Nouvelles annales de mathématiques

E. Catalan

Notes diverses

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 519-521.

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__519_2>

NOTES DIVERSES;

Par M. E. CATALAN.

Méthode des isopérimètres. — Dans l'avant-dernier numéro des *Nouvelles Annales* (juillet 1882), M. Rouché s'énonce ainsi : « *Cela posé, considérons la suite de Schwab*

$$0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{\sqrt{2}}{4},\ a_1,\ r_1,\ a_2,\ r_2.$$

Cette suite, ou plutôt celle-ci

$$0,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\sqrt{2},\ \frac{1}{4}(1+\sqrt{2}),\ \ldots,$$

ne doit-elle pas porter le nom de Descartes. En 1864, j'ai rappelé que la *Méthode des isopérimètres* est due au grand Philosophe. (*Nouvelles Annales*, 1864, p. 546.)

Un théorème de M. Lionnet. — Probablement par suite de fautes typographiques, l'énoncé de ce théorème, tel que le donne M. Moret-Blanc (*Nouvelles Annales*, août 1882, p. 362), est presque inintelligible. Voici comment on peut le rectifier :

Le produit de plusieurs nombres impairs consécutifs ne peut être une puissance exacte. (Bien entendu, on fait abstraction de la *puissance un*) ([1]).

Or, ce théorème, et d'autres du même genre, ont été démontrés par M. Liouville (*Journal de Mathématiques*, 1857, p. 278) ([2]).

([1]) Pour rectifier l'énoncé V, p. 362, il suffit de remplacer les virgules qui séparent les nombres 1, 3, 5, 7, 9, ... par des points qui en marquent la multiplication. Cette rectification est bien clairement indiquée par la démonstration du théorème relatif au produit $1.3.5.7.9\ldots(2n-1)\ldots$ (p. 362).

Quant à cette proposition générale, que *le produit de plusieurs nombres impairs consécutifs ne peut être une puissance exacte d'un degré supérieur à l'unité*, elle n'est démontrée qu'autant qu'il y ait, au moins, un nombre premier parmi les facteurs du produit. (G.)

([2]) Ceci n'est pas rigoureusement exact, car la démonstration de ce théorème a été abandonnée par M. Liouville à la sagacité du lecteur. C'est qu'en effet le théorème dont il s'agit, et plusieurs autres du même genre (voir *Nouvelles Annales*, 1re série, t. XVI, p. 394

Il y a plus; mon illustre Maître s'appuie, comme M. Moret-Blanc, sur le *postulatum* de M. Bertrand.

Question proposée par M. Lionnet (numéro d'août, p. 361). — Cette qüestion, également résolue par M. Moret-Blanc, est un cas très particulier de celle-ci :

Trouver plusieurs cubes entiers consécutifs, dont la somme soit un carré, dont la solution, publiée dans les *Actes de l'Académie des Nuovi Lincei,* a été reproduite dans les *Nouvelles Annales* (2^e série, t. VI, p. 63 et 276.)

Théorème de M. Cambier (voir *Nouvelles Annales,* août 1882, p. 383). — Dans *Mathesis,* M. Cambier en a donné la démonstration. On peut le généraliser ainsi :

Soit ABCDE *un pentagone inscrit, dans lequel les côtés* AB, BC, DE *sont égaux :* 1° *Si l'on mène une transversale* XY, *parallèle à* AB, *cette droite rencontre les diagonales* AC, AD, BD *et le côté* AE, *en quatre points* F, G, H, K, *tels que*

$$FK.GH = BH.DH.$$

2° Si l'on prend sur le prolongement de KF, FI = HK, les points B, G, D, I appartiennent à une même circonférence.