

Article

SUR LA COURBE DE WATT.

Catalan, E.

in: Mathesis : recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne | Mathesis - 5 | SUR L'AXE CENTRAL ET L'AXE INSTA...

## Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

### **Contact:**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek  
Digitalisierungszentrum  
37070 Goettingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### **Purchase a CD-ROM**

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:  
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum  
37070 Goettingen, Germany, Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

quelconques,  $p$  nombres 6 ; le nombre total des résultats ainsi obtenus est

$$C_n^p \cdot 5^{n-p};$$

donc, la probabilité cherchée est

$$P = 1 - \left[ \frac{6^n - C_n^p \cdot 5^{n-p}}{6^n} \right]^k.$$

### SUR LA COURBE DE WATT,

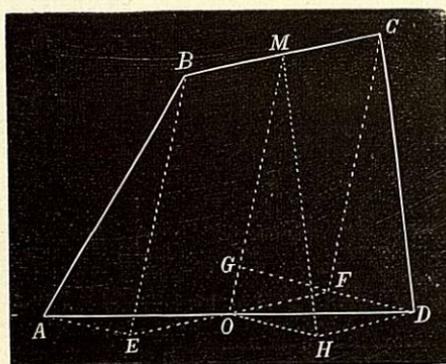
par M. E. CATALAN, professeur à l'Université de Liège (\*).

PROBLÈME. *Un quadrilatère ABCD, dont la base AD est fixe, et dans lequel les côtés AB, CD sont égaux, est articulé en A, B, C, D. Trouver l'équation du lieu décrit par le milieu M du quatrième côté.*

I. LEMME (\*\*). *Si un quadrilatère a deux côtés opposés égaux : 1° ces côtés sont également inclinés sur la médiane des deux autres côtés ; 2° la projection de chacun d'eux, sur la médiane, est égale à la médiane.*

1° Menons les droites BE, CF parallèles à la médiane MO ; par le point O, menons EOF parallèle à BC. Enfin, traçons les droites AE, DF.

D'après la construction, BCFE est un parallélogramme ; donc



BE = CF, OE = BM = MC = OF. Les triangles AOE, DOF sont égaux, comme ayant un angle égal compris entre deux côtés égaux, chacun à chacun. Ainsi, AE = DF. De plus, ces droites sont *parallèles* ; car les angles OAE, ODF, *alternes internes*, sont égaux.

Par suite, les triangles ABE, DCF sont égaux, parce qu'ils ont les côtés égaux, chacun à chacun. Donc *angle ABE = angle DCF*.

(\*) La présente Note, abstraction faite des Remarques, a été rédigée en avril 1872. Si je la publie, c'est parce que la *Société des Sciences de Bordeaux* vient de faire paraître un Mémoire intitulé : *Théorie du Parallélogramme de Watt*.

(\*\*) Énoncé et démontré dans le premier volume de la *Nouvelle Correspondance mathématique* (1874, pp. 31, 63, 161).

2° Les angles égaux AEB, DFC sont *supplémentaires*, à cause des situations respectives de leurs côtés. Donc *chacun d'eux est droit*. En même temps, *les droites BE, CF sont égales et parallèles aux projections, sur MO, de AB, CD*. Autrement dit, *ces dernières projections sont égales à la médiane*.

II. ÉQUATION DE LA COURBE. Soient  $AO = OD = a$ ,  $AB = CD = b$ ,  $BM = CM = c$ . Soient en outre,  $OM = u$ ,  $MOD = \omega$ .

A cause du triangle rectangle CFD,

$$u^2 = b^2 - \overline{FD}^2.$$

Pour évaluer FD, prolongeons cette droite jusqu'à sa rencontre, en G, avec OM. Il est clair que :

$$FD = DG - FG = a \sin \omega - FG, \quad FG = \sqrt{c^2 - a^2 \cos^2 \omega}.$$

L'équation demandée est donc

$$u^2 = b^2 - [a \sin \omega - \sqrt{c^2 - a^2 \cos^2 \omega}]^2,$$

ou

$$u^2 + c^2 - b^2 = a^2 \cos 2\omega + 2a \sin \omega \sqrt{c^2 - a^2 \cos^2 \omega}. \quad (1)$$

III. REMARQUES. 1° Cette équation (1) peut encore être écrite des trois manières suivantes :

$$(u^2 + c^2 - a^2 - b^2)^2 = 4a^2 (b^2 - u^2) \sin^2 \omega, \quad (2)$$

$$(b^2 - u^2)^2 - 2c^2 (b^2 - u^2) + (a^2 - c^2)^2 + 2a^2 (b^2 - u^2) \cos 2\omega = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}^2 \omega = \frac{(u^2 + c^2 - a^2 - b^2)^2}{4a^2 c^2 - (u^2 + a^2 + c^2 - b^2)^2}. \quad (4)$$

2° Considérons le parallélogramme MCDH, dans lequel  $MH = b$ ,  $DH = c$ . Si nous menons la droite OH, elle est perpendiculaire à OM (I, 2°). De là résulte le *dispositif* suivant, probablement *connu et peu pratique* :

*La tige DH, qui tourne librement autour du point fixe D, est articulée, en H, avec une seconde tige HM. Si les côtés d'un angle droit HOM, dont le sommet est fixe, glissent dans des ouvertures placées en H, M; l'extrémité M de la tige HM décrira la courbe de Watt.*

Liège, 11 juin 1885.