parité avec les deux autres, ou de parité contraire. Dès lors, rapprochant les deux séries de trois nombres

$$\text{J.}\quad a' + b',\ a'' + b'',\ a''' + b''' \quad \text{et} \quad a' + c',\ a'' + c'',\ a''' + c''',$$

on est nécessairement dans l'un des quatre cas que voici :

PREMIER et DEUXIÈME CAS. Ni dans l'une ni dans l'autre des deux séries J les trois nombres ne sont de même parité; et le nombre qui, quant à la parité, se distingue des deux autres, occupe, dans les deux séries : *premier cas*, le même rang, *deuxième cas*, des rangs distincts.

TROISIÈME CAS. Dans l'une des deux séries, les trois nombres sont de même parité, mais non dans l'autre.

QUATRIÈME CAS. Dans l'une comme dans l'autre série, les trois nombres sont de même parité.

(*La suite prochainement.*)

SUR LA REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DES INTÉGRALES ELLIPTIQUES.

Quand j'ai publié, dans ce Recueil, la lettre de M. Ghysens (*), j'avais perdu de vue le petit Mémoire intitulé : *Sur quelques questions relatives aux fonctions elliptiques.*

En effet, parmi les propositions démontrées dans cet écrit, se trouve celle-ci (**) :

(*) *N. C. M.*, mars 1877, p. 81.
(**) *Seconde Note*, paragraphe XIV.

Les angles θ, θ′ remplissant la condition

$$\cot\theta \cot\theta' = c;$$

considérons, sur la sphère dont l'équation est

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

les ellipses déterminées par

$$\frac{x^2}{\cos^2\theta} + \frac{b^2 y^2}{1 - b^2 \sin^2\theta} = \frac{z^2}{\sin^2\theta}, \quad \frac{x^2}{\cos^2\theta'} + \frac{b^2 y^2}{1 - b^2 \sin^2\theta'} = \frac{z^2}{\sin^2\theta'},$$

et situées de côté et d'autre du plan xy. *Si* **Z** *est l'aire de la zone comprise entre les deux courbes, on a*

$$Z = 2\pi + 4b^2 F_1(c);$$

ou, ce qui est équivalent,

$$4b^2 F_1(c) = \textit{excès de la zone sur l'hémisphère.}$$

Ainsi, la fonction complète, de première espèce, est représentée, géométriquement, d'une manière assez satisfaisante.

Pour la fonction complète, de deuxième espèce, le problème est beaucoup plus simple.

C *étant l'aire de la calotte sphérique limitée par la courbe dont les équations sont*

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \qquad x^2 + y^2 - cx = 0;$$

on trouve

$$E_1(c) = \frac{2\pi - C}{4} = \frac{1}{4} Z,$$

Z étant l'aire de la zone comprise entre la courbe et e plan xy (*).

(E. C.)

(*) Lorsque $c = 1$, $E_1(c) = 1 = \frac{1}{4}Z$: on retrouve le résultat connu sous le nom de *fenêtre de Viviani*.