_ν, donnée sous forme de fonction gamma, il faudrait la transformer par la formule de Stirling; mais l'auteur trouve plus simple d'exprimer cette valeur, en effectuant directement les intégrales mentionnées ci-dessus, au moyen de la formule :

$$\int_0^1 x^p (1-x)^q \, dx = \frac{p^p q^q \sqrt{2\pi pq}}{(p+q)^{p+q+\frac{3}{2}}},$$

donnée par Laplace, pour le cas où p et q sont de très-grands nombres.

En introduisant dans la valeur de T_ν, fournie par cette formule, les relations (A) mentionnées plus haut, il obtient la probabilité *maximum* M_ν de T_ν que l'événement arrivera ν fois (ν étant égal à k).

Après avoir substitué cette valeur de M_ν dans la valeur générale de T_ν, il en déduit les valeurs de $T_{\nu+l}$ et de $T_{\nu-l}$, lesquelles étant réduites au moyen des relations (A), fournissent les probabilités *maximum* $M_{\nu+l}$ et $M_{\nu-l}$ que l'événement demandé arrive respectivement $\nu+l$ et $\nu-l$ fois (ν étant égal à k).

Cela fait, d'après un principe connu, la probabilité Q que l'événement arrivera un nombre de fois compris entre $\nu \pm l$ sera donnée par l'équation

$$Q = S_0^l\,(M_{\nu+l} + M_{\nu-l}) - M_\nu,$$

qui, réduite par la formule sommatoire de Mac-Laurin, conduit l'auteur aux deux formules qu'il s'agissait de démontrer.

L'analyse de l'auteur est exacte, et nous avons l'honneur de proposer à la classe de faire insérer la note de M. Meyer dans les *Bulletins de l'Académie.* »

Cette note de M. Meyer se rapportant à d'autres du même auteur pour lesquelles M. Schaar a été nommé commissaire, celui-ci demande que l'Académie ne se prononce que dans une prochaine séance. Ces conclusions sont adoptées par la classe.

Sur le GAGEA SPATHACEA. Notice par M. J.-E. Bommer.

Rapport de M. J. Kickx.

« La plante qui fait l'objet de la note envoyée à notre examen est bien la *Gagea spathacea*, si nous en jugeons par l'ensemble des caractères. Mais l'auteur a eu tort d'attribuer à l'espèce des fleurs *solitaires,* qu'elle présente rarement, et qui sont le résultat d'une anomalie. Le type, en effet, présente, d'après les descriptions de Kunth et de