V. Si $q_1, q_2, q_3 \ldots$ sont les plus grands nombres entiers contenus dans $\frac{n}{1}, \frac{n}{2}, \frac{n}{3} \ldots,$ on a

$$\sin aq_1 + \sin aq_2 + \sin aq_3 + \cdots =$$
$$2 \sin \frac{a}{2} \left[q_1 \cos \frac{a}{2} + q_2 \cos \frac{3a}{2} + q_3 \cos \frac{5a}{2} + \cdots \right].$$

Exemple. Pour $n = 7$,

$$\sin 7a + \sin 3a + \sin 2a + 4 \sin a =$$
$$2 \sin \frac{a}{2} \left[7 \cos \frac{a}{2} + 3 \cos \frac{3a}{2} + 2 \cos \frac{5a}{2} + \cos \frac{7a}{2} + \cos \frac{9a}{2} + \cos \frac{11a}{2} + \cos \frac{13a}{2} \right].$$

SUR UN ARTICLE DES NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES(*)

Cet article, intitulé : *Sommation d'une série remarquable*, commence ainsi :

« Dans un Mémoire inséré aux *Annnles de Gergonne*, de Stainville
« considère une série remarquable dont il étudie les propriétés et fait
« diverses applications.

« Gergonne, puis Ampère sont revenus sur cette série, simplifiant les
« démonstrations du premier auteur, poussant plus loin les conséquences
« de son théorème ; mais aucun de ces géomètres ne s'est occupé de la
« sommation de cette série ; cette recherche fait l'objet de la présente
« note. »

Il parait assez difficile de comprendre que de Stainville, Gergonne, Ampère et M. d'Ocagne aient regardé, comme *remarquable*, la série

$$1 + a \frac{z}{1} + a(a+k) \frac{z^2}{1 \cdot 2} + a(a+k)(a+2k) \frac{z^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdots,$$

et que M. d'Ocagne ait dû recourir au calcul intégral pour en effectuer la sommation.

En effet, si l'on pose $a = mk$, la série devient

$$1 + \frac{m}{1} kz + \frac{m(m+1)}{1 \cdot 2} k^2 z^2 + \frac{m(m+1)(m+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^3 z^3 + \cdots$$

La condition de convergence est $k^2 z^2 < 1$. Si elle est remplie,

$$S = (1 - kz)^{-m} = (1 - kz)^{-\frac{a}{k}}.$$

E. CATALAN.

(*) Avril 1882, p. 171.