BHL

Biodiversity Heritage Library

http://www.biodiversitylibrary.org/

Extraits des procès-verbaux des séances / Société philomathique de Paris.

Paris :A. René,[1836]-1863.
http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/44829

t. 13-15 (1848-50): http://www.biodiversitylibrary.org/item/98244

Article/Chapter Title: Théorème sur les surfaces gauches
Author(s): Eugène Catalan
Page(s): Page 67, Page 68, Page 69

Contributed by: Smithsonian Libraries
Sponsored by: Smithsonian

Generated 11 December 2015 7:42 AM
http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/046320000098244

This page intentionally left blank.

et une portion de la vésicule blastodermique, restée en dehors de ces modifications, forme la vésicule ombilicale. Chez les Hermelles, la vésicule ombilicale manque. Le tube digestif se constitue de toutes pièces par l'organisation de la portion centrale du vitellus; cette portion centrale représente donc le feuillet muqueux du blastoderme des Mammifères. Chez les Mammifères, entre les deux feuillets blastodermiques dont nous venons de parler, il s'en développe un troisième qui devient le point de départ de l'appareil vasculaire; chez les Hermelles, on n'aperçoit aucun vestige de ce troisième feuillet. A sa place, entre les couches sous-cutanées et l'intestin, se montre de très bonne heure cette cavité générale du corps sur laquelle j'ai tant de fois appelé l'attention des naturalistes, et qui, chez presque tous les Invertébrés, est remplie par un liquide qui joue d'une façon plus ou moins complète le rôle du sang. Enfin, chez les Mammifères, l'embryon n'occupe dans le principe qu'une très petite étendue du blastoderme. Une portion de la vésicule blastodermique et l'enveloppe primitive de l'œuf restent toujours étrangères à la constitution du nouvel être, et servent seulement d'intermédiaires entre lui et le monde extérieur. Chez les Hermelles, l'œuf entier, y compris la membrane ovulaire, se transforme de toutes pièces en embryon, et, par conséquent, on ne trouve ici ni cumulus, ni aire germinative, ni ligne primitive comme chez les Mammifères.

» En se plaçant à un point de vue plus général, on peut dire que tant que le germe reste à l'état d'œuf, il y a une ressemblance extrême dans les phénomènes du développement chez les Mammifères et chez les Hermelles; mais cette ressemblance cesse ou diminue considérablement presque aussitôt que se manifestent les premiers vestiges d'une organisation animale. Sous ce rapport, le développement des Hermelles diffère de celui des Hirudinées qui, sous certains rapports, se rapprochent plus longtemps de ce qu'on voit chez les Mammifères. »

Séance de rentrée du 4 novembre 1848.

GÉOMÉTRIE. — M. Catalan communique les théorèmes suivants, relatifs à la *théorie des surfaces gauches*.

1. *Toute surface gauche peut être engendrée par l'arête d'un*

angle dièdre droit, dont les faces restent constamment normales à une certaine courbe.

2. Pour obtenir la normale en un point P de la surface gauche engendrée par l'arête d'un angle dièdre droit, dont les faces restent normales à une courbe donnée, menez par le point P un plan perpendiculaire à l'arète; construisez les points Q, R où ce plan perpendiculaire est rencontré par les axes des cercles osculateurs à la courbe donnée, pour les points où cette courbe est normale aux faces de l'angle dièdre; avec P Q et Q R comme côtés, construisez un rectangle P Q N R : la diagonale de ce rectangle sera la normale demandée.

3. *Lorsqu'une droite engendre une surface gauche, elle doit se mouvoir de telle sorte que le cosinus de l'angle* φ *qu'elle fait avec le rayon de courbure de la ligne de striction soit égal à la différentielle du cosinus de l'angle* θ *qu'elle fait avec la tangente à cette ligne, divisée par l'angle de contingence* ε *de cette même ligne.*

4. *Si la génératrice se meut en faisant un angle constant avec la tangente à la ligne de striction, elle est nécessairement perpendiculaire au rayon de courbure de cette ligne.* La réciproque est vraie.

5. *Quand la ligne de striction est une droite, la génératrice fait un angle constant avec elle.*

6. Réciproquement : *Si la génératrice s'appuie sur une droite, en faisant avec elle un angle constant, cette directrice rectiligne est la ligne de striction de la surface gauche.*

7. *Si la génératrice fait un angle constant avec la ligne de striction, celle-ci est une ligne géodésique de la surface gauche.*

8. A toute surface gauche correspond une autre surface gauche formée par les communes perpendiculaires aux génératrices consécutives de la première. *Ces deux surfaces se touchent suivant une commune ligne de striction.*

9. *Dans tout triangle formé par une génératrice rectiligne, une trajectoire orthogonale et une trajectoire oblique, le côté rectiligne est égal à l'hypoténuse multipliée par le cosinus de l'angle compris.*

10. *Dans tout quadrilatère formé par deux génératrices et par deux trajectoires, la différence des côtés rectilignes est égale à*

la différence des côtés curvilignes, multipliée par le cosinus de l'angle sous lequel les trajectoires coupent ces génératrices.

Quelques-unes de ces recherches ont été communiquées à la Société philomatique dans les séances du 13 février 1848 et du 11 décembre 1847. Leur ensemble sera publié prochainement.

Séance du 2 décembre 1848.

GÉOMÉTRIE. — M. Bravais communique quelques-uns des résultats de ses recherches sur la théorie des Assemblages de points régulièrement distribués dans l'espace.

Si l'on dispose des points en ligne droite à des intervalles égaux, leur réunion, illimitée dans les deux sens, forme une *Rangée* : l'intervalle de deux points voisins en est le *Paramètre*. Plusieurs Rangées pareilles, parallèles et équidistantes, disposées sur un plan, de manière que les points, origines de chaque Rangée, soient aussi en ligne droite, forment un *Réseau*. Deux Rangées sont conjuguées, si, par les intersections de leurs parallèles, elles peuvent reproduire tous les points du Réseau, sans se couper en aucun autre point étranger au Réseau. Plusieurs Réseaux pareils disposés semblablement sur des plans parallèles et équidistants, et de manière que les points servant de départ à chaque Réseau soient en ligne droite, forment un *Assemblage*.

Trois Rangées sont *conjuguées*, si les intersections de leurs parallèles trois à trois reproduisent précisément les points de l'Assemblage. Ces points sont désignés, dans le mémoire de M. Bravais, sous le nom générique de *Sommets*. En prenant pour axes trois Rangées conjuguées, les coordonnées de chaque Sommet sont des multiples des trois paramètres de ces Rangées par des facteurs numériques entiers, positifs ou négatifs, qui sont les *coordonnées numériques* du Sommet considéré.

Si l'on joint un Sommet pris pour origine à trois points dont les coordonnées numériques sont $(m, n, p)(m', n', p')(m'', n'', p'')$, on aura trois Rangées qui seront conjuguées, si la condition

$$mn'p'' - mp'n'' + pm'n'' - nm'p'' + np'm'' - pn'm'' = \pm 1$$

est satisfaite.

De même, sur le plan d'un Réseau, si l'on joint l'origine aux Sommets dont les coordonnées numériques sont (m, n) (m', n'),