



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

**Extraits des procès-verbaux des séances / Société
philomathique de Paris.**

Paris :A. René,[1836]-1863.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/44829>

t. 4-6 (1839-41): <http://www.biodiversitylibrary.org/item/97375>

Article/Chapter Title: Théorème sur la réduction d'une intégrale multiple

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 68, Page 69

Contributed by: Smithsonian Libraries

Sponsored by: Smithsonian

Generated 11 December 2015 6:02 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/046316500097375>

This page intentionally left blank.

carrée de la moyenne des carrés de certaines quantités est toujours plus grande que la moyenne de ces quantités. On voit alors plus aisément que cette proposition n'est qu'un cas particulier d'une autre plus générale, qui consiste en ce que la racine d'un degré quelconque de la moyenne arithmétique des puissances de même degré, est toujours plus grande que toute expression semblable dans laquelle le degré est inférieur. C'est ce qui s'indique algébriquement en disant que la valeur de

$$\left(\frac{c_1 a_1^m + c_2 a_2^m + \dots + c_n a_n^m}{c_1 + c_2 + \dots + c_n} \right)^{\frac{1}{m}}$$

croît ou diminue toujours avec m .

Cette proposition et plusieurs conséquences qui s'en déduisent sur les grandeurs relatives des moyennes de puissances sont susceptibles de nombreuses applications analogues à celles qui dépendent simplement de la moyenne des carrés. On en conclut, par exemple, que

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} < \left(\frac{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

On savait déjà qu'au contraire

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} > \left(a_1 a_2 a_3 \dots a_n \right)^{\frac{1}{n}}$$

Séance du 20 juin 1840.

M. Catalan communique un théorème sur la réduction d'une intégrale multiple.

M. Poisson a démontré synthétiquement la formule

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \varphi (m \cos \theta + n \sin \theta \sin \psi + n \sin \theta \cos \psi) \sin \theta d\theta d\psi \\ = 2\pi \int_{-1}^{+1} \varphi (\mu \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}) d\mu;$$

laquelle trouve son application dans l'intégration des équations du son.

M. Catalan a trouvé une formule qui comprend la précédente et qui s'applique à une intégrale multiple d'ordre quelconque. Cette formule est :

$$\iiint \dots \frac{dx_1 \cdot dx_2 \dots dx_{n-1}}{x_n} \varphi(m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_{n-1} x_{n-1})$$

$$= 2 \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \int_{-1}^{+1} \varphi(u_1 \Delta) du_1 \cdot (1-u_1^2)^{\frac{n-3}{2}}.$$

Dans le premier membre, les limites des intégrations sont données par

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1.$$

Dans le second, Δ représente $\sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$.

ZOOLOGIE : *Nature de la Spongille fluviatile*. — M. Laurent annonce qu'ayant poursuivi ses recherches relatives au degré d'animalité et au mode d'individualité de la Spongille fluviatile, et par analogie des Spongiaires en général, il vient de recueillir des faits nouveaux qui lui permettront de donner peut-être une solution des questions encore problématiques relatives à la nature de ce corps organisé.

Connaissant déjà les corps oviformes de la Spongille décrits par MM. Dutrochet, Raspail, Gervais et Turpin, il avait eu l'occasion d'observer des Spongilles très jeunes, encore libres, et se mouvant dans l'eau au moyen de cils. Il les avait montrées à M. de Blainville, et en avait présenté quelques individus à l'Académie des sciences, en juin 1839. Ces corps lui avaient paru alors avoir une forme sphérique, et ils étaient tous morts avant de se fixer définitivement. Dans le courant du mois de mai dernier, il est parvenu à se procurer un grand nombre de masses spongillaires sur lesquelles il a pu observer, existant, soit séparément, soit simultanément, les corps oviformes et les ovules, ainsi nommés par M. Grant dans les Éponges, et qui, sortis de la Spongille-mère se meuvent librement pendant quelques jours dans l'eau. Il a vu sortir des corps oviformes une substance glutineuse, blanchâtre, qui ne renfermait point de spicules siliceuses, et qui, s'étendant en nappe sur la surface des corps oviformes, devenait bientôt une Spongille spiculifère. Il a vu aussi les