SUR LA MÉTHODE DES ISOPÉRIMÈTRES (*).

Des formules connues (**) :

$$r_1 = \tfrac{1}{2}(r + R),\quad r_2 = \tfrac{1}{2}(r_1 + R_1),\quad r_3 = (r_2 + R_2),\ \cdots,$$

$$R_1 = \sqrt{Rr_1},\qquad R_2 = \sqrt{R_1 r_2},\qquad R_3 = \sqrt{R_3 r_3},\ \cdots,$$

on conclut, *par addition*,

$$2r_n = r + R - r_1 + R_1 - r_2 + R_2 - \cdots - r_{n-1} + R_{n-1};$$

et, *par multiplication*,

$$R_n = R\frac{r_1}{R_1}\cdot\frac{r_2}{R_2}\cdots\frac{r_n}{R_n}.$$

Si l'on prend $r = \frac{1}{2}$, $R = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, r_n *et* R_n *tendent vers le rayon* ρ *d'une circonférence égale à* 4. Et comme ce rayon est $\frac{2}{\pi}$, on a, *en série convergente*,

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{4}\left[R + r + (R_1 - r_1) + (R_2 - r_2) + \cdots\right]; \quad . \quad . \quad \text{(A)}$$

et, *en produit indéfini*,

$$\frac{1}{\pi} = \frac{R}{2}\cdot\frac{r_1}{R_1}\cdot\frac{r_2}{R_2}\cdot\frac{r_3}{R_3}\cdots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(B)}$$

(*) Extrait d'une communication faite au Congrès du Havre (août 1877).
(**) *Éléments de Géométrie*, 2me édit., p. 182.

Remarque. La formule (A) est, *peut-être*, nouvelle; la formule (B) ne diffère pas de la relation

$$\frac{\pi}{1} = \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{16}\cdots,$$

trouvée par Euler.

E. Catalan.

EXTRAITS ANALYTIQUES.

TROIS THÉORÈMES DE STATIQUE.

I. Théorème de M. A. Laisant. Considérons un polygone plan quelconque, l'heptagone 1234567, par exemple, et un point O dans son plan. Joignons le point O aux différents sommets de ce polygone, par les droites O1, O2,... O7. Aux sommets 1, 2,...7, plaçons des poids respectivement proportionnels aux aires des quadrilatères O712, O123,..., O671. Le centre de gravité H de ces poids, le centre de gravité G du polygone, et le point O sont en ligne droite; de plus, $OG = \frac{2}{3}OH$.

Appelons 1', 2', ..., 7' les centres de gravité des triangles O12, O23,..., O71. Soient (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x'_1, y'_1) les coordonnées rectangulaires de 1, 2, 1', par rapport à des axes ayant O pour origine. Le milieu m de la droite 12 a pour coordonnées $\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$, $\frac{1}{2}(y_1 + y_2)$. On a, comme l'on sait, $O1' = \frac{2}{3}Om$. Par conséquent, les coordonnées de 1' sont données par les relations

$$x'_1 = \frac{x_1 + x_2}{3}, \quad y'_1 = \frac{y_1 + y_2}{3}.$$