

## NOTE SUR LA POULIE BOLLEN

par Ch. HANOCQ

Ingénieur A. I. Lg., A. I. M.

Professeur du cours de construction de machines à l'Université de Liège

La poulie « Bollen » est conçue en vue de l'utilisation du câble en acier à la transmission du mouvement de rotation, lorsque la distance entre poulies ou la disposition des axes ne permet pas de compter sur la pesanteur pour créer une tension suffisante dans le brin conduit.

Dans les applications du câble en acier aux appareils de transport et de levage, elle permet d'éviter les complications qui résultent de la nécessité d'augmenter l'arc embrassé, pour assurer une adhérence suffisante du câble sur la poulie motrice.

Le pincage latéral du câble que provoque la disposition brevetée en faveur de M. Bollen, étant progressif, il n'y a pas lieu de craindre une usure prématurée du câble.

Comme ce résultat est obtenu par une disposition extrêmement simple qui ne comporte ni pivots, ni organes délicats pouvant se desserrer en marche, on peut affirmer que la poulie Bollen présente un réel intérêt pour les applications spéciales.

Les figures schématiques 1, 2, 3 permettent de se rendre compte de l'ensemble et des détails du système, qui comporte essentiellement :

1° deux plateaux l'un calé sur l'arbre, l'autre pouvant osciller autour d'un point situé sur l'axe ;

2° un anneau sur lequel repose le câble.

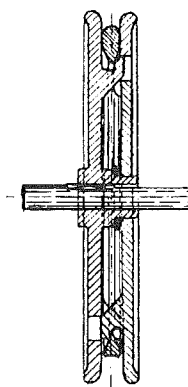


Fig. 1.

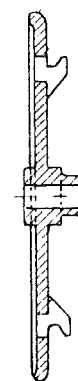


Fig 2.



Fig. 3.

Cet anneau, par suite de l'effort exercé par le câble, tend à s'enfoncer entre les dents ménagées à la périphérie de chacun des plateaux dont

l'ensemble constitue une véritable gorge ; en s'enfonçant, il fait l'office de coin et provoque le rapprochement progressif des faces des plateaux et le pincage du câble.

Pour pouvoir se rendre compte des avantages du système et fixer les dimensions de la poulie dans des conditions d'application déterminées, il importe d'établir une formule permettant de calculer le rapport  $\frac{T}{l}$  entre les tensions exercées dans le câble à la sortie et à l'entrée de la poulie.

Nous avons cherché à établir une telle formule sur des bases théoriques ; nous avons ensuite effectué des expériences pour en vérifier la valeur et en fixer les coefficients.

### § 1. — Recherche d'une formule donnant les rapports $\frac{T}{l}$ et $\frac{T}{Q}$ .

Une telle recherche pourrait conduire à des calculs mathématiques inextricables, si l'on voulait se libérer de toute hypothèse simplificatrice. Pour aboutir rapidement et se trouver finalement en possession de formules maniables, force est, comme nous le montrerons plus loin, de supposer des conditions de sollicitations *limites*.

On peut remarquer, pour justifier davantage une telle méthode, que quelle que soit la rigueur des hypothèses admises dans ces calculs les formules trouvées n'en contiendront pas moins les coefficients de frottement du câble sur l'anneau, et de l'anneau dans la gorge, coefficients dont les valeurs ne peuvent être connues qu'avec une approximation très relative.

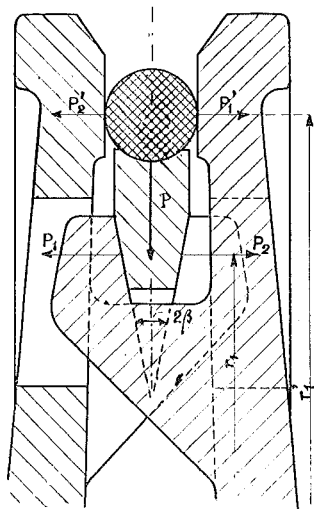


Fig. 4

On peut trouver ici un exemple de ce qu'il convient d'appeler une étude technique.

Utilisant la théorie du coin, nous avons déterminé tout d'abord, en fonction de l'effort radial, l'effort de pincage pour un élément d'angle au centre correspondant à deux dents de la couronne ; nous avons ensuite, connaissant cet effort de pincage pour un élément, déterminé l'effort total pour la couronne, et enfin, en fonction de celui-ci, calculé le rapport  $\frac{T}{l}$  entre la tension du brin conducteur et la tension du brin conduit.

Soit P (fig. 4) l'effort exercé par le câble sur la portion de cercle correspondant à la distance comprise entre les extrémités de deux dents consécutives ; déterminons les forces latérales  $P_1$ ,  $P_2$  qui se développent dans l'action de l'effort P.

Pour cela remarquons (fig. 5) que les réactions normales avec forces du coin  $N_1$  et  $N_2$  combinées aux résistances tangentielles dues au frottement  $T_1$  et  $T_2$ , ont pour résultantes respectivement  $R_1$  et  $R_2$ , et que ces résultantes font équilibre à la force P.

En décomposant  $R_1$  et  $R_2$  suivant la direction de la force P et la direction perpendiculaire, nous obtiendrons les valeurs de  $P_1$  et  $P_2$ , nécessairement égales pour le coin isocèle que nous envisageons ici, et la valeur  $\frac{P}{2}$  pour les deux autres composantes.

Nous pourrions donc calculer très simplement en fonction de l'angle  $\beta$  et de l'angle  $\varphi$  de frottement, la valeur de P ; nous aurons, en effet, dans les triangles

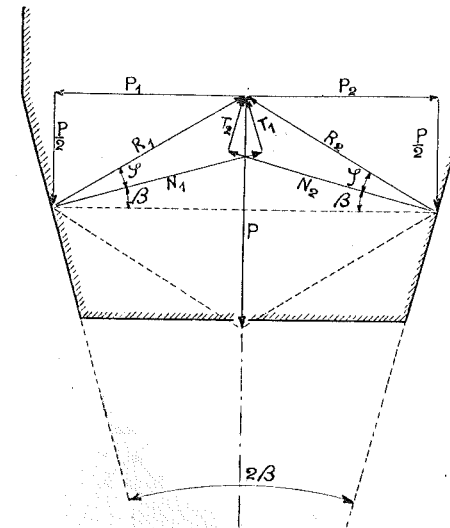


Fig. 5

rectangles de la figure 5, les relations suivantes :

$$\frac{P}{2} = R_1 \sin (\beta + \varphi)$$

$$R_1 = \frac{N_1}{\cos \varphi}$$

D'où :

$$\frac{P}{2} = N_1 \frac{\sin (\beta + \varphi)}{\cos \varphi}$$

$$P_1 = R_1 \cos (\beta + \varphi) = N_1 \frac{\cos (\beta + \varphi)}{\cos \varphi}$$

D'où :

$$P_1 = \frac{P}{2} \frac{1}{\operatorname{tg} (\beta + \varphi)} \quad (1)$$

Si l'on se reporte à la figure 4, il est aisé de voir que l'effort de pincage  $P_1' = P_2'$  sera donné par la relation :

$$P_1' = \frac{P}{2 \operatorname{tg} (\beta + \varphi)} \frac{r_1}{r_1'} \quad (2)$$

Pour nous rendre compte de l'effort de pincage en fonction de la tension du câble, considérons tout d'abord le cas le plus simple, celui

où la tension reste constante et égale à  $\tau$  depuis l'entrée jusqu'à la sortie, sur un arc  $\alpha$  de  $180^\circ$ .

Si nous désignons par  $p$  l'effort par unité de longueur qui se développe sur le cercle, nous pourrions déterminer  $p$  en fonction de  $\tau$ ,

$$\int_0^\pi p(r_1 d\alpha) \sin \alpha = 2\tau;$$

d'où :

$$p = \frac{\tau}{r_1} \quad (3)$$

Si nous faisons maintenant l'hypothèse limite que le cercle est *absolument souple*, nous pourrions calculer l'effort  $p'$  de pincage correspondant à l'effort radial  $p$ , au moyen de la formule (1)

$$p' = \frac{p}{2 \lg(\beta + \varphi)} \quad (4)$$

La pression  $p'$  a pour effet de déterminer la rotation de l'une des flasques par rapport à l'autre autour de l'arc MN (fig. 6). Déterminons le couple de rotation. Pour cela remarquons que l'élément  $r_1 d\alpha$ , étant soumis à un effort  $p' r_1 d\alpha$ , fournit un couple :

$$lp' r_1 d\alpha = r_1 \sin \alpha p' r_1 d\alpha.$$

En intégrant depuis 0 jusque  $\pi$ , nous obtiendrons :

$$M_o = \int_0^\pi p' r_1^2 \sin \alpha d\alpha = 2 p' r_1^2.$$

En remplaçant dans cette formule  $p'$  par sa valeur (4) et  $p$  par sa valeur (3), nous obtiendrons :

$$M_o = \tau r_1 \frac{1}{\lg(\beta + \varphi)} \quad (5)$$

Sous l'action de ce couple la flasque presse sur le câble, qui se déforme. Si nous nous plaçons à nouveau dans l'hypothèse limite où le câble et les flasques sont *absolument indéformables*, nous pourrions admettre qu'il n'y a qu'un point de contact entre la flasque et le câble et que ce point de contact se trouve sur l'arc  $o\gamma$ .

Soit F l'effort de pincement appliqué en ce point ;  $r_1'$  étant la distance de F à l'axe MN, nous aurons :

$$M_o = F \times r_1'. \quad (6)$$

D'où :

$$F = \tau \frac{r_1}{r_1'} \frac{1}{\lg(\beta + \varphi)} \quad (7)$$

Remarquons que si nous supposons le cercle *entièrement rigide*, tout l'effort  $2\tau$  serait reporté sur l'axe  $o\gamma$ , et en vertu de la relation (2) il viendrait :

$$P_1' = \frac{2\tau}{2 \lg(\beta + \varphi)} \frac{r_1}{r_1'} = \tau \frac{r_1}{r_1'} \frac{1}{\lg(\beta + \varphi)}$$

valeur identique à celle trouvée dans l'hypothèse d'un cercle infiniment souple.

Cette remarque nous permet de conclure que les formules finales qui pourront être déduites de la relation (7) s'appliqueront avec une rigueur suffisante au cas réel d'un cercle pratiquement rigide.

Pour passer du cas que nous venons d'examiner d'une poulie supportant un câble soumis à une tension uniforme  $\tau$ , au cas pratique d'une poulie tournant sous l'action d'un couple moteur, force est de faire une nouvelle hypothèse. En effet, sous l'action du couple il s'établit une différence de tension entre l'entrée et la sortie (fig. 7):

$$T - t = Q, \quad (8)$$

Q étant l'effort utile transmis à la jante.

On pourrait rechercher dans le cas d'une poulie sans pincage latéral, quelle est la valeur de  $p$  en fonction de l'angle  $\alpha$ .

Si on considère un élément  $r_1 d\alpha$  du câble (fig. 7), on constate que celui-ci est soumis aux seuls efforts :

1)  $t$  et  $t + d\theta$ , tensions du câble de part et d'autre de l'élément,

2)  $dN$ , réaction de la jante,

3)  $dR$  réaction tangentielle due au frottement, dans l'hypothèse où l'on néglige l'influence de la force centrifuge.

En projetant le système des forces sur la tangente puis sur la normale, on trouve :

$$dN = d\alpha$$

$$R = f dN = d\theta$$

desquelles on peut déduire :

$$\frac{d\theta}{\theta} = f d\alpha \quad \text{et} \quad \theta = l e^{fd} \quad (9)$$

$$p = \frac{dN}{r_1 d\alpha} = \frac{\theta}{r_1} \quad (10)$$

On voit que  $p$  varie comme  $\theta$ , et partant comme  $e^{fd}$ . Il ne serait donc pas impossible de déterminer dans ce cas, la valeur de  $p'$ , puis

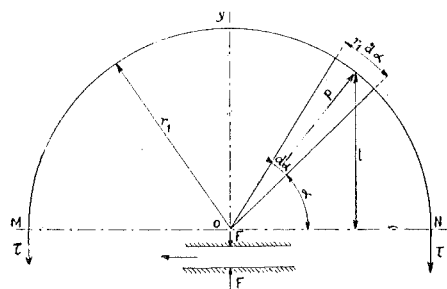


Fig. 6

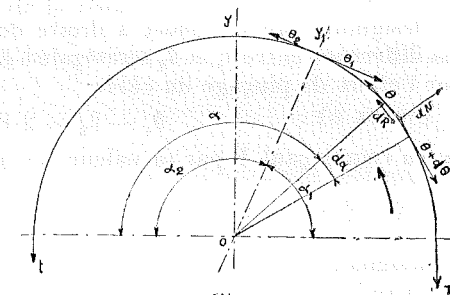


Fig. 7

de  $M_0$  et enfin de  $F$ , effort de pincage. Mais ce ne serait là qu'une première approximation, puisque cet effort  $F$  provoque une force de frottement latéral  $2 F \times f$  ( $f$  étant le coefficient de frottement du câble sur les faces latérales des plateaux) qui modifie la loi de variation de  $\theta$  en fonction de  $\alpha$ .

Pour éviter des calculs relativement très longs et les formules très peu maniables auxquelles nous serions inévitablement conduit, nous avons cru pouvoir nous contenter de l'approximation suivante :

Adopter pour  $\tau$  une valeur moyenne :

$$\tau = \frac{T + l}{2} \quad (11)$$

et supposer que  $F$  puisse être calculé au moyen de la formule (7).

Dans ces conditions la détermination du rapport  $\frac{T}{l}$  peut se faire assez simplement.

Désignons par  $\alpha_1$  l'angle compris entre le point d'entrée et le point de pincage, cet angle étant nécessairement plus petit que  $90^\circ$ , lorsque  $\tau$  varie de  $T$  à  $l$ .

Désignons par  $\theta_1$  l'effort à droite de  $\sigma_1$ , par  $\theta_2$  l'effort à gauche. La différence entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sera égale à l'effort de frottement développé par l'effort de pincage du câble :

$$\theta_1 - \theta_2 = 2 F \times f \quad (12)$$

ou en remplaçant  $F$  par sa valeur (7) et  $\tau$  par sa valeur (11)

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{T + l}{2} \cdot 2 \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)} \quad (13)$$

$\varphi'$  désignant l'angle de frottement pour le câble sur les flasques.

Entre  $\theta_1$  et  $T$ ,  $\theta_2$  et  $l$ , nous avons les relations déduites de l'équation (9) :

$$T = \theta_1 e^{f\alpha_1} \quad \theta_2 = l e^{f\alpha_2}$$

Il nous sera donc possible d'éliminer  $\theta_1$  et  $\theta_2$  de la relation (13) et de trouver une relation entre  $T$  et  $l$ .

$$\frac{T}{l} = \frac{e^{f\alpha} + e^{f\alpha_1} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}}{1 - e^{f\alpha_1} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}} \quad (14)$$

Comme  $T - l = Q$ , on pourra établir le rapport :

$$\frac{T}{Q} = \frac{e^{f\alpha} + e^{f\alpha_1} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}}{(e^{f\alpha} - 1) + 2 e^{f\alpha_1} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}} \quad (15)$$

et comparer ce rapport à celui obtenu pour le cas d'une transmission ordinaire par câble sur poulie à gorge libre. Si  $R$  désigne le rapport entre la valeur  $\frac{T}{Q}$  ci-dessus et la valeur  $\left(\frac{T}{Q}\right)_n$  normale, nous obtenons :

$$R = \frac{\frac{T}{Q}}{\left(\frac{T}{Q}\right)_n} = \frac{1 + e^{f(\alpha_1 - d)} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}}{1 + 2 \frac{e^{f\alpha} e^{f\alpha_1}}{e^{f\alpha} - 1} \frac{r_1}{r_1'} \frac{\text{tg } \varphi'}{\text{tg } (\beta + \varphi)}} \quad (16)$$

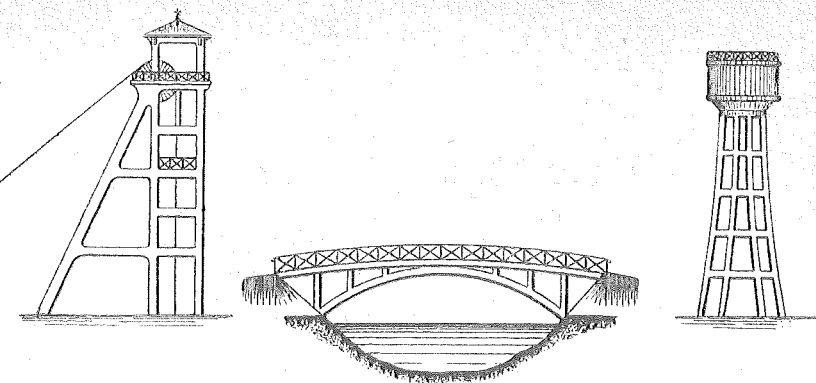
*Remarque.* — La formule (15) permet de calculer  $T$  en fonction de  $Q$  lorsque l'on connaît les angles de frottement  $\varphi'$  et  $\varphi$ , ainsi que les angles  $\alpha$  et  $\alpha_1$ .

La formule (16) permet d'établir le rapport entre la tension  $T$  pour la poulie Bollen et la tension  $T_n$  pour la poulie normale, l'effort utile à transmettre étant égal à  $Q$ .

Nous n'avons pu par la théorie exposée ici, établir la valeur de  $\alpha_1$ ; on ne s'écartera pas beaucoup de la réalité en adoptant

$$\alpha_1 = \frac{2}{5} \alpha \quad (17)$$

(à suivre)



# Entreprises Ch. TOURNAY

Société Coopérative

1, rue des Anges, à LIÈGE

## BÉTON ARMÉ

1<sup>re</sup> section : GRANDS TRAVAUX

Ponts, Passerelles, Réservoirs, Châteaux d'eau, Silos, Bâtiments, etc.

Chevalements de mines (31 construits ou en construction)

2<sup>e</sup> section : ATELIER DE FLOREFFE

Dalles pour planchers creux, Bloes et Dalles pour murs creux,

Tuyaux, etc.

Adresse télégraphique : Tournay, Liège

Téléphones { Liège : 4448 et 1689  
Somain (Nord) : 29  
Strasbourg :

Chèques postaux 4027

Banque Générale de Liège  
Société Générale de Valenciennes  
Société Générale Alsacienne à Strasbourg

*Tournay*

6<sup>me</sup> SÉRIE  
TOME XI. — N° 5

64<sup>me</sup> ANNÉE

1<sup>er</sup> DÉCEMBRE 1921

232/1

# REVUE UNIVERSELLE DES MINES

DE LA  
MÉTALLURGIE, DES TRAVAUX PUBLICS  
DES SCIENCES ET DES ARTS APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

Annuaire de l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège

A. I. Lg.

UNION PROFESSIONNELLE RECONNUE

### SOMMAIRE :

#### Mémoires :

- CHAUVIN, H. — Avant-projet de la captation des énergies hydrauliques belges [629.2 + 627.1 (493)] (à suivre) . . . . . p. 509  
GOUTTIER, J. — L'usure des rails de chemins de fer et de tramways (625.6) . . . . . p. 524

#### Bulletin :

- DELCOMMUNE, L. — Méthodes étrangères de tracés de cannelures de cylindres de laminoir (669.1 + 621.944.24) (à suivre) . . . . . p. 544  
HANOCQ, Ch. — Note sur la poulie Bollen (621.851) (à suivre) . . . . . p. 553  
BIHET, O. — Méthode de filetage (621.881) (à suivre) . . . . . p. 560  
DE GRAND'RY, G. — Etude sur la prospection du sous-sol par l'électricité (622.1 : 621.39) (fin) . . . . . p. 567

#### Chronique :

- GILARD, P. — Le verre de quartz (666.12) (à suivre) . . . . . p. 573  
Revue des Périodiques techniques : . . . . . pp. 581 à 622  
Bibliographie : . . . . . pp. 623 à 629  
Monographie industrielle . . . . . p. 630

Revue paraissant le 1<sup>er</sup> et le 15 de chaque mois

publiée sous la direction du Comité scientifique de l'A. I. Lg.

Abonnement : Un an, 72 frs. — Le Numéro : 5 frs

ADMINISTRATION ET RÉDACTION :

16, Quai des Etats-Unis, LIÈGE

IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE, 4, PLACE SAINT-MICHEL, LIÈGE