This page intentionally left blank.

branes avec les liqueurs albumineuses que je viens de citer au moins, lorsqu'on les sature de différents sels, elles précipitent abondamment par l'acide acétique, etc.

Soumises aux chocs dans les mêmes conditions, la liqueur spermatique préalablement délayée dans l'eau et filtrée ne se trouble pas.

Avant de terminer, il me reste une dernière observation à faire.

La transformation de l'albumine en un corps insoluble organisé résulte-t-elle d'un état isomérique?

Est-elle la conséquence d'un dédoublement de cette matière en plusieurs matières nouvelles?

L'expérience seule décidera ces questions; en attendant, qu'on me permette de donner au corps nouveau que j'ai découvert, un nom qui n'entraîne à aucune hypothèse, qui a l'avantage de rappeler la structure organisée de la matière en rappelant ses principales propriétés; je le nommerai donc, *tissu cellulaire artificiel.*

Quelques propriétés descriptives des surfaces gauches du second degré démontrées par la géométrie; par J.-B. Brasseur, professeur à l'Université de Liége, correspondant de l'Académie.

Théorème 1^{er}. — *Les milieux de toutes les cordes parallèles à une direction quelconque et inscrites à un hyperboloïde à une nappe, sont dans un même plan, appelé plan diamétral.*

Démonstration. — Des deux systèmes de droites dont l'hyperboloïde est composé, nous donnerons aux unes le nom de génératrices *directes*, et aux autres le nom de génératrices *inverses;* en rappelant que deux génératrices de même nom ne sont jamais dans un même plan, et que deux génératrices de noms différents sont au contraire toujours dans un même plan; enfin que tout plan, mené par une génératrice directe, coupe la surface suivant une génératrice inverse, et réciproquement.

Désignons par G, G′, G″, etc., toutes les génératrices directes de l'hyperboloïde à une nappe; par chacune de ces génératrices, menons un plan parallèle à une même droite quelconque D, tous ces plans couperont la surface respectivement suivant les génératrices inverses g, g', g'', etc.; de plus, trois quelconques de tous ces plans ne peuvent pas être parallèles entre eux, sans quoi la surface proposée serait un paraboloïde hyperbolique, dont nous parlerons plus loin.

Dans les angles formés par G et g, par G′ et g', par G″ et g'', etc., inscrivons toutes les droites parallèles à D; ce seront autant de cordes parallèles, inscrites à la surface proposée; et toutes les cordes inscrites dans un même de ces angles auront leurs milieux sur une même droite passant par le sommet de cet angle. Cela posé,

Désignons par d, d', d'', etc., les droites qui passent par les milieux des cordes inscrites, respectivement dans les angles $\widehat{Gg}$, $\widehat{G'g'}$, $\widehat{G''g''}$, etc. Pour établir la propriété énoncée, il suffit de prouver que toutes ces droites d, d', d'', etc., sont dans un même plan; or, cela aura lieu si deux quelconques de ces droites, par exemple d et d', se rencontrent toujours; ce que nous allons prouver.

Le plan qui passe par G et g et celui qui passe par G′ et g' sont deux plans parallèles à la droite D et qui se coupent suivant une droite parallèle à D. Cette droite d'intersection doit passer par les points de rencontre de G avec g' et de G' avec g; elle est donc une corde, inscrite à la fois dans l'angle $\widehat{Gg}$ et dans l'angle $\widehat{G'g'}$; les deux droites d, d', dont chacune doit passer par le point milieu de cette corde commune, se coupent donc en ce point milieu; c. q. f. d. Il reste à faire remarquer que toutes les droites d, d', d'', etc., ne peuvent pas se rencontrer en un seul point.

Au moyen de ce théorème, on peut démontrer les suivants.

Théorème II. — *Les points de contact de tous les plans, parallèles à une même droite, et tangents à un hyperboloïde à une nappe, sont dans un même plan; autrement, tout cylindre circonscrit à un hyperboloïde à une nappe touche celui-ci suivant une courbe plane.*

Démonstration. — Le plan qui passe par G et g est un plan tangent dont le point de contact coïncide avec le point d'intersection de G avec g. De même le plan qui passe par G' et g' est un plan tangent dont le point de contact est au point d'intersection de G' avec g'; et il en est de même des plans menés par G'', g'', etc.; tous ces plans tangents ont donc leurs points de contact respectivement aux sommets des angles $\widehat{Gg}$, $\widehat{G'g'}$ et $\widehat{G''g''}$, etc.

Or tous ces points de contact sont situés dans un même plan, puisque les droites d, d', d'', etc., qui passent respectivement par les sommets de ces mêmes angles, sont dans un même plan; c. q. f. d.

Théorème III. — *Si la courbe d'entrée d'un cylindre dans un hyperboloïde à une nappe est une courbe plane, la courbe de sortie sera plane également.*

Démonstration. — En ne considérant des génératrices du cylindre que les portions comprises par la surface, ces génératrices constituent un système de cordes parallèles, inscrites à la surface. Les milieux de toutes ces cordes étant dans un même plan (théorème I), et l'une de leurs extrémités étant aussi, par hypothèse, dans un même plan (le plan de la courbe d'entrée), il en résulte que les autres extrémités de ces mêmes cordes doivent se trouver dans un même troisième plan (le plan de la courbe de sortie).

Théorème IV. — *Les projections horizontales de toutes les génératrices d'un hyperboloïde à une nappe, de quelque manière que celui-ci soit placé par rapport au plan horizontal de projection, sont tangentes à une même courbe du second degré.*

Démonstration.— Si, par toutes les génératrices directes, nous menons des plans verticaux, les traces de ces plans seront les projections de ces génératrices. Ces mêmes plans sont tous tangents à l'hyperboloïde, et leurs points de contact, situés dans un même plan (théorème II), forment une section plane de l'hyperboloïde, donc une courbe C du second degré, dont la projection C′ est encore une courbe du même degré.

Le plan de la courbe C coupe chaque plan tangent, suivant une tangente à la courbe C, et cette tangente se projette dans la trace du plan tangent. Cette trace est donc tangente à la courbe C′ (car si une droite est tangente à une courbe, la projection de la tangente est aussi tangente à la projection de la courbe).

De là résulte que les traces de tous les plans tangents, c'est-à-dire les projections de toutes les génératrices sont toutes tangentes à la courbe C′, projection de C.

De la même manière on prouve que les projections de toutes les génératrices inverses sont tangentes à la même courbe C′.

Tous ces théorèmes ont lieu pour le paraboloïde hyperbolique et se démontrent de la même manière; seulement, pour démontrer le premier théorème, la droite D, à laquelle toutes les cordes inscrites à la surface sont parallèles, ne doit être parallèle à aucun des deux plans directeurs du paraboloïde; car de telles cordes ne peuvent rencontrer le paraboloïde qu'en un seul point, l'autre point de rencontre est à l'infini.

Application. — D'après ce dernier théorème, pour démontrer qu'un système de droites, tracées suivant une certaine loi sur un plan, sont toutes tangentes à une même section conique, il suffira de faire voir que ces droites peuvent être considérées comme les projections de toutes génératrices d'un hyperboloïde à une nappe, ou d'un paraboloïde hyperbolique.

Nous nous contenterons de citer comme exemple le théorème suivant :

Théorème V. — ***Deux droites tracées sur un plan, étant divisées en un nombre quelconque de parties respectivement proportionnelles, les deux droites proposées et les droites qui relient les points de division qui se correspondent, deux à*** *deux, sur les deux droites proposées, sont toutes tangentes à une même courbe du second degré.*

Le théorème existe encore, si les deux droites proposées sont les perspectives de deux autres droites divisées en parties respectivement proportionnelles.

Démonstration. — Soient *abcd*, etc., *a'b'c'd'*, etc., les deux droites proposées, divisées de manière qu'on ait la proportion :

$$ab : a'b' = bc : b'c' = cd : c'd' =, \text{etc.}$$

En considérant ces deux droites comme les projections de deux droites de l'espace, si nous donnons aux deux points projetés en a, a' une même cote quelconque α, et aux deux points projetés en b, b' une même cote quelconque β, on fera voir facilement que deux points, projetés en deux points correspondants quelconques c, c', ont également même cote.

De la résulte que les droites aa', bb', cc', etc., sont les projections de toutes horizontales qui s'appuient sur les deux droites de l'espace (abc etc.), ($a'b'c'$ etc.). Donc les droites aa', bb', cc', etc., sont les projections de toutes génératrices d'un paraboloïde hyperbolique, ayant pour directrices les deux droites projetées en abc etc., $a'b'c'$ etc., et pour plan directeur, le plan horizontal de projection; donc, d'après le théorème IV, abc etc., $a'b'c'$ etc., aa', bb', cc' etc., sont toutes tangentes à une même courbe du second degré.

—