

Periodical

Nouvelle correspondance mathématique

in: Nouvelle correspondance mathématique | Periodical

259 page(s)

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek

Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen

Germany

Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersaechische Staats- und Universitaetsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

On aura :

$$10^{5p} - 1 = N \times n,$$

et par conséquent :

$$111\dots 1 = \frac{N}{9} \times n.$$

Le nombre N, formé de la réunion de 3 périodes P, divisé par 9 et multiplié par n, donne donc un nombre formé d'une suite de 1.

6. Voici l'énoncé d'un théorème analogue et beaucoup plus général, dû à CRELLE (*Journal de Crelle*, t. 5, p. 296; *Annales de Gergonne*, t. 20, p. 349 et 304) : « Un nombre donné quelconque est toujours diviseur d'un autre nombre exprimé par des périodes de chiffres donnés, suivies d'un certain nombre de zéros. » Soit, par exemple, la période donnée 4813. Il n'est aucun nombre qui ne soit diviseur d'un nombre de la forme :

$$4813\ 4813\dots 481348130000\dots 0000,$$

pourvu qu'on y fasse varier, d'une manière convenable, le nombre des périodes et celui des zéros.

P. M.

REMARQUE SUR L'INTÉGRALE $I = \int_0^\pi l(1 - 2a \cos x + a^2) dx.$

Les valeurs de I ont été trouvées par Poisson (*Journal de l'école polytechnique*, 9^e cahier, p. 617); mais ce grand géomètre a commis, dans sa démonstration, une singulière inadvertance :

« Soit » dit Poisson,

$$u = \log(1 - 2a \cos x + a^2); \quad (1)$$

« d'où l'on tire :

$$-a \frac{du}{da} = \frac{1 - a^2}{1 - 2a \cos x + a^2} - 1.$$

« Pour fixer les idées, supposons $a < 1$; nous aurons, en « série convergente,

$$\frac{1 - a^2}{1 - 2a \cos x + a^2} = 1 + a \cos x + a^2 \cos 2x + a^3 \cos 3x + \dots$$

« »

Or, la dernière égalité est fausse. En effet, la multiplication par le diviseur donne, au lieu du premier membre, $1 - a \cos x.$

On peut, comme il suit, rectifier le calcul de Poisson.

$$\frac{du}{da} = 2 \frac{a - \cos x}{1 - 2a \cos x + a^2} = \frac{2}{a} \frac{1 - \frac{1}{a} \cos x}{1 - \frac{2}{a} \cos x + \frac{1}{a^2}}.$$

Si a surpasse l'unité, on a, par ce qui précède :

$$\frac{1 - \frac{1}{a} \cos x}{1 - \frac{2}{a} \cos x + \frac{1}{a^2}} = 1 + \frac{1}{a} \cos x + \frac{1}{a^2} \cos 2x + \frac{1}{a^3} \cos 3x \dots$$

donc

$$\frac{du}{da} = 2 \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \cos x + \frac{1}{a^3} \cos 2x + \frac{1}{a^4} \cos 3x + \dots \right];$$

puis :

$$u - C = 2 \left[l a - \frac{1}{a} \cos x - \frac{1}{2a^2} \cos 2x - \frac{1}{3a^3} \cos 3x + \dots \right] \quad (2)$$

Pour déterminer la constante C, supposons $a = 1$; nous aurons :

$$u = l (2 - 2 \cos x) = 2l \left(2 \sin \frac{1}{2} x \right),$$

$$2l \left(2 \sin \frac{1}{2} x \right) - C = -2 \left[\cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x + \dots \right]$$

Mais, par une formule connue ⁽¹⁾,

$$\cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x + \dots = -l \left(2 \sin \frac{1}{2} x \right);$$

donc la constante C est nulle; et l'on a :

$$\int_0^\pi u dx = \int_0^\pi \log (1 - 2a \cos x + a^2) dx = 2\pi l a. \quad (a > 1).$$

Le reste est facile.

E. CATALAN.

(1) *Traité élémentaire des séries*, p. 106.