

Article

Sur la méthode des isopérimètres.

in: Nouvelle correspondance mathématique | Nouvelle correspondance mathématique - 4 | Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques. Notes su...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

SUR LA MÉTHODE DES ISOPÉRIMÈTRES (*).

Des formules connues (**) :

$$r_1 = \frac{1}{2}(r + R), \quad r_2 = \frac{1}{2}(r_1 + R_1), \quad r_3 = (r_2 + R_2), \quad \dots,$$

$$R_1 = \sqrt{Rr_1}, \quad R_2 = \sqrt{R_1r_2}, \quad R_3 = \sqrt{R_2r_3}, \quad \dots,$$

on conclut, *par addition*,

$$2r_n = r + R - r_1 + R_1 - r_2 + R_2 - \dots - r_{n-1} + R_{n-1};$$

et, *par multiplication*,

$$R_n = R \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \dots \cdot \frac{r_n}{R_n}.$$

Si l'on prend $r = \frac{1}{2}$, $R = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, r_n et R_n tendent vers le rayon ρ d'une circonférence égale à 4. Et comme ce rayon est $\frac{2}{\pi}$, on a, en série convergente,

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{4} [R + r + (R_1 - r_1) + (R_2 - r_2) + \dots]; \quad \dots \quad (A)$$

et, en produit indéfini,

$$\frac{1}{\pi} = \frac{R}{2} \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} \cdot \frac{r_3}{R_3} \cdot \dots \quad \dots \quad (B)$$

(*) Extrait d'une communication faite au Congrès du Havre (août 1877).

(**) *Éléments de Géométrie*, 2^{me} édit., p. 182.

REMARQUE. La formule (A) est, *peut-être*, nouvelle; la formule (B) ne diffère pas de la relation

$$\frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{16} \dots,$$

trouvée par Euler.

E. CATALAN.

EXTRAITS ANALYTIQUES.

TROIS THÉORÈMES DE STATIQUE.

I. THÉORÈME DE M. A. LAISANT. Considérons un polygone plan quelconque, l'heptagone 1234567, par exemple, et un point O dans son plan. Joignons le point O aux différents sommets de ce polygone, par les droites O1, O2, ... O7. Aux sommets 1, 2, ... 7, plaçons des poids respectivement proportionnels aux aires des quadrilatères O712, O123, ..., O671. Le centre de gravité H de ces poids, le centre de gravité G du polygone, et le point O sont en ligne droite; de plus, $OG = \frac{2}{3} OH$.

Appelons 1', 2', ..., 7' les centres de gravité des triangles O12, O23, ..., O71. Soient (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x'_1, y'_1) les coordonnées rectangulaires de 1, 2, 1', par rapport à des axes ayant O pour origine. Le milieu m de la droite 12 a pour coordonnées $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$, $\frac{1}{2}(y_1 + y_2)$. On a, comme l'on sait, $O1' = \frac{2}{3} Om$. Par conséquent, les coordonnées de 1' sont données par les relations

$$x'_1 = \frac{x_1 + x_2}{3}, \quad y'_1 = \frac{y_1 + y_2}{3}.$$