

Association française pour
l'avancement des sciences. 9,
Comptes-rendus de la 9e
session Reims 1880

Association française pour l'avancement des sciences. Congrès (009 ; 1880 ; Reims, Marne). Association française pour l'avancement des sciences. 9, Comptes-rendus de la 9e session Reims 1880. 1881.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter

reutilisationcommerciale@bnf.fr.

M. E. CATALAN

Professeur d'analyse à l'Université de Liège.

SUR LA QUADRATURE DES COURBES PARABOLIQUES (*)

— Séance du 14 août 1880. —

1. — Soit une parabole du *cinquième* degré, ayant pour équation

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5. \quad [1]$$

Si l'on suppose que les ordonnées extrêmes répondent à $x = x_0$, $x = x_3$, l'aire de la courbe est

$$A = \int_{x_0}^{x_3} (a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5) dx. \quad [2]$$

Il s'agit de mettre cette expression sous la forme

$$A = \lambda_0 y_0 + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3; \quad [3]$$

 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ étant des *constantes inconnues*, et y_0, y_1, y_2, y_3 des ordonnées *arbitraires*, répondant à des abscisses *convenablement choisies* (**).

2. — Si l'on fait :

$$ex^4 + fx^5 = X, \quad [4]$$

$$F(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3), \quad [6]$$

on trouve :

$$\lambda_0 = \int_{x_0}^{x_3} \frac{F(x) dx}{(x - x_0) F'(x_0)}, \dots, \lambda_3 = \int_{x_0}^{x_3} \frac{F(x) dx}{(x - x_3) F'(x_3)}, \quad [7]$$

(*) Ce petit travail a pour origines : 1° Une communication du général Parmentier, au Congrès de Montpellier ; 2° une correspondance avec M. Lucien Lévy, professeur au lycée de Rennes. En cherchant à simplifier une formule trouvée par M. Lévy, j'ai rencontré un théorème de Gauss, et quelques propriétés que je crois nouvelles.

(**) Problème résolu par Gauss.

et la condition :

$$\int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{X_0 F(x)}{(x-x_0) F'(x_0)} + \dots + \frac{X_n F(x)}{(x-x_n) F'(x_n)} + ex^2 + fx^3 \right] dx = 0. \quad [8]$$

4. — Celle-ci sera remplie si, dans le premier membre, les coefficients de e et de f sont nuls. L'application de la formule de Lagrange, déjà employée, réduit ces coefficients aux expressions

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x) dx, \quad \int_{x_0}^{x_1} (x-\alpha) F(x) dx;$$

α étant une quantité dont il est inutile d'écrire la valeur.

5. — Afin d'obtenir des résultats et des règles simples, prenons

$$x_0 = -1, \quad x_1 = +1;$$

nous aurons

$$F(x) = (x^2 - 1)(x - \alpha_1)(x - \alpha_2), \quad [9]$$

$$\int_{-1}^{+1} F(x) dx = 0, \quad \int_{-1}^{+1} (x-\alpha) F(x) dx = 0. \quad [10]$$

Il est visible que ces deux conditions seront vérifiées si

$$F(x) = k[(x^2 - 1)^n],$$

k étant un coefficient convenable (*).

En effectuant et simplifiant, on trouve

$$\alpha_1 = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \alpha_2 = +\frac{1}{\sqrt{5}}, \quad (*)$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{6}, \quad \lambda_3 = \lambda_4 = \frac{5}{6}$$

(*) En général,

$$F(x) = k \frac{d^{n-1}(x^2 - 1)^n}{dx^{n-1}}$$

Nos polynômes, plus simples que ceux de Gauss, dépendent des fonctions X_n : à un facteur près,

$$F(x) = \int_{-1}^x X_n^2 dx$$

Donc, pour la parabole considérée, la formule de quadrature est

$$A = \frac{1}{6}(y_0 + y_3) + \frac{5}{6}(y_1 + y_2). \quad [13]$$

8. — Si l'on fait

$$Y = y_0 \frac{F(x)}{(x-x_0)F'(x_0)} + \dots + y_3 \frac{F(x)}{(x-x_3)F'(x_3)} = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3,$$

cette équation représente la parabole déterminée par les quatre points considérés ci-dessus. L'aire de cette courbe est

$$A' = \int_{-1}^{+1} Y dx = \lambda_0 y_0 + \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3 = A.$$

Comme la méthode est générale, on a ce théorème curieux, dont j'ai donné, en 1857, un cas particulier

Toutes les paraboles du degré $2n - 1$, qui passent par $n + 1$ points convenablement choisis, sont équivalentes à la parabole du degré n , déterminée par ces $n + 1$ points ()*

M. P. BARBARIN

Ancien élève de l'École normale supérieure, professeur de Mathématiques au Lycée de Nice

NOTE SUR LA DÉTERMINATION D'UNE SURFACE COMME ENVELOPPE D'UN PLAN MOBILE

— Séance du 14 août 1880 —

(*) Dans sa communication au Congrès de Montpellier, M. le général Parmentier semble croire que le théorème est vrai, seulement, pour la parabole du troisième degré.