on voit que deux de ces foyers se trouvent sur la droite de l'infini. Les deux autres sont situés sur l'axe ordinaire de la parabole; mais un seul est à distance finie, de sorte qu'en réalité, la courbe a trois foyers sur la droite de l'infini. On peut d'ailleurs se rendre compte de ce fait en remarquant que dans la parabole la droite de l'infini est tangente à la courbe. Par conséquent deux des tangentes menées par les points cycliques, coïncident avec la droite de l'infini; les deux autres déterminent le foyer unique de la parabole situé à distance finie.

SUR L'ANALYSE INDÉTERMINÉE DU PREMIER DEGRÉ;

par M. E. Catalan.

(Addition).

12. *Théorème de Paoli.* Ce théorème, dont il a été fréquemment question, depuis quelque temps, se trouve dans les *Opuscula analytica* (Livourne, 1780), de Pierre Paoli. Il est ainsi conçu (*) :

« Quaeratur valor β qui praebeat $n - a\beta$ per b divisibilem, et numerus modorum quaesitus aequalis erit numero integro proxime minori quantitatis

$$\frac{n - a\beta}{ab} + 1 \text{ (**) ».}$$

13. *Théorème de Le Besgue.* A la p. 56 des *Exercices*, on lit cette intéressante remarque :

L'équation $ax + by = c$ *n'est jamais possible, en entiers positifs pour*

(*) M. Cremona, mon illustre confrère et ami, a eu la bonté de faire copier, dans la bibliothèque du Prince Boncompagni, un long extrait des *Opuscula.*

(**) n est ce que nous désignons par c. Le Besgue a ainsi traduit ces quatre lignes: « *Le nombre des solutions, en nombres positifs, est égal à l'unité, plus l'entier immédiatement inférieur à* » $\dfrac{c - a\beta}{ab}$ (*Exercices d'analyse numérique*, p. 52, 1859). L'équation est $ay + bx = c$; β est la *moindre* valeur de y (0, 1, 2, ... $b - 1$) qui rende $c - a\beta$ divisible par b. On suppose $c > a\beta$.

Le savant arithmologue démontre ensuite, assez simplement, que le théorème de Paoli peut être remplacé par celui que j'ai publié en 1844.

$c = ab - (a + b)$; *elle l'est toujours pour* $c > ab - (a + b)$. On suppose $c < ab$.

14. Corollaire. *Dans l'équation* $ax + by = c$ *on peut supposer* $c < ab - (a + b)$ (*Mathesis*, octobre 1890, p. 221).

Liége, 4 décembre 1890.

BIBLIOGRAPHIE.

E. Mosnat. *Problèmes de Géométrie analytique.* Tome I. Un volume in-8°, de 350 pages. Paris, librairie Nony. Prix : 5 fr.

Voici la division de ce recueil, et le nombre des problèmes par chapitre :

Ligne droite : 11 problèmes résolus, 37 proposés. — *Cercle :* 10 résolus, 33 proposés. — *Lieux géométriques :* 14 résolus, 64 proposés. — *Des coniques en général :* 10 résolus, 38 proposés. — *Tangentes :* 12 résolus, 61 proposés. — *Normales :* 7 résolus, 37 proposés. — *Asymptotes :* 7 résolus, 21 proposés. — *Centre :* 13 résolus, 22 proposés. — *Diamètres :* 10 résolus, 23 proposés. — *Axes, sommets :* 12 résolus, 23 proposés. — *Foyers :* 18 résolus, 41 proposés. — Géométrie de l'espace : *Ligne droite et plan :* 5 résolus, 25 proposés.

Chaque chapitre est précédé d'un bon résumé des notions théoriques qui s'y rapportent. L'auteur donne les solutions analytiques (et quelquefois géométriques) des problèmes posés aux examens écrits de l'école centrale depuis 1862 et aux écoles navale, des ponts et chaussées et des mines de Saint-Étienne depuis une dizaine d'années.

Le livre de M. Mosnat est appelé à rendre de grands services aux professeurs et aux élèves. Nous sommes heureux de pouvoir le recommander, sans réserves, aux établissements belges : il s'adapte parfaitement au programme de la première scientifique des athénées et collèges de notre pays. (J. N.)

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

Question 283.

(Voir *Mathesis*, t. III, p. 231 et t. VIII, p. 261.)

Trouver la valeur de l'intégrale

$$I = \int \frac{x^n dx}{\sqrt[m]{(P_n x^n + P_{n-1} x^{n-1} + \cdots + P_1 x + 1)^{m-1}}}$$

où l'on a posé, pour abréger,

$$P_k = \frac{(k+1)(k+2)\ldots(k+m-1)}{1.2.3\ldots(m-1)}$$