

Article

École polytechnique.

in: Nouvelle correspondance mathématique | Nouvelle correspondance
mathématique - 3 | Sur l'emploi, dans la géométrie, d'un nouveau principe des
signes. Roule...

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library. For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:
Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Question 114.

Construire un quadrilatère dont on donne les angles et les diagonales.

La Question 114 est énoncée et résolue par Matthew Collins L. L. D, dans le recueil déjà cité p. 115 (*N. C. M.*, tome II).

Voici la traduction du passage relatif à cette question :

« Soit ABCD le quadrilatère cherché; alors, comme BD et l'angle BCD sont donnés, on en conclut, d'après Euclide, livre III, prop. 21 et 55, que le cercle BCD est déterminé; et, par suite, que les angles donnés CBA, CDA, se trouvent interceptés entre des arcs constants CDE et CBF de cette circonférence; et, comme le cercle CEF est entièrement déterminé, on en conclut que l'arc restant EF est donné, et qu'ainsi l'angle EAF, opposé à la corde donnée EF, est connu et égal à l'angle BAD. Par conséquent (III, 21), le lieu du point A est une circonférence déterminée EAF : entre cet arc et le sommet C, nous pouvons infléchir l'autre diagonale donnée CA, et, ainsi, déterminer complètement et construire, au moyen des données de la question, le quadrilatère demandé. » (H. B.)

ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Concours de 1876. — Seconde composition de Mathématiques.

On considère une hyperbole équilatère fixe et une infinité de cercles, concentriques à cette courbe. A chacun des cercles, on mène des tangentes qui soient en même temps normales à l'hyperbole. On prend le milieu de la distance qui sépare le point de

contact, avec le cercle variable, du point d'incidence sur l'hyperbole fixe. On demande le lieu géométrique de ces milieux.

Prenons, pour axes de coordonnées rectangulaires, les asymptotes de l'hyperbole. L'équation de cette courbe sera

$$xy = a^2 \dots \dots \dots (1)$$

La normale, et la perpendiculaire abaissée de l'origine sur cette droite, sont représentées par :

$$Y - y = \frac{x}{y}(X - x) \dots (2), \quad Y = -\frac{y}{x}X \dots (5)$$

On tire, de ces équations :

$$X = \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, \quad Y = \frac{y(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \dots \dots \dots (4)$$

Les coordonnées du point du lieu, situé sur la normale considérée, ont pour valeurs :

$$\alpha = \frac{1}{2}(X + x), \quad \beta = \frac{1}{2}(Y + y);$$

ou, réductions faites :

$$\alpha = \frac{x^3}{x^2 + y^2}, \quad \beta = \frac{y^3}{x^2 + y^2} (*) \dots \dots \dots (5)$$

L'élimination de x et de y , entre les équations (1), (5), donnera l'équation du lieu.

On conclut, des valeurs (5) :

$$\frac{x}{\sqrt[5]{\alpha}} = \frac{y}{\sqrt[5]{\beta}} = \sqrt[5]{\alpha^2} + \sqrt[5]{\beta^2};$$

(*) Tout ce qui précède est tiré d'une Note de M. H. Brocard.

par conséquent, l'équation cherchée est

$$a^2 = \sqrt[5]{\alpha\beta} (\sqrt[5]{\alpha^2} + \sqrt[5]{\beta^2})^2 \dots \dots \dots (6)$$

ou

$$(a^2 - 2\alpha\beta)^5 = \alpha\beta (\sqrt[5]{\alpha^4} + \sqrt[5]{\beta^4})^5,$$

ou enfin, après quelques réductions faciles :

$$a^2(a^2 - 5\alpha\beta)^2 = (a^2 + \beta^2)^2\alpha\beta (*) \dots \dots \dots (7)$$

D'après la relation (6), l'équation du lieu, en coordonnées polaires, serait

$$u = \pm \frac{a}{\sqrt[5]{\sin\omega \cos\omega} \sqrt[5]{(\sin^2\omega + \sqrt[5]{\cos^2\omega})}} \dots \dots \dots (8)$$

(E. C.)



QUESTIONS PROPOSÉES.

214. THÉORÈME EMPIRIQUE. Le triple de tout carré impair, non divisible par 5, est égal à la somme des carrés de trois nombres premiers, autres que 2 et 5.

(*) Par un procédé complètement différent du nôtre, M. H. B. parvient à la relation (7). Il est assez remarquable que, en vertu de cette équation, les deux expressions

$$\sqrt[5]{\alpha\beta} (\sqrt[5]{\alpha^2} + \sqrt[5]{\beta^2}), \quad \frac{(\alpha^2 + \beta^2)\sqrt[5]{\alpha\beta}}{a^2 - 5\alpha\beta},$$

bien différentes de forme, sont identiques.