

Article

Un nouveau théorème empirique.

in: Nouvelle correspondance mathématique | Nouvelle correspondance  
mathématique - 6 | Sur la fréquence et la totalité des nombres premiers.

Observations sur l...

## Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library  
For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

### **Contact:**

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek

Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen

Germany

Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

### **Purchase a CD-ROM**

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen, Germany, Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

V. Si  $a, b, c, d \dots$  sont tous les diviseurs d'un nombre entier, la somme

$$\frac{a}{2^a} + \frac{b}{2^b} + \frac{c}{2^c} + \dots$$

est, en moyenne, égale à 1.

..... (\*)  
(E. C.)



### UN NOUVEAU THÉORÈME EMPIRIQUE.

La somme des cinquièmes puissances des nombres 1, 2, 3, ...,  $n$ , est donnée par la formule

$$S_5 = \frac{1}{12} n^2 (n + 1)^2 (2n^2 + 2n - 1) = \left[ \frac{n(n + 1)}{6} \right]^2 (6n^2 + 6n - 5). (1)$$

Soit

$$y = 6n^2 + 6n - 5. \dots \dots \dots (2)$$

(\*) On trouve, dans les *Recherches arithmétiques*, de Gauss, une proposition qui a quelque analogie avec les théorèmes de M. Berger :

« Le nombre moyen des genres (pour le déterminant  $+D$  ou  $-D$ ), ... est exprimé, d'une manière extrêmement approchée, par la formule :

$$» \alpha \log D + \beta,$$

» où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des quantités constantes. »

(Traduction de Pouillet-Delisle, p. 569.)

(E. C.)

Prenant  $n = 1, 2, 3, \dots$ , je forme le tableau suivant :

$n$	$y$	$n$	$y$
1	$9 = 2^2 + 2^2 + 1$	15	$1\ 457 = 57^2 + 8^2 + 2^2$
2	$55 = 5^2 + 2^2 + 2^2$	16	$1\ 629 = 40^2 + 5^2 + 2^2$
3	$69 = 8^2 + 2^2 + 1^2$	17	$1\ 855 = 40^2 + 13^2 + 8^2$
4	$117 = 10^2 + 4^2 + 1^2$	18	$2\ 049 = 45^2 + 10^2 + 10^2$
5	$177 = 13^2 + 2^2 + 2^2$	19	$2\ 277 = 47^2 + 8^2 + 2^2$
6	$249 = 14^2 + 5^2 + 2^2$	20	$2\ 517 = 50^2 + 4^2 + 1^2$
7	$335 = 14^2 + 11^2 + 4^2$	21	$2\ 769 = 52^2 + 8^2 + 1^2$
8	$429 = 20^2 + 5^2 + 2^2$	22	$3\ 035 = 55^2 + 2^2 + 2^2$
9	$537 = 25^2 + 2^2 + 2^2$	25	$5\ 509 = 56^2 + 13^2 + 2^2$
10	$657 = 25^2 + 4^2 + 4^2$	24	$5\ 597 = 59^2 + 10^2 + 4^2$
11	$789 = 28^2 + 2^2 + 1^2$	25	$5\ 897 = 62^2 + 7^2 + 2^2$
12	$935 = 28^2 + 10^2 + 7^2$	...	...
15	$1\ 089 = 32^2 + 8^2 + 1^2$	99	$59\ 049 = 245^2 + 12^2 + 12^2$
14	$1\ 257 = 35^2 + 4^2 + 4^2$	100	$60\ 597 = 244^2 + 51^2 + 10^2$

Voilà un certain nombre de cas dans lesquels  $y$  est la somme de trois carrés, positifs.

Donc, au moins jusqu'à une certaine limite :

*La somme des cinquièmes puissances des  $n$  premiers nombres naturels, ou neuf fois cette somme, est décomposable en trois carrés, entiers et positifs (\*)*. (E. C.)

(\*) 1° Si  $n$  est un multiple de 5, ou un multiple de 5, diminué de 4, le facteur  $n^2(n+2)^2$  est divisible par 9;

2° Si  $n = 5k + 1$ ,  $y$  est divisible par 9; mais  $\frac{y}{9}$  n'a pas toujours la forme  $A^2 + B^2 + C^2$ .