NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 544-547.

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__544_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait de diverses lettres de M. Catalan. — **1.** Si l'équation d'une courbe est mise sous la forme $u = \frac{1}{\varphi(\omega)}$, les points d'inflexion de cette ligne sont déterminés par l'équation

$$\varphi(\omega) + \varphi''(\omega) = 0.$$

2. Si le premier membre d'une équation est une somme de deux carrés $P^2 + Q^2$, on peut, *de deux infini-*

(*) *Voir* page 111. MM. Toubins, Douradou et Picquet nous ont aussi adresse des demonstrations très-simples de ce theorème.

tés de manières, le transformer en une autre somme de deux carrés, au moyen des formules

$$P' = P\cos\alpha - Q\sin\alpha, \quad P'' = P\cos\alpha + Q\sin\alpha,$$
$$Q' = P\sin\alpha + Q\cos\alpha, \quad Q'' = P\sin\alpha - Q\cos\alpha.$$

3. De là résulte que l'équation de l'hyperboloïde à une nappe étant mise sous la forme

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2} + 1,$$

les génératrices sont représentées par

$$\frac{x}{a} = \frac{z}{c}\cos\alpha - \sin\alpha, \quad \frac{x}{a} = \frac{z}{c}\cos\alpha + \sin\alpha,$$

$$\frac{y}{b} = \frac{z}{c}\sin\alpha + \cos\alpha, \quad \frac{y}{b} = \frac{z}{c}\sin\alpha - \cos\alpha.$$

4. Les normales à une surface du second ordre, menées par les différents points d'une section parallèle à un plan principal, rencontrent deux droites fixes.

5. *Sur la décomposition des fractions rationnelles.* — La méthode proposée par M. Realis se trouve dans mon *Manuel des Candidats* (t. I, p. 242). Contrairement à l'opinion de votre savant collaborateur, je dis, à l'endroit cité : « Malheureusement, le calcul des dérivées de la fraction... est presque toujours fort compliqué. »

Du reste, cette méthode, d'une simplicité plus apparente que réelle, est loin d'être nouvelle : je l'ai inventée (après Euler!) étant élève à l'École Polytechnique; elle me valut, à cette époque, un curieux autographe de Poisson.

6. *Méthode de Schwab.* — En lisant, dans le numéro de juillet, la Note de M. M., j'avais bien reconnu que l'auteur a fait, sans le vouloir, une nouvelle édition de

l'intéressant article publié autrefois par M. Armand Farcy (*Nouvelles Annales*, t. III, p. 582).

A propos de Schwab, j'ajouterai un détail curieux, et probablement peu connu. La remarquable et élégante *méthode des isopérimètres* est due à Descartes. Dans un Mémoire d'Euler, que j'ai lu il y a environ vingt-cinq ans, le grand géomètre, après avoir exposé cette méthode, ajoute à peu près ceci : « La démonstration que je viens de faire connaître a été donnée par M. Descartes; depuis la mort de ce philosophe, elle a été oubliée; c'est pour qu'elle ne le soit plus que je l'expose de nouveau. »

7. *Division d'un polynôme entier, etc.* (p. 467). — La question n'est qu'un cas particulier du théorème suivant :

Soit $f(x) = (x-a)(x-b)\ldots(x-l)$, *et soit* $\mathrm{F}(x)$ *un polynôme entier; le reste de la division de* $\mathrm{F}(x)$ *par* $f(x)$ *est*

$$f(x)\left[\frac{\mathrm{F}(a)}{(x-a)f'(a)}+\ldots+\frac{\mathrm{F}(l)}{(x-l)f'(l)}\right].$$

Démonstration *intuitive*, comme disait l'excellent et savant Terquem (*).

M. Fortunato Padula, de Naples. — On trouve dans le tome XII des *Nouvelles Annales* le théorème suivant dû à M. Steiner : « Par le point p et les sommets A, B, C d'un triangle on mène trois droites qui rencontrent respectivement les côtés en a_1, b_1, c_1 : si l'on a $\mathrm{A}p.\mathrm{B}p.\mathrm{C}p = a_1p.b_1p.c_1p$, le lieu des points p est une ellipse circonscrite au triangle et ayant pour centre le centre de gravité du triangle. » Cet énoncé est incomplet,

(*) Il suffit de démontrer que cette expression, évidemment de degré inférienr à $f(x)$, devient $f(a)$, $f(b)$, ..., $f(l)$, lorsqu'on fait $x = a$, $x = b$, ..., $x = l$. P.

à moins que l'on n'ajoute que les segments pA, pa, pB, pb, etc., sont tous de même sens ou de sens contraires. Si l'on n'apporte aucune restriction à l'hypothèse, le lieu comprend, outre l'ellipse signalée, une courbe du troisième ordre, qui passe également par les points A, B, C. Je crois cette remarque de quelque intérêt, soit pour faire connaître une propriété analogue d'une conique et d'une courbe du troisième ordre, soit pour faire ressentir la nécessité de l'usage des signes introduits par M. Chasles dans la Géométrie. (*Extrait d'une lettre adressée à M. Terquem* en 1854.)

M. Bellavitis, *de Padoue.* — En vous signalant la méthode indiquée (p. 121) pour résoudre les équations du quatrième degré, je n'ai pas prétendu m'en attribuer l'invention. Je voulais seulement dire que je la regardais comme la plus commode de celles que l'on peut employer; mais je dois reconnaître que c'est une des plus anciennes dont on se soit servi.