



<http://www.biodiversitylibrary.org/>

**Extraits des procès-verbaux des séances / Société
philomathique de Paris.**

Paris :A. René,[1836]-1863.

<http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/44829>

t. 4-6 (1839-41): <http://www.biodiversitylibrary.org/item/97375>

Article/Chapter Title: Transformation des variables, dans les intégrales multiples

Author(s): Eugène Catalan

Page(s): Page 123, Page 124

Contributed by: Smithsonian Libraries

Sponsored by: Smithsonian

Generated 11 December 2015 5:40 AM

<http://www.biodiversitylibrary.org/pdf4/046315800097375>

This page intentionally left blank.

divers essais, dans lesquels on plaçait ces sirènes sur une espèce de tympan enfermé dans un tuyau insufflé avec la bouche, confirment son opinion que les lèvres de la glotte, pendant l'acte de la phonation, vibrent comme l'a indiqué M. Magendie, c'est-à-dire à la manière des anches libres. Il croit en outre : 1° que la toux dont certaines personnes sont sujettes à être prises lorsqu'elles émettent leur voix avec quelque intensité, peut tenir à ce que les lèvres de la glotte, par l'effet d'une plus grande amplitude dans leur mouvement vibratoire, s'atteignent de manière à se froter ou se choquer, et à éprouver par ce moyen un chatouillement qui les irrite; et 2° qu'une des raisons pour lesquelles chaque individu possède en général un timbre vocal qui lui est propre consiste en ce que les fonctions dont résulte l'émission de la voix sont d'une nature très complexe.

Addition à la séance du 9 novembre 1839.

ANALYSE INFINITÉSIMALE : *Intégrales multiples*. — M. E. Catalan présente la note suivante sur la transformation des variables dans les intégrales multiples.

« On connaît les travaux de M. Lamé sur la théorie de la chaleur, et les résultats très-remarquables auxquels il a été conduit par l'emploi du système des coordonnées qu'il a imaginé. M. Lamé n'ayant eu à considérer que le cas de trois variables, a su démontrer les propriétés de ces coordonnées, connues aujourd'hui sous le nom de *surfaces orthogonales*, par des considérations moitié analytiques, moitié synthétiques. Mais comme, sous le point de vue analytique, le système employé par ce géomètre n'est qu'une transformation de variables, il semblait évident, *a priori*, que l'on devait pouvoir démontrer les principales propriétés des surfaces orthogonales, seulement par le calcul. C'est ce que j'ai tâché de faire dans un mémoire que je rédige actuellement, et qui a pour objet principal *la transformation des variables dans les intégrales multiples*. Seulement, afin que la question offrît quelque intérêt, j'ai traité le cas de n variables en prenant pour point de départ des relations du même genre que celles qui servent de base aux recherches de M. Lamé.

« Parmi les résultats auxquels je suis arrivé, je me bornerai à citer la formule intégrale suivante :

a, a_1, a_2, \dots, a_n étant des constantes positives écrites par ordre de grandeurs décroissantes, et u_1, u_2, \dots, u_n désignant n variables, positives, pour plus de simplicité; l'on a

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\right)^n}{\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)} \sqrt{(a^2-a_1^2)(a^2-a_2^2)\dots(a^2-a_n^2)} =$$

$$\int_{a_n}^{a_{n-1}} \int_{a_{n-1}}^{a_{n-2}} \dots \int_{a_1}^a u_n du_n \cdot u_{n-1} du_{n-1} \dots u_1 du_1 \sqrt{U_1 \cdot U_2 \dots U_n}$$

en représentant par U_i la fonction

$$\frac{(u_i^2-u_1^2)(u_i^2-u_2^2)\dots(u_i^2-u_{i-1}^2)(u_i^2-u_{i+1}^2)\dots(u_i^2-u_n^2)}{(u_i^2-a_1^2)(u_i^2-a_2^2)\dots(u_i^2-a_n^2)}$$

si, dans cette formule générale, on suppose $n=3$, on retombe sur l'intégrale triple, trouvée par M. Lamé, démontrée ensuite par MM. Poisson, Chasles et Terquem, et tout récemment par M. Fortolini, de Rome.

Séance du 23 novembre 1839.

M. Payen prend la parole pour répondre aux observations présentées par M. Turpin, dans la dernière séance de l'Académie des sciences, sur la cause de la coloration des marais salants. C'est à tort, suivant lui, qu'on lui reproche d'avoir attribué cette coloration exclusivement à l'*Artemia salina*. Il rappelle les faits dont il a été témoin à Marseille, et dit que sans avoir eu l'intention de rechercher la cause première de la coloration des eaux salées en général, il a voulu seulement établir une circonstance du phénomène, qui est qu'à un instant précis toute la surface du bassin devient rouge, ce qu'il attribue au maximum de la densité de l'eau qui précède cet instant, et qui ne permet plus à de petits Crustacés qui y vivent, de rester plongés comme auparavant. Ces petits êtres vivants peuvent digérer des substances colorées de diverses natures, organiques ou inorganiques. M. Payen dit que depuis lors on a observé d'autres animalcules encore indéterminés, dont la présence paraît produire un phénomène semblable. Quant à la na-