Extraits des procès-verbaux des séances / Société philomathique de Paris.
Paris :A. René,[1836]-1863.
http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/44829

t. 10-12 (1845-47): http://www.biodiversitylibrary.org/item/97376

Article/Chapter Title: Sur la théorie des solutions singulières
Author(s): Eugène Catalan
Page(s): Page 19, Page 20

This page intentionally left blank.

Calymène de Tristan à la Hunodière et à Vitré; 3° la Calymène macrophthalme dans le calcaire de transition de Gahard; 4° trois variétés distinctes de l'Asaphe cornigère, l'une dans le schiste de Vitré, la 2e à Couesmes, la 3e à la Hunodière; 5° l'Asaphe de Buch à Couesmes; 6° l'Asaphe caudigère à Poligné; 7° une espèce inédite d'Asaphe trouvée à Vitré et tout-à-fait remarquable par l'absence de la membrane qui entoure ordinairement la partie externe des lobes latéraux; cet Asaphe a en outre les lobes latéraux du double plus larges que celui du milieu; 8° l'Ogygie de Guettard à Vitré; 9° l'*Entomostracites granulatus* à Poligné; 10° 5 à 6 espèces de Spirifers, 12 espèces d'Orthis, des Orthocères et des Encrines.

MATHÉMATIQUES. — M. Catalan fait la communication suivante, relative à la théorie des solutions singulières:

La règle qui prescrit d'éliminer c entre les équations $F(x, y, c)=0$ et $\frac{dF}{dy}=\infty$ donne généralement, au lieu d'une enveloppe des courbes représentées par $F(x, y, c)=0$, le lieu des points de ces courbes pour lesquels la tangente est parallèle à l'axe des x. Quant à la règle, ordinairement exacte, qui prescrit d'éliminer c entre $F=0$ et $\frac{dF}{dc}=0$, elle ne donne rien si l'équation $F(x, y, c)=0$ est résolue par rapport à c. Il convient donc de modifier ces règles de la manière suivante:

1° Si $\frac{dF}{dc}$ contient c, on obtiendra une solution singulière en éliminant c entre cette équation et l'intégrale générale. Cette solution singulière se réduirait à une intégrale particulière dans le cas où $\frac{dF}{dc}$ ne contiendrait ni x ni y.

2° Si $\frac{dF}{dc}$ est de la forme $\varphi(x, y)$, l'équation $\varphi(x, y)=0$ sera généralement une solution singulière.

3° Si $\frac{dF}{dc}$ se réduit à une constante, on cherchera une fonction $\psi(x, y, c)$ qui satisfasse aux équations:

$$\frac{dF}{dx}=\infty, \quad \frac{dF}{dy}=\infty,$$

et qui ne rende ni nul ni infini le rapport de ces dérivées. En éliminant c entre $F=0$ et $\psi=0$ on aura une solution singulière.

4° Cette dernière règle est également applicable au cas où $\frac{dF}{dc}$ contient c; mais alors son application fera ordinairement retomber sur une solution singulière déjà donnée par l'emploi de la première règle.

5° Si l'équation $\frac{dF}{dy}=\infty$ donne $y=\beta$, β étant une constante, il pourra se faire que $y=\beta$ soit une solution singulière. Cela arrivera si les courbes représentées par $F(x, y, c)=0$ ont pour tangente commune la parallèle à l'axe de x représentée par $y=\beta$.

Séance du 28 *février* 1846.

Mathématiques. — M. Serret fait à la Société la communication suivante :

« Il existe deux propriétés remarquables de la lemniscate qui n'avaient pas jusqu'ici fixé l'attention des géomètres, et qui convenablement généralisées fournissent un mode uniforme de génération d'une extrême élégance pour toutes les lignes que j'ai désignées sous le nom de *courbes elliptiques de première classe*. Voici quelles sont ces propriétés de la lemniscate :

» 1° Soit OMP un triangle variable dont le sommet O est fixe et dont les côtés OM et MP sont constamment égaux l'un à 1, l'autre à $\sqrt{2}$; si l'on fait varier le triangle de telle manière que l'angle du rayon OM avec une direction fixe soit constamment égal à la différence MOP—2OMP, le point M décrira la lemniscate.

» 2° Soit OMP un triangle variable dont le sommet O est fixe et les deux côtés OM et MP égaux comme précédemment l'un à 1, l'autre à $\sqrt{2}$, le point M engendrera la lemniscate, si le déplacement infiniment petit de ce point a lieu suivant le rayon MC du cercle circonscrit au triangle OMP.

» Soit maintenant n un nombre positif entier ou fractionnaire ou incommensurable, et construisons le triangle OMP de telle manière que $MP=\sqrt{n+1}$; et $OP=\sqrt{n}$; si le point O restant fixe on fait varier le triangle de telle manière que l'angle de OM avec une droite fixe soit constamment égal à la différence $n\cdot$ MOP—$(n+1)$OMP, le point M engendrera les courbes elliptiques de première classe dont l'arc sera représenté par l'intégrale $\sqrt{n}\int_0^\alpha \frac{d\alpha}{\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}}$, où k désigne le nombre $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ et α l'angle MOP.

» Cette propriété peut encore se traduire de la manière suivante : soit OMP le triangle construit comme précédemment et