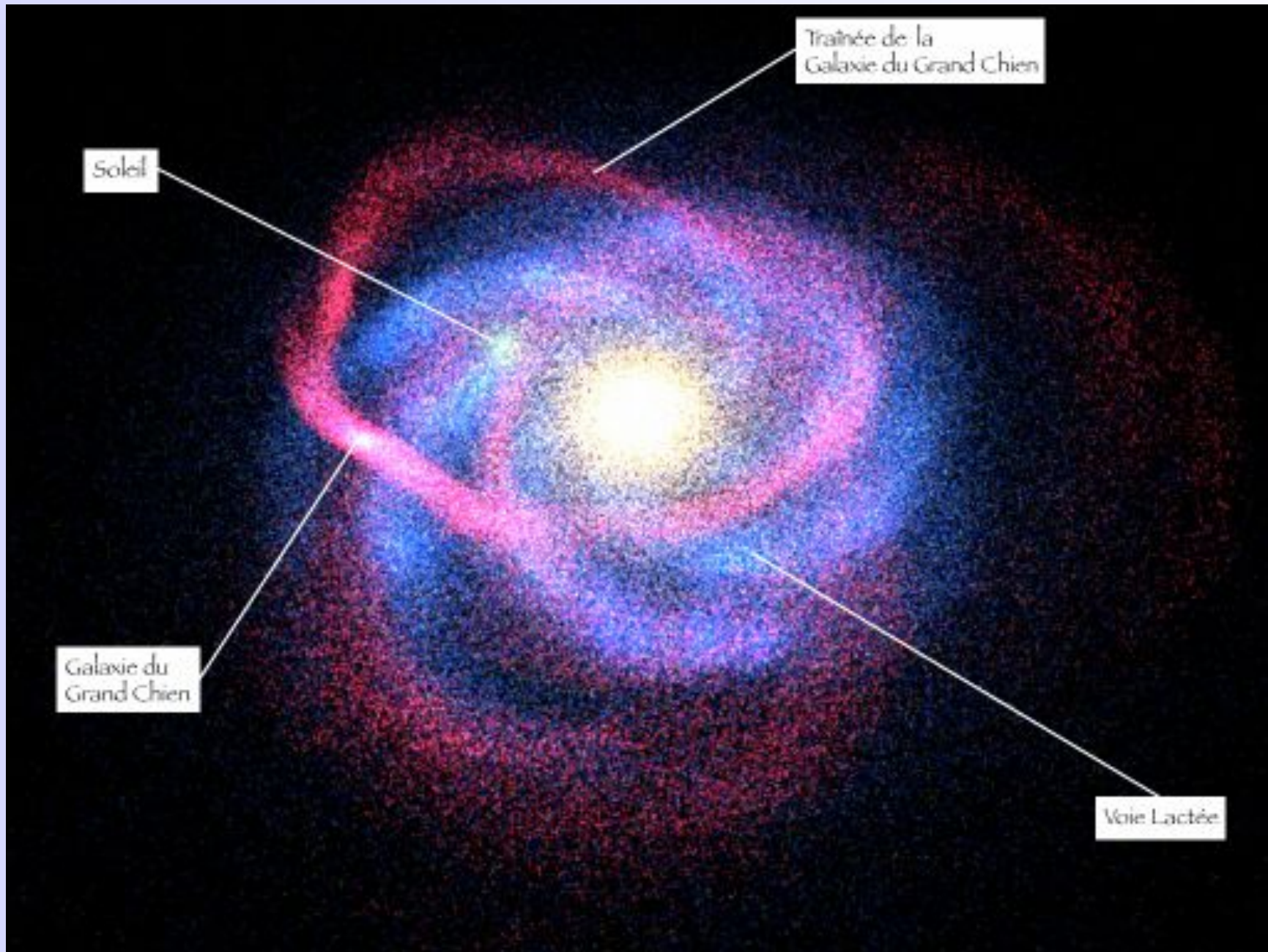
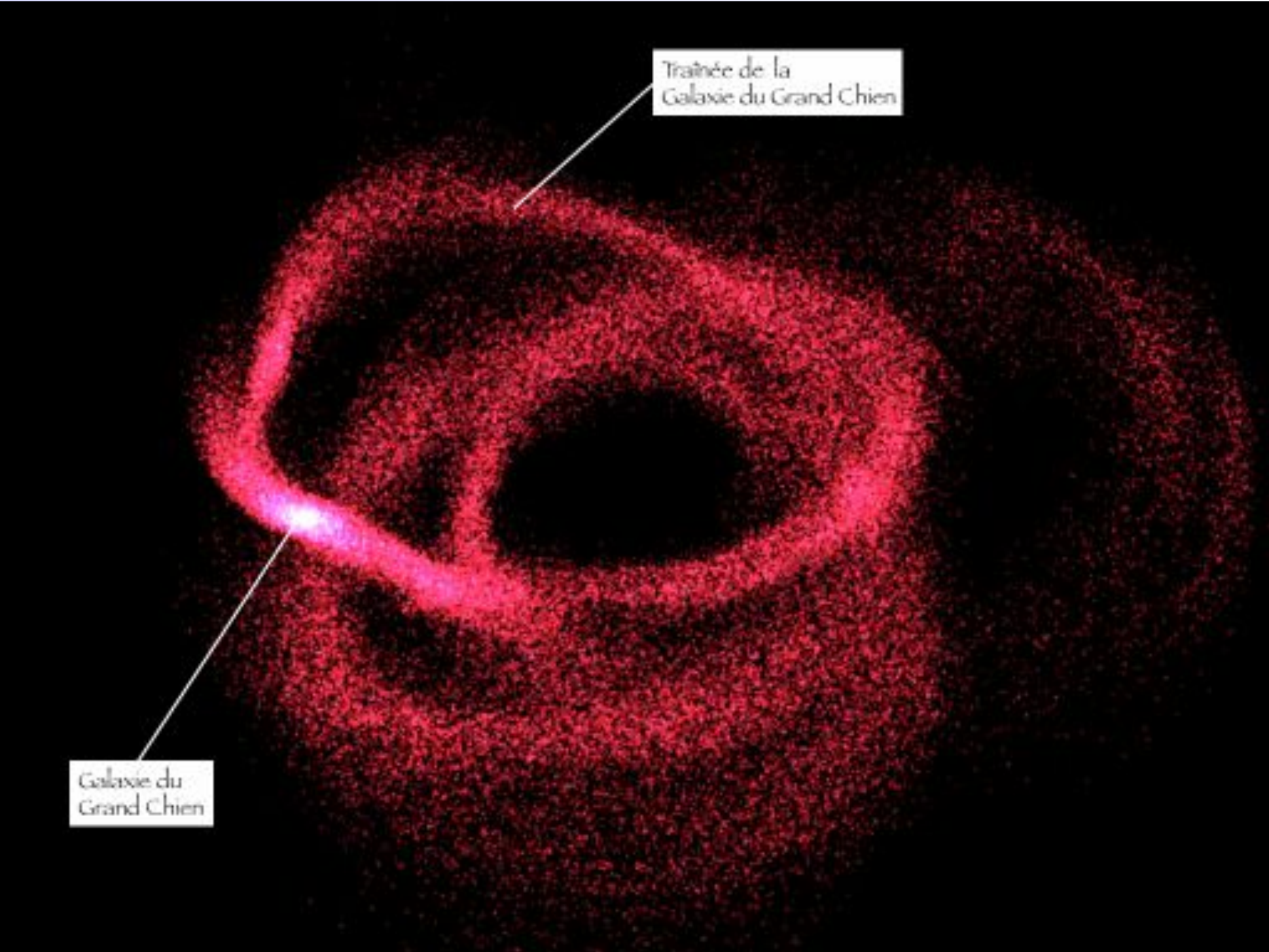


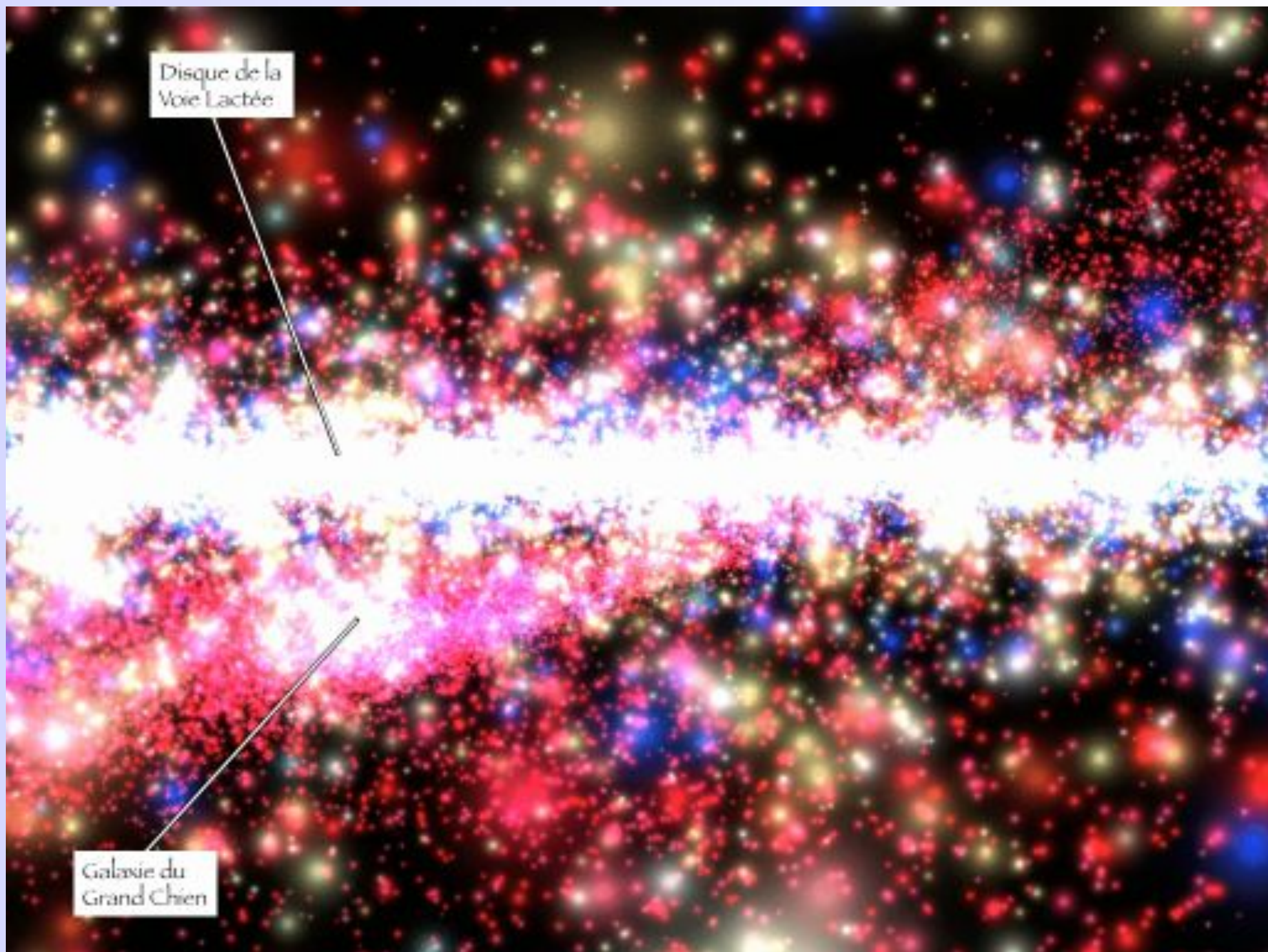
8^{ème} cours de Mécanique Analytique (10/11/2016)





Trainée de la
Galaxie du Grand Chien

Galaxie du
Grand Chien



Disque de la
Voie Lactée

Galaxie du
Grand Chien



- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

~~$$\frac{d}{dt}$$~~

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

~~$$\frac{d}{dt}$$~~

$$\frac{d}{d\tau}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

~~$\frac{d}{dt}$~~ $\frac{d}{d\tau}$

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (3.41)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

$$\cancel{\frac{d}{dt}} \quad \frac{d}{d\tau}$$

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (3.41)$$

$$x^\alpha, \quad x^\alpha + dx^\alpha$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

$$\cancel{\frac{d}{dt}} \quad \frac{d}{d\tau}$$

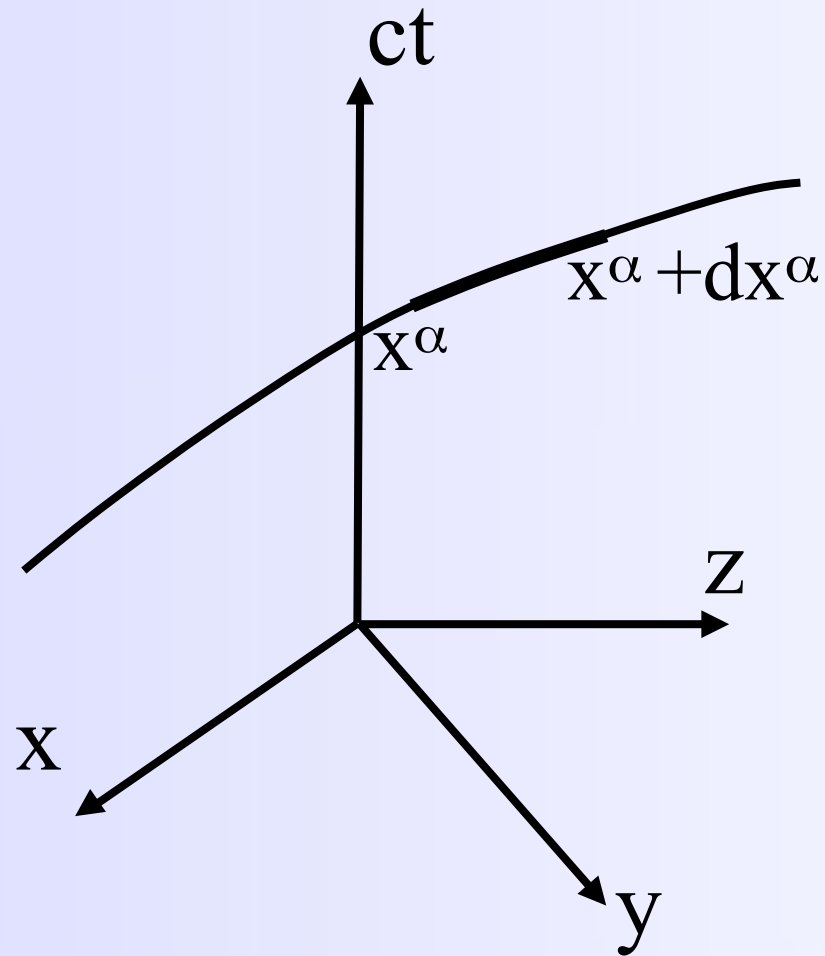
$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (3.41)$$

$$x^\alpha, \quad x^\alpha + dx^\alpha$$

$$x^\alpha = ct, \quad x, \quad y, \quad z$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel



- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$ds^2 = (v^2 - c^2) dt^2 < 0$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$ds^2 = (v^2 - c^2) dt^2 < 0$$

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$ds^2 = (v^2 - c^2) dt^2 < 0$$

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

Si $d\tau^2 = -ds^2/c^2$, alors

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.42)$$

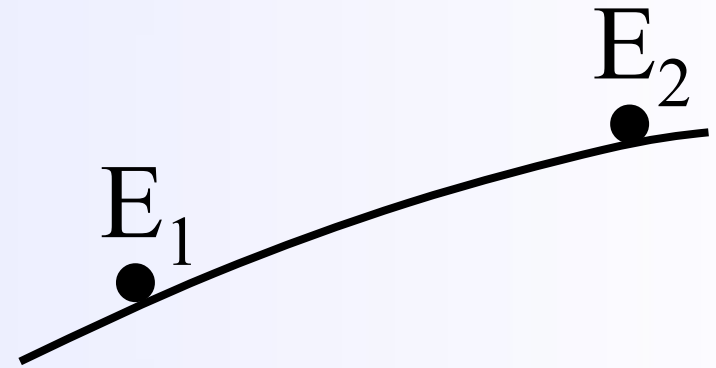
- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

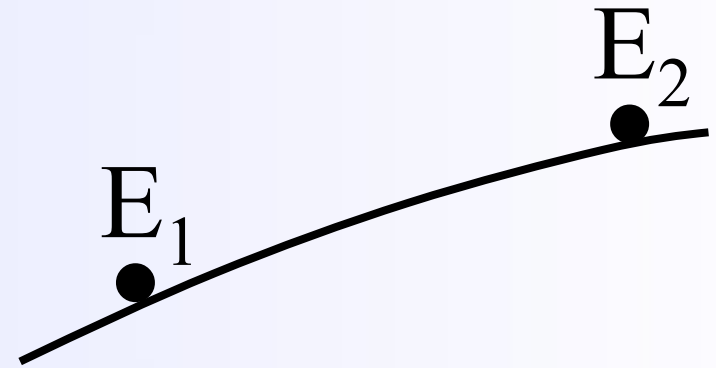
$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$



- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$

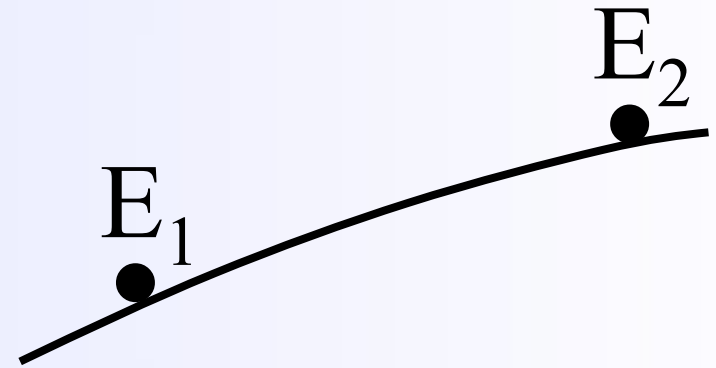
$$\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.44)$$



• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$

$$\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.44)$$

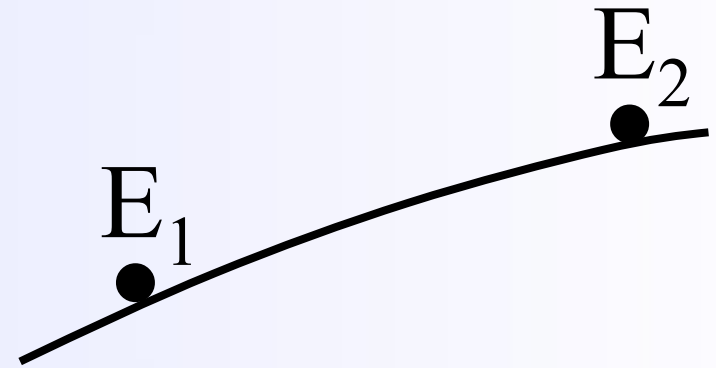


$$\left. \begin{array}{l} ct = ct \\ x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right\} x^\alpha = x^\alpha(t)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$

$$\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.44)$$



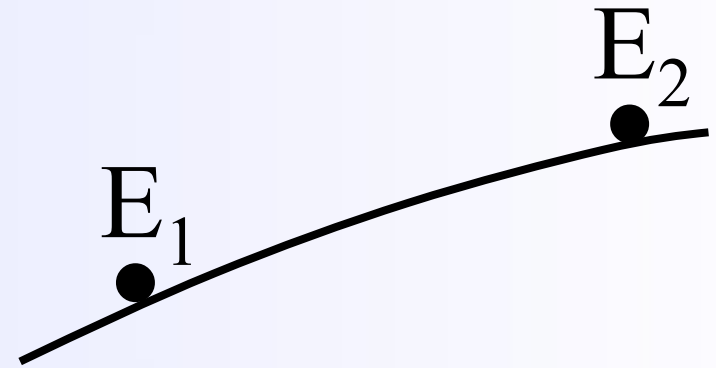
$$\left. \begin{array}{l} ct = ct \\ x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right\} x^\alpha = x^\alpha(t)$$

$$\tau = \tau(t) \quad , \quad t = t(\tau)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\Delta\tau = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.43)$$

$$\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (3.44)$$



$$\left. \begin{array}{l} ct = ct \\ x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right\} x^\alpha = x^\alpha(t)$$

$$\tau = \tau(t) \quad , \quad t = t(\tau)$$

$$x^\alpha = x^\alpha(\tau) \quad (3.45)$$

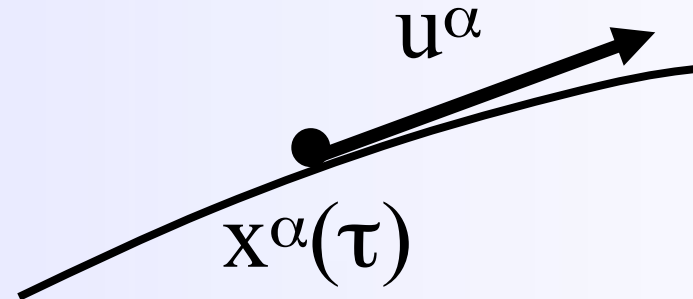
- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \quad (3.46)$$

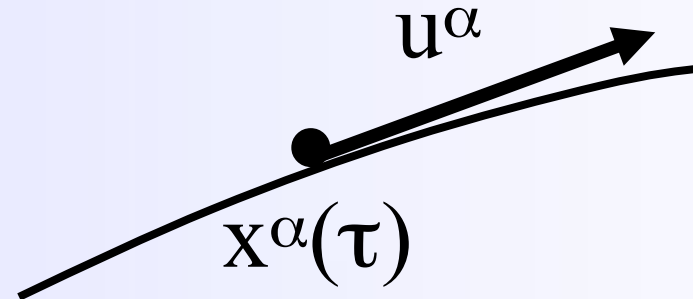
- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \quad (3.46)$$



- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

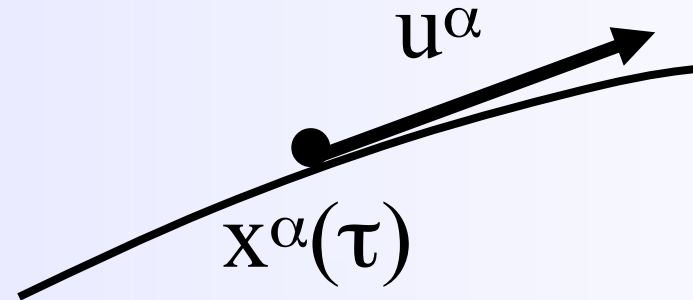
$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \quad (3.46)$$



$$\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = \eta_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \frac{dx^\beta}{c d\tau}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \quad (3.46)$$

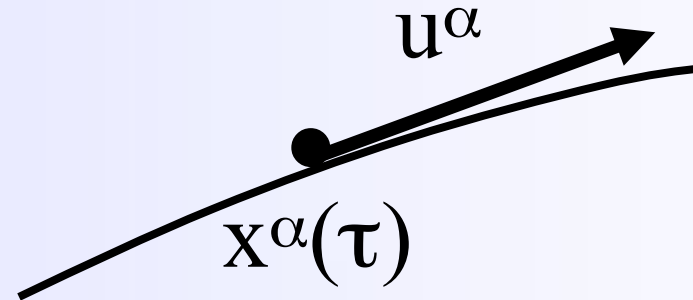


$$\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = \eta_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \frac{dx^\beta}{c d\tau}$$

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 d\tau^2$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \quad (3.46)$$



$$\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = \eta_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{c d\tau} \frac{dx^\beta}{c d\tau}$$

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -c^2 d\tau^2$$

$$\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = -1 \quad (3.47)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}$$

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad u^i = \frac{v^i/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}$$

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad u^i = \frac{v^i/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$u^\alpha = \frac{(1, v^i/c)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.48)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau}$$

$$\boxed{m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha} \quad (3.49)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau}$$

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha \quad (3.49)$$

$$\eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta = 0 \quad (3.50)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau}$$

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha \quad (3.49)$$

$$\eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta = 0 \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta &= \eta_{\alpha\beta} m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} u^\beta \\ &= \frac{m_0 c}{2} \frac{d}{d\tau} (\eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta) = 0 \end{aligned}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha, \text{ avec } u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha, \text{ avec } u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

Si $K^\alpha = 0 \Rightarrow$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha, \text{ avec } u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

Si $K^\alpha = 0 \Rightarrow$ $u^\alpha = \text{constante}$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha, \text{ avec } u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

Si $K^\alpha = 0 \Rightarrow$ $u^\alpha = \text{constante}$

$$\frac{v^i/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \text{constante}, \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \text{constante}$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^\alpha}{d\tau} = K^\alpha, \text{ avec } u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{c d\tau}$$

$$\text{Si } K^\alpha = 0 \Rightarrow u^\alpha = \text{constante}$$

$$\frac{v^i/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \text{constante}, \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \text{constante}$$

$$v^i = \text{constante}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^i}{d\tau} = K^i \quad (3.51)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^i}{d\tau} = K^i \quad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i \quad (3.52)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^i}{d\tau} = K^i \quad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i \quad (3.52)$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.53)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^i}{d\tau} = K^i \quad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i \quad (3.52)$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.53)$$

$$F^i = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} K^i \quad (3.54)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}}$$

(3.55)

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}} \quad (3.55)$$

$$\boxed{p^\alpha = m_0 c u^\alpha} \quad (3.56)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}} \quad (3.55)$$

$$\boxed{p^\alpha = m_0 c u^\alpha} \quad (3.56)$$

$$p^i = m_0 c u^i = m v^i \quad (3.57)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}} \quad (3.55)$$

$$\boxed{p^\alpha = m_0 c u^\alpha} \quad (3.56)$$

$$p^i = m_0 c u^i = m v^i \quad (3.57)$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (3.58)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(mv^i) = F^i$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}} \quad (3.55)$$

$$\boxed{p^\alpha = m_0 c u^\alpha} \quad (3.56)$$

$$p^i = m_0 c u^i = m v^i \quad (3.57)$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (3.58)$$

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F} \quad (3.59)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^0}{d\tau} = K^0$$

(3.60)

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^0}{d\tau} = K^0 \quad (3.60)$$

$$\frac{d}{dt}(m c) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} K^0 \quad (3.61)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^0}{d\tau} = K^0 \quad (3.60)$$

$$\frac{d}{dt}(m c) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} K^0 \quad (3.61)$$

$$\eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta = \delta_{ij} K^i u^j - K^0 u^0 = 0$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^0}{d\tau} = K^0 \quad (3.60)$$

$$\frac{d}{dt}(m c) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} K^0 \quad (3.61)$$

$$\eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta = \delta_{ij} K^i u^j - K^0 u^0 = 0$$

$$K^0 = \frac{\delta_{ij} K^i u^j}{u^0} = \frac{1}{c} \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 c \frac{du^0}{d\tau} = K^0 \quad (3.60)$$

$$\frac{d}{dt}(m c) = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} K^0 \quad (3.61)$$

$$\eta_{\alpha\beta} K^\alpha u^\beta = \delta_{ij} K^i u^j - K^0 u^0 = 0$$

$$K^0 = \frac{\delta_{ij} K^i u^j}{u^0} = \frac{1}{c} \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(m c^2) = \vec{F} \cdot \vec{v}} \quad (3.62)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(m c^2) = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(3.62)

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(m c^2) = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(3.62)

$$T = m c^2 - m_0 c^2$$

(3.63)

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(m c^2) = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (3.62)$$

$$T = m c^2 - m_0 c^2 \quad (3.63)$$

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (3.64)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$\frac{d}{dt}(m c^2) = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (3.62)$$

$$T = m c^2 - m_0 c^2 \quad (3.63)$$

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (3.64)$$

$$m c^2 = m_0 c^2 + T \quad (3.65)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$T = (m - m_0) c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$T = (m - m_0) c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2$$

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 \left[1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right] \quad (3.66)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$T = (m - m_0) c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 c^2$$

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 \left[1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right] \quad (3.66)$$

$$p^\alpha = m_0 c u^\alpha = \left(\frac{1}{c} m c^2, m v^i \right) \quad (3.67)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$p^\alpha = m_0 c u^\alpha = \left(\frac{1}{c} m c^2, m v^i \right) \quad (3.67)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$p^\alpha = m_0 c u^\alpha = \left(\frac{1}{c} m c^2, m v^i \right) \quad (3.67)$$

$$m c^2$$

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$p^\alpha = m_0 c u^\alpha = \left(\frac{1}{c} m c^2, m v^i \right) \quad (3.67)$$

$$m c^2$$

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$\boxed{m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

$$(3.68)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$p^\alpha = m_0 c u^\alpha = \left(\frac{1}{c} m c^2, m v^i \right) \quad (3.67)$$

$$m c^2$$

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$\boxed{m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\alpha\beta} p^\alpha p^\beta &= m_0^2 c^2 \eta_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta = -m_0^2 c^2 \\ &= -(p^0)^2 + \delta_{ij} p^i p^j \\ &= -m^2 c^2 + p^2 \end{aligned}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

$$mc^2 = h\nu \quad (3.70)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

$$mc^2 = h\nu \quad (3.70)$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} \quad (3.71)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

$$mc^2 = h\nu \quad (3.70)$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} \quad (3.71)$$

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (3.68)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

$$mc^2 = h\nu \quad (3.70)$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} \quad (3.71)$$

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (3.68)$$

$$p^\alpha = \left(\frac{h\nu}{c}, \frac{h\nu}{c} l^i \right) \quad (3.72)$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$m_0 = 0 \quad (3.69)$$

$$mc^2 = h\nu \quad (3.70)$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} \quad (3.71)$$

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (3.68)$$

$$p^\alpha = \left(\frac{h\nu}{c}, \frac{h\nu}{c} l^i \right) \quad (3.72)$$

$$\vec{l} (\delta_{ij} l^i l^j = 1)$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

3.7 Exercices

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

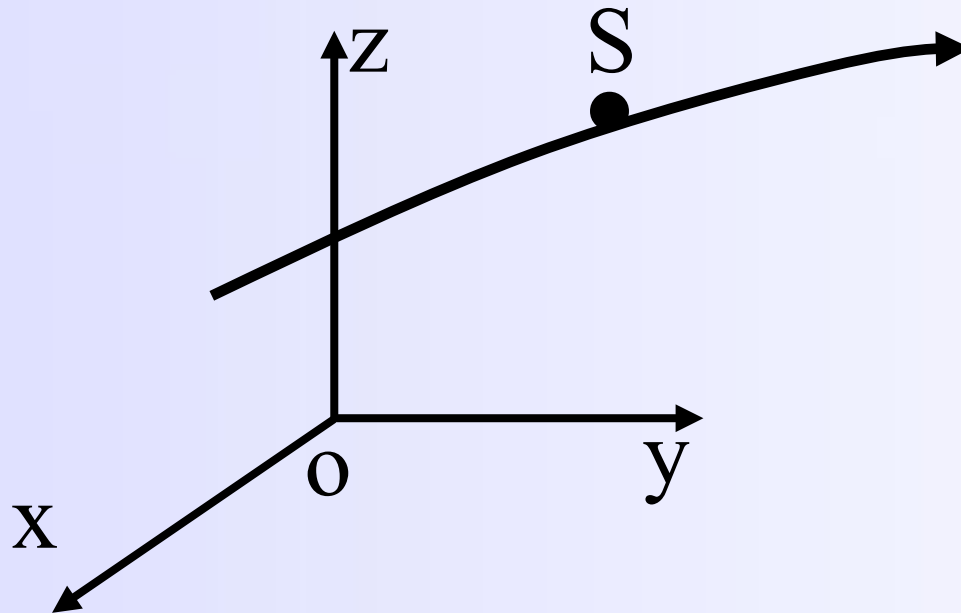
3.7 Exercices

1. L'effet Doppler général

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

3.7 Exercices

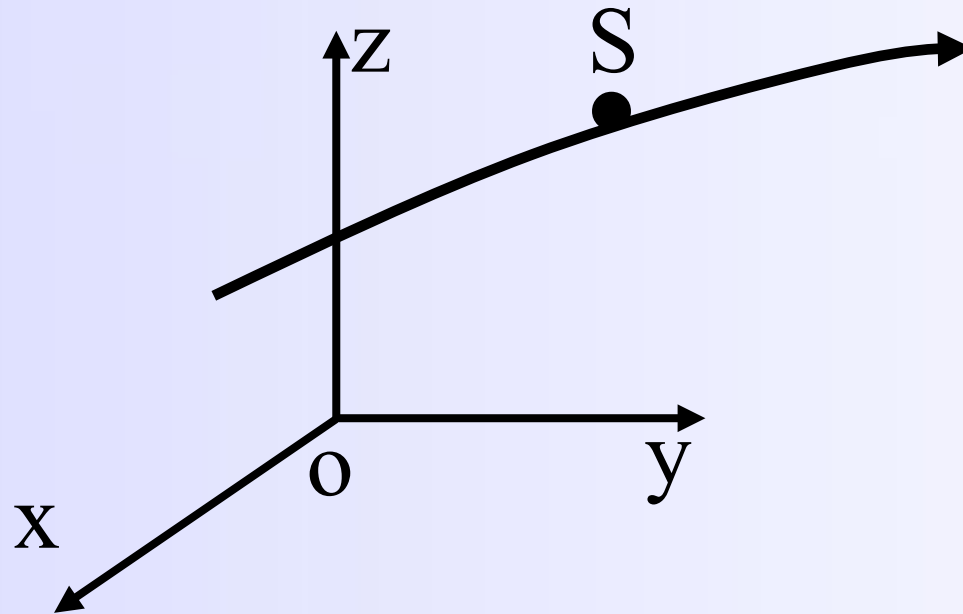
1. *L'effet Doppler général*



• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

3.7 Exercices

1. *L'effet Doppler général*



$$E_1 : x(t_1), y(t_1), z(t_1), t_1;$$

$$E_2, 0, 0, 0, t_2$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$t_2 = t_1 + \frac{r(t_1)}{c}$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$t_2 = t_1 + \frac{r(t_1)}{c}$$

$$\vec{r}(t)$$

$$(x(t), y(t), z(t))$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$t_2 = t_1 + \frac{r(t_1)}{c}$$

$$\vec{r}(t)$$

$$(x(t), y(t), z(t))$$

$$t_1$$

$$t_1 + dt_1$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$t_2 = t_1 + \frac{r(t_1)}{c}$$

$$\vec{r}(t)$$

$$(x(t), y(t), z(t))$$

$$t_1$$

$$t_1 + dt_1$$

$$t_2$$

$$t_2 + dt_2$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$t_2 = t_1 + \frac{r(t_1)}{c}$$

$$\vec{r}(t)$$

$$(x(t), y(t), z(t))$$

$$t_1$$

$$t_1 + dt_1$$

$$t_2$$

$$t_2 + dt_2$$

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_1 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_2 = dt_2$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_1 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_2 = dt_2$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = \left[\frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]_{t_1}$$

$$v_r = \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}}{r} = \text{vitesse radiale de la source}$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_1 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_2 = dt_2$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = \left[\frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]_{t_1}$$

$$v_r = \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}}{r} = \text{vitesse radiale de la source}$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

$$dt_2 = dt_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_1 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)_{t_1} dt_1$$

$$d\tau_2 = dt_2$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = \left[\frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]_{t_1}$$

$$v_r = \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}}{r} = \text{vitesse radiale de la source}$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left[\frac{1 + \frac{v_r}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]_{\text{instant d'émission}}$$

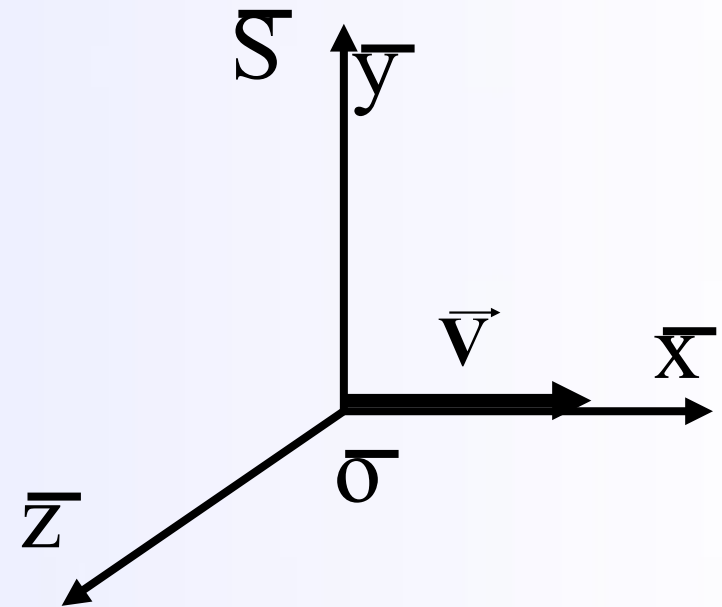
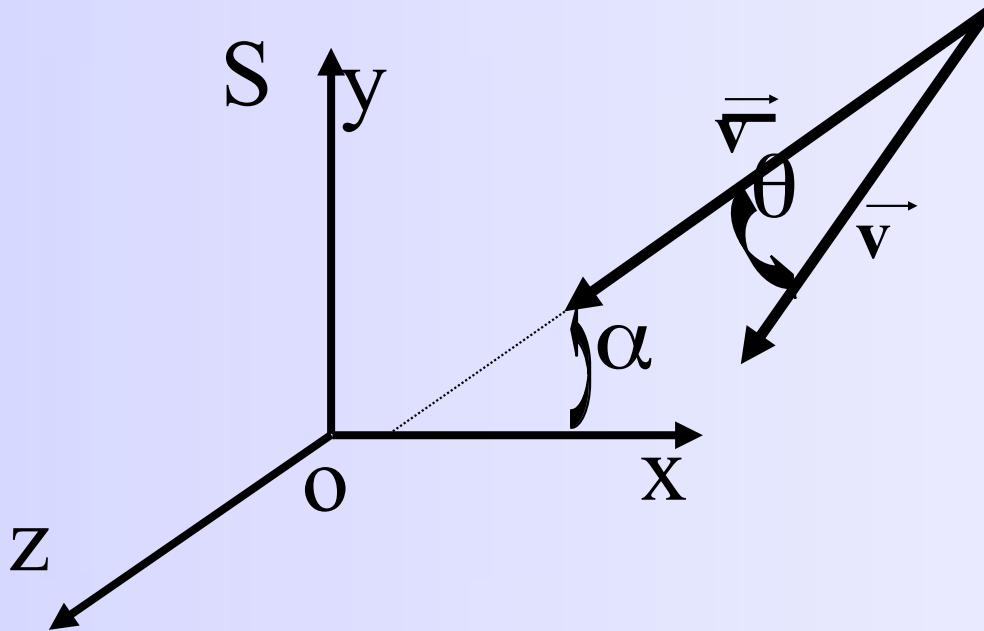
- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

2. *Formule de l'aberration relativiste*

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

2. Formule de l'aberration relativiste



Rappel !

Rappel !

$$\vec{v} = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \vec{v} + \left[1 + \left(1 - \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) \frac{\vec{V} \cdot \vec{v}}{V^2} \right] \vec{V}}{1 + \frac{\vec{V} \cdot \vec{v}}{c^2}} \quad (3.11)$$

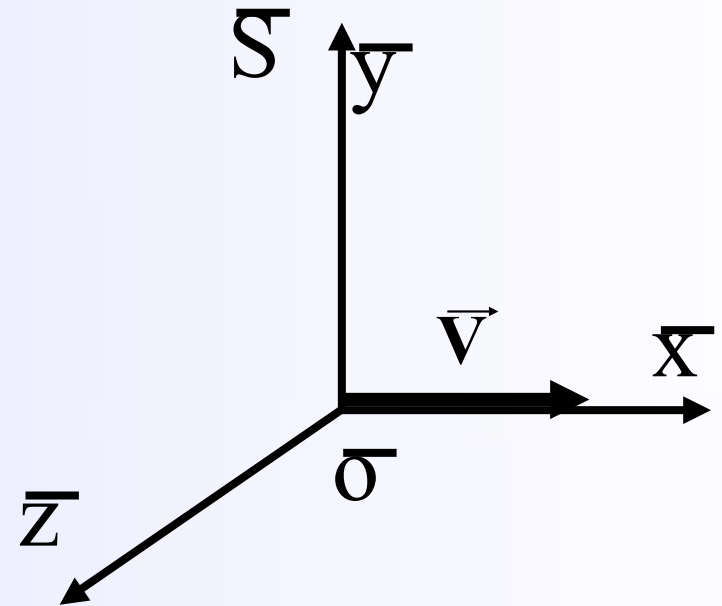
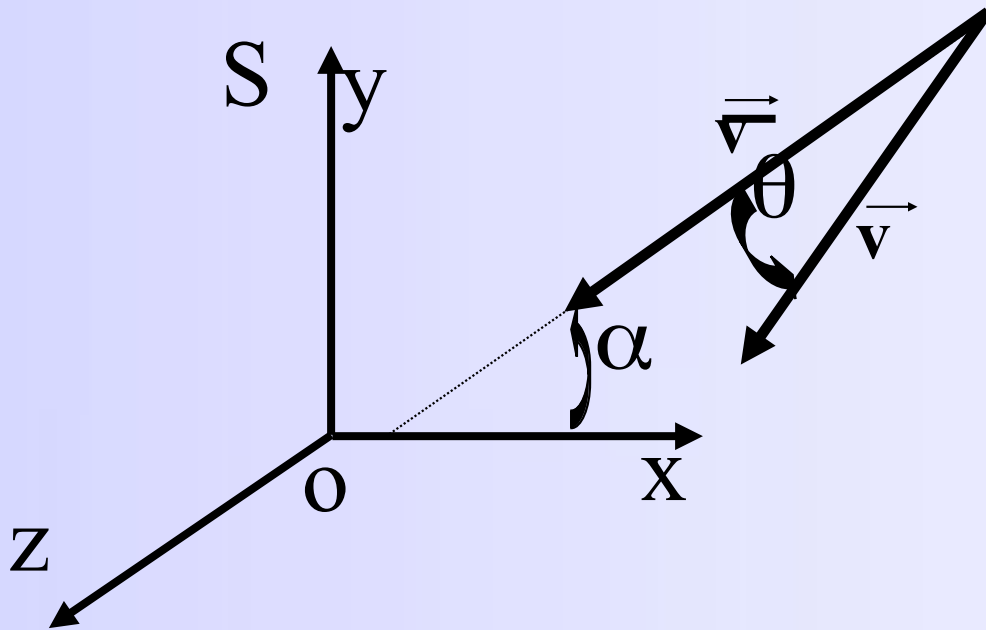
- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

- 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

2. *Formule de l'aberration relativiste*

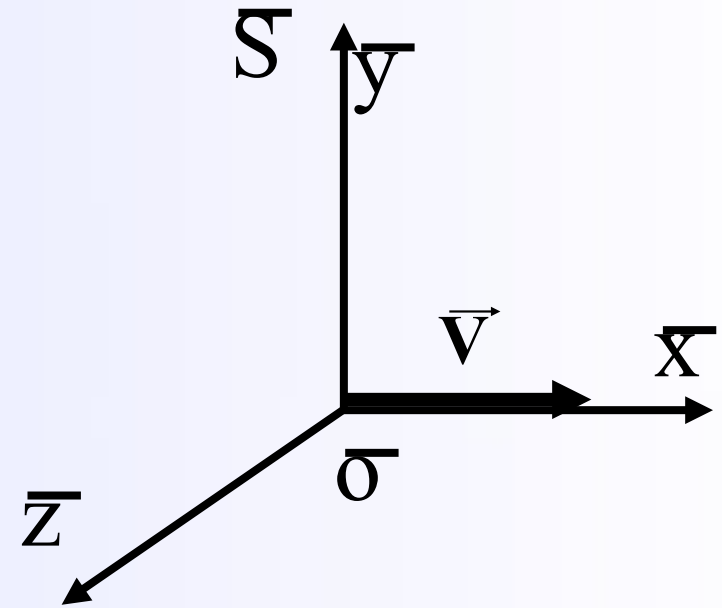
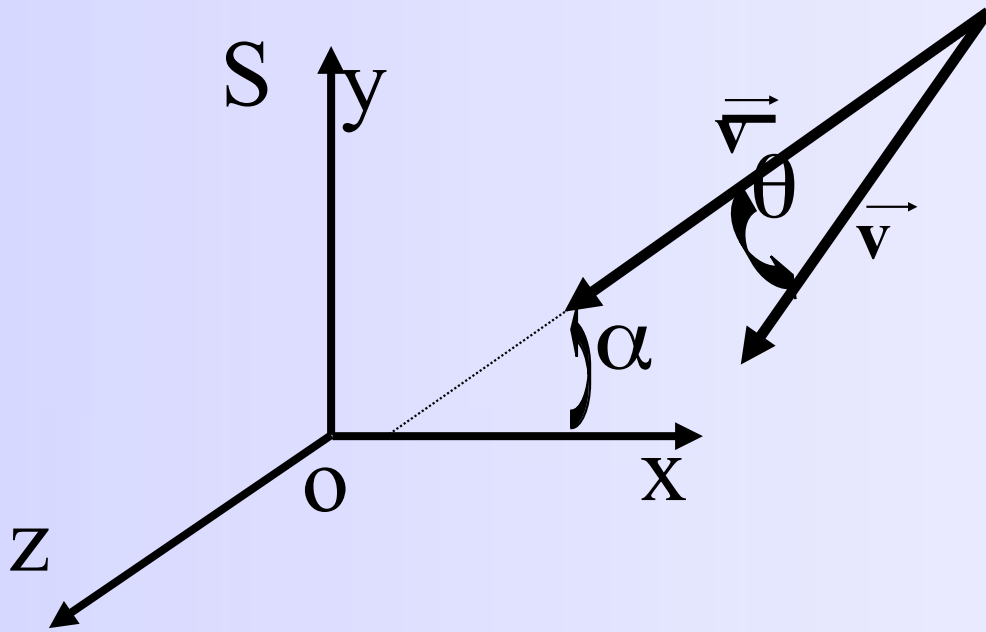
• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

2. Formule de l'aberration relativiste



• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

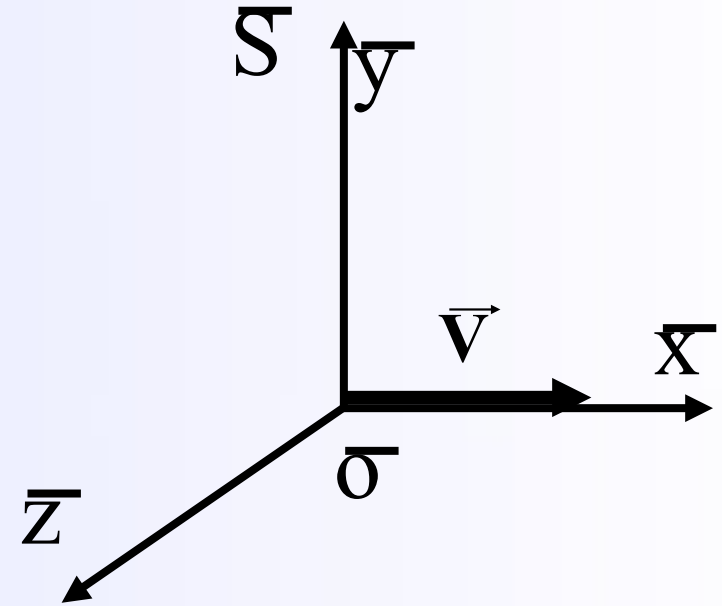
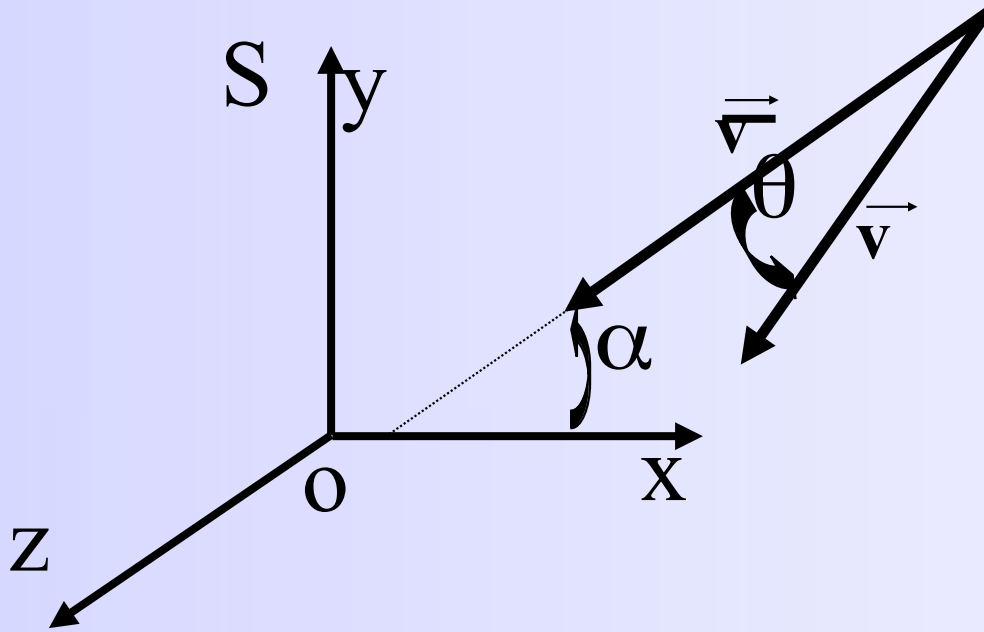
2. Formule de l'aberration relativiste



$$\sin \theta = \frac{\frac{v}{c} - \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) \cos \alpha}{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha} \sin \alpha$$

• 3.7 La mécanique relativiste du point matériel

2. Formule de l'aberration relativiste



$$\sin \theta = \frac{\frac{V}{c} - \left(1 - \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\right) \cos \alpha}{1 - \frac{V}{c} \cos \alpha} \sin \alpha$$

$$\sin \theta = \frac{V}{c} \sin \alpha \left(1 + \frac{V}{2c} \cos \alpha\right) + \dots$$

2. Expansion superluminique du quasar 3C273

2. Expansion superluminique du quasar 3C273

