QUESTION 284

Solution par M. L. Malcor, élève au Lycée du Havre.

Résoudre le système $\dfrac{x^5 + y^5}{x^3 + y^3} = \dfrac{121}{13}$.

On a, en divisant haut et bas par $x + y$:

$$\frac{x^5 + y^5}{x^3 + y^3} = \frac{(x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 - xy\,(x^2 + y^2)}{(x + y)^2 - 3\,xy};$$

or $\qquad x + y = 2\,; \qquad$ donc $x^2 + y^2 = 4 - 2\,xy.$

remplaçant et simplifiant et il vient

$$65\,x^2y^2 + 103\,xy - 276 = -0:$$

d'où $\qquad (1)\; xy = -\dfrac{92}{65}$ et $xy = 3$ (2);

(1) donne pour x et y des valeurs imaginaires Si l'on prend $xy = -3$, les valeurs d'x et d'y sont données par l'équation

$$X^2 - 2X - 3 = 0\,;$$

d'où $x = 3$, $y = -1$

Nota. — Ont résolu la même question : MM. Fleury, au Havre; Fievet, Boudignier, à Lille; Leclair, Masserand, à Passy; Bourget, à Aix; Gobert, au collège Chaptal, à Paris; Lapareillé, lycée Henri IV; Hellot, Tinel, à Rouen; Baudoin, à Beauvais; Barchat, à Vitry-le-François; de Lagenardière, à Besançon; Henry, à Brechaincourt (Vosges); Calon, lycée Louis-le-Grand; Simonet, à Neufchâteau; Gino Loria, à Mantoue; Joly, à Tarbes; Perrier, à Lons-le-Saulnier.

SUR

UNE LIMITE SUPÉRIEURE DES RACINES D'UNE ÉQUATION

Par M. **Catalan**.

Les *Nouvelles Annales* ont publié récemment (*) un intéressant article de M. Candèze, élève de l'École polytechnique; mais la limite indiquée est moins avantageuse qu'une autre limite attribuée à Lagrange (**).

(*) *Nouvelles Annales*, février 1881.

(**) *Nouvelles Annales* (t. Ier, 1842, p. 58). — Cours d'analyse de l'université de Liége.

En effet,

$$Ax^m \ldots - Nx^{m-n} - Px^{m-p} \ldots - Qx^{m-q} = 0 \quad (1)$$

étant la préposée, posons $x = Ky$, et disposons du nombre K de manière que dans la transformée

$$AK^m y^m \ldots - NK^{m-n} y^{m-n} \ldots - PK^{m-p} y^{m-p} = 0$$

le coefficient du premier terme surpasse tous les coefficients négatifs (ceux-ci étant, bien entendu, pris en valeurs absolues). Alors, d'après un lemne préliminaire, 2 sera une limite supérieure des racines de la transformée.

Or, la condition énoncée donne

$$K > \sqrt[n]{\frac{N}{A}},\ K > \sqrt[p]{\frac{P}{A}}\ K, > \sqrt[q]{\frac{Q}{A}}, \ldots$$

par conséquent, *la plus grande des quantités*,

$$2\sqrt[n]{\frac{N}{A}},\ 2\sqrt[p]{\frac{P}{A}},\ 2\sqrt[q]{\frac{Q}{R}}, \ldots$$

sera limite supérieure.

2° Supposons pour fixer les idées

$$\sqrt[p]{\frac{P}{A}} > \sqrt[q]{\frac{Q}{A}} > \sqrt[n]{\frac{N}{A}} \ldots$$

Il est clair que l'on a

$$2\sqrt[p]{\frac{P}{A}} > \sqrt{\frac{P}{A}} + \sqrt{\frac{Q}{A}}.$$

Donc la limite trouvée par M. Candèze est moins *avantageuse* que l'autre.

NOTE SUR LE THÉORÈME DE STURM

Lorsqu'on applique le théorème de Sturm à la recherche des conditions de réalité des racines d'une équation de degré m, on est conduit à poser $m - 1$ inégalités constituant $m - 1$ conditions. Ces conditions sont-elles distinctes les unes des autres? peuvent-elles en général se ramener à un nombre de conditions moindre?