les droites ox, oy, et ses sections par les plans zox, zoy ont leurs rayons de courbure égaux à R et R′. L'équation dite équation en S relative au premier membre de la relation qui précède a une racine égale à $(1 : \gamma)$. Exprimée en fonction de α, β, γ, R, R′, l'équation de chaque plan de symétrie de la quadrique et la formule qui détermine la grandeur de chacun de ses axes ou paramètres principaux, sont algébriques par rapport à toutes les quantités qu'elles renferment et ne peuvent contenir d'autres irrationnelles que des radicaux dont l'indice est 2. Dès lors on saura (en partant de l'équation précédente) construire géométriquement, en grandeur comme en position, au moyen de la règle et du compas, les axes de symétrie d'autant de quadriques que l'on voudra, ayant un contact du second ordre avec une surface quelconque dont on connaît les rayons de courbure principaux relatifs au point de contact ainsi que les tangentes principales en ce point.

SUR LA CONSTRUCTION DE LA MOYENNE PROPORTIONNELLE;

par M. E. Catalan, professeur émérite à l'Université de Liége.

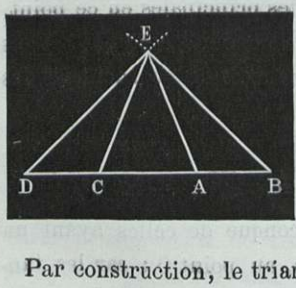
La construction indiquée dans le numéro d'août de *Mathesis* (p. 192) est bien moins simple que celle qui a été donnée par M. Bordage(*).

Je rappelle, en peu de mots, la Note de M. Bordage.

On peut supposer que CA $= a$, CAB $= b$ sont les longueurs données.

1° Dans la direction AC prolongée, on prend AD = BC.

2° Des points B, D, comme centres, avec BC comme ouverture de compas, on trace deux arcs se coupant en E : EC est la *moyenne porportionnelle* demandée.



En effet, le point E appartient à la perpendiculaire au milieu de BD; donc, à cause de CD = AB, les droites EA, EC sont égales : le triangle ECA est isoscèle.

Par construction, le triangle BCE est isoscèle.

(*) *Journal de Mathématiques élémentaires* (1885, p. 75). De plus, dans la figure, quelques droites ont été omises.

De plus, ces triangles ont même angle à la base; donc ils sont semblables :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CE}{CB}.$$

P. S. Si l'on compte les opérations *nécessaires*, on trouve *trois* arcs et *une* droite.

Liège, 3 juillet 1892.

NOTES MATHÉMATIQUES.

17. *Somme des carrés des coefficients des termes du binôme* $(1+x)^n$. M. Mister nous communique la note suivante qui se trouve dans une lettre de Laplace à Lagrange du 11 août 1780. « On a

$$d^n uy = ud^n y + ndud^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{1.2} d^2 ud^{n-2}y + \text{etc.}$$

Soit $y = u = x^n$; on aura

$$d^n x^{2n} = 1.2.3\ldots nx^n \left\{ 1 + n^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1.2}\right]^2 + \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\right]^2 + \text{etc.} \right\}$$
$$= 2n(2n-1)(2n-2)\ldots(n+1)x^n,$$

ce qui donne

$$1 + n^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1.2}\right]^2 + \cdots = \frac{(1.2.3\ldots 2n)}{(1.2.3\ldots n)^2} = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{1.2.3\ldots n} 2^n.$$

On peut arriver à cette formule d'une autre manière. Si l'on considère le produit $(1+x)^n\left(1+\frac{1}{x}\right)^n$, on remarque que le terme de ce produit indépendant de x est précisément la somme des carrés des coefficients, ce qui se voit aisément en développant séparément les deux quantités $(1+x)^n$ et $\left(1+\frac{1}{x}\right)^n$, et en les multipliant l'une par l'autre; or, en mettant le produit $(1+x)^n\left(1+\frac{1}{x}\right)^n$ sous cette forme $\frac{1}{x^n}(1+x)^{2n}$, le terme indépendant de x sera visiblement égal au coefficient de x^n dans le développement de $(1+x)^{2n}$, c'est-à-dire à

$$\frac{2n(2n-1)(2n-2)\ldots(n+1)}{1.2.3\ldots n} = \frac{1.2.3.4\ldots 2n}{(1.2.3\ldots n)^2}$$
$$= \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{1.2.3\ldots n} 2^n;$$