

heure familière à notre esprit, nos productions les plus imparfaites sont beaucoup moins mauvaises qu'elles ne l'eussent été sans cela. C'est à ce type élevé d'excellence que notre travail doit d'être bon, quand autrement il eût été médiocre.

Pour toutes ces raisons, je crois important de maintenir ces deux langues et leur littérature à la place qu'elles occupent comme partie essentielle d'une éducation libérale, c.-a.-d. de l'éducation de tous ceux que leur position n'oblige pas d'abandonner les études scolaires de très-bonne heure. Mais les mêmes raisons qui justifient la place des études classiques dans l'éducation générale indiquent aussi leurs limites naturelles. Elles devront être poussées assez loin pour rendre les élèves capables tout le reste de leur vie de lire facilement les grands ouvrages de la littérature ancienne. Ceux qui ont le loisir et le goût de se consacrer à l'érudition ou à l'histoire ancienne, ou à la philologie générale, ont certes besoin de beaucoup plus; mais une éducation générale n'en comporte pas davantage.

CORRESPONDANCE.

Monsieur le Rédacteur,

La lecture des derniers numéros de votre *Revue* m'a suggéré quelques réflexions. Permettez-moi de vous les exposer rapidement : vous jugerez si elles sont de nature à être publiées.

1° *Propriété de la tangente*, etc. (p. 60, année 1867). Cette *Démonstration géométrique* n'est pas nouvelle : je l'ai enseignée pendant trente ans peut-être, et on la trouve dans le *Manuel des candidats à l'École Polytechnique* (tome I, p. 422. — 1857).

2° *Analyse du dernier ouvrage de M. Duhamel* (p. 76).

“ Lorsque deux droites se rencontrent, elles donnent une „ idée d'inclinaison mutuelle ou d'angle. „

Je ne puis partager, sur ce point, l'opinion de mon ancien Répétiteur à l'École Polytechnique, malgré la réputation scientifique dont il jouit très-justement. L'idée d'angle ne me paraît pas assez *simple*, assez *primitive*, pour qu'une définition soit inutile. Ne définit-on pas la circonférence, bien que tous les enfants sachent faire des *ronds*? Une bonne définition de l'angle est difficile à trouver, j'en conviens; mais, à ceux qui croient se tirer d'affaire en disant (à peu près comme M. Duhamel): " *quand deux droites se coupent, elles forment un angle,* „ on peut demander: " *l'angle est-il dans le plan des droites?* „ (1)
3° *Id.* (p. 76).

" Nous sommes également de l'avis de l'auteur lorsqu'il dit „ que la définition suivante de la ligne droite, qu'on rencontre dans tous les traités de géométrie moderne, etc. „

La soi-disant définition dont-il s'agit, critiquée avec raison par M. Duhamel, *ne se rencontre pas dans tous les traités modernes*, dès 1843, je disais: " Cette proposition: *La ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre*, ne définit rien; en outre, elle suppose la notion de *longueur*, notion qui suppose elle-même une connaissance approfondie de „ presque toute la géométrie. „ (2)

4° *Id.* (p. 77).

" *La ligne droite est la trace d'un point qui tend et se meut vers un point fixe; la ligne courbe est la trace d'un point qui tend et se meut vers un point mobile.* „

Si une maladie cruelle n'empêchait M. Lamarle de s'occuper des sujets sur lesquels il a jeté tant de lumière, je proposerais à mon éminent camarade, confrère et ami, une *discussion sur la ligne droite*; je lui rappellerais que *la trace d'un point qui tend vers un point mobile peut être rectiligne*; et alors, que deviendrait la définition dont-il s'agit?

5° *Analyse du traité d'Arithmétique de M. Bergmans* (p. 145).

" Nous félicitons M. B. d'avoir rétabli, dans son arithmétique, l'ancienne définition de la multiplication. „

Je suis disposé, Monsieur, à joindre mes félicitations aux vôtres; d'autant plus que, dans toutes les éditions de mon

(1) *Éléments de Géométrie* (2^e édition, p. XII. — 1866).

(2) *Id.* (p. VII).

Manuel du Baccalauréat ès Sciences, publiées depuis 1852, je m'énonce à peu près ainsi :

“ *La multiplication est une opération dans laquelle on a pour but de trouver la somme d'autant de parties, égales à un nombre donné, qu'il y a d'unités dans un autre nombre donné.* ”

Comme vous le faites remarquer, la définition précédente doit être modifiée lorsque le multiplicateur est fractionnaire ou incommensurable (et aussi quand il est *négatif, imaginaire, monôme, polynôme*, etc.) La définition *générale* de la multiplication, souvent attribuée à Cauchy, ne me paraît pas heureuse : sait-on, *à priori*, comment $\sqrt{2}$ est *composé* avec l'unité ? Et d'ailleurs, que signifie le mot *composé* ?

Agréez, Monsieur le Rédacteur, les civilités de

Votre dévoué compatriote (1).

Liège, 8 mai 1868.

E. CATALAN.

1° Cette observation est très-juste; aussi nous empressons nous de publier la rectification qu'on nous demande. C'est très-honorable pour M. Even de s'être rencontré avec M. Catalan. Et ce qui prouve que le premier n'avait pas connaissance du *Manuel* etc., c'est qu'il avoue que son théorème n'est qu'un Corollaire d'une propriété plus générale démontrée par M. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain. Nous saisissons cette occasion pour recommander aux professeurs et aux élèves le *Manuel* en question; c'est un livre utile sous tous les rapports.

2° Des *ronds*..... — Oui — mais non pas des *circonférences*. Un enfant qui découpe une pomme avec un couteau fait ce qu'il appelle des *ronds*; mais il ne tracera des *circonférences* que lorsqu'on lui aura mis un compas entre les mains.

Si on lui dit ensuite : “ la ligne que vous venez de tracer s'appelle une *circonférence*, ” c'est pour éviter qu'il ne l'appelle un *carré*.

A notre tour nous demanderons à ceux qui définissent l'*angle* : l'*espace infini compris entre deux droites qui se coupent*, et qui, pour

(1) M. Catalan est né à Bruges.

démontrer le postulatum d'Euclide, emploient la considération d'espaces infinis de différentes grandeurs, s'il est permis de dire que de deux *quantités infinies* l'une est la plus petite, l'autre la plus grande; s'il est permis, en un mot, d'appliquer aux *quantités infinies* les propriétés ordinaires des figures géométriques. S'ils répondent *oui*, nous leur demanderons s'il est bien vrai que deux angles soient proportionnels à leurs sinus ou à leurs tangentes, théorème qui devrait subsister si leur manière de voir était rationnelle. S'ils répondent *non*, nous leur demanderons ce que devient leur prétendue démonstration du postulatum d'Euclide.

3° Nous ne prétendons pas connaître *tous* les traités modernes de géométrie; cette prétention serait ridicule. Cependant, comme M. Catalan ne cite qu'*un seul traité* (le sien) qui fasse exception à ce que nous avons dit, nos lecteurs voudront bien reconnaître que nous n'avons pas été si loin de la vérité. D'ailleurs, un traité qui a paru il y a 25 ans, n'est pas tout-à-fait ce qu'on peut appeler un *traité moderne*. Quant à la seconde édition elle a été imprimée en 1866; notre compte rendu, qui a paru dans la première livraison de 1867, a été fait aussi en 1866, bien que le livre de M. Duhamel porte la date 1867. (Tout le monde sait que les Français ont l'habitude d'antidâter leurs publications). Rien d'étonnant alors que l'ouvrage de M. Catalan, qui venait de paraître, nous fut inconnu.

4° Il est bien entendu, comme le fait très-judicieusement observer M. Lamarle, que le point directeur se déplace sur une ligne autre que la droite menée par les deux points. Si le point directeur se mouvait sur cette droite ou sur son prolongement, tout se passerait comme s'il était fixe, et la ligne décrite par le point dirigé serait droite. Sauf ce cas *elle est forcément courbe* (p. 6, *notions fondamentales*, etc.).

Cette restriction étant faite, nous serions curieux de savoir comment la trace d'un point qui se meut vers un point mobile peut être rectiligne. Espérons que M. Catalan voudra bien satisfaire notre curiosité, avant d'entamer la discussion qu'il se propose de soutenir quand M. Lamarle sera rétabli. La Revue lui est ouverte.

Il est assez étrange que M. Catalan ait attendu 10 ans pour provoquer cette discussion. Le mémoire de M. Lamarle, qui

a paru en 1857, a été publié dans le tome XXX des mémoires de l'académie de Belgique, et il est probable que M. Catalan en avait connaissance. D'ailleurs, il vaut mieux tard que jamais. Cette discussion sera très-intéressante, et nous l'attendons avec impatience.

J. MISTER.

QUESTIONS A RÉSOUDRE.

1. Appelons *directrice* d'une chaînette la perpendiculaire à l'axe de la courbe qui est telle que la normale à la chaînette comptée jusqu'à cette droite est égale au rayon de courbure.

1° Lorsqu'une chaînette roule extérieurement sur un cercle, le pied de la perpendiculaire abaissée du point de contact sur la directrice décrit une spirale d'Archimède, si la première position de ce point se trouve au centre du cercle.

2° Lorsqu'une chaînette roule sur une cycloïde dont le cercle générateur a le rayon a , le pied de la perpendiculaire abaissée du point de contact sur la directrice engendre une courbe qui peut se déduire d'un certain limaçon de Pascal d'une manière très-simple : Si O est l'origine polaire de ce limaçon de Pascal, a le rayon du cercle générateur, M un point du cercle, m le point correspondant du limaçon de Pascal, il suffira, la longueur mM étant convenablement choisie, d'élever par chaque point m une perpendiculaire mV à l'axe du limaçon égale à l'axe de cercle OM pour retrouver la courbe précédente.

P. MANSION.
