V. *Si* a, b, c, d... *sont tous les diviseurs d'un nombre entier, la somme*

$$\frac{a}{2^a} + \frac{b}{2^b} + \frac{c}{2^c} + \cdots$$

est, en moyenne, égale à 1.

. . . . (*).

(E. C.)

UN NOUVEAU THÉORÈME EMPIRIQUE.

La somme des cinquièmes puissances des nombres 1, 2, 3, ..., *n*, est donnée par la formule

$$S_5 = \frac{1}{12} n^2 (n+1)^2 (2n^2 + 2n - 1) = \left[\frac{n(n+1)}{6}\right]^2 (6n^2 + 6n - 3). \quad (1)$$

Soit

$$y = 6n^2 + 6n - 3. \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

(*) On trouve, dans les *Recherches arithmétiques*, de Gauss, une proposition qui a quelque analogie avec les théorèmes de M. Berger :

« Le *nombre moyen* des genres (pour le déterminant + D ou — D), ...
» est exprimé, d'une manière extrêmement approchée, par la formule :

$$\text{» } \alpha \log D + \beta,$$

» où α et β sont des quantités constantes. »

(Traduction de Poullet-Delisle, p. 369.) (E. C.)

Prenant $n = 1, 2, 3, \ldots$, je forme le tableau suivant :

n	y	n	y
1	$9 = 2^2 + 2^2 + 1$	15	$1\,437 = 37^2 + 8^2 + 2^2$
2	$33 = 5^2 + 2^2 + 2^2$	16	$1\,629 = 40^2 + 5^2 + 2^2$
3	$69 = 8^2 + 2^2 + 1^2$	17	$1\,833 = 40^2 + 13^2 + 8^2$
4	$117 = 10^2 + 4^2 + 1^2$	18	$2\,049 = 43^2 + 10^2 + 10^2$
5	$177 = 13^2 + 2^2 + 2^2$	19	$2\,277 = 47^2 + 8^2 + 2^2$
6	$249 = 14^2 + 3^2 + 2^2$	20	$2\,517 = 50^2 + 4^2 + 1^2$
7	$333 = 14^2 + 11^2 + 4^2$	21	$2\,769 = 52^2 + 8^2 + 1^2$
8	$429 = 20^2 + 5^2 + 2^2$	22	$3\,033 = 55^2 + 2^2 + 2^2$
9	$537 = 23^2 + 2^2 + 2^2$	23	$3\,309 = 56^2 + 13^2 + 2^2$
10	$657 = 25^2 + 4^2 + 4^2$	24	$3\,597 = 59^2 + 10^2 + 4^2$
11	$789 = 28^2 + 2^2 + 1^2$	25	$3\,897 = 62^2 + 7^2 + 2^2$
12	$933 = 28^2 + 10^2 + 7^2$	...	. . . .
13	$1\,089 = 32^2 + 8^2 + 1^2$	99	$59\,049 = 243^2 + 12^2 + 12^2$
14	$1\,257 = 35^2 + 4^2 + 4^2$	100	$60\,597 = 244^2 + 31^2 + 10^2$

Voilà un certain nombre de cas dans lesquels y *est la somme de trois carrés, positifs.*

Donc, au moins *jusqu'à une certaine limite :*

La somme des cinquièmes puissances des n *premiers nombres naturels, ou neuf fois cette somme, est décomposable en trois carrés, entiers et positifs* (*). (E. C.)

(*) 1° Si n est un multiple de 3, ou un multiple de 3, diminué de 1, le facteur $n^2 (n + 2)^2$ est divisible par 9;

2° Si $n = \mathfrak{M}3 + 1$, y est divisible par 9; mais $\frac{y}{9}$ n'a pas toujours la forme $A^2 + B^2 + C^2$.