Revue scientifique

M. G. Roux a également découvert, en filon dans le gneiss de la commune d'Apchat, une belle pegmatite, remarquable par de nombreux grenats d'une grande netteté de formes; ils recouvrent les cristaux de feldspath ou de mica, sur le fond clair desquels tranche vivement leur couleur rouge groseille.

É. RIVIÈRE.

CORRESPONDANCE ET CHRONIQUE

La divisibilité des nombres.

Nous recevons sur la divisibilité des nombres les deux communications suivantes :

I. — Dans un des derniers numéros de la *Revue scientifique* (18 septembre), M. Delbœuf, le savant professeur à l'Université de Liège, donne, sans démonstration, un curieux *théorème sur la divisibilité des nombres,* que l'on peut énoncer ainsi :

Soit un nombre entier N, *décomposé en deux parties* a a', b b' *telles que les facteurs* a, b *soient premiers entre eux, et que les facteurs* a' b' *soient, aussi, premiers entre eux.*

Soient, d'autre part, six nombres entiers, A, A', B, B', x, x', *satisfaisant aux conditions :*

$$Aa + Bb = Nx, \quad A'a' + B'b' = Nx'.$$

Cela posé, on a

$$AA' + BB' = \mathfrak{M}(N) \text{ (1)}.$$

Des équations

$$aa' + bb' = N, \quad Aa + Bb = Nx,$$

on déduit :

$$a(A - a'x) + b(B - b'x) = o.$$

Donc (2)

$$A = a'x + b\theta, \quad B = b'x - a\theta; \qquad [1]$$

θ étant un entier quelconque, positif ou négatif.

De même,

$$A' = ax' + b'\theta', \quad B' = bx' - a'\theta'. \qquad [2]$$

Par conséquent,

$$AA' + BB' = N(xx' + \theta\theta'). \qquad [3]$$

II. — *Remarque.* Si $N = f^2 + g^2$ (3), prenons $x' = x, \theta' = \theta$. L'égalité [3] devient

$$AA' + BB' = (f^2 + g^2)(x^2 + \theta^2),$$

ou

$$AA' + BB' = (fx \pm g\theta)^2 + (f\theta \pm gx)^2. \qquad [4]$$

Ainsi, dans ce cas particulier, *la quantité* AA' + BB', *multiple de* N, *est une somme de deux carrés.*

III. — *Exemple.* $N = 73$, $a = 3$, $b = 2$, $a' = 5$, $b' = 29$, $x = 7$.

On trouve :

$$A = 21 + 29\theta, \quad B = 14 - 5\theta, \quad A' = 35 + 2\theta, \quad B' = 203 - 3\theta;$$

puis

$$AA' + BB' = 73(7^2 + \theta^2) = (56 \pm 3\theta)^2 + (21 \mp 8\theta)?$$

E. CATALAN.

Les caractères de la divisibilité des nombres par 7 sont pour ainsi dire sans limites; seulement ils ne sont pas d'une application toujours très simple dans la pratique. La *Revue* a donné récemment, à côté du procédé classique, le procédé rapide signalé par M. Heilmann, généralisé ensuite par M. Noel (de Caen) et développé d'une façon très intéressante par M. Delbœuf.

Voici d'autres caractères de la divisibilité d'un nombre par 7. La méthode employée est simple, de sorte qu'on pourrait l'appliquer généralement à la divisibilité des nombres par un nombre quelconque.

1° Un nombre est divisible par 7 quand le quadruple du nombre de ses dizaines diminué du chiffre de ses unités est divisible par 7. Ainsi 1883 est divisible par 7 parce que $188 \times 4 = 752$, $- 3 = 749 = (700 + 49)$, nombre divisible par 7.

2° Un nombre est divisible par 7 quand le triple du nombre de ses dizaines, augmenté du chiffre de ses unités, est divisible par 7. Ainsi, pour 1883, on a $188 \times 3 = 564$, $+ 3 = 567 = (560 + 7)$, nombre divisible par 7.

3° Un nombre est divisible par 7 quand le double de ses centaines, augmenté du nombre formé par ses deux derniers chiffres, est divisible par 7. Ainsi, pour 1883, car $18 \times 2 = 36$, $+ 83 = 119 = (98 + 21)$, nombre divisible par 7.

4° Un nombre est divisible par 7 quand cinq fois le nombre de ses centaines, diminué du nombre formé par ses deux derniers chiffres, est divisible par 7. Ainsi de 1883, car $18 \times 5 = 90$, $- 83 = 7$, nombre divisible par 7.

5° Un nombre est divisible par 7 quand le nombre de ses mille, diminué du nombre formé par ses 3 derniers chiffres, est divisible par 7. Dans 1883, $1 - 883 = - 882 = (777 + 105)$, nombre divisible par 7.

6° Un nombre est divisible par 7 quand six fois le nombre de ses mille, augmenté du nombre formé par ses 3 derniers chiffres, est divisible par 7. Ainsi 1883 donne $6 + 883 = 889 = (882 + 7)$, divisible par 7.

7° Si, avec un nombre divisible par 7, tel que 1883, par exemple, je forme les nombres suivants :

111	en répétant	3	fois le chiffre	des mille,
88	—	2	—	des centaines,
9	—	1	—	des dizaines,

le double de la somme de ces 3 nombres, plus la somme brute des chiffres qui composent 1883, devra donner un nombre divisible par 7.

En effet, $2(111 + 88 + 8) + (1 + 8 + 8 + 3) = 434$, nombre divisible par 7.

Je m'arrête, car on pourrait augmenter indéfiniment ces caractères de divisibilité par 7, en se basant sur les caractères de divisibilité des nombres par 5, 10, 9, puis d'une part, et d'autre part sur les relations qui existent entre 7 et 5, 7 et 10, 7 et 9..., etc., etc.

BOUGON.

Le niveau de la mer aux diverses époques géologiques.

Le compte rendu qui vient d'être publié dans la *Revue scientifique* pour la section de géologie résume divers travaux faits avec beaucoup de soin et qui seront toujours utiles à consulter; mais il me semble que si l'on veut introduire dans la science géologique de nouvelles vues d'ensemble, il convient de se préoccuper plus qu'on ne l'a fait jusqu'à ce jour de l'altitude à laquelle se trouvait le niveau des mers houillère, permienne, jurassique, etc.

Les nombreuses mines de houille qui sont exploitées autour de la France centrale font supposer que cette région était baignée, lors de la formation de cette houille, par une mer dont le niveau était à peu près à l'altitude de Saint-Étienne. La houille permienne est exploitée à Grand-Croix

---

(1) La lettre $\mathfrak{M}$ s'énonce : *multiple de.*

(2) Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs, et qui est premier avec l'un, divise l'autre.

(3) Ce qui arrive, par exemple, si N est un nombre premier, ayant la *forme* $4\mu + 1$.