

EUGÈNE CATALAN

Rectification et addition à la «note sur un problème d'analyse indéterminée»

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6 (1867), p. 276-278.

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__276_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

RECTIFICATION ET ADDITION
A LA « NOTE SUR UN PROBLÈME D'ANALYSE INDÉTERMINÉE »

(voir p. 68);

PAR M. EUGÈNE CATALAN.

Actes de l'Académie de' Nuovi Lincei, 3 février 1867.

M. Le Besgue m'a fait observer que les formules (6) et (6') ne sont pas assez générales : en les écrivant, j'ai supposé, tacitement, les valeurs de t , $\mu^2 - 1$ et $2\alpha + \mu^2 - 1$, premières entre elles deux à deux. Le même manque de généralité se remarque sur les formules (11) et (11'). Néanmoins les résultats indiqués dans le § V sont exacts, comme tous ceux que l'on déduirait des formules citées.

En cherchant à corriger la faute dont je viens de parler, je me suis aperçu que le problème en question se ramène très-simplement à la résolution, en nombres entiers, d'une équation de la forme

$$Ax^2 - By^2 = 1.$$

Cette nouvelle solution du problème est l'objet de la présente Note.

I.

Reprenons les équations

$$(a) \quad 2x + y - 1 = z,$$

$$(b) \quad 2yz = \alpha,$$

$$(c) \quad y^2 + z^2 - 1 = \beta,$$

$$(d) \quad \alpha\beta = 16t^2,$$

$$(e) \quad s = t^2.$$

D'après (a), y et z sont de parités différentes; donc

α, β sont des multiples de 4. Soient

$$\alpha = 4\theta u^2, \quad \beta = 4\theta' v^2,$$

θ, θ' ne contenant aucun facteur carré; autrement dit,

$$\theta = abcde\dots, \quad \theta' = a'b'c'd'e'\dots,$$

a, b, c, d, e, \dots , d'une part, et $a', b', c', d', e', \dots$, de l'autre, étant des facteurs premiers *inégaux*. A cause de l'équation (d), $\theta\theta'$ doit être un carré; donc

$$a' = a, \quad b' = b, \quad c' = c, \dots,$$

ou

$$\theta' = \theta;$$

et, par conséquent,

$$(f) \quad \alpha = 4\theta u^2, \quad \beta = 4\theta v^2.$$

Soient

$$(g) \quad y = p\gamma, \quad z = q\gamma,$$

p, q étant deux nombres donnés, l'un *pair*, l'autre *impair*, premiers entre eux. Les équations (b), (c) deviennent, à cause des valeurs (f),

$$(h) \quad pq\gamma^2 = 2\theta u^2,$$

$$(k) \quad (p^2 + q^2)\gamma^2 - 1 = 4\theta v^2.$$

Éliminant θ , on trouve

$$(p^2 + q^2)u^2 - 2pqv^2 = \frac{u^2}{\gamma^2};$$

donc u est divisible par γ ,

$$(l) \quad u = \gamma u',$$

et la relation (h) devient

$$(A) \quad pq = 2\theta u'^2.$$

II.

Dans chaque cas particulier, on décomposera donc $\frac{pq}{2}$ en deux facteurs u'^2 , θ , dont l'un soit un carré, l'autre n'admettant aucun facteur carré; après quoi l'on cherchera les solutions entières de l'équation

$$(B) \quad (p^2 + q^2)\gamma^2 - 4\theta v^2 = 1.$$

Si elle en admet, on emploiera les formules

$$(C) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(q-p)\gamma + 1}{2}, \quad x + y - 1 = \frac{(q+p)\gamma - 1}{2}, \\ s = (u'v\theta\gamma)^2. \end{array} \right.$$