## CORRESPONDANCE.

---

*Extraits d'une lettre à M. Laisant.* — « A mon retour du Congrès de Reims, je relis votre intéressante *Notice sur les travaux mathématiques de l'Association française.* A la page 17, cette Notice contient diverses *informations* ou citations, au sujet desquelles je vous prie de vouloir bien me donner quelques éclaircissements.

1° « Il y a lieu de mentionner encore une autre Communi-
» cation de M. Lucas, *sur les formules de Cauchy et de Lejeune-*
» *Dirichlet.* Ce Mémoire est le développement de théorèmes
» intéressants sur la théorie des nombres, et dus à MM. Auri-
» feuille et Le Lasseur. L'auteur a rapproché les résultats
» obtenus par ces estimables savants, des formules remarquables
» de Gauss, Cauchy et Lejeune-Dirichlet ..... »

Dans le Mémoire de Lucas (*Congrès de Paris,* p. 164), Aurifeuille n'est pas cité; et, quant à M. Le Lasseur, il est mentionné, seulement à la dernière ligne, comme *ayant calculé trois tableaux* numériques!

2° « ..... Nous remarquerons que l'on rencontre, sous une
» forme équivalente, quant aux résultats, la première des for-
» mules données par M. Le Lasseur.

» $$4x^4 + y^4 = (2x^2 + 2xy + y^2)(2x^2 - 2xy + y^2)$$

» dans un manuscrit de Sophie Germain ..... [«« *Aucun nombre*
»» *de la forme* p$^4$ + 4, *excepté* 5, *n'est un nombre premier.* Car

»» $$p^4 + 4 = (p^2 - 2)^2 + 4p^2,$$

»» et par conséquent ces nombres sont, de plusieurs manières,

»» la somme de deux quarrés. Pour 5, les deux nombres »» sont identiques »»]. »

L'imprimeur ayant commis des fautes de ponctuation, la première phrase est un peu obscure : je suppose que la formule de M. Le Lasseur, dont vous parlez, est

$$4x^4 + y^4 = (2x^2 + 2xy + y^2)(2x^2 - 2xy + y^2). \qquad \text{(A)}$$

S'il en est ainsi, je vous soumettrai les deux remarques suivantes.

I. La relation (A) est comprise dans l'identité

$$x^4 + px^2 + q$$
$$= \left(x^2 + x\sqrt{-p + 2\sqrt{q}} + \sqrt{q}\right)\left(x^2 - x\sqrt{-p + 2\sqrt{q}} + \sqrt{q}\right), \qquad \text{(A')}$$

qui sert à résoudre, de la manière la plus simple, l'équation

$$x^4 + px^2 + q = 0,$$

lorsque cette équation a toutes ses racines imaginaires. Je crois avoir imprimé, le premier, cette utile décomposition (*). A coup sûr, comme je le disais naguère au Congrès de Reims, la chose n'était pas difficile à trouver : seulement, il y fallait songer.

II. Si la démonstration de Sophie Germain, notre illustre compatriote, n'était pas dans une simple *note manuscrite,* on pourrait en discuter les termes (**). Contentons-nous d'observer que la décomposition de $p^4 + 4$, en une *différence de carrés,* conduit bien plus simplement au résultat. En effet, *si*

$$p^4 + 4 = (p^2 + 2)^2 - 4p^2 = (p^2 + 2p + 2)(p^2 - 2p + 2)$$

---

(*) *Manuel des Candidats à l'École polytechnique,* tome I, p. 36 (1857).

(**) On dit, vulgairement : *deux n'est pas plusieurs;* etc.

*est un nombre premier*, N, on a

$$p^2 - 2p + 2 = 1,$$

$$p^2 + 2p + 2 = N;$$

puis

$$p = 1, \quad N = 5.$$

III. Plus généralement : *aucun nombre, de la forme* $4x^4 + y^4$, *excepté* 1 *et* 5, *n'est premier.*

Car les équations

$$y^2 - 2xy + 2x^2 = 1, \quad y^2 + 2xy + 2x^2 = N,$$

ou bien

$$(y-x)^2 + x^2 = 1, \quad 4xy + 1 = N,$$

ne sont vérifiées que par

$$x = 0, \quad y = \pm 1, \quad N = 1;$$

$$x = \pm 1, \quad y = \pm 1, \quad N = 5.$$

. . . . . . . . . . . .

(E. C.) »

*Extrait d'une lettre de M. Mansion.* — « Je lis, à la page 368 de la *N. C. M.*, que Meissel *a revisé toutes les tables des nombres premiers, et y a relevé près d'une centaine de fautes.* M. J. W. L. Glaisher a fait une révision plus récente et plus complète, et il a étudié toutes les tables de nombres premiers, publiées en ce siècle ou même auparavant. J'espère vous envoyer plus tard un aperçu de ses recherches sur les tables de Burckhard (1er, 2me et 3me million), de Dase (7me, 8me et 9me million) et de James Glaisher (4me million). La dernière table a été publiée en 1879, sous les auspices de l'*Association britannique pour l'avancement des sciences;* et elle sera suivie, dans un avenir assez rapproché, des tables des diviseurs, pour le 5me et le 6me million.