

B. U. S. GRENOBLE



D

052 299126 9

10  
ES  
FR

13





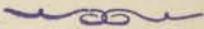


LES TURBINES A VAPEUR



Magasin

103

Paul BERGEON  
INGÉNIEUR  
GRENOBLE  


LES  
TURBINES A VAPEUR

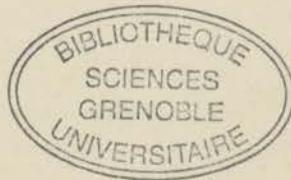
OUVRAGE COMPRENANT

LA DESCRIPTION, LA THÉORIE ET LE CALCUL DES DIMENSIONS  
PRINCIPALES DES TURBINES A VAPEUR

PAR

**Ch. HANOCQ**

Ingénieur Mécanicien-Electricien,  
Assistant, Chargé des Répétitions du Cours de Physique industrielle  
à l'Université de Liège.



LIÈGE

CHARLES DESOER, IMPRIMEUR-ÉDITEUR

—  
1907

UNIVERSITE DE GRENOBLE  
INSTITUT POLYTECHNIQUE

52578  
Bibliothèques de l'UJF et de Grenoble INP



## PRÉFACE

---

A peine connue dans l'industrie, il y a dix ans, les turbines à vapeur ont pris, à l'heure actuelle, une importance telle qu'il n'est plus permis d'en ignorer la théorie.

Aussi avons-nous pensé faire œuvre utile, en présentant d'une manière aussi succincte mais aussi complète que possible, une étude du fonctionnement et du rendement de ces nouveaux moteurs.

Après avoir classé et décrit les différents systèmes de turbines, nous avons rappelé les notions fondamentales de la dynamique et de la thermodynamique, nécessaires à la compréhension de la théorie.

Pour faire saisir les caractéristiques des différents types, nous avons donné, dans la troisième partie, le calcul de sept systèmes distincts, pouvant fournir la même puissance, à la même vitesse angulaire; nous avons donné, pour chacun d'eux, une coupe à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , et tracé les courbes de rendement en fonction du nombre de tours, ainsi que les courbes de consommation en fonction de la puissance.

Ce livre permet donc, à tous ceux qui s'intéressent à cette question, de se faire une idée exacte de la valeur des différents systèmes, et de la raison d'être de ceux-ci. Il contient les renseignements nécessaires pour déterminer les dimensions principales de n'importe quel type de turbines.

Les calculs étant grandement facilités par l'emploi du

diagramme de *Mollier*, nous en avons donné le tracé à très grande échelle, planche 4. Nous conseillons à ce propos de fixer le diagramme sur une planche et de le couvrir d'un papier calque, afin de pouvoir faire les constructions sur celui-ci.

Une partie de cet ouvrage est extraite des articles publiés dans la *Revue Universelle des Mines* (tomes XVII, XVIII et XIX); nous en avons pourtant remanié plusieurs paragraphes et nous avons complété l'étude, en examinant, au chapitre IV, l'influence de la surchauffe, de la pression et du vide sur la consommation, ainsi qu'en étudiant le réglage des turbines.

Dans un appendice nous avons émis, au sujet du rendement des aubages fixes et mobiles, quelques considérations qui permettent d'expliquer d'une manière précise les résultats d'expérience.

L'AUTEUR.

Liège, le 3 octobre 1907.

Table des principales notations adoptées dans cet ouvrage.

$q$	chaleur de l'eau par kg.
$r$	chaleur de vaporisation par kg.
$x$	titre de la vapeur
	ou valeurs portées en abscisse.
$T$	température absolue
	ou travail par kg. de fluide dépensé.
$t$	température en degrés centigrades
	ou temps en secondes.
$p$	pression absolue, en kg. par unité de surface.
$v$	volume spécifique, mesuré en mètres cubes par kg.
$(u + \tau)$	volume spécifique au titre $x = 1$ .
$\delta = \frac{1}{v}$	pooids en mètres cubes de vapeur.
$U$	Energie interne de 1 kg. de vapeur.
$A = \frac{1}{425}$	, équivalent calorifique du travail.
$e$	énergie disponible.
$u$	vitesse périphérique, en mètres par seconde.
$c$	vitesse absolue,           »           »
$w$	vitesse relative,           »           »
$\omega$	vitesse angulaire.
$\sigma$	section d'un canal.
$Q, q$	débit de vapeur en kg. par seconde.
$h$	chute de chaleur.
	ou hauteur d'aubage.
$\varphi$	coefficient relatif aux tuyères et aux aubages fixes
	ou entropie du kg. d'eau.
$\psi$	coefficient relatif aux aubages mobiles.
$\nu$	coefficient relatif aux frottements dans les paliers.
$\alpha$	angle d'inclinaison des tuyères.
$\beta$	angle d'entrée des aubages mobiles.
$N$	puissance en chevaux.
$f$	fuite en kg. par seconde.
$\eta$	rendement.
$\rho$	rayon de courbure.
$R, r$	rayon de rotation en mètres.
$D, d$	diamètre en mètres.
$i$	degré d'injection.
$k, K$	coefficient de réduction, constant ou variable.
$C$	consommation en kg. de vapeur par cheval-heure.

**ERRATA.**

---

Page 49, 7<sup>e</sup> ligne, lire :

$$(\varphi^2 - \nu_i) \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\Lambda} (1 - \alpha') r + 0,485 (V_i - t_i).$$

Page 55, 22<sup>e</sup> ligne, lire :

$$\psi^2 \frac{c_i^2}{2g} \quad \text{au lieu de } \psi \frac{c_i^2}{2g}.$$

Page 68, en bas, lire :

Voir note page 167.

Page 86, 8<sup>e</sup> ligne :

au lieu de obtenu, lire combiné.

---

# LES TURBINES A VAPEUR.

---

## Introduction.

L'idée de faire tourner une roue, au moyen d'un jet de vapeur dirigé sur des aubes fixées à sa périphérie, est vieille de plusieurs siècles ; la réalisation pratique d'un moteur fonctionnant sur ce principe date à peine de vingt ans ! C'est qu'il fallait, pour résoudre industriellement le problème, atteindre une consommation comparable à celle de la machine à vapeur à piston, et pour cela adopter, comme l'a montré plus tard la théorie, de très grandes vitesses périphériques. De là, la nécessité de faire usage de matériaux pouvant résister aux tensions excessives résultant de la force centrifuge ; de là aussi des difficultés d'ordre mécanique, qui ne pouvaient être surmontées qu'en disposant de l'outillage perfectionné d'aujourd'hui.

D'ailleurs les vitesses angulaires auxquelles on était conduit, limitaient l'emploi de tels moteurs à des applications spéciales comme l'attaque directe de ventilateurs,

de pompes centrifuges et de dynamos. La réussite commerciale était donc, en définitive, liée à la généralisation des applications de l'électricité dans l'industrie.

C'est en 1884 que l'ingénieur anglais *Parsons* réalisa, sur les idées émises en 1853 par le savant français *Tournaire*, la première turbine qui ait fonctionné industriellement; cette turbine tournait à la vitesse angulaire de 18.000 tours par minute et commandait une dynamo de la puissance de 10 chevaux. En 1889, *de Laval*, ingénieur suédois, parvint, après de nombreux tâtonnements, à mettre sur pied une turbine tournant à la vitesse effrayante de 30.000 tours et attaquant, au moyen d'un engrenage, une dynamo à la vitesse de 3000 tours.

C'est donc à ces deux hommes ingénieux et tenaces que l'on doit la réalisation pratique des idées émises bien longtemps avant eux, et indiquées dans de nombreux brevets.

En présence de ces succès, *Rateau* en France, *Curtis* en Amérique, et à leur suite de nombreux constructeurs, s'ingénierent à modifier et à perfectionner le nouveau moteur. Ils créèrent de nombreux types que nous allons chercher à classer et à décrire.

## CHAPITRE I.

### Classification des différents types de turbines.

On peut diviser les différents types de turbines à vapeur, en deux grandes catégories :

A. *Les turbines d'action* dans lesquelles la vapeur se détend entièrement dans des aubages fixes.

B. *Les turbines à réaction* dans lesquelles la vapeur se détend, soit entièrement dans des aubages mobiles, soit, en partie dans des aubages fixes, en partie dans des aubages mobiles.

Chacune de ces catégories peut comporter :

a) *Des turbines axiales* où la vapeur suit depuis son entrée jusqu'à sa sortie, un chemin parallèle à l'axe de rotation ;

b) *Des turbines radiales* où la vapeur suit un chemin perpendiculaire à l'axe de rotation.

Comme chaque ailette doit être parachevée de manière à éviter toute rugosité de surface qui entraînerait une perte par frottement considérable, on n'a pas réalisé de turbines avec aubes à surface gauche.

Suivant que la vapeur est injectée sur tout le pourtour des roues mobiles, ou seulement sur une partie, on dit que la turbine est à :

- a) *Injection totale*,  
ou b) *Injection partielle*.

On pourrait aussi distinguer :

- a) *Les turbines à axe horizontal*,  
b) *Les turbines à axe vertical*.

## Description schématique et fonctionnement des différents systèmes de turbines à vapeur.

### A. — Turbines d'action ou d'impulsion.

1) *Turbine à disque simple*. — La fig. 1 donne une coupe schématique d'une turbine de ce système, qui n'est autre que la turbine *de Laval*; la roue mobile est projetée verticalement; nous avons montré en *c* la section des aubes disposées *radialement* à la périphérie. Nous avons donné (fig. 2) une vue perspective d'une roue *de Laval* avec ses quatre tuyères placées symétriquement, afin de bien faire comprendre la disposition des aubes et des tuyères dans une turbine *axiale*.

La vapeur venant de la chaudière en *a* (fig. 1) se détend

entièrement jusqu'à la pression du condenseur, dans la *tuyère fixe ab*; elle acquiert ainsi une vitesse d'environ 1200 mètres par seconde, pour une pression d'amont de 10 atmosphères.

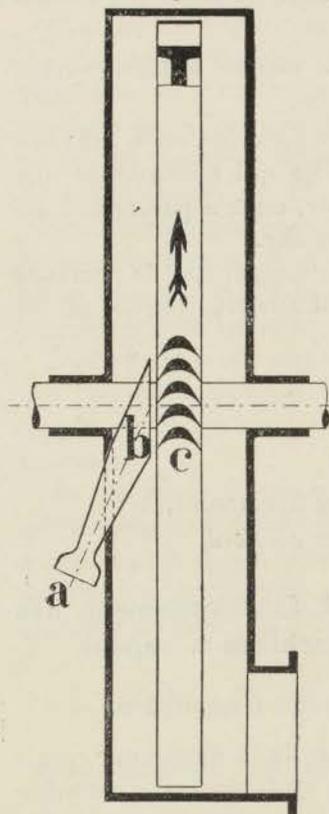


Fig. 1.

Le jet de vapeur est *dévié* par les aubes, et de cette déviation d'un fluide en mouvement, résulte *une poussée* et, par conséquent un *couple* qui, s'il est supérieur au couple résistant, entraîne la roue dans la direction de la flèche.

A mesure que la vitesse périphérique de la roue augmente, le travail sur l'arbre augmente et la vitesse absolue de sortie du fluide diminue, comme le montre l'application du théorème de la composition des vitesses (1).

Le travail maximum récupéré sur l'arbre correspond évidemment à une *vitesse absolue de sortie minimum*; or ce résultat est atteint pour une *vitesse périphérique* égale environ au tiers de la vitesse d'injection, soit 400 mètres.

Pour atteindre cette vitesse périphérique, avec un disque de petit diamètre, 0<sup>m</sup>40 par exemple, il faut adopter une vitesse angulaire de rotation de 18.000 tours par minute.

(1) Nous rappelons ce théorème page 17 et nous en montrons l'application page 29.

Pour ramener cette vitesse à un nombre de tours acceptable, il faut nécessairement employer un engrenage.

La solution si simple d'une turbine à un disque, se complique donc d'un harnais réducteur qui en diminue le rendement, tout en augmentant les frais de construction et d'entretien.

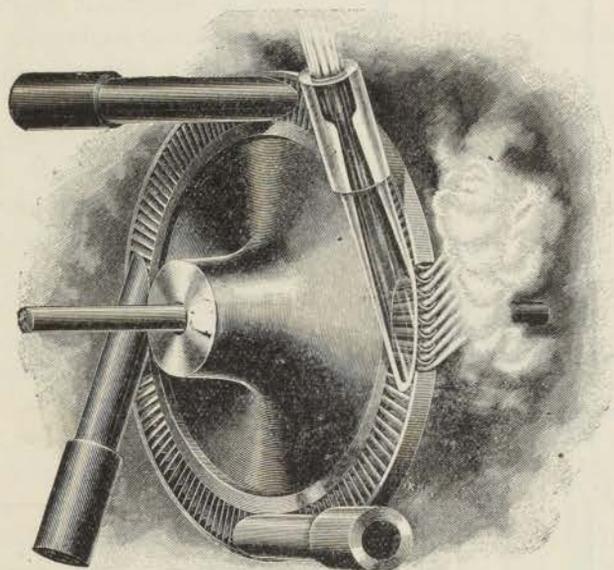


Fig. 2.

On a donc cherché à diminuer la vitesse périphérique, de manière à permettre *l'attaque directe* avec des disques de diamètre relativement faible, tournant à 3000 ou 4000 tours, pour les petites puissances.

Avec les turbines d'action, on peut y arriver de deux manières différentes, en fractionnant *a) la chute de vitesse* ou *b) la chute de pression*.

2) **Turbine à chutes de vitesse** — On emploie une vitesse périphérique *plus petite* que dans la turbine à disque

simple, et comme la vitesse de sortie de l'aubage *c* (fig. 3) est alors *plus grande*, on dirige le jet de vapeur sur un

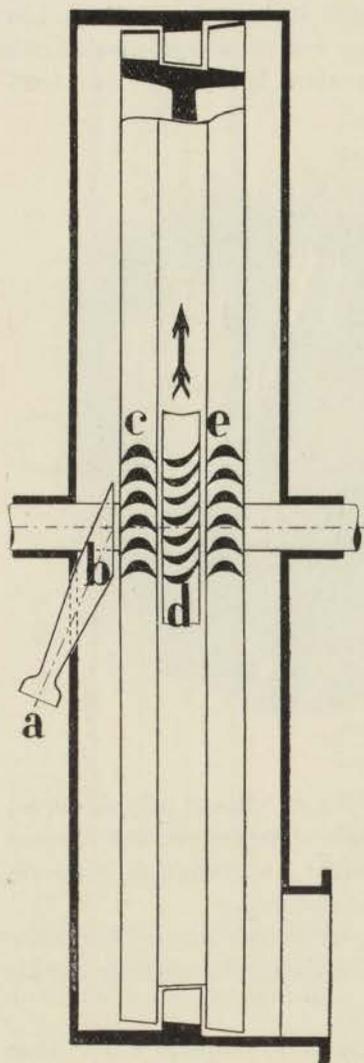


Fig. 3.

*second aubage e*, fixé à la périphérie de la même roue; la vitesse absolue finale est alors plus faible et le rendement de l'ensemble est augmenté.

La fig. 3 représente la coupe schématique d'une turbine de ce système, en projection verticale. Les aubes *d* qui renvoient la vapeur sur le second aubage *e*, sont fixées à l'enveloppe; nous les avons néanmoins montrées en coupe pour la compréhension du système.

Une telle turbine est dite à deux chutes de vitesse, mais on peut avoir une turbine à trois et même quatre chutes. Le calcul montre que le *rendement maximum* est atteint pour une vitesse périphérique d'autant plus *petite*, que le nombre de chutes est plus grand; mais ce rendement maximum est d'autant plus faible qu'il y a plus de chutes de vitesse, puisque le chemin parcouru par

la vapeur croît proportionnellement au nombre de chutes et que les pertes par frottement sont, toutes choses égales, proportionnelles au chemin parcouru.

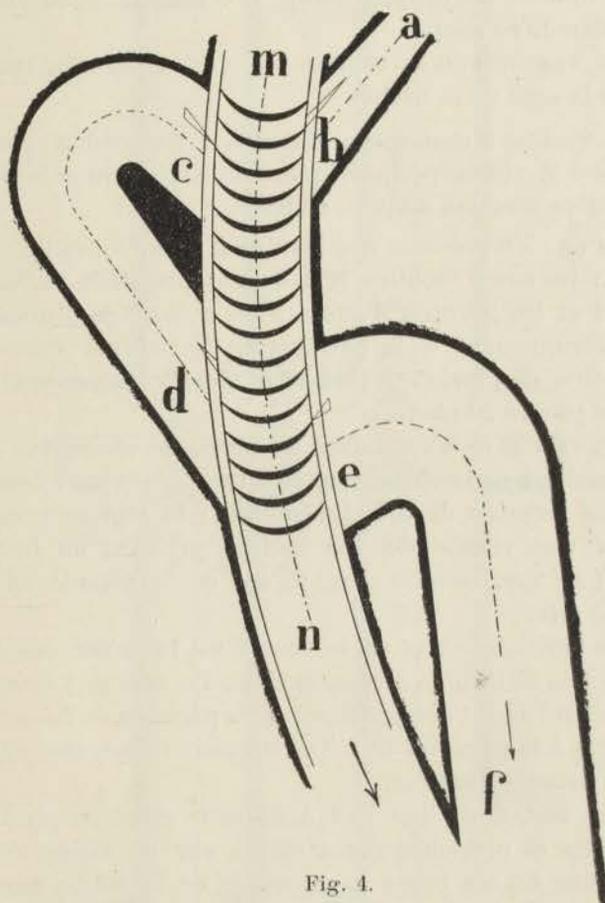


Fig. 4.

La fig. 4 montre comment, dans la turbine *Kolb*, on a réalisé plusieurs chutes de vitesse en renvoyant la vapeur sur un même aubage. La disposition adoptée est la disposition *radiale*, c'est-à-dire que la vapeur est dirigée

suivant  $ab$  et circule dans l'aubage perpendiculairement à l'axe.

La figure montre la coupe des aubes qui sont fixées à la périphérie du disque mobile  $mn$  perpendiculairement au plan de ce disque.

La vapeur suit le chemin  $abcdef$ , et la roue tourne dans le sens de la flèche.

3) Turbine à chutes de pression. — Le second moyen de réduire la vitesse périphérique, est de fractionner la chute totale de pression dont on dispose.

La fig. 5 représente une turbine à trois chutes de pression; les roues mobiles 1, 2, 3 sont projetées verticalement et les groupes d'aubes fixes  $a, b, c$  sont disposés symétriquement à la périphérie. Ce schéma donne le principe des turbines *Rateau* et *Zoelly* qui comportent 10 et jusque 20 chutes.

La vapeur se détend dans un premier aubage fixe  $a$  de la pression de la chaudière, 10 atmosphères par exemple, à une pression de 2,5 atmosphères; la vapeur acquiert ainsi une vitesse de 700 mètres environ, au lieu de 1200 mètres, comme dans le cas de la détente *en une seule fois*.

Le fonctionnement de la roue 1 est le même que dans le cas de la turbine à roue unique. La vapeur à la sortie se détend dans l'aubage fixe  $b$  de la pression de 2,5 atmosphères à la pression de 0,5 et acquiert encore une vitesse d'environ 700 mètres.

On voit donc que l'on a de cette manière plusieurs cellules et plusieurs roues calées sur un même arbre, chacune de ces roues fonctionnant de la même manière que le disque d'une turbine *de Laval*. La différence est que, pour un même rendement, la vitesse périphérique peut être réduite ici dans le rapport  $\frac{700}{1200}$ .

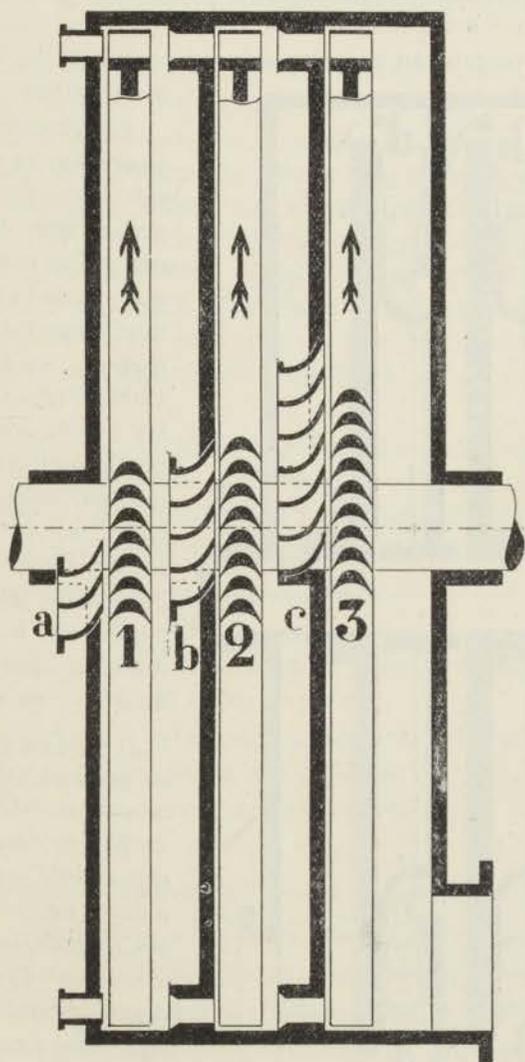


Fig. 5.

La répartition des pressions dépend des rapports entre les sections des aubages fixes *a*, *b*, *c*.

Nous verrons au chapitre suivant comment on calcule ces sections.

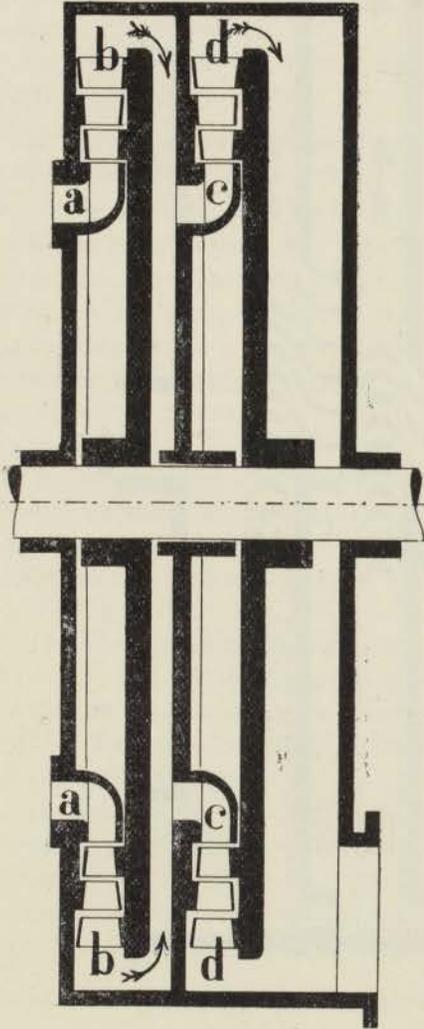


Fig. 6.

Le chemin parcouru par la vapeur est trois fois plus grand que dans le cas d'une roue unique, mais la vitesse maximum est de 700 mètres, au lieu de 1200 mètres. Comme les pertes sont proportionnelles au chemin parcouru et au carré de la vitesse, le rendement de l'ensemble est plutôt supérieur à celui d'une turbine à roue unique.

4) Turbine à chutes de pression et chutes de vitesse. — On peut employer dans chaque cellule, une roue à deux ou trois chutes de vitesse. On a ainsi un système combiné qui participe des avantages des deux précédents, *simplicité* du

système à chutes de vitesse, *bon rendement* du système à chutes de pression.

C'est sur ce principe que repose la construction des turbines *Curtis* et des turbines de l'*A. E. G.*

La fig. 6 représente une turbine à deux chutes de pression et deux chutes de vitesse par chute de pression. La disposition est celle d'une turbine *radiale* ; la vapeur entre en *a* et sort en *b*, rentre en *c* et sort en *d*. On voit qu'avec cette disposition radiale, la vapeur doit faire un parcours *bc* beaucoup plus grand qu'avec la disposition axiale ; c'est pour cette raison que les constructeurs adoptent plus particulièrement celle-ci.

En résumé, les turbines d'action sont caractérisées par la *détente totale dans la partie fixe et par conséquent par l'égalité des pressions de part et d'autre de la roue mobile*, ce qui entraîne les conséquences suivantes :

- 1) Il n'y a pas de *poussée* sur l'axe.
- 2) Il n'y a pas de fuites possibles sur le pourtour de la roue ; on peut laisser un jeu de plusieurs millimètres entre la partie fixe et la partie mobile.
- 3) La section d'entrée de l'aubage mobile est égale à la section de sortie, ou un peu plus grande.
- 4) On peut employer l'*injection partielle*.

Ces turbines d'action se divisent en turbines :

- a*) A disque simple (*de Laval*) (fig. 1 et fig. 2).
- b*) A chutes de vitesse (*Kolb*) (fig. 3 et fig. 4).
- c*) A chutes de pression (*Rateau, Zoelly*) (fig. 5).
- d*) A chutes de pression et chutes de vitesse (*Curtis, A. E. G.*) (fig. 6).

## B. — Turbines à réaction.

1) **A réaction totale.** — La fig. 7 représente la coupe schématique d'une turbine fonctionnant sur ce principe, qui n'est autre que le principe du tourniquet hydraulique.

La vapeur pénètre en *a* à travers l'axe et sort par l'ajutage *b*, en se détendant depuis la pression de la chaudière jusqu'à la pression du condenseur. La vapeur

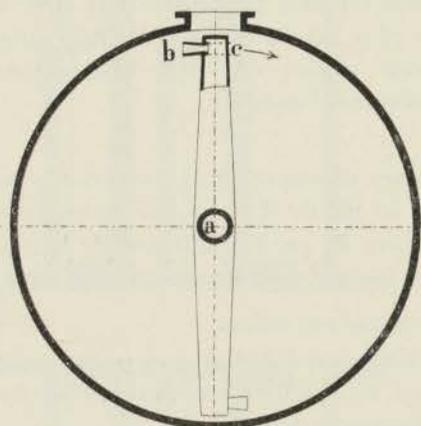


Fig. 7.

exerce sur la portion de paroi *c*, opposée à l'ajutage, une poussée qui n'est pas équilibrée et qui tend à faire tourner la roue dans le sens de la flèche.

Le travail produit augmente à mesure que la vitesse périphérique croît ; le maximum est atteint pour une vitesse égale à la vitesse de

sortie de la vapeur, puisqu'alors la vitesse absolue de sortie est nulle.

La vapeur, comme on le voit, se détend entièrement dans la partie mobile, et cette détente a lieu que l'ajutage soit en mouvement ou non. Aucune turbine de ce système n'a été réalisée industriellement, mais sa description permet de faire comprendre plus aisément le fonctionnement de la turbine à réaction partielle.

2) **A réaction partielle.** — Une telle turbine est ordinairement réalisée avec un grand nombre de chutes de pression. Dans la coupe schématique (fig. 8), il n'y a que

trois chutes. Pour comprendre sa description, il est préférable d'imaginer une turbine à une seule chute de pression; il suffit de supposer que les aubes  $c$  de la fig. 1 sont

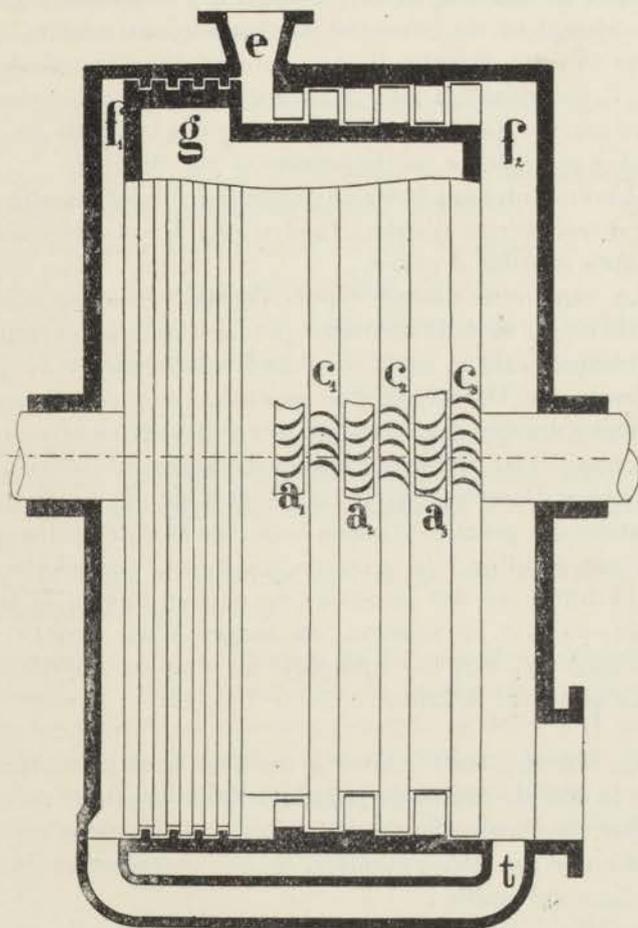


Fig. 8.

remplacées sur toute la périphérie par des aubes ayant la forme  $c_1$  (fig. 8) et que la tuyère  $ab$  est remplacée par des aubes fixes telles que  $a_1$  disposées sur tout le pour-

INSTITUT POLYTECHNIQUE

tour. Les jets de vapeur sortant alors des ajutages fixes  $a_1$  étant déviés par les aubes mobiles, exercent une poussée comme dans le cas des roues à action; mais comme la section des aubes  $c$  va *décroissant*, il y a nécessairement *accroissement de vitesse* et par conséquent *détente*. Par suite de cette détente, il y a, comme dans le cas de la fig. 7, une *réaction non équilibrée* qui elle aussi tend à faire tourner la roue. Ainsi dans ce cas la partie mobile tend à se déplacer par *impulsion* et par *réaction*.

Il est maintenant facile de comprendre le schéma (fig. 8); il y a trois séries d'aubes fixes  $a_1, a_2, a_3$ , et trois séries d'aubes mobiles  $c_1, c_2, c_3$ .

La vapeur se détend depuis l'entrée en  $e$  jusqu'à la sortie en  $f_2$ , de telle manière que la vitesse à l'extrémité de chaque aubage mobile ou fixe soit la même ou aille en croissant. On arrive à ce résultat, en proportionnant convenablement les hauteurs des aubes, et nous verrons au chapitre III, qu'on est obligé d'adopter un tambour à plusieurs diamètres, pour ne pas être amené à réduire la hauteur des premières aubes à une fraction de millimètre.

Pour équilibrer la poussée sur l'axe, qui résulterait de la différence des pressions de part et d'autre du tambour, on met en relation, au moyen d'un tuyau  $t$ , les extrémités  $f_1$  et  $f_2$  et on emploie un joint en labyrinthe  $g$  pour diminuer la fuite.

En résumé, les turbines à réaction sont caractérisées par la détente *totale* ou *partielle dans la partie mobile*, et par conséquent *par une différence de pression de part et d'autre des aubes mobiles*, ce qui entraîne les conséquences suivantes :

- 1) Il y a une poussée sur l'axe qu'il faut équilibrer.
- 2) Il faut, pour réduire la fuite sur le pourtour de la roue, diminuer le jeu entre celle-ci et la partie fixe.
- 3) L'emploi de l'*injection partielle* est impossible, parce

qu'elle entraînerait une dispersion des jets de vapeur sortant des aubes fixes; en effet la vapeur, par suite de la différence de pression existant de part et d'autre de la roue, chercherait à passer sur tout le pourtour de celle-ci. On est donc forcé, avec les turbines à réaction, d'employer l'*injection totale*.

4) La section d'entrée de l'aubage mobile est nécessairement plus grande que la section de sortie.

Nous verrons plus loin, au chapitre III, les différences de construction que ces nécessités entraînent.

Les turbines à réaction se divisent en turbines :

a) *A réaction totale* (non réalisée) (fig. 7).

b) *A réaction partielle* { à un disque (non réalisée).  
à plusieurs chutes de pression  
(Parsons) (fig. 8).

REMARQUE I. — On appelle *degré de réaction* le rapport de l'énergie dépensée dans l'aubage mobile, à l'énergie totale dépensée dans l'aubage fixe et l'aubage mobile.

Nous verrons pourquoi on adopte ordinairement  $\frac{1}{2}$  comme degré de réaction.

REMARQUE II. — Pour un même nombre de chutes de pression, la *vitesse maximum de la vapeur* est moindre dans les turbines à réaction, puisque la détente se fait à la fois dans l'aubage fixe et dans l'aubage mobile. Il en résulte que les pertes par frottements sont, toutes choses égales, plus petites et par conséquent que le rendement est plus élevé.

Cette description générale étant faite, nous pouvons aborder la théorie et le calcul des turbines; mais auparavant, il nous a paru utile de rappeler quelques notions fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique.

## CHAPITRE II.

**Rappel de quelques notions fondamentales.**

On appelle *vitesse*  $v$  d'un corps en mouvement le rapport du chemin  $ds$  parcouru par ce corps, au temps  $dt$  employé à le parcourir. On a donc :

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

La vitesse est complètement déterminée dans l'espace, quand on connaît la direction, le sens et la valeur algébrique  $v = \frac{ds}{dt}$ . On peut donc représenter une vitesse par un vecteur.

Si un corps se déplace sur une trajectoire  $AB$  (fig. 9) et que cette trajectoire se déplace elle-même dans l'espace,

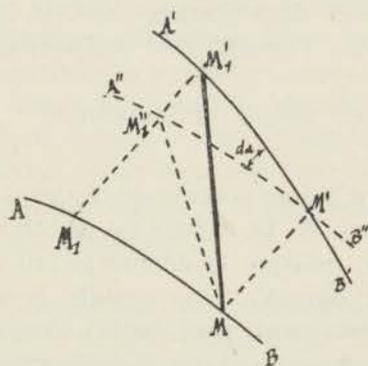


Fig. 9.

on peut considérer la vitesse sur la trajectoire ou *vitesse relative*  $v_r$ , la *vitesse d'entraînement*  $v_e$  de la trajectoire, et chercher la relation  $v_r$ ,  $v_e$  et  $v$ , vitesse absolue dans l'espace.

Supposons qu'après le temps  $dt$  (fig. 9), le point  $M$  soit venu  $M_1$ , sur la trajectoire  $AB$ . Pendant ce temps  $dt$  la trajectoire  $AB$  est venue en  $A'B'$  et nous pouvons supposer qu'elle a été amenée dans cette position

par une translation en  $A''B''$ , et une rotation de  $A''B''$  en  $A'B'$ .

Après le temps  $dt$ , le point  $M$  sera donc venu en  $M'_1$  et le chemin parcouru dans l'espace  $MM'_1$  est égal, en

négligeant  $M''_1 M'_1$  qui est une quantité infiniment petite par rapport à  $MM'_1$  :

$$\overline{MM'_1} = \overline{MM_1} + \overline{M_1 M''_1}.$$

Donc on a la relation :

$$\overline{v} = \overline{v_e} + \overline{v_r} \tag{1}$$

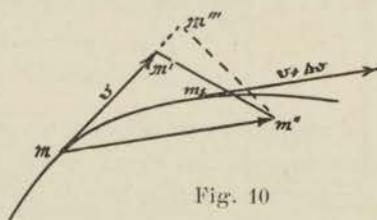
et l'on voit que les vitesses se composent comme les forces.

On appelle *accélération*  $\varphi$  d'un corps en mouvement rectiligne, le rapport de la variation de vitesse  $d v$ , au temps  $d t$  pendant lequel se produit cette variation;  $\varphi$  est donc égal par définition, à

$$\varphi = \frac{d v}{d t}.$$

Dans le cas où le mouvement est curviligne, fig. 10, l'accélération est une quantité géométrique représentée par

$$\varphi = \lim \frac{m' m''}{\Delta t}$$



$mm''$  étant menée égale et parallèle à la vitesse  $(v + \Delta v)$  au point infiniment voisin  $m_1$ .

On peut décomposer  $\varphi$  suivant la tangente et la normale à la trajectoire au point  $m$ , et l'on démontre que

$$\varphi_t = \lim \frac{m' m''}{\Delta t} = \frac{d v}{d t} \tag{2}$$

$$\varphi_n = \lim \frac{m''' m''}{\Delta t} = \frac{v^2}{\rho} \tag{3}$$

$\rho$  représentant le rayon de courbure en  $m$ .

Pour un mouvement composé, on démontre que

$$\overline{\varphi} = \overline{\varphi}_e + \overline{\varphi}_r + \overline{\varphi}_c \quad (4)$$

$\varphi_r$  et  $\varphi_e$  étant respectivement l'accélération du mouvement relatif et du mouvement d'entraînement,  $\varphi_c$  étant appelé l'accélération complémentaire, et ayant pour valeur (fig. 9) :

$$\varphi_c = \frac{2M_1''M_1'}{dt^2}$$

L'accélération complémentaire est *perpendiculaire*, comme on le voit sur la fig. 9, à la trajectoire du mouvement relatif.

Si l'on fait agir successivement sur *un même corps* des forces  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$ , on constate que ce corps prend des mouvements différents, *uniformément accélérés*, tels que si  $\varphi'$ ,  $\varphi''$ ,  $\varphi'''$  sont les accélérations correspondantes :

$$\frac{f'}{\varphi'} = \frac{f''}{\varphi''} = \frac{f'''}{\varphi'''} = m.$$

Le rapport  $m$  ne dépend que de la nature du corps et de ses dimensions et est appelé la *masse* du corps; si on fait agir la pesanteur sur ce corps, on trouve pour accélération une valeur  $g$ , telle que,  $P$  étant le poids,

$$\frac{P}{g} = m.$$

On constate que la valeur de  $g$  est constante, quelle que soit la *nature du corps*, pour un même point de la terre.

Il résulte de là que l'on peut écrire, pour un système de forces concourantes, agissant sur un corps de poids  $P$  :

$$\overline{R} = \overline{\Sigma F} = m\overline{\varphi} = \frac{P}{g}\overline{\varphi}$$

$g$  étant égal à environ 9<sup>m</sup>81.

S'il s'agit d'un mouvement composé :

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c.$$

D'où :

$$\bar{\Sigma F} = \frac{P}{g} (\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c). \quad (5)$$

Rappelons maintenant quelques notions de *thermodynamique*.

Soit 1 kg. d'eau à la température de 0° contenu dans un récipient cylindrique (fig. 11), fermé par un piston idéal (*étanche et sans frottements*), piston qui supporte une pression de  $p$  kg. par unité de surface. Nous pouvons supposer que la section du cylindre est égale à l'unité de surface.

Soit  $\sigma$  le volume occupé par l'eau à 0°. Si on chauffe, le volume augmente, mais très peu, jusqu'à la température  $t$ , qui est la température de vaporisation sous la pression  $p$ . A partir de ce moment, en effet, l'eau commence à se transformer en vapeur et la température reste *constante* ; le volume de vapeur augmente rapidement, tandis que le volume d'eau diminue. Soit  $v_x$  le volume total, lorsqu'il y a  $x$  % d'eau vaporisée ; nous aurons :

$$v_x = \sigma + xu.$$

$u$  représentant l'augmentation du volume (déplacement du piston) lorsqu'il ne reste plus d'eau ; si l'on suppose que le mélange des deux fluides est intime et homogène, nous aurons pour poids de l'unité de volume  $\delta_x$ , lorsque le *titre* est  $x$  :

$$\delta_x = \frac{1}{v_x}$$

puisque  $v_x$  représente le volume de 1 kg.

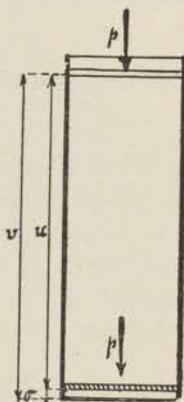


Fig. 11.

La quantité de chaleur fournie, lorsque l'eau a complètement disparu, peut se décomposer en trois parties :

1) La quantité  $q$  nécessaire pour élever la température du kg. d'eau de 0 à  $t$  ;

2) La quantité  $\rho$  correspondant au travail des forces moléculaires ;

3) La quantité  $\Lambda pu$  correspondant au travail extérieur du piston,  $\Lambda$  étant l'énergie calorifique équivalente à 1 kgm. et étant égal, comme on le sait, à  $\frac{1}{425}$  calorie.

La chaleur totale de vaporisation  $\lambda$  a donc pour valeur :

$$\lambda = q + \rho + \Lambda pu.$$

Lorsque le titre est  $x$ , on a :

$$\lambda_x = q + x\rho + \Lambda pxu. \quad (6)$$

Si l'eau a complètement disparu, et si l'on continue à chauffer à pression constante, le volume augmente en même temps que la température ; la vapeur est alors surchauffée ; la quantité totale de chaleur fournie est alors égale à

$$\lambda' = \lambda + c_p (t' - t) \quad (7)$$

$t'$  étant la température de la vapeur,

$t$  étant la température de vaporisation,

$c_p$  la chaleur spécifique de la vapeur surchauffée qui est variable avec la température, d'après les expériences de *Lorenz*, mais que l'on regarde ordinairement comme constante et égale à 0,485.

On a adopté les notations suivantes :

$$q + \rho = U \quad \text{chaleur interne} \quad (8)$$

$$\rho + \Lambda pu = r \quad \text{chaleur latente.} \quad (9)$$

On peut remarquer, et cela est vrai pour tous les corps, que si l'on se donne  $p$  et  $v_x$ , la pression et le volume spécifique (c'est-à-dire le volume de l'unité de poids), l'état de la vapeur est complètement déterminé ; en effet,

le volume  $v_x$  détermine la position du piston, la pression  $p$  détermine la valeur  $t$  et de  $u$ ; on connaît donc  $x$  et  $\lambda_x$ .

On peut donc représenter l'état de la vapeur par un point A dans un système d'axes rectangulaires (fig. 12) où l'on porte  $p$  en ordonnée et  $v$  en abscisse.

Si on diminue la pression sur le piston, *petit à petit*, de manière qu'il y ait à chaque instant équilibre entre la

pression extérieure  $p$  et la pression intérieure, le volume ira augmentant suivant une certaine loi représentée par la courbe AB; si l'on augmente la pression petit à petit, dans les mêmes conditions, on repassera par les mêmes états successifs, c'est-à-dire qu'on aura la

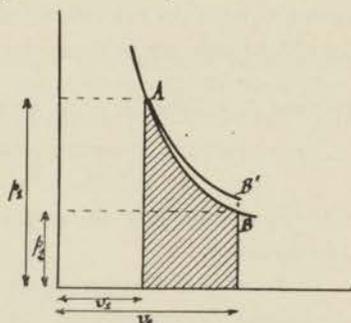


Fig. 12.

même courbe caractéristique BA. L'opération est dite *réversible*. Le travail extérieur est représenté par  $\int_{v_1}^{v_2} p dv$ , c'est-à-dire par la surface hachurée.

Dans le cas où l'on ne cède ni ne soustrait de chaleur, on dit que l'opération est *adiabatique* et l'on démontre que pour les gaz parfaits, l'équation de la courbe AB est

$$pv^\gamma = \text{constante, avec } \gamma = 1,41.$$

Pour la vapeur d'eau, on peut écrire :

$$pv^\mu = \text{constante} \quad (10)$$

et prendre pour  $\mu$  une valeur qui dépend de l'état initial, et qui est voisine de 1,28 pour la vapeur surchauffée, et de 1,125 pour la vapeur saturée au titre  $x = 1$ .

Si on fournit pendant l'opération la quantité de chaleur nécessaire pour maintenir la température constante, on a

une autre courbe, dite *isothermique*, telle que  $AB'$ , dont l'équation est pour les gaz parfaits :

$$pv = \text{constante.}$$

On voit que le *travail extérieur* dépend, pour une opération *réversible*, de la *quantité de chaleur* fournie pendant la détente.

Supposons que la température absolue en A soit T (fig. 12) et que, pour passer d'un point A au point infiniment voisin, on ait fourni une quantité de chaleur  $dQ$ ; faisons la somme des valeurs  $\frac{dQ}{T}$  pour tous les points depuis A jusque B, nous aurons l'expression :

$$\int_A^B \frac{dQ}{T}$$

qui représente *par définition*, l'accroissement de l'entropie du corps.

Cette notion d'entropie s'est introduite dans les considérations thermodynamiques, parce que sa valeur ne dépend, comme cela résulte du *théorème de Carnot*, que de l'état A et de l'état B, et nullement des *états intermédiaires*, et par conséquent du *travail extérieur*.

Il résulte de ce fait que l'état d'un corps peut être

déterminé si l'on se donne la valeur de l'entropie que l'on suppose nulle à  $0^\circ$ , et une autre variable T, température absolue par exemple.

Ainsi l'on peut représenter l'état de la vapeur par un point A (fig. 13) si l'on porte en abscisse la valeur :

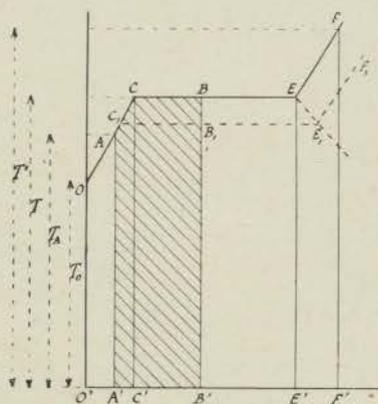


Fig. 13.

$$\int_0^A \frac{dQ}{T}$$

et en ordonnée la valeur  $T_A$  correspondante.

La surface hachurée représente la valeur de

$$\int_A^B T \frac{dQ}{T} = \int_A^B dQ$$

c'est-à-dire la quantité de chaleur fournie depuis A jusque B.

Pour la vapeur, la courbe d'entropie comprend une partie OC, telle que

$$O'C' = \int_{T_0}^{T_0+t} \frac{dq}{T}$$

$q$  étant la quantité de chaleur fournie pour amener l'eau de  $T_0 = 273^\circ$  à  $T_0 + t = T$ ,  $T$  représentant la température absolue de vaporisation; elle comprend une seconde partie CE, pendant laquelle la température reste constante, égale à  $T$ ; l'accroissement d'entropie est donné alors par

$$C'B' = \frac{x r}{T}$$

$x$  étant le titre de la vapeur à l'état B.

Enfin lorsque la vapeur est surchauffée, on a une troisième portion de courbe EF et l'accroissement d'entropie  $a$  pour valeur

$$E'F' = \int_T^{T'} \frac{dQ}{T}$$

où  $Q$  peut être pris égal à

$$0,485 (t' - t) = 0,485 (T' - T)$$

et par conséquent  $dQ = 0,485 dT'$ .

La valeur de l'entropie de 1 kg. de vapeur, sous la pression  $p$ , à une température absolue finale  $T'$ , est donc

$$O'F' = \int_{T_0}^{T'} \frac{dQ}{T} + \frac{r}{T} + \int_T^{T'} 0,485 \frac{dT}{T} = \varphi + \frac{r}{T} + 0,485 \ln \frac{T'}{T}.$$

Les tables donnent la valeur de  $\varphi$  et de  $\frac{r}{T}$  pour les différentes valeurs de  $p$ .

Pour une autre pression, on a une autre courbe telle que  $C_1 E_1 F_1$ .

La surface hachurée représente la quantité de chaleur

fournie pour passer de  $T_A$  à  $T$ , et du titre  $o$  au titre  $x$ ; la courbe  $EE_1$  représente la courbe *limite*, séparant la région de vapeur saturée de la région de vapeur surchauffée (1).

(1) La quantité de chaleur  $\lambda_B$  correspondant à l'état B, est représentée par la surface  $O'OCBB'$ ; la quantité de chaleur  $\lambda_{B_1}$  correspondant à l'état  $B_1$  est représentée par la surface  $O'OC_1B_1B'$ . Si l'on passe par détente adiabatique de la pression  $p_B$  à la pression  $p_{B_1}$ , la quantité de chaleur transformée en travail est égale à la surface  $C_1CBB_1$ .

En traçant sur la fig. 13 les courbes reliant les points pour lesquels  $\lambda = \lambda_B$ ,  $\lambda = \lambda_{B_1}$ , on pourra lire directement sur le diagramme la quantité de chaleur transformée en travail, dans une détente adiabatique entre deux pressions quelconques  $p_1$  et  $p_2$ .

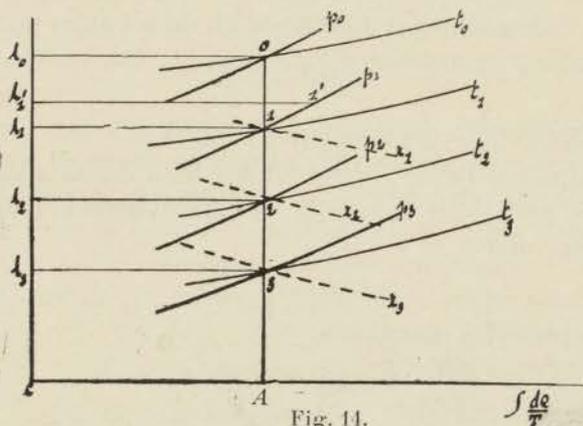


Fig. 14.

M. Mollier a donné un autre moyen de représenter les variations de l'état de la vapeur (fig. 14) en portant la chaleur totale  $\lambda$  en ordonnée, et  $\int \frac{dQ}{T}$  en abscisse. Par un point tel que O, correspondant à  $\lambda_0$  et à l'entropie CA, il fait passer une courbe de pression constante  $p_0$ , une courbe de température constante  $t_0$  et une courbe de titre constant  $x_0$ , si le point est dans la région de vapeur saturée. (Nous avons supposé que le point O se trouve dans la région de vapeur surchauffée.)

Si, par détente adiabatique, on passe de  $p_0$  à  $p_1$ , la température est donnée par la courbe passant par l'intersection de OA avec la courbe  $p_1$ . Le titre  $x_1$  est également donné par la courbe  $x_1$ . La quantité de chaleur ( $\lambda_1 - \lambda_0$ ) correspondant au travail extérieur.

Quand le point 1 ne se trouve pas sur les courbes tracées, on calcule les valeurs  $p_1$ ,  $t_1$ ,  $x_1$  par interpolation (voir planche 4).

Théorie des turbines à vapeur

Une *turbo-machine*, — génératrice comme une turbine, ou réceptrice comme une pompe centrifuge, — peut être considérée comme constituée par un ensemble de canaux tels que  $abcd$ , mobiles autour d'un axe fixe  $oo_1$ , ces canaux étant traversés par un fluide dirigé, ou non, à l'entrée et à la sortie par des *canaux fixes*.

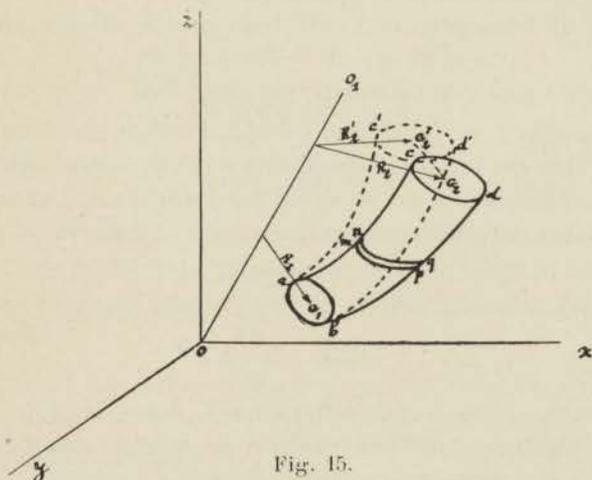


Fig. 15.

Rapportons  $oo_1$  à trois axes rectangulaires  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$ ,  $oz$  étant vertical (fig. 15).

Considérons une tranche élémentaire  $mnpq$  (fig. 16), déterminée par deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$ , perpendiculaires à l'axe de rotation.

Soient  $dl$  l'épaisseur,  $\sigma$  la section,  $\delta$  le poids de l'unité de volume du fluide,  $p$  et  $p + dp$  les pressions de part et d'autre de la tranche, par unité de surface. Appelons  $d\pi$  le poids de l'élément, nous aurons :

$$\sigma dl \delta = d\pi. \quad (1)$$

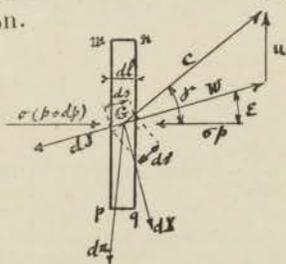


Fig. 16.

Soient  $c$  la vitesse *absolue* de l'élément,  $\omega$  la vitesse *relative*,  $u$  la vitesse *d'entraînement*; cette vitesse  $u$  étant perpendiculaire à l'axe de rotation, est parallèle à l'élément  $mnpq$ .

Supposons que toutes les forces qui sollicitent l'élément soient appliquées au centre de gravité  $G$  de la tranche élémentaire, nous aurons :

- 1)  $\sigma(p+dp) - \sigma p = \sigma dp$  perpendiculaire à  $mnpq$ ;
- 2)  $dX$  réaction de l'aubage normale à  $\omega$ ;
- 3)  $dJ$  résistance due aux frottements, dirigée en sens inverse de  $\omega$ ;
- 4)  $d\pi$  poids de l'élément, parallèle à  $oz$ .

Formule I. — Considérons d'abord le mouvement absolu de l'élément  $mnpq$  dans l'espace; l'enveloppe des positions successives est un canal fictif  $abc'd'$  dont la section initiale est  $\sigma_1$  et la section finale est  $\sigma'_2$ , telle que

$$\sigma'_2 = \sigma_2.$$

L'équation vectorielle

$$\Sigma \overline{F} = \frac{P}{g} \overline{\varphi}$$

que nous avons rappelée plus haut, donne comme équation algébrique, si l'on projette le système des forces  $F$  sur la direction de la vitesse  $c$ ,

$$\Sigma \text{proj. } F = \frac{P}{g} \frac{dc}{dt}$$

et, dans notre cas,

$$\begin{aligned} \sigma dp \cos \gamma - d\pi \cos (cd\pi) - dX \cos (cdX) - dJ \cos (cdJ) = \\ = \frac{d\pi}{g} \frac{dc}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Divisons les deux membres par  $d\pi$  et multiplions par  $\frac{dl}{\cos \gamma}$ ; remarquons que

$$d\pi = \sigma dl \delta = \frac{\sigma dl}{v}$$

et que, en appelant  $ds'$  la portion de la trajectoire du mouvement absolu interceptée par les deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$  :

$$dl = ds' \cos \gamma.$$

L'équation (2) pourra s'écrire :

$$\begin{aligned} \rho dp - ds' \cos (cd\pi) - \frac{dX}{d\pi} ds' \cos (cdX) - \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos (cdJ) \\ = \frac{1}{g} \frac{dc}{dt} ds'. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or,} \quad ds' \cos (cd\pi) &= dz, \\ \frac{dX}{d\pi} ds' \cos (cdX) &= dT_i, \\ \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos (cdJ) &= dT_f. \end{aligned}$$

$dT_i$  et  $dT_f$  étant respectivement le *travail moteur* et le *travail de frottement* par kilogramme de fluide, pour un déplacement infiniment petit  $ds'$  sur la trajectoire  $c$ .

Donc :

$$\rho dp - dz - dT_i - dT_f = \frac{1}{g} \frac{dc}{dt} ds' = \frac{1}{g} dc \frac{ds'}{dt}.$$

En intégrant entre les limites 1 et 2' correspondant à la section initiale et à la section finale, et en remarquant que :

$$\frac{d}{dt} (ds') = d \left( \frac{ds'}{dt} \right) = dc, \text{ nous trouvons :}$$

$$\begin{aligned} (1) \int_2^1 \rho dp - (z'_2 - z_1) - T_i - T_f &= \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{ds'}{dt} \right)^2 \right]_1^2 \\ &= \frac{1}{2g} (c^2_2 - c^2_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Dans cette équation :

$\rho$  est le volume spécifique ;

(1) Les limites doivent être renversées pour l'intégrale du premier terme, puisque celle-ci donnerait un résultat négatif, alors que le terme  $\rho dp$  correspond à un terme positif dans l'équation (2).

$z'_2$  et  $z_1$  sont les hauteurs correspondant à l'entrée et la sortie du canal fictif  $abc'd'$ ;

$T_i$  le travail moteur fourni par kgr. de fluide ;

$T_f$  » de frottement correspondant.

Formule 1'. — Si au lieu de projeter les forces sur la direction  $c$ , nous les projetons sur la direction  $\omega$ , nous aurons,  $\bar{\varphi}$  étant égal à  $\bar{\varphi}_c + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c$ ,

$$\begin{aligned} \tau dp \cos \varepsilon - d\pi \cos(\omega d\pi) - dX \cos(\omega dX) - dJ = \\ = \frac{d\tau}{g} \frac{d\omega}{dt} - \frac{d\pi}{g} \omega^2 R \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$\theta$  étant l'angle que fait le rayon  $R$  avec la direction  $\omega$ . En effet,  $\varphi_c$  étant perpendiculaire à  $\omega$ , sa projection est nulle ; le mouvement d'entraînement étant uniforme, l'accélération  $\varphi_c$  se ramène à

$$\frac{u^2}{R} = \omega^2 R.$$

Multiplions par  $\frac{dt}{\cos \varepsilon}$  et divisons par  $d\pi$  les deux membres de l'équation (3) ; remarquons que si nous appelons  $ds$  la portion de la trajectoire du mouvement relatif interceptée par les deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$ , nous aurons :

$$dt = ds \cos \varepsilon \quad \text{et} \quad d\omega = d \left( \frac{ds}{dt} \right).$$

Nous aurons l'équation :

$$\begin{aligned} vdp - ds \cos(\omega d\pi) - \frac{dX}{d\pi} ds \cos(\omega dX) - \frac{dJ}{d\pi} ds = \\ = \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} ds - \frac{1}{g} \omega^2 R ds \cos \theta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or,} \quad \frac{ds \cos(\omega d\pi)}{d\pi} &= dz \\ \frac{dX}{d\pi} ds \cos(\omega dX) &= 0 \\ \frac{dJ}{d\pi} ds &= dT_f \\ R ds \cos \theta &= R dR. \end{aligned}$$

Donc, l'équation peut encore s'écrire :

$$vdp - dz - dT_f = \frac{1}{g} d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) - \frac{1}{g} \omega^2 d\left(\frac{R^2}{2}\right).$$

En intégrant entre les limites 1 et 2, il vient :

$$\int_2^1 vdp - (z_2 - z_1) - T_f = \frac{1}{2g} (\omega^2_2 - \omega^2_1) - \frac{1}{2g} (u^2_2 - u^2_1). \quad (\text{II})$$

Formule III. — Si nous soustrayons membre à membre les équations (I) et (II), il vient, en remarquant que les valeurs de  $T_f$  et de  $\int_2^1 vdp$  sont les mêmes dans les deux équations :

$$T_i = \frac{1}{2g} (\omega^2_2 - \omega^2_1) - \frac{1}{2g} (c^2_2 - c^2_1) - \frac{1}{2g} (u^2_2 - u^2_1) + (z_2 - z'_2). \quad (\text{III})$$

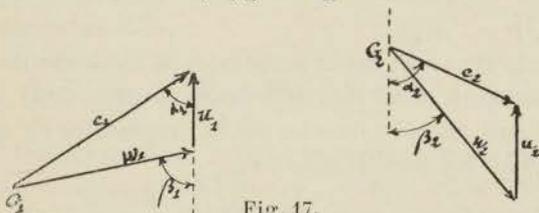


Fig. 17.

Cette formule peut être transformée en remarquant que dans les triangles des vitesses, relatifs à l'entrée en  $G_1$  et à la sortie en  $G_2$ , tracés (fig. 17) :

$$\omega^2_2 = c^2_2 + u^2_2 - 2 u_2 c_2 \cos (180^\circ - \alpha_2) \quad (1)$$

$$\omega^2_1 = c^2_1 + u^2_1 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1$$

ou en soustrayant :

$$\omega^2_2 - \omega^2_1 = (c^2_2 - c^2_1) + (u^2_2 - u^2_1) + 2 (u_2 c_2 \cos \alpha_2 + u_1 c_1 \cos \alpha_1).$$

Il vient alors :

$$T_i = \frac{1}{g} (u_2 c_2 \cos \alpha_2 + u_1 c_1 \cos \alpha_1) + (z_2 - z'_2) \quad (\text{III}_1)$$

(1) Dans une équation les angles doivent être évalués à partir d'une même direction et toujours dans le même sens.

REMARQUE. — Cette équation se simplifie encore, lorsqu'il s'agit de turbines à axe vertical ou de turbines à axe horizontal, à injection totale ou à injection symétrique, le terme  $(z_2 - z'_2)$  étant alors nul, comme on peut le voir aisément.

L'équation (III) est donc absolument identique à l'équation établie par M. Rateau, en se basant sur le théorème des moments des quantités de mouvement.

La méthode que nous donnons ici pour la démonstration de cette formule fondamentale a l'avantage de ne nécessiter que le rappel d'un seul théorème de la mécanique :

$$\Sigma \bar{F} = m \bar{\varphi}.$$

De plus elle permet de bien préciser les hypothèses que sa démonstration entraîne, notamment la nécessité de supposer que la tranche  $mnpq$  reste parallèle à elle-même (1).

Formule IV. — Si nous projetons le système de forces sur la normale à  $\omega$  (fig. 16), nous aurons, dans l'hypothèse d'une turbine axiale, où la trajectoire du mouvement relatif est parallèle à l'axe :

$$dX - d\pi \cos(d\pi dX) = \frac{d\pi}{g} \frac{\omega^2}{\rho}$$

puisque la projection de l'accélération centripète  $\frac{u^2}{R}$  est nulle, de même que la projection de  $\varphi_c$ .

Donc, en négligeant  $\cos(d\pi dX)$ ,

$$\frac{dX}{d\pi} = \frac{1}{g} \frac{\omega^2}{\rho} \quad (\text{IV})$$

Ces formules étant établies d'une manière générale, voyons comment elles se simplifient dans le cas, qui nous occupe, des turbines à vapeur.

On peut négliger le terme en  $z$  relatif au travail de la

(1) Voir note page 159.

pesanteur, qui est négligeable, quand il s'agit d'un fluide comme la vapeur.

Le terme  $\int_2^1 v dp$  représente le travail de détente dans le canal *abcd*. Si nous traçons (fig. 18) la courbe de détente *adiabatique* AB, ce travail est égal à la surface hachurée.

Remarquons pourtant, que le travail de frottement se transforme en chaleur et est par conséquent égal à l'accroissement d'énergie interne, augmenté du travail extérieur; nous aurons donc :

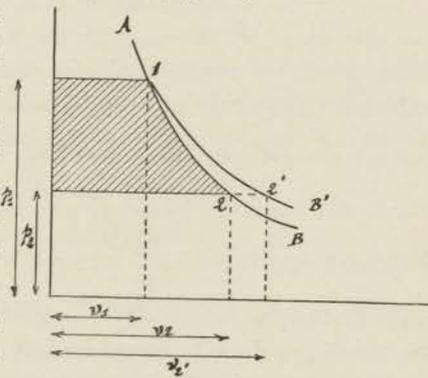


Fig. 18.

$$T_f = \frac{1}{A} \int_1^2 (dU' - dU) + \int_1^2 p (dv' - dv) \quad (4)$$

Cette transformation a pour conséquence un accroissement de volume spécifique ( $v'_2 - v_2$ ), et la courbe de détente réelle est 1 2'; le travail de détente est alors représenté par

$$\int_2^1 v' dp = \int_2^1 v dp + \int_1^2 p (dv' - dv) - p_2 (v'_2 - v_2). \quad (5)$$

On doit donc remplacer dans les équations I et II ci-dessus,  $\int_2^1 v dp$  par  $\int_2^1 v' dp$  ou, ce qui revient au même en vertu des équations (4) et (5), substituer à  $T_f$

$$\frac{1}{A} \int_1^2 (dU' - dU) + p_2 (v'_2 - v_2) = \frac{1}{A} (\lambda'_2 - \lambda_2). \quad (5')$$

Les relations I, II, III, peuvent donc s'écrire :

$$\int_2^1 v dp - T_i - \frac{1}{A} (\lambda'_2 - \lambda_2) = \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2), \quad (I')$$

$$\int_2^1 v dp - \frac{1}{\Lambda} (\lambda'_2 - \lambda_2) = \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) \quad (\text{II}')$$

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) = \\ &= \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 + u_2 c_2 \cos \alpha_2). \end{aligned} \quad (\text{III}')$$

La première formule (I') donne la valeur du travail extérieur  $T_i$  par kilogramme de vapeur en fonction du travail de détente dans l'aubage  $\int_2^1 v dp$ , de l'accroissement de chaleur totale  $(\lambda'_2 - \lambda_2)$  et de la variation d'énergie cinétique  $\frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2)$ .

La deuxième formule (II') donne la variation de l'énergie cinétique dans le canal mobile, en fonction du travail de détente et de l'accroissement de chaleur totale  $(\lambda'_2 - \lambda_2)$ .

La troisième formule donne le travail indiqué en fonction des variations d'énergies cinétiques.

### Écoulement de la vapeur dans une tuyère.

La formule (I') peut s'appliquer au cas d'écoulement dans un canal fixe; il suffit de faire  $T_i = 0$ .

Si nous supposons que la vitesse initiale  $c_1$  est nulle,

$$c_2^2 = 2g \left[ \int_2^1 v dp - \frac{1}{\Lambda} (\lambda'_2 - \lambda_2) \right]. \quad (a)$$

A. Écoulement adiabatique. — Dans le cas de l'écoulement adiabatique

$$c_2^2 = 2g \int_2^1 v dp. \quad (b)$$

C'est l'équation de *Saint-Venant*; elle donne la vitesse d'écoulement en un point d'une tuyère, si l'on connaît la

pression d'amont  $p_1$ , la pression en ce point  $p_2$  et la loi de détente qui relie  $p$  à  $v$ ; or, pour une détente adiabatique, on peut prendre la relation :

$$pv^\mu = \text{constante}$$

$\mu$  dépendant de l'état initial de la vapeur.

Ainsi la formule (b) détermine la vitesse  $c_2$  dans le cas théorique de l'écoulement sans frottement. Cette équation peut être transformée de la manière suivante : puisque dans une détente adiabatique on ne fournit pas de chaleur,

$$-dU = \Lambda p dv$$

et comme on démontre en analyse que

$$\int v dp = pv - \int p dv,$$

on a donc

$$\int v dp = pv + \frac{1}{\Lambda} \int dU$$

et par conséquent

$$\begin{aligned} c^2_2 &= 2g \int_2^1 v dp = 2g \left( pv + \frac{1}{\Lambda} \int dU \right)_2^1 = \\ &= 2g \left[ p_1 v_1 - p_2 v_2 + \frac{1}{\Lambda} (U_1 - U_2) \right] \end{aligned}$$

ou

$$c^2_2 = 2g \frac{1}{\Lambda} (\lambda_1 - \lambda_2). \quad (b_1)$$

On voit par cette formule que la variation *d'énergie cinétique* est égale à la variation *d'énergie calorifique*.

PROBLÈME I. — Calculons maintenant une tuyère pouvant débiter 0,1 kil. de vapeur par seconde en fonctionnant entre une tension d'amont de 13 kil. par centimètre carré et une tension d'aval de 0,07, la vapeur étant surchauffée à 260°.

Supposons que la section de la tuyère soit circulaire et appliquons la formule (b<sub>1</sub>). Nous pouvons déterminer λ<sub>1</sub>; on a en effet, la formule empirique :

$$\lambda_1 = 606,5 + 0,305 t_1 + 0,485 (t'_1 - t_1) = 698,4$$

t<sub>1</sub> étant la température de vaporisation égale à 190°,57,  
t'<sub>1</sub> » » de la vapeur surchauffée à 260°.

Pour déterminer λ<sub>2</sub>, il nous faut connaître l'état de la vapeur à la fin de la détente.

Comme nous supposons l'écoulement adiabatique, l'entropie reste constante et l'on a la relation :

$$\varphi_1 + \frac{r_1}{T_1} + \int_{T_1}^{T'_1} \frac{dQ}{T} = \varphi_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} \quad (6)$$

où le terme

$$\int_{T_1}^{T'_1} \frac{dQ}{T} = 0,485 l \frac{T'_1}{T_1} = 0,0715$$

représente l'augmentation de l'entropie due à la surchauffe, si T<sub>1</sub> représente la température absolue de vaporisation et T'<sub>1</sub> la température absolue de surchauffe.

Les tables de vapeur donnent φ<sub>1</sub>, φ<sub>2</sub>, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>.

On peut donc tirer de l'équation (6) la valeur de x<sub>2</sub> = 0,8 et par conséquent celle de

$$\lambda_2 = q_2 + x_2 r_2 + \Lambda p_2 x_2 u_2 = 502,8$$

et de  $v_2 = \sigma + x_2 u_2 = 16,88$ .

Ainsi

$$c_2 = \sqrt{\frac{2g}{\Lambda} (\lambda_1 - \lambda_2)} = 1275 \text{ m.}$$

La relation (1), qui exprime la *continuité* de l'écoulement,

$$\sigma dl \delta = d\pi$$

peut s'écrire d'une autre manière. Si on divise par dt les deux membres, et si on remarque que

$$c = \frac{dl}{dt} \quad \delta = \frac{1}{\varphi} \quad \frac{d\pi}{dt} = Q$$

on a 
$$\frac{\sigma c}{v} = \frac{d\pi}{dt} = Q$$

Q étant le poids débité par seconde.

Dans le cas particulier qui nous occupe, on a donc :

$$\sigma_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{Q \times v_2}{c_2} = \frac{0,1 \times 16,88}{1275} = 0^m200133.$$

D'où 
$$d_2 = 0^m041.$$

Si nous cherchons la valeur de  $d$ , pour un point où la pression est  $p = 7,5$  on trouve  $n > 1$ , ce qui montre que la vapeur est encore surchauffée.

On doit alors écrire :

$$\varphi_1 + \frac{r_1}{T_1} + 0,485 l \frac{T'_1}{T_1} = \varphi + \frac{r}{T} + 0,485 l \frac{T'}{T}$$

et tirer de là la valeur de  $T'$ , qui permet de trouver la valeur de  $\lambda$  et par conséquent celle de  $d$ .

$$c = \sqrt{\frac{2g}{\Lambda} (\lambda_1 - \lambda)} = 470 \text{ m.}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{Q \times v}{c}$$

D'où 
$$d = 0^m0083.$$

On constate, en faisant le calcul pour d'autres sections, que la tuyère doit être convergente d'abord, divergente ensuite.

Nous avons montré (fig. 19) la forme de la tuyère et le diagramme de la pression aux différents points; on pourrait évidemment diminuer la longueur de la partie divergente, mais il convient, pour ne pas avoir de décollement de la veine fluide, d'adopter une inclinaison sur l'axe ne dépassant pas un certain angle. En cas de décollement, il y a des chocs qui se produisent entre les tranches successives, comme l'ont montré les belles expériences

de *Stodola*, et ces chocs entraînent une transformation d'énergie cinétique en énergie calorifique, par conséquent une perte de travail extérieur.

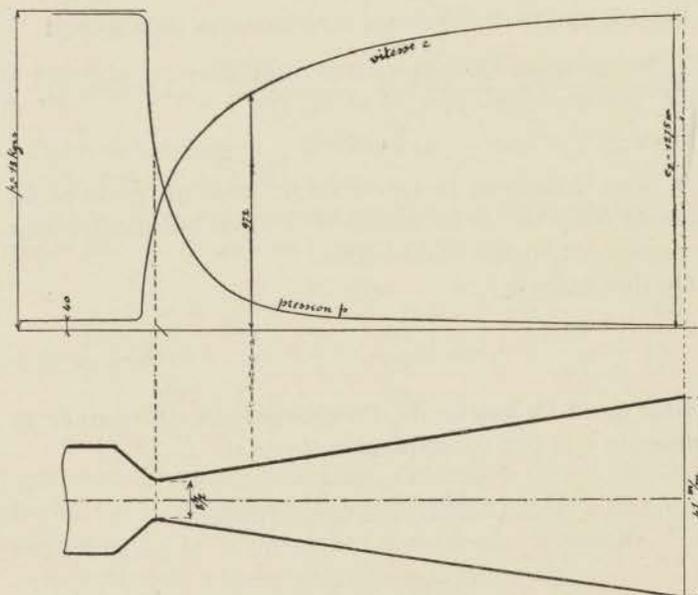


Fig. 19.

REMARQUE. — Le col de la tuyère correspond à une pression  $p$  telle que :

$$p = 0,58 p_1,$$

environ, comme le montre la discussion des formules que l'on peut déduire de l'équation (b), en supposant :

$$p v^2 = \text{constante.}$$

B. Écoulement avec frottement. — Appelons  $c'_2$  la vitesse dans un écoulement avec frottement. L'équation (a) donnera la valeur de  $c'_2$ , à la condition de connaître la loi qui lie  $U$  à  $p$  et  $v$ , et la valeur de  $T_f$  en fonction de la vitesse  $c'$  et de  $l$ , longueur de la tuyère.

Or nous avons vu que :

$$T_f = \int_1^2 \frac{dJ}{d\pi} dl;$$

et comme on admet que la résistance  $dJ$  provenant des frottements contre les parois du canal de périmètre  $m$  et de section  $\sigma$ , est proportionnelle à la surface mouillée  $m dl$ , à la densité  $\delta$ , et au carré de la vitesse  $c'$ ,

$$T_f = \int_1^2 \frac{k m dl \delta c'^2}{\sigma \delta dl} dl = \int_1^2 k \frac{m}{\sigma} c'^2 dl.$$

D'autre part, nous pouvons poser :

$$U = a + b p v,$$

$a$  et  $b$  étant deux constantes pour une pression donnée  $p$ .

Nous avons donc la relation :

$$\int_1^2 (dU' - dU) = b p_2 (v'_2 - v_2)$$

et d'après la formule (4) page 31,

$$T_f = \frac{b}{\Lambda} p_2 (v'_2 - v_2) + \int_1^2 p (dv' - dv) \quad (4')$$

Comme on peut aussi écrire en vertu de la relation (5') et de la formule (a) :

$$\int_1^2 v dp - \left(1 + \frac{b}{\Lambda}\right) p_2 (v'_2 - v_2) = \frac{c'^2_2}{2g} \quad (a_1)$$

et que par hypothèse :

$$\frac{\sigma c'}{v'} = Q \quad \text{et} \quad p v'^2 = p_1 v'^2_1,$$

on peut théoriquement résoudre le problème, c'est-à-dire trouver l'équation différentielle donnant  $c'$  en fonction de  $l$ , longueur de la tuyère.

Pratiquement, pour les calculs qui vont suivre, il suffira de supposer que la perte d'énergie cinétique est propor-

tionnelle au carré de la vitesse moyenne  $c$ , et égale par conséquent à

$$K \frac{c^2}{2g}.$$

Comme on peut toujours poser

$$c = K' c'_2$$

on aura :

$$\frac{c'^2_2}{2g} = \frac{c^2_2}{2g} - KK' \frac{c'^2_2}{2g},$$

et par conséquent

$$c'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + KK'}} c_2 = \varphi c_2.$$

Les expériences de *Stodola* et de *Rateau* montrent que  $\varphi$  varie entre 0,90 et 0,97.

PROBLÈME II. — Déterminer la vitesse réelle et le diamètre final de la tuyère, fonctionnant dans les conditions indiquées au problème I, en supposant  $\varphi = 0,95$ .

La vitesse sera :

$$c'_2 = 0,95 \times 1275 = 1211 \text{ m.}$$

et la section sera donnée par la relation :

$$\sigma'_2 = \frac{Q \times v'_2}{c'_2}$$

à la condition de connaître  $v'_2$ .

Pour déterminer  $v'_2$ , on a la relation :

$$\begin{aligned} \frac{c^2_2}{2g} - \frac{c'^2_2}{2g} &= (1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} = \frac{1}{A} (\lambda'_2 - \lambda_2) = \\ &= \left(1 + \frac{b}{A}\right) p_2 (v'_2 - v_2) \end{aligned} \quad (7)$$

obtenue en soustrayant l'équation ( $a_1$ ) de l'équation ( $b$ ).

Au moyen de la relation

$$p_1 v_1^{\mu'} = p_2 v_2^{\mu'},$$

on peut déterminer  $\mu'$ , et tracer la courbe de détente réelle donnée par l'équation :

$$p v^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'}.$$

La courbe de détente étant tracée, on peut chercher graphiquement, au moyen de la méthode de M. *Boulvin*, les différentes sections de la tuyère.

REMARQUE. — Il est possible de déterminer très aisément le volume  $v_2'$  en se servant du diagramme de *Mollier*. Nous avons vu page 24, comment on pouvait trouver l'état (2) de la vapeur après une détente adiabatique. Pour connaître l'état (2') de la vapeur après une détente avec frottement, il suffit de porter vers le haut, à partir du point caractérisant l'état (2), une portion d'ordonnée égale à la perte d'énergie cinétique  $\frac{1}{A} (\lambda_2' - \lambda_2)$ , et de mener, par l'extrémité, une parallèle à l'axe d'entropie jusqu'à la ligne de pression  $p_2$ . En effet, en combinant l'équation (a) page 32, avec l'équation

$$\int_2^1 v dp = \frac{1}{A} (\lambda_1 - \lambda_2),$$

on trouve 
$$c^2_2 = \frac{2g}{A} (\lambda_1 - \lambda_2').$$

### Écoulement de la vapeur dans un aubage.

La formule (II') donne la vitesse à la sortie :

$$\omega^2_2 = \omega^2_1 + (u^2_2 - u^2_1) + 2g \int_2^1 v dp - \frac{2g}{A} (\lambda_2' - \lambda_2).$$

Pour le cas des turbines axiales  $u_2 = u_1$ , car le rayon initial  $R_1$  du canal mobile est égal au rayon final  $R_2$ .

Pour le cas des turbines radiales, on peut dans la plupart des cas négliger  $(u^2_2 - u^2_1)$ .

Ainsi la formule peut être remplacée d'une manière générale par

$$\omega^2_2 = \omega^2_1 + 2g \int_2^1 v dp - \frac{2g}{A} (\lambda'_2 - \lambda_2).$$

A. **Écoulement adiabatique.** — Dans le cas de l'écoulement adiabatique :

$$\omega^2_2 = \omega^2_1 + 2g \int_2^1 v dp = \omega^2_1 + \frac{2g}{A} (\lambda_1 - \lambda_2).$$

Si, comme dans les turbines d'action, la pression de part et d'autre de l'aubage est la même,

$$\omega^2_2 = \omega^2_1,$$

puisque 
$$\int_2^1 v dp = 0.$$

B. **Écoulement avec frottement.** — Considérons un aubage d'une roue d'action ; nous avons vu que la section finale

est égale à la section initiale. La fig. 20 représente un tel aubage.

La vapeur est dirigée suivant AB avec une vitesse réelle

$$c_1 = \varphi c_0,$$

$c_0$  étant la vitesse d'écoulement sans frottement.

La vitesse  $c_1$  peut se décomposer en deux composantes AC et CB.

Comme l'aubage est sup-

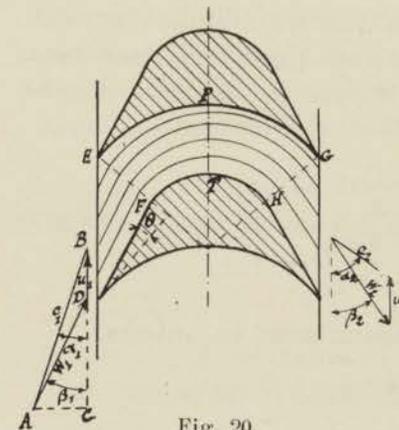


Fig. 20.

posé animé d'une vitesse  $u_1 = BD$ , la vitesse du jet de vapeur par rapport à la roue en mouvement est  $\omega_1 = AD$  résultante de AC et de  $(CB - BD)$ .

Si le dos de l'aube est profilé suivant AD, les filets ne seront pas déviés à l'entrée et il n'y aura de choc que sur l'arête E. Il importe donc de rendre cette arête très vive,

de profiler le dos de l'aube suivant la direction  $\omega_1$  et de rendre l'angle  $\theta$  aussi petit que possible. Les différents filets sont déviés à partir de la ligne EF, par suite de la réaction de l'aube EG.

On peut supposer qu'à partir de PT par exemple, les filets deviennent des cercles de centre  $o$ .

Par suite de l'inertie du fluide en mouvement et de la réaction de l'aubage, la pression varie dans une section transversale PT (1).

Les frottements et le choc à l'entrée ont pour effet de réduire la vitesse  $\omega_2$ , et si l'on suppose que ces pertes sont proportionnelles au carré de la vitesse moyenne  $\omega$ , nous aurons :

$$\frac{\omega_1^2}{2g} - \frac{\omega_2^2}{2g} = K \frac{\omega^2}{2g}$$

et comme on peut poser

$$\omega^2 = K' \omega_1^2,$$

$$\omega_2 = \omega_1 \sqrt{1 - KK'} = \psi \omega_1.$$

A cause du choc à l'entrée, de la valeur élevée de  $K'$ , de la déviation du jet de vapeur dans un canal à forte courbure, la valeur de  $\psi$  est plus grande que celle de  $\varphi$ ; on peut prendre.

$\psi = 0,85$  à  $0,80$  pour des vitesses de 100 à 500 m.  
 et  $\psi = 0,80$  à  $0,70$  pour des vitesses de 500 à 1000 m.

Dans le cas d'un aubage d'une roue à réaction (fig. 21), on peut garder les mêmes coefficients et les introduire dans l'équation

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2g \int_2^1 v dp.$$

Pour cela, remarquons que la perte relative à la

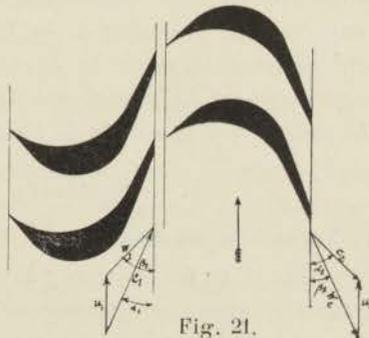


Fig. 21.

(1) Voir note page 159.

vitesse  $\omega_1$  peut être représentée par  $(1 - \psi^2) \frac{\omega_1^2}{2g}$  puisque, comme dans la roue d'action, il y a choc et frottement. La perte correspondant à la détente dans l'aubage, peut par contre, être comparée à celle constatée dans une tuyère fixe; sa valeur sera donc :

$$(1 - \varphi^2) \int_2^1 v dp.$$

Par conséquent, dans le cas d'un écoulement avec frottement dans un aubage à réaction :

$$\omega_2^2 = \psi^2 \omega_1^2 + \varphi^2 2g \int_2^1 v dp.$$

En assimilant à l'énergie gravifique, l'énergie correspondant à la détente d'un kg. de fluide, on pourra appeler hauteur de chute et désigner par  $h$  la valeur

$$h = \int_2^1 v dp.$$

On aura avec cette notation

$$\omega_2^2 = \psi^2 \omega_1^2 + \varphi^2 2gh.$$

### Rendement indiqué des différents systèmes de turbines.

Nous appellerons *rendement indiqué*  $\tau_i$  le rapport du travail moteur  $T_i$  déduit de la formule (III'), à l'énergie totale disponible dans la chute de pression  $p_0 - p_2$ ,  $p_0$  représentant la pression à l'entrée de l'aubage fixe,  $p_2$  la pression à la sortie de l'aubage mobile.

#### A. — Systèmes d'action.

1) **Turbine à un disque.** — La fig. 22 représente la tuyère fixe d'un tel système, tuyère qui est convergente-divergente, si nous supposons que la pression  $p_1$  à la sortie est inférieure à  $0,58 p_0$ ; la composition des vitesses

à l'entrée et à la sortie de l'aubage d'une telle roue est donnée sur la figure. Les triangles des vitesses peuvent être réunis, comme il est indiqué sur la fig. 22a, si l'on suppose  $\beta_1 = \beta_2$ , ce qui est le cas plus fréquent.

On a par hypothèse,

$$c_1 = oa = \varphi c_0$$

$$\omega_2 = oe = \psi \omega_1.$$

D'après la formule (III'), le travail par kg. de fluide est égal à

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos z_1 + u_2 c_2 \cos z_2).$$

Si nous supposons que nous avons à faire à une turbine axiale, on aura

$$u_1 = u_2 = u;$$

comme

$$ei = \psi u$$

$$if = (1 + \psi) u$$

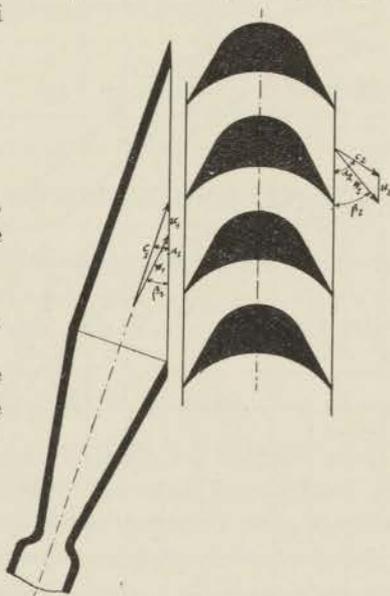


Fig. 22.

on trouve, dans le triangle *oif* :

$$\psi c_1 \cos z_1 = (1 + \psi) u + c_2 \cos z_2;$$

on peut donc écrire

$$T_i = (1 + \psi) \frac{u}{g} (c_1 \cos z_1 - u).$$

L'énergie disponible dans la chute, par kg. de fluide, est, en supposant que la vitesse de sortie  $c_2$  soit complètement perdue,

$$T_0 = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}.$$

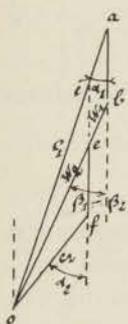


Fig. 22a.

Le rendement indiqué  $\eta_i$  a donc pour valeur dans ce cas :

$$\eta_i = \frac{T_i}{T_0} = 2\varphi^2 (1 + \psi) \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{c_1^2}$$

En posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , on aura

$$\eta_i = 2\varphi^2 (1 + \psi) x (\cos \alpha_1 - x),$$

formule qui donne le rendement en fonction du rapport  $\frac{u}{c_1}$ .

Le rendement maximum correspond à  $\frac{d\eta_i}{dx} = 0$ , c'est-à-dire à  $x = \frac{\cos \alpha_1}{2}$ , et par conséquent il a pour valeur :

$$(\eta_i)_{\max.} = \varphi^2 (1 + \psi) \frac{\cos^2 \alpha_1}{2}.$$

Cette formule du rendement indiqué qui tient compte des frottements dans la tuyère et dans l'aubage a été indiquée pour la première fois par M. *Banki*.

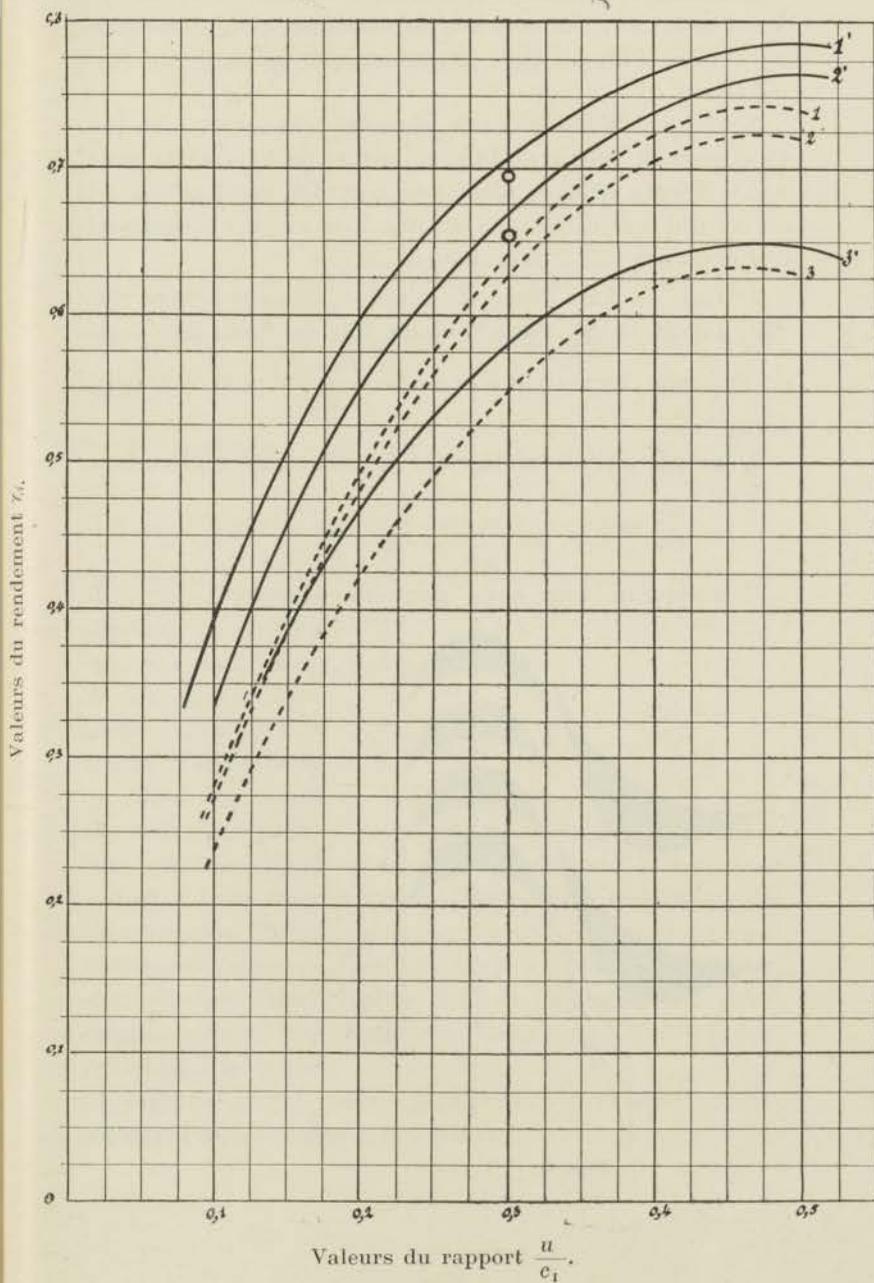
En adoptant les valeurs suivantes :

1° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,85$
2° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,80$
3° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,90$	$\psi = 0,75$

nous avons obtenu les courbes 1, 2, 3 qui montrent la variation du rendement  $\eta_i$  en fonction de  $x = \frac{u}{c_1}$ , que nous avons porté en abscisse (fig. 23).

On voit par les différences qui existent entre les valeurs de  $\eta_i$  pour une même valeur de  $\frac{u}{c_1}$ , l'importance de réduire les frottements, dans la tuyère particulièrement. Pour diminuer la valeur de  $\psi$ , on profilera les aubes de manière que le dos ait la direction de  $\omega_1$ ; on rendra l'arête aussi vive que possible, en prenant un angle  $\theta$  très petit (fig. 20), égal à  $12^\circ$ , par exemple.

Fig. 23.



2) Turbine à plusieurs chutes de pression. — Nous avons vu que le fonctionnement de chacune des roues dans sa cellule (fig. 5) était le même que celui d'une roue de Laval.

Seulement, dans le cas de plusieurs chutes de pression, la vitesse de sortie de la première et de la seconde roue, s'il y a trois chutes, n'est pas complètement perdue; il en résulte une différence au point de vue du rendement, qui nous conduit à examiner deux cas.

1<sup>er</sup> CAS. — La vitesse de sortie  $c_2$  de la première roue (fig. 24) est dirigée dans l'aubage fixe suivant; une partie de l'énergie disponible à la sortie  $\frac{(kc_2)^2}{2g}$  peut être ainsi récupérée.

L'énergie utilisée réellement dans la chute a alors pour valeur :

$$T_0 = \frac{c_0^2}{2g} - k^2 \frac{c_2^2}{2g}.$$

Remarquons que nous pouvons prendre pour  $k$  la

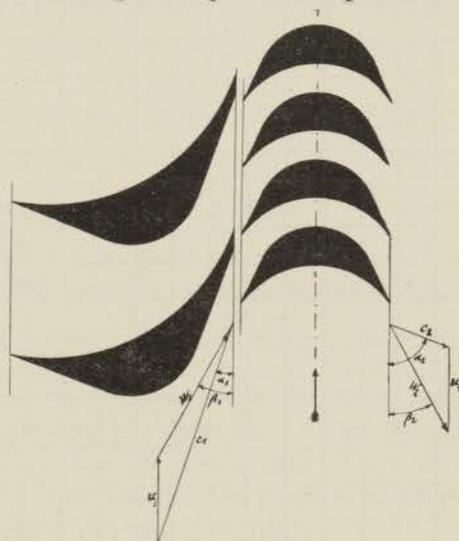


Fig. 24.

valeur  $\psi$ , puisque pour passer au second aubage mobile, et être utilisé dans la seconde chute, le fluide doit subir un choc à l'entrée de l'aubage fixe suivant et des frottements comparables à ceux constatés dans l'aubage mobile; nous supposons d'ailleurs, comme le montre la fig. 24, que les aubes

fixes ont des arêtes vives et qu'elles sont travaillées et polies comme des aubes mobiles.

Dans ce cas, on a donc pour rendement :

$$\eta_{ii} = 2 \varphi^2 (1 + \psi) u \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{c_1^2 - \varphi^2 \psi^2 c_2^2}.$$

Pour éliminer  $c_2^2$ , nous avons dans le triangle  $oif$  (fig. 22a) :

$$c_2^2 = \psi^2 c_1^2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2 u c_1 (1 + \psi) \psi \cos \alpha_1.$$

En posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , et en remplaçant  $c_2^2$  par cette valeur :

$$\eta_{ii} = 2 \varphi^2 (1 + \psi) x \frac{\cos \alpha_1 - x}{(1 - \varphi^2 \psi^4) - x^2 (1 - \psi)^2 \varphi^2 \psi^2 + 2x(1 + \psi) \psi^3 \varphi^2 \cos \alpha_1}$$

Le rendement maximum est atteint quand  $\frac{d\eta_{ii}}{dx} = 0$ , c'est-à-dire pour une valeur de  $x$  donnée par la relation :

$$x^2 (1 - \psi^2) \varphi^2 \psi^2 \cos \alpha_1 - 2x(1 - \varphi^2 \psi^4) + (1 - \varphi^2 \psi^4) \cos \alpha_1 = 0$$

En adoptant les valeurs précédentes :

1° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,85$
2° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,80$
3° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,90$	$\psi = 0,75$

nous avons trouvé les courbes tracées (fig. 23) en traits pleins 1', 2', 3'; on voit qu'en disposant les aubages fixes de la seconde chute, de telle façon que le fluide sortant puisse y pénétrer directement, on peut gagner 5 à 6 %. Mais cela n'est pas toujours possible, comme nous le verrons au chapitre III, et pratiquement cette disposition n'est applicable que dans le cas où les roues sont à *injection totale*.

Il y a une autre cause d'augmentation de rendement dans les turbines à plusieurs roues.

En effet, soit  $AB'_1 B'_2 B'_3$  (fig. 25) la courbe de détente avec frottement, donnée par l'équation

$$p'v'^{\mu'} = c' = \text{constante.}$$

Pendant le passage de la vapeur dans l'aubage mobile, la pression reste constante et égale à  $p_1$ ; l'énergie correspondant aux frottements et aux chocs, se transforme en chaleur, ce qui a pour conséquence une augmentation de volume ( $v_1 - v'_1$ ) à pression constante.

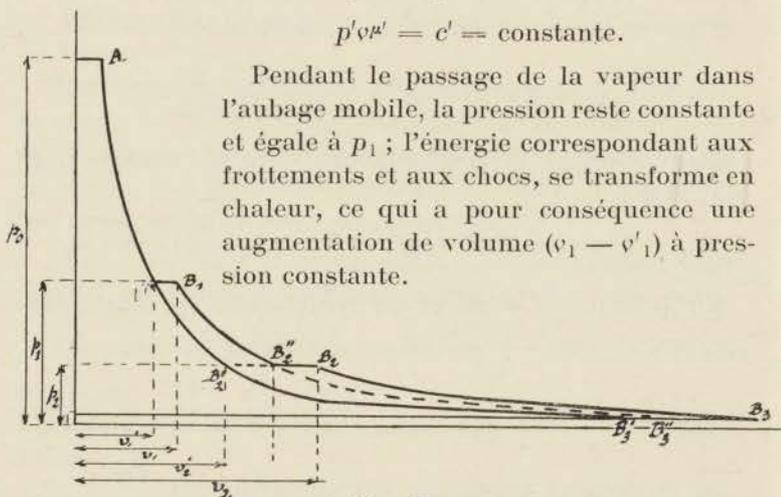


Fig. 25.

La courbe de détente est alors  $B_1 B''_2 B''_3$  caractérisée par la même équation :

$$pv^{\mu'} = c$$

où la constante  $c$  a une autre valeur égale à

$$p_1 v_1^{\mu'}.$$

Le gain réel est égal au travail correspondant à la surface  $B'_3 B'_1 B_1 B''_3$  multiplié par le rendement  $\eta'_i$ .

Evaluons  $v_1$ . La quantité de chaleur transformée en chaleur est égale à

$$(1 - \eta'_i) \frac{c^2_0}{2g}$$

diminué de la quantité correspondant aux frottements dans la tuyère, c'est-à-dire  $(1 - \varphi^2) \frac{c^2_0}{2g}$ .

Cette quantité correspond à l'augmentation de chaleur totale  $(\lambda'_1 - \lambda_1)$ ,  $\lambda'_1$  représentant la chaleur totale de la vapeur à l'état B' et  $\lambda_1$  la chaleur totale à l'état B<sub>1</sub>. Dans le cas de la vapeur saturée, on a donc :

$$(1 - r'_1) \frac{c_0^2}{2g} - (1 - \varphi^2) \frac{c_0^2}{2g} = (\varphi^2 - r'_1) \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\Lambda} (x_1 - x'_1) r$$

dans le cas de la vapeur surchauffée :

$$(\varphi^2 - r'_1) \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\Lambda} (1 - x) r + 0,485 (t'_1 - t_1)$$

$t'_1$  représentant la température de surchauffe,  $t_1$  la température de vaporisation sous la pression  $p_1$ .

Connaissant  $x_1$  et par conséquent  $v_1$ , tiré d'une de ces deux équations, nous pouvons évaluer le travail correspondant à la surface B'<sub>3</sub> B'<sub>1</sub> B<sub>1</sub> B''<sub>3</sub>; mais remarquons que dans une turbine à trois chutes, il y aura, dans la deuxième cellule, une augmentation de volume de B''<sub>2</sub> à B<sub>2</sub> et un accroissement de surface B'<sub>3</sub> B''<sub>2</sub> B<sub>2</sub> B<sub>3</sub>.

Nous pouvons évaluer le travail correspondant à B'<sub>2</sub> B'<sub>1</sub> B<sub>1</sub> B''<sub>2</sub> d'abord, puis celui correspondant à B'<sub>3</sub> B'<sub>2</sub> B<sub>2</sub> B<sub>3</sub>.

La surface limitée par la courbe B'<sub>1</sub> B'<sub>2</sub> a pour valeur :

$$S = \int_{p_2}^{p_1} v' dp = p_1^{\frac{1}{\mu'}} v'_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\mu'}}$$

puisque

$$p v'^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'}$$

La surface limitée par la courbe B<sub>1</sub> B''<sub>2</sub> a pour valeur :

$$\int_{p_2}^{p_1} v dp$$

avec la relation :

$$p v^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'}$$

La différence que nous représentons par  $s$  est donc égale à

$$s = p_1^{\frac{1}{\nu'}} v_1 \int_{p_4}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\nu'}}} - p_1^{\frac{1}{\nu'}} v'_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\nu'}}$$

ou

$$s = p_1^{\frac{1}{\nu'}} (v_1 - v'_1) \int_{p_4}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\nu'}}}.$$

Le rapport  $\frac{s}{S}$  donne le gain théorique en ‰, et l'on a :

$$\frac{s}{S} = \frac{v_1 - v'_1}{v'_1}.$$

En multipliant par le rendement  $\gamma'_1$ , nous aurons le gain réel; pour avoir le gain réel total, il suffira d'évaluer de la même manière la surface  $s'$  égale à  $B'_3 B'_2 B_2 B_3$  et de prendre le rapport :

$$\frac{s'}{S'} = \frac{v_2 - v'_2}{v'_2}.$$

$S'$  représentant la surface limitée par la courbe  $B'_2 B'_3$ .

2<sup>e</sup> Cas. — Lorsque la vitesse de sortie  $c_2$  est complètement anéantie par chocs et tourbillonnements, le rendement  $\gamma_i$  est donné par les courbes en traits pointillés et la quantité d'énergie transformée en chaleur est alors :

$$(\varphi_2 - \gamma_i) \frac{c_0^2}{2g}$$

au lieu de  $(\varphi_2 - \gamma'_i) \frac{c_0^2}{2g}$ .

On peut évaluer la différence qu'il y a, au point de vue du *rendement total*, entre les deux cas considérés, et c'est ce que nous allons faire, dans le problème suivant, pour le cas d'une turbine à trois chutes de pression.

REMARQUE. — Nous ne pouvons déterminer exactement la courbe

$$p v^{s'} = c',$$

mais le rapport  $\frac{s}{S}$  a sensiblement la même valeur, si l'on suppose, dans les calculs, une détente adiabatique donnée par la relation :

$$p v^s = \text{constante.}$$

PROBLÈME. — Déterminer la répartition des pressions et le rendement dans une turbine à trois chutes, en supposant une tension initiale  $p_0 = 13$  kg. par centimètre carré et une tension finale 0,07 kg. avec une température de vapeur surchauffée  $t'_0$  de 260°.

Nous supposons que le rapport  $\frac{u}{c_1}$  choisisoit égal à 0,3; nous supposons aussi que l'angle d'entrée  $\alpha_1$  soit égal à 19°, et que les coefficients donnés par des expériences préalables soient :

$$\varphi = 0,95 \quad \text{et} \quad \psi = 0,80.$$

Les diagrammes 2 et 2' donnent pour  $x = 0,3$  :

$$r_i = 0,625 \quad r'_i = 0,672.$$

Nous allons supposer ici que l'on utilise dans chaque chute un tiers de l'énergie totale ( $\lambda_0 - \lambda_3$ ) disponible; nous verrons au chapitre III qu'il peut être avantageux d'adopter une autre répartition.

Dans cette hypothèse, nous aurons :

$$c_0 = \sqrt{\frac{2g}{A} \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3)} = 747 \text{ m.}$$

et  $c_1 = \varphi c_0 = 700 \text{ m.}$

Soient : 1)  $t'$ ,  $x'$ , et 2)  $t$ ,  $x$ , respectivement les valeurs de la température et du titre correspondant : 1) à une détente adiabatique ; 2) à la détente réelle, quand on tient

compte de ce que les frottements se transforment en chaleur.

Supposons la détente adiabatique; l'entropie reste constante et égale à CA, par exemple, si nous nous reportons à la fig. 14; pour trouver  $p_1$ , pression d'aval de la première tuyère, il suffira de remarquer que  $\lambda_1$  doit, par hypothèse, être tel que l'on ait

$$\lambda_0 - \lambda_1 = \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3)$$

En portant sur l'axe  $c\lambda_0$ , à partir de  $\lambda_0$ , la valeur de  $\lambda_0 - \lambda_1$ , on aura à l'intersection avec la droite oA d'entropie constante, le point 1 et par conséquent  $p_1$ .

On pourrait évidemment trouver  $p_1$  par le calcul, mais il faudrait résoudre le système des deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_0 - \lambda_1 &= \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3) = \\ &= q_0 + r_0 + 0,485 (t'_0 - t_0) = q_1 + x_1 r_1 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\varphi_0 + \frac{r_0}{T_0} + 0,485 t \frac{T'_0}{T_0} = \varphi_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \quad (2)$$

en choisissant par tâtonnements une valeur de  $p_1$ , telle que les valeurs de  $r_1$   $\varphi_1$   $x_1$  vérifient à la fois (1) et (2).

Ainsi en se servant du graphique de *Mollier*, on peut déterminer directement  $p_1$   $t_1$   $x_1$  et par conséquent  $v_1$ .

Pour déterminer les valeurs  $t'_1$ ,  $x'_1$ , remarquons que la quantité d'énergie transformée en chaleur est égale à

$$(\varphi_0 - \varphi'_1) \frac{c^2_0}{2g} = 17,9 \text{ cal.}$$

Comme nous savons que cette transformation se fait à pression constante, il suffira de porter  $\lambda_1 \lambda'_1 = 17,9$  et de mener l'horizontale passant par  $\lambda'_1$  jusque l'intersection avec la courbe  $p_1$  en 1'; nous aurons ainsi les valeurs  $t'_1$ ,  $x'_1$ , données par les courbes passant par 1'.

En procédant de même pour les deux autres chutes, nous pourrions dresser le tableau suivant, dans lequel la colonne 2 donne le volume spécifique, lorsque le titre est égal à l'unité; la colonne 3 la température  $\theta$  de saturation; la colonne 7 le volume :

$$v = x(u + \sigma), \text{ ou } v = \frac{273 + t}{273 + \theta} (u + \sigma),$$

si la vapeur est surchauffée; la colonne 8 le volume :

$$v' = x'(u + \sigma) \text{ ou } v' = \frac{273 + t}{273 + \theta} (u + \sigma),$$

si la vapeur est surchauffée.

La somme des deux premières valeurs de la colonne 9 divisé par 3, donne en % l'augmentation théorique de la surface du diagramme de détente, lorsque le rendement est  $\tau_i$ ; le gain réel est donc

$$0,053 \times \tau_i = 0,032.$$

Lorsque le rendement est  $\tau_i$  égal à 0,672, on a pour augmentation du rendement en % :

$$0,034 \times \tau_i = 0,0228.$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$p$	$u + \sigma$	$\theta$	$t$ ou $x$	$t'$ ou $x'$	$\Delta(\frac{v^2 - v'^2}{2g})$	$v$	$v'$	$\frac{v' - v}{v}$
0	13	0,153	190,6	—	—	—	—	—	—
1	3,32	0,587	135,2	0,97	140	17,9	0,568	0,595	0,0475
2	0,6	2,76	85,5	0,822	0,942	17,9	2,36	2,61	0,106
3	0,07	21,11	38,8	0,802	0,883	17,9	16,95	18,7	0,106
0	13	0,153	190,6	—	—	—	—	—	—
1	3,32	0,587	135,2	0,97	0,988	14,8	0,568	0,578	0,0175
2	0,6	2,76	85,5	0,882	0,932	14,8	2,36	2,56	0,0845
3	0,07	21,11	38,8	0,802	0,873	14,8	16,95	18,45	0,0950

Nous avons porté sur la fig. 23 le rendement total pour l'exemple choisi, dans le cas où la vitesse  $c_2$  est utilisée et dans le cas où elle ne l'est pas. Nous voyons qu'il y a une différence de 3,8 %.

3) Turbine à deux chutes de vitesse. — Nous pouvons examiner deux cas, celui où la vapeur est renvoyée sur le second aubage sous un angle  $\alpha'_1 = \alpha_1$ , fig. 26, et celui où la vapeur est renvoyée sous un angle  $\alpha'_1 = \alpha_2$  (fig. 27).

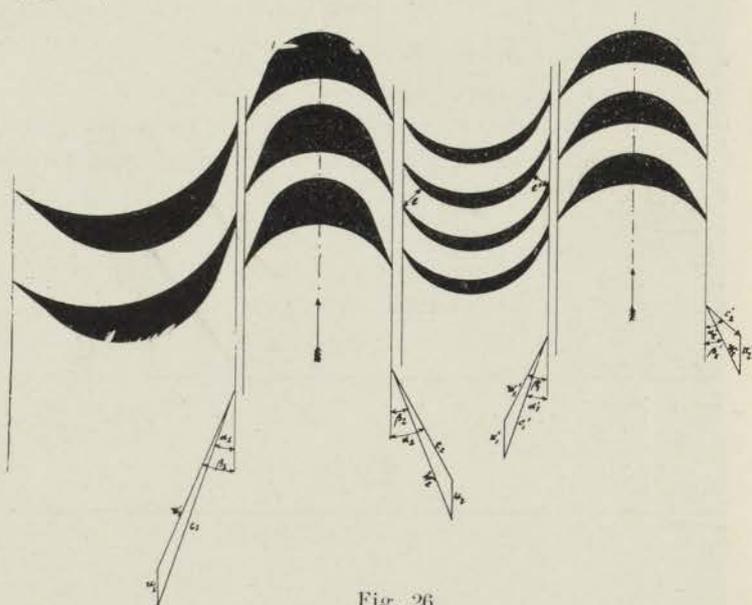


Fig. 26

1<sup>er</sup> CAS. — Nous supposons ici encore que  $\beta_1 = \beta_2$  et  $\beta'_1 = \beta'_2$ ; nous pourrions ainsi réunir les triangles des vitesses comme cela est indiqué fig. 26a.

Si la vitesse de sortie  $c'_2 = of'$  est anéantie par chocs et tourbillonnements,

$$T_0 = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}$$

La valeur de  $T_i$  est égal à

$$T_i = \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2) + \frac{u}{g} (c'_1 \cos \alpha'_1 + c'_2 \cos \alpha'_2)$$

Or,

$$\begin{aligned} c_2 &= of & c'_1 &= \psi c_2 = ok = oa \\ c_2 \cos \alpha_2 &= \psi c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u \\ c'_2 \cos \alpha'_2 &= \psi (\psi c_2) \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u \end{aligned}$$

en supposant que la vitesse  $c'_1$ , à la sortie de l'aubage fixe intermédiaire, soit égale à  $\psi c_2$  par suite des frottements.

Donc :

$$\tau_{ii} = 2\varphi^2 (1 + \psi) u \frac{c_1 \cos \alpha_1 + \psi c_2 \cos \alpha_1 - 2u}{c_1^2}$$

ou en posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , et en remarquant que dans le triangle  $oif$

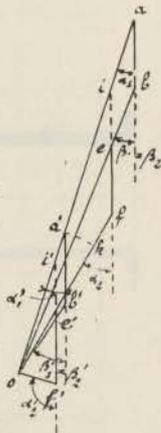


Fig. 26a.

$$c_2^2 = \psi^2 c_1^2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2u (1 + \psi) \psi c_1 \cos \alpha_1 = c_1^2 K \quad (1)$$

$$\tau_{ii} = 2\varphi^2 (1 + \psi) x [(1 + \psi \sqrt{K}) \cos \alpha_1 - 2x]$$

En prenant, comme précédemment,

$\alpha_1 = 19^\circ$   $\varphi = 0,95$  et  $\psi = 0,80$  (valeur moyenne), nous avons trouvé la courbe 1 (fig. 28).

Si la vitesse  $c'_2$  est récupérée en partie dans l'aubage suivant, nous pourrions comme pour le cas des turbines à une chute, poser :

$$T_i = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} - \psi \frac{c'_2^2}{2g}$$

Or, dans le triangle  $oif'$  :

$$c'_2^2 = \psi^4 c_2^2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2u (1 + \psi) \psi^2 c_2 \cos \alpha_1$$

et en remplaçant  $c_2$  par  $c_1 \sqrt{K}$  et  $c_2^2$  par sa valeur (1) :

$$= 2\varphi^2 (1 + \psi) x \frac{(1 + \psi \sqrt{K}) \cos \alpha_1 - 2x}{(1 - \psi^4 \varphi^2) - \psi^2 \varphi^2 (1 + \psi)^2 (1 + \psi^4) + 2x (1 + \psi) \psi^4 \varphi^2 (\psi^3 + \sqrt{K}) \cos \alpha_1}$$

Avec les mêmes valeurs que ci-dessus, nous avons trouvé pour  $\tau_{il}$  en fonction de  $x = \frac{u}{c_1}$ , la courbe  $f'$ .

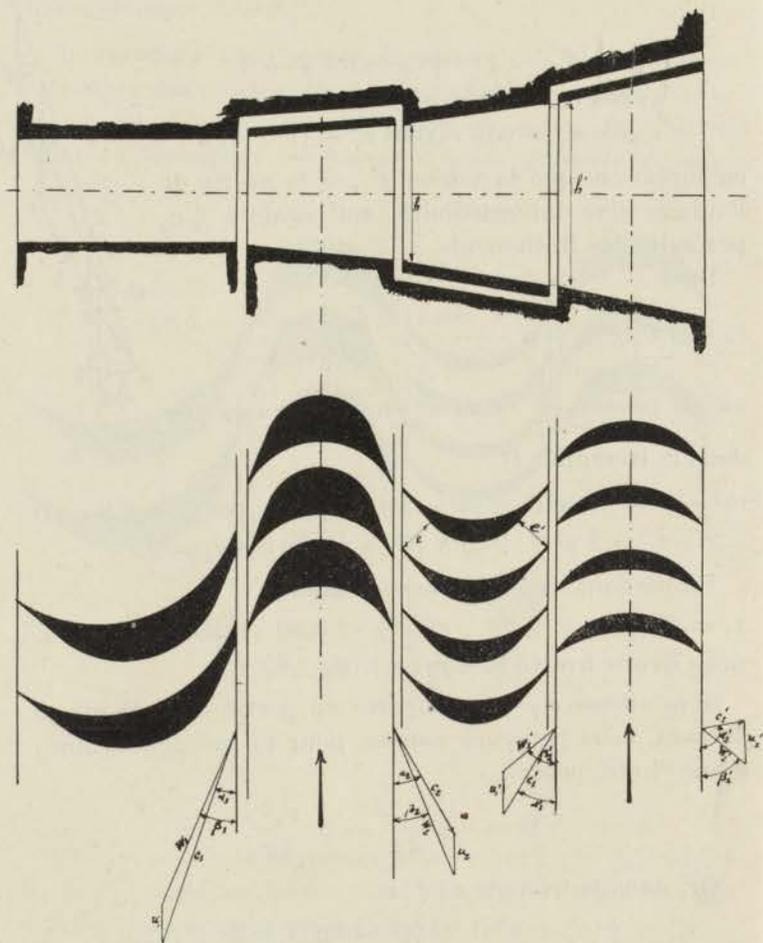
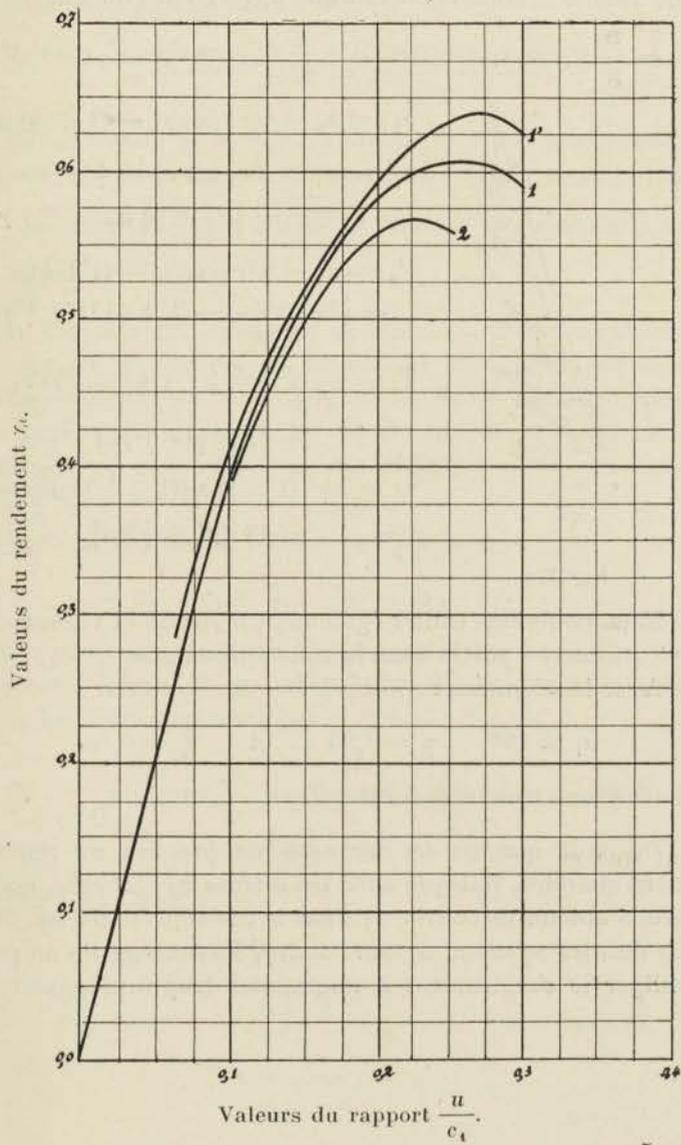


Fig. 27.

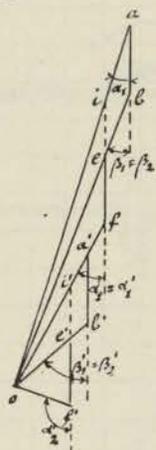
2° CAS. — Dans le cas où la vapeur est renvoyée dans le second aubage sous l'angle  $\alpha'_1 = \alpha_2$ , les aubes ont le

Fig. 28.



profil donné (fig. 27); les triangles des vitesses peuvent être réunis comme il est indiqué fig. 27a et l'on a :

$$T_i = \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2) + \frac{u}{g} (c'_1 \cos \alpha'_1 + c'_2 \cos \alpha'_2)$$



$$c_2 \cos \alpha_2 = \psi c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u$$

$$c'_1 \cos \alpha'_1 = \psi c_2 \cos \alpha_2 = \psi^2 c_1 \cos \alpha_1 - \psi (1 + \psi) u$$

$$c'_2 \cos \alpha'_2 = \psi^2 c_2 \cos \alpha_2 - (1 + \psi) u = \psi^3 c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) (1 + \psi^2) u$$

$$T_i = \frac{u}{g} (1 + \psi) [(1 + \psi^2) c_1 \cos \alpha_1 - (2 + \psi + \psi^2) u]$$

$$\eta_i = 2 \varphi^2 (1 + \psi) x [(1 + \psi^2) \cos \alpha_1 - (2 + \psi + \psi^2) x].$$

Fig. 27a.

Nous pourrions traiter également le cas où la vitesse  $c'_2$  est utilisée en partie dans la roue suivante.

Avec les données :

$$\alpha_1 = 19^\circ \quad \varphi = 0,95 \quad \text{et} \quad \psi = 0,80,$$

nous avons trouvé la courbe 2.

On voit que ce dernier système procure un rendement moindre, puisque avec les mêmes hypothèses, nous avons obtenu la courbe 1, dans le cas représenté fig. 26. Ce dernier système a, par contre, l'avantage de ne pas obliger le constructeur à augmenter trop rapidement la

hauteur  $h$  des aubes (fig. 27). En effet, on doit évidemment avoir dans les deux cas :

$$\frac{h \times e \times c_2}{v} = q = \frac{h' \times e' \times c_1'}{v'}.$$

Mais, comme on le voit, la valeur de  $e'$  est plus petite, dans le cas de la fig. 26, que celle de  $e$ ; il en résulte que  $\frac{h'}{h}$  doit être plus grand dans le premier cas que dans le second.

4) Turbines à trois chutes de vitesse. — Nous n'examinerons ici que le cas où la vapeur sortant du premier aubage mobile, est renvoyée sur le second aubage sous un angle  $\alpha_1' = \alpha_1$ , et où la vapeur sortant de ce second aubage est renvoyée sur le troisième, sous un angle  $\alpha_1'' = \alpha_2'$ .

Nous supposerons, comme précédemment, que :

$$u_1 = u_2, \quad \beta_1 = \beta_2, \quad \beta_1' = \beta_2', \quad \beta_1'' = \beta_2'';$$

nous pourrons de cette façon réunir les triangles des vitesses, comme il est indiqué fig. 29, et nous aurons, avec les notations adoptées :

$$T_i = \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2 + c_1' \cos \alpha_1' + c_2' \cos \alpha_2' + c_1'' \cos \alpha_1'' + c_2'' \cos \alpha_2'').$$

Par hypothèse :

$$\cos \alpha_1' = \cos \alpha_1$$

$$c_1' = \psi c_2$$

$$c_1'' = \psi c_2'$$

$$\cos \alpha_1'' = \cos \alpha_2'$$

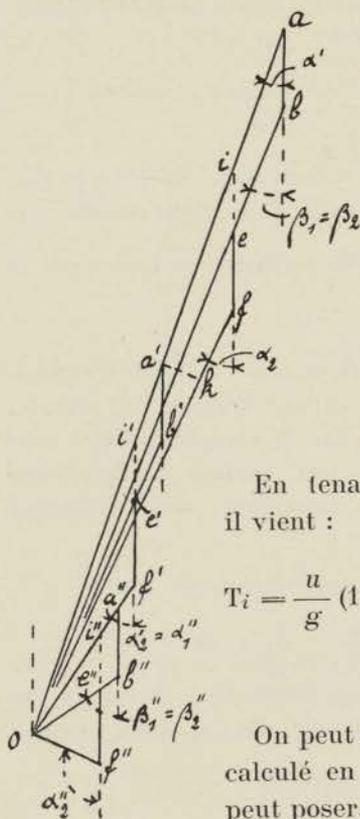


Fig. 29.

et, dans les triangles  $oif$ ,  
 $o'i'f'$ ,  $o''i''f''$ , on trouve les  
relations :

$$c_2 \cos \alpha_2 = \psi c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi)u$$

$$c_2' \cos \alpha_2' = \psi^2 c_2 \cos \alpha_1 - (1 + \psi)u$$

$$c_2'' \cos \alpha_2'' = \psi^2 c_2' \cos \alpha_1 - (1 + \psi)u = \psi^4 c_2 \cos \alpha_1 - (\psi^2 + 1)(1 + \psi)u.$$

En tenant compte de ces égalités,  
il vient :

$$T_i = \frac{u}{g} (1 + \psi) \left\{ [c_1 + (1 + \psi^2)\psi c_2] \cos \alpha_1 - (3 + \psi + \psi^2)u \right\}$$

On peut remarquer que  $c_2$  peut être  
calculé en fonction de  $c_1$  et que l'on  
peut poser, comme précédemment :

$$c_2 = c_1 \sqrt{K},$$

où  $K$  est une fonction du rapport  $\frac{u}{c_1}$ .

Si nous supposons que la vitesse  $c_2''$  de sortie soit  
anéantie, nous aurons, pour valeur de l'énergie dépensée  
dans la chute :

$$T_0 = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g},$$

et le rendement indiqué  $\eta_i$  sera égal, par définition, à

$$\eta_i = \frac{T_i}{T_0} = 2 \varphi^2 (1 + \psi) x \left\{ [1 + (1 + \psi^2) \psi \sqrt{K}] \cos \alpha_1 - (3 + \psi + \psi^2) x \right\},$$

$x$  étant égal à  $\frac{u}{c_1}$ .

Avec les valeurs précédemment adoptées :

$\alpha_1 = 19^\circ$ ,  $\varphi = 0,95$ ,  $\psi = 0,80$  (valeur moyenne), nous avons trouvé la courbe de rendement 3, planche 1.

On voit, d'après ce diagramme, que le rendement maximum est atteint pour un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,16$ , et que pour un rapport  $\frac{u}{c_1}$  supérieur à 0,13, le rendement devient inférieur à celui d'une roue à deux chutes de vitesse.

REMARQUE I. — *Le rendement indiqué maximum des turbines d'action est d'autant plus faible qu'il y a plus de chutes de vitesse, comme on le voit d'après les courbes 1, 2, 3, tracées planche 1, dans les mêmes hypothèses :*

$$\alpha_1 = 19^\circ, \quad \varphi = 0,95, \quad \psi = 0,80.$$

*Ce rendement maximum est, par contre, atteint, pour une vitesse périphérique d'autant plus petite que le nombre de chutes de vitesse est plus grand.*

REMARQUE II. — Pour les petites puissances où il est avant tout nécessaire de réduire le prix de revient de la turbine, le système à trois chutes de vitesse présente l'avantage de permettre de réduire la vitesse périphérique, tout en conservant un rendement acceptable.

REMARQUE III. — Lorsque la turbine à chutes de vitesse comporte plusieurs chutes de pression, il y a lieu de tenir compte, comme nous l'avons fait à propos des turbines à une chute de vitesse et à plusieurs chutes de pression, de l'augmentation de rendement, provenant de la transformation des frottements en chaleur.

## B. — Systèmes à réaction.

1) Turbines à plusieurs chutes de pression. — Nous n'examinerons que le cas des turbines à *réaction partielle* à plusieurs chutes de pression, puisque ce sont les seules qui aient été réalisées dans la pratique. Comme ces turbines doivent être construites à *injection totale*, d'après ce que nous avons vu au chapitre I, il n'y a lieu d'examiner non plus que le cas où l'énergie correspondant à la vitesse de sortie de l'un quelconque des aubages fixes, est récupérée dans l'aubage fixe suivant.

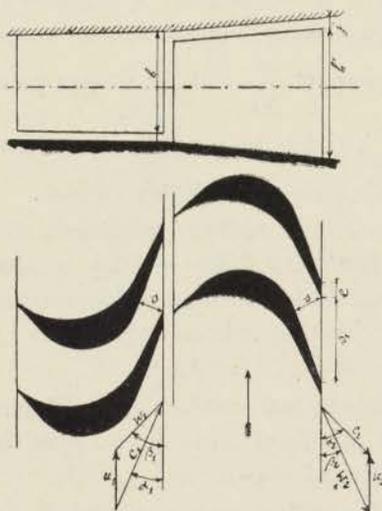


Fig. 30.

Pour simplifier la construction, on adopte ordinairement les mêmes profils, pour les aubes directrices que pour les aubes réceptrices; on les retourne simplement, bout pour bout, comme il est indiqué fig. 30. Il en résulte que le *degré de réaction*, c'est-à-dire le rapport de l'énergie dépensée dans l'aubage mobile, à l'énergie totale dépensée dans la chute, est égal à  $\frac{1}{2}$  (1).

(1) Ce rapport a pour expression :

$$k' = \frac{\frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) + \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2)}$$

D'après la fig. 30,  $\beta_2 = \alpha_1$  et  $\beta_1 = \alpha_2$ , puisque le profil de la première aube est identique au profil de l'autre aube retournée. D'après l'équation de continuité :

$$\frac{s \times h \times c_1}{v} = \frac{s \times h' \times \omega_2}{v'} \quad (a)$$

$v$  et  $v'$  étant les volumes spécifiques à l'entrée et à la sortie de

Si nous appelons  $h$  l'énergie dépensée dans l'aubage mobile par kilogramme de fluide, nous aurons donc dans le cas de la fig. 30,

$$T_0 = 2 h.$$

$T_0$  représentant l'énergie totale utilisée dans une chute de pression quelconque par kg. de fluide. Or, d'après ce que nous avons vu sur l'écoulement dans un aubage mobile de roue à réaction,

$$\omega_2^2 = \psi^2 \omega_1^2 + \varphi^2 2 g h. \quad (1)$$

Donc 
$$T_0 = \frac{2}{\varphi^2} \left( \frac{\omega_2^2}{2g} - \psi^2 \frac{\omega_1^2}{2g} \right).$$

Comme d'après la note ci-dessous :

$$\omega_2 = c_1 \quad \text{et} \quad \omega_1 = c_2$$

$$T_0 = \frac{2}{\varphi^2} \left( \frac{c_1^2}{2g} - \psi^2 \frac{c_2^2}{2g} \right).$$

Telle est l'expression de l'énergie dépensée dans une chute de pression, en fonction des vitesses d'entrée et de sortie. Pour évaluer le rendement indiqué  $\eta_i$  dans l'hypothèse d'un degré de réaction  $\frac{1}{2}$ , il nous suffira d'évaluer  $T_i$  donné par la relation :

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos z_1 + u_2 c_2 \cos z_2),$$

l'aubage mobile; on doit donc avoir :

$$c_1 = \omega_2, \quad (b)$$

si l'on fait en sorte que

$$\frac{h}{v} = \frac{h'}{v'}. \quad (c)$$

En tenant compte des relations :

$$\omega_1 \cos \beta_1 = c_1 \cos z_1 - u_1$$

$$c_2 \cos z_2 = \omega_2 \cos \beta_2 - u_2$$

$$u_1 = u_2 = u$$

et de l'égalité (b), on voit que :

$$\omega_1 = c_2,$$

et par conséquent que  $k' = \frac{1}{2}$ .

en tenant compte des hypothèses :

$$u_1 = u_2 = u, \quad \beta_2 = \alpha_1 \quad \text{et} \quad \beta_1 = \alpha_2,$$

et de la relation relative au triangle des vitesses à la sortie :

$$c_2 \cos \alpha_2 = \omega_2 \cos \beta_2 - u = c_1 \cos \alpha_1 - u;$$

nous aurons :

$$T_i = \frac{u}{g} (2c_1 \cos \alpha_1 - u)$$

et par conséquent :

$$\eta_i = \frac{T_i}{T_0} = \varphi^2 u \frac{2c_1 \cos \alpha_1 - u}{c_1^2 - \psi^2 c_2^2}.$$

Éliminons  $c_2^2$ ; dans le triangle des vitesses à l'entrée :

$$\omega_1^2 = c_2^2 = c_1^2 + u^2 - 2uc_1 \cos \alpha_1;$$

en posant  $x = \frac{u}{c_1}$ , il vient :

$$\eta_i = \varphi^2 x \frac{2 \cos \alpha_1 - x}{(1 - \psi^2) - \psi^2 x^2 + 2\psi^2 x \cos \alpha_1}.$$

Le maximum est atteint pour la valeur de  $x$  qui satisfait à l'équation  $\frac{d\eta_i}{dx} = 0$ , c'est-à-dire pour

$$x = \cos \alpha_1;$$

à cette valeur de  $x$ , correspond une valeur du rendement

$$(\eta_i)_{\max} = \varphi^2 \cos^2 \alpha_1 \frac{1}{1 - \psi^2 \sin^2 \alpha_1}.$$

En adoptant comme précédemment

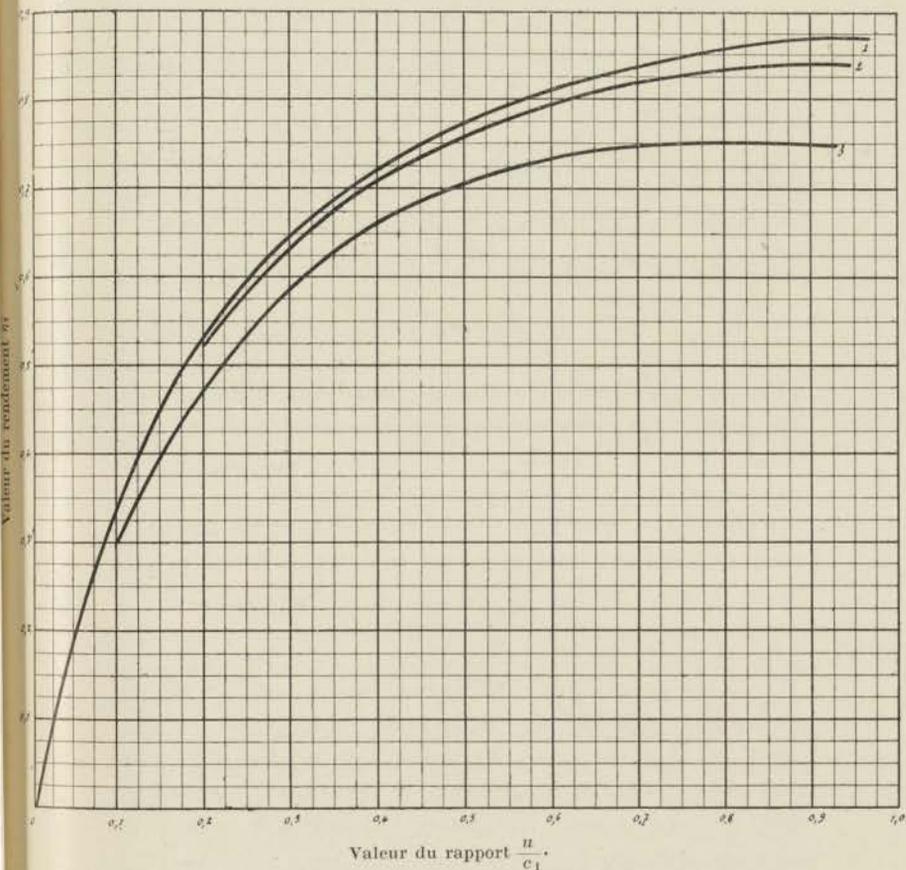
$$\varphi = 0,95, \quad \psi = 0,80,$$

nous avons trouvé les courbes 1, 2, 3, fig. 31, correspondant respectivement aux angles :

$$\alpha_1 = 19^\circ, \quad \alpha_1 = 24^\circ, \quad \alpha_1 = 36^\circ.$$

REMARQUE I. — Pour avoir le rendement total d'une turbine à  $n$  chutes de pression, il faudra soustraire la perte en  $\%$  correspondant à la partie  $\psi c_2$  de la vitesse de sortie du *dernier disque*; il faudra y ajouter, comme

Fig. 31.



nous l'avons fait pour les turbines d'action, le gain en  $\%$  provenant de l'augmentation du volume spécifique de la vapeur, augmentation due à la transformation des frottements en chaleur. Si nous appelons  $s$  l'accroissement de

surface du diagramme de détente théorique dont nous représenterons la surface par S, nous aurons, en appelant  $\eta_i'$  le *rendement indiqué total* :

$$\eta_i' = \eta_i + \eta_i \frac{s}{S} - \frac{\Lambda \psi^2 \frac{c_2^2}{2g}}{\lambda_0 - \lambda_n}$$

$(\lambda_0 - \lambda_n)$  représentant l'énergie totale disponible dans la chute de  $p_0$  à  $p_n$ , et  $\eta_i$  le rendement donné par les diagrammes fig. 31.

REMARQUE II. — D'après la note (1) indiquée plus haut, il faut, pour que le degré de réaction soit égal à  $\frac{1}{2}$ , avec les aubages indiqués fig. 30, satisfaire à la relation :

$$\frac{h}{h'} = \frac{\varphi}{\varphi'}.$$

Pratiquement on est obligé de conserver la même hauteur  $h$  pour un groupe de quatre et même huit aubages fixes et mobiles, afin de pouvoir aléser l'enveloppe portant les aubes fixes, par parties cylindriques.

Il en résulte que l'on a nécessairement une augmentation de vitesse telle que :

$$\frac{c_1}{\varphi} = \frac{\omega_2}{\varphi'}.$$

Pour les premières chutes, l'accroissement de vitesse n'est pas rapide; il n'en est pas de même pour les dernières où l'on est forcé d'adopter *des profils différents pour chaque chute*. La relation de continuité montre en effet, que si l'on veut maintenir la hauteur  $h$  constante, de même que les vitesses  $c_1$ ,  $\omega_2$ ,  $c'_1$ , etc., on doit faire croître les angles de manière que :

$$\frac{\sin \alpha_1}{\varphi} = \frac{\sin \beta_2}{\varphi'} = \frac{\sin \alpha'_1}{\varphi''} = \dots$$

$v, v', v'',$  etc., représentant les volumes spécifiques de la vapeur à la sortie des aubages successifs.

Il faudra donc, pour pouvoir se servir des diagrammes, choisir la courbe correspondant à l'angle moyen adopté.

REMARQUE III. — On peut se demander s'il n'est pas préférable de laisser croître la vitesse  $c_1$  et de se contenter ainsi d'un rapport  $\frac{u}{c_1}$  plus faible, que de faire croître les angles  $\alpha_1, \alpha_1',$  etc.

Pour résoudre la question, supposons que pour satisfaire à l'équation de continuité, on soit obligé de prendre  $\alpha_1' = 36^\circ$ , alors que  $\alpha_1$  était égal à  $24^\circ$ . Le rendement passera de 0,71 à 0,663 pour un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,4$ . Si, au contraire, nous conservons  $\alpha_1' = \alpha_1 = 24^\circ$ , la vitesse passera de  $c_1$  à

$$c_1' = c_1 \frac{\sin \alpha_1'}{\sin \alpha_1} = 1,44 c_1,$$

et le rapport  $\frac{u}{c_1}$  égal à 0,4, deviendra égal à 0,28, ce qui correspond à un rendement de 0,61.

Il est donc préférable, comme on le voit, de faire varier les angles de manière à maintenir la vitesse  $c_1$  à peu près constante. L'idéal serait de pouvoir faire croître la hauteur des aubes d'une manière continue. Dans la turbine *Parsons*, on conserve la même hauteur pour trois chutes de pression, en faisant varier les angles; on augmente ainsi le diamètre de l'enveloppe de trois en trois chutes, de façon à pouvoir se servir de la même série de profils. Pour les premières chutes où le volume spécifique varie peu, on conserve la même hauteur pour des groupes de six et jusque huit chutes.

### Conclusions.

Nous avons supposé, pour l'établissement des formules du rendement indiqué, que la perte d'énergie par chocs à l'entrée de l'aubage mobile, et par frottements dans les aubages fixes et mobiles, ne dépendait que de la vitesse du fluide.

L'expérience montre que la perte par frottements est proportionnelle au *carré de la vitesse* et au *chemin parcouru* (1). Il ne faudrait pas en conclure que les formules et les diagrammes que nous avons donnés n'ont aucun intérêt; car il convient de remarquer que pour une même pression initiale et une même pression finale, le *chemin parcouru* ne dépend pas du rapport  $\frac{u}{c_1}$ , c'est-à-dire de la variable. Ainsi pour une turbine d'action, le chemin parcouru dans *l'aubage mobile* dépend bien du tracé de celui-ci, tracé qui varie avec  $\frac{u}{c_1}$ , mais cette variation est négligeable, surtout si l'on tient compte de ce qu'une partie de la perte provient du choc à l'entrée.

*Les diagrammes de la planche 1 permettent donc bien de faire la comparaison, au point de vue du rendement indiqué, des différents systèmes de turbines fonctionnant entre les mêmes pressions  $p_0$  et  $p_2$ .*

Les courbes 1 et 1' correspondent à une turbine d'action, à une chute de vitesse, l'énergie à la sortie étant supposée perdue dans le premier cas, et récupérée en partie dans le second.

La courbe 2 se rapporte à une turbine d'action à deux chutes de vitesse, la courbe 3 à une turbine à trois chutes de vitesse.

---

(1) Voir note page 159.

La courbe 4 donne le rendement d'une turbine à réaction partielle dont le degré de réaction est  $\frac{1}{2}$ .

Pour tous les systèmes, nous avons fait les mêmes hypothèses :

$$\alpha_1 = 19^\circ, \quad \varphi = 0,95, \quad \psi = 0,80.$$

Pour les turbines d'action, nous avons supposé  $\beta_1 = \beta_2$ ; en réalité cette condition n'est pas toujours réalisée : certains constructeurs font  $\beta_2 < \beta_1$ , ce qui augmente un peu le rendement, en diminuant la vitesse de sortie.

En tous cas, comme on doit satisfaire à l'équation de continuité :

$$\frac{s_1 \times \omega_1}{v_1} = \frac{s_2 \times \omega_2}{v_2},$$

où  $s_1$  et  $s_2$  représentent les sections à l'entrée et à la sortie de l'aubage mobile,  $v_1$  et  $v_2$  les volumes spécifiques correspondants, on est obligé de faire  $\beta_2$  très peu différent de  $\beta_1$ .

Les valeurs  $\varphi$  et de  $\psi$  dépendent de l'état des aubes qui doivent être autant que possible parachevées à la fraise, de l'état de l'arête d'entrée qui peut être plus ou moins tranchante. Ces valeurs supposent que le tracé des aubes correspond bien au rapport  $\frac{u}{c_1}$  choisi, c'est-à-dire que *la tangente au dos de l'aube a bien la direction de la vitesse relative d'entrée*.

Pour une même construction, les valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  dépendent de l'état de la vapeur. Les frottements diminuent avec la surchauffe ; celle-ci a pour effet d'éviter la présence de gouttelettes microscopiques qui sont, dans la déviation due à l'aubage, concentrées sur la surface de celui-ci, et y déterminent une perte importante par chocs et frottements. Des expériences ont montré que des aubes

en acier, soumises à un jet de vapeur saturée, s'usent assez rapidement, lorsque la vitesse d'injection est très élevée (1000 à 1200 mètres).

La valeur de  $\psi$  dépend aussi de la hauteur de l'arête d'entrée, mais il faut remarquer que dans une turbine d'une puissance donnée, à mesure que la hauteur des aubes augmente, la *densité du fluide diminue*, et l'on peut probablement considérer  $\psi$  comme indépendant de cette variable. Il conviendrait d'ailleurs que des expériences très complètes fussent entreprises, pour fixer les valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  en fonction de la vitesse, de la densité, etc.

En tous cas, les valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  peuvent être établies, en expérimentant sur les aubages que l'on compte utiliser dans la construction, et par conséquent on peut toujours tracer les diagrammes du rendement indiqué dans chaque cas particulier. Ces diagrammes, comme nous le verrons au paragraphe suivant, permettent de déterminer *a priori* le rapport  $\frac{u}{c_1}$  qui procure un rendement effectif maximum.

REMARQUE. — Il est intéressant de rechercher quel est le système qui procure le meilleur rendement indiqué pour une vitesse périphérique  $u$  donnée, et une hauteur de chute  $h$  également donnée, les valeurs de  $\alpha_1$ ,  $\varphi$  et  $\psi$  étant supposées les mêmes pour tous les systèmes.

Pour cela, remarquons que, pour le système d'action à une chute de vitesse, la valeur  $c_1$  est fournie par la relation :

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} = h, \quad (1)$$

dans le cas où l'on admet que la vitesse de sortie est complètement perdue, et par la relation :

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} - \psi^2 \frac{c_2^2}{2g} = h \quad (2)$$

dans le cas où la vitesse de sortie  $c_2$  est en partie récupérée. Nous avons vu que  $c_2^2$  était égal à

$$c_1^2 [\psi^2 + (1 + \psi)^2 x^2 - 2x(1 + \psi)\psi \cos \alpha_1]$$

$x$  étant égal à  $\frac{u}{c_1}$ . On peut donc écrire la relation (2)

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} [(1 - \psi^4 \varphi^2) - x^2 (1 + \psi)^2 \varphi^2 \psi^2 + 2x(1 + \psi)\psi^3 \varphi^2 \cos \alpha_1] = h \quad (2)$$

Si nous représentons par  $(c_1)_2$  la valeur de  $c_1$  tirée de l'équation (2), et par  $(c_1)_1$  celle tirée de l'équation (1), nous pourrions évaluer le rapport

$$k_2 = \frac{(c_1)_2}{(c_1)_1}$$

pour différentes valeurs du rapport  $x = \frac{u}{c_1}$ , et tracer la courbe correspondante; nous avons obtenu ainsi la courbe 2 fig. 32.

Pour le système à réaction partielle, la relation

$$\frac{2}{\varphi^2} \left( \frac{c_1^2}{2g} - \psi^2 \frac{c_2^2}{2g} \right) = h \quad (4)$$

permet de déterminer le rapport  $k_4 = \frac{(c_1)_4}{(c_1)_1}$ , en fonction

de  $x = \frac{u}{c_1}$ , et de tracer la courbe 4 fig. 32.

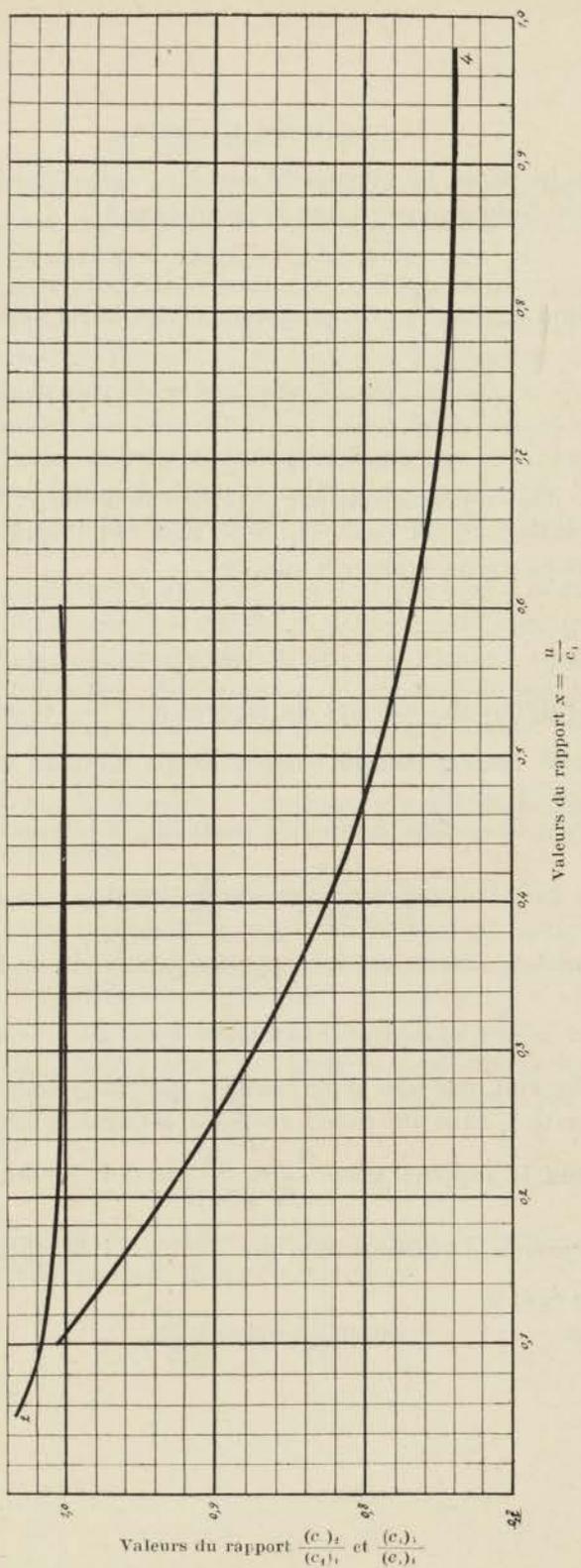
On voit par ces diagrammes, que la vitesse maximum  $(c_1)_4$  dans une roue à réaction, est égale à  $0,825 (c_1)_1$ ,

quand le rapport  $x = \frac{u}{c_1} = \frac{u}{(c_1)_4} = 0,4$ . Si donc nous

supposons la vitesse  $u$  telle que  $\frac{u}{(c_1)_4} = 0,4$ , le rapport  $\frac{u}{(c_1)_1}$  sera égal à

$$0,825 \times 0,4 = 0,33.$$

Fig. 32.



Pour comparer les différents systèmes au point de vue du rendement indiqué, on voit donc qu'il convient de porter en abscisse, non pas les valeurs de  $\frac{u}{c_1}$  comme dans les diagrammes pl. 1, mais les valeurs du rapport  $\frac{u}{(c_1)_1}$  qui ne dépend que de la vitesse  $u$ , et de la hauteur de chute  $h$ .

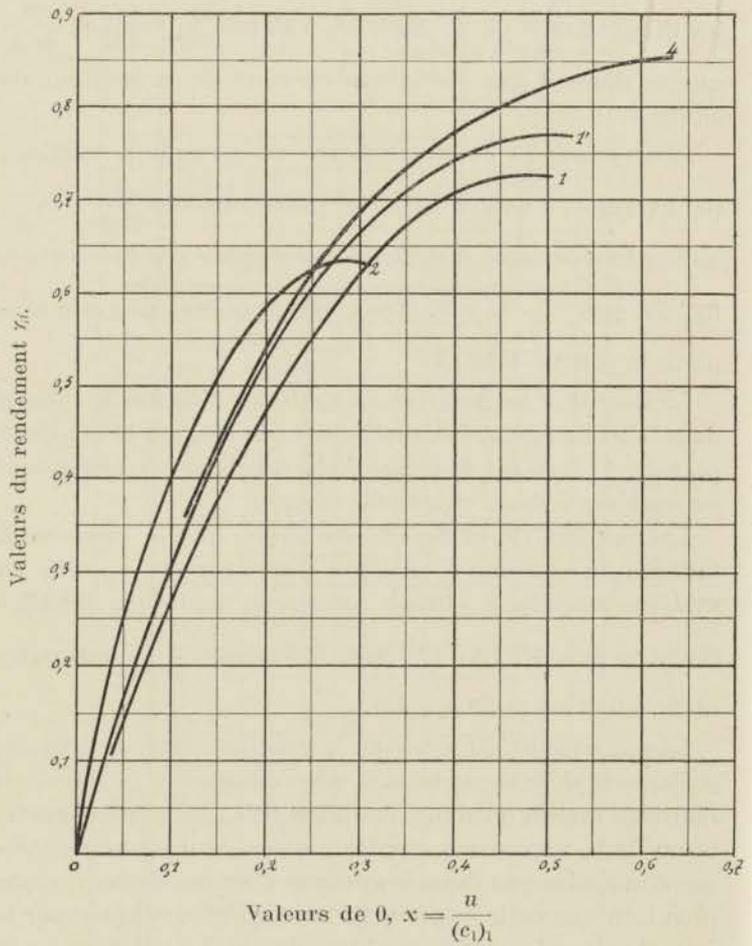
Pour tracer la courbe relative au système à réaction, par exemple, il suffira de porter pour l'abscisse  $\frac{u}{(c_1)_1} = 0,33$ , une ordonnée égale à 0,72, valeur donnée par la courbe 1 fig. 31, pour  $\frac{u}{c_1} = 0,4$ . Nous avons obtenu de cette manière la courbe 4 fig. 33.

La courbe 1' est relative au système d'action à vitesse de sortie récupérée; la courbe 1 est identique à la courbe 1 planche 1; il en est de même de la courbe 2 correspondant au système à deux chutes de vitesse.

Les courbes de la fig. 33 montrent que le rendement indiqué du système à réaction est supérieur à celui du système d'action à vitesse récupérée, mais que la différence ne dépasse pas 4 % pour les valeurs  $\frac{u}{(c_1)_1}$  ordinairement adoptées (0,30 à 0,40).

La supériorité du système à réaction était à prévoir, puisque la détente se faisant dans celui-ci, à la fois dans l'aubage mobile et dans l'aubage fixe, la vitesse maximum de la vapeur est, toutes choses égales, nécessairement moindre que dans le système d'action. Nous verrons plus loin que cette supériorité est encore accentuée par le fait d'un rendement organique meilleur. Les fuites par contre, plus importantes pour le système à réaction, tendent à augmenter la consommation.

Fig. 33.



### Rendement effectif des différents systèmes de turbines.

Nous appellerons *rendement effectif*  $\tau_e$ , le produit du rendement indiqué  $\tau_i$ , par le *rendement organique*  $\tau_o$ , qui a pour valeur :

$$\tau_o = \frac{N_i - N_o}{N_i},$$

expression dans laquelle  $N_o$  représente la puissance absorbée par les frottements,  $N_i$  la puissance indiquée définie par la relation :

$$N_i = \frac{\Sigma T_i}{75} = \frac{1}{75 \times g} \Sigma (u_1 c_1 \cos \alpha_1 + u_2 c_2 \cos \alpha_2)$$

La puissance absorbée  $N_o$  provient des frottements des disques contre la vapeur ambiante des cellules et des frottements dans les paliers ; lorsque les aubages mobiles ne sont pas remplis par de la vapeur en mouvement, il se produit une circulation radiale de la vapeur ambiante qui détermine des effets de ventilation, absorbant une certaine puissance.

Les expériences de *Lewicki* et de *Stodola* ont permis d'établir une formule qui donne la puissance  $N_f$  absorbée par les frottements des disques et des ailettes :

$$N_f = a_1 D^2 \frac{u^3}{10^6} \Sigma \delta + a_2 D \frac{u^3}{10^6} \Sigma h^{1,5} \delta, \quad (1)$$

où

$D$  est le diamètre moyen de l'aubage en mètres,

$u$  la vitesse périphérique en mètres,

$h$  la hauteur des aubes en centimètres,

$\delta$  le poids spécifique du fluide ambiant des cellules, en kilogramme par mètre cube,

et où les constantes ont pour valeurs :

$$a_1 = 1,46 \quad a_2 = 0,83.$$

Lorsque les canaux sont complètement remplis par de la vapeur injectée, il n'y a pas de circulation radiale, partant d'effets de ventilation, et le second terme disparaît ; il convient donc de multiplier le second terme par le facteur  $(1 - i)$ ,  $i$  représentant le *degré d'injection*.

La puissance absorbée par les frottements dans les paliers varie entre 3 et 6 % de la puissance de la turbine ; en représentant par  $\nu N_i$  cette puissance absorbée, nous aurons pour expression de  $N_o$  :

$$N_o = \nu N_i + N'_f$$

où

$$N'_f = a_1 D^2 \frac{u^3}{10^6} \Sigma \delta + a_2 D \frac{u^3}{10^6} \Sigma h^{1.5} (1 - i) \delta. \quad (2)$$

Comme la puissance d'une turbine est ordinairement fixée en chevaux effectifs  $N_e$ , on peut chercher l'expression de  $\tau_{io}$  en fonction de  $N_e$  ; on trouve :

$$\tau_{io} = \frac{N_i - N_o}{N_o} = 1 - \nu - \frac{N'_f}{\frac{N_e}{\tau_{io*}}}$$

et par conséquent :

$$\tau_{io} = \frac{(1 - \nu) N_e}{N_e + N'_f}. \quad (3)$$

REMARQUE I. — On peut écrire :

$$\tau_{io} = \frac{1 - \nu}{1 + \frac{N'_f}{N_e}}$$

et exprimer  $N'_f$  en fonction de  $\omega$ , vitesse angulaire, et de  $u$ , vitesse périphérique. On trouve ainsi :

$$N'_f = a_1 \frac{4}{\omega^2} \frac{u^5}{10^6} \Sigma \delta + a_2 \frac{2}{\omega} \frac{u^4}{10^6} \Sigma h^{1.5} (1 - i) \delta \quad (4)$$

et l'on peut remarquer :

1) Que  $N'_f$  ne dépend presque pas de la puissance  $N_e$ , mais dépend du système, qui fixe la répartition des

pressions, de la vitesse périphérique  $u$ , et de la vitesse angulaire  $\omega$  (1);

2) Que le rendement organique est par conséquent, toutes choses égales, d'autant meilleur que la puissance  $N_e$  est plus grande;

3) Que le rendement organique est d'autant meilleur que la vitesse angulaire est plus grande.

4) Que, dans les turbines à réaction où les ailettes sont fixées sur un tambour et où l'injection est totale, la valeur du rendement est sensiblement égale à  $(1 - \nu)$ .

REMARQUE II. — Il est à remarquer que le travail de frottement des disques contre la vapeur ambiante des cellules se transforme en chaleur, et que cette chaleur est restituée au fluide et a pour effet d'augmenter le volume spécifique de celui-ci, par conséquent de déterminer un accroissement du travail de détente. Il en résulte une augmentation du rendement qui pourrait être calculée de la même manière que celle provenant de la transformation en chaleur des frottements de la vapeur contre les aubes. Le gain doit être du même ordre que celui calculé dans ce dernier cas, c'est-à-dire environ 0,1 de l'énergie perdue, pour une turbine à trois chutes de pression.

PROBLÈME. — Déterminer la courbe de rendement effectif en fonction de la vitesse périphérique  $u$ , pour le cas de la turbine à trois chutes de pression, représentée schématiquement fig. 5 (page 9), en supposant que les conditions du fonctionnement soient celles indiquées au problème traité page 51, et en admettant que la puissance soit de 350 chevaux effectifs, à la vitesse angulaire de 3600 tours par minute.

Nous avons supposé que l'angle d'entrée adopté était

---

(1) La valeur  $\Sigma h^{1,5}(1 - i)^2$  diminue seule avec la puissance, parce que, toutes choses restant égales, si la puissance augmente, on peut augmenter le degré d'injection  $i$ .

égal à  $19^\circ$ , et que les coefficients donnés par des expériences préalables sur les aubages employés, avaient respectivement pour valeur :

$$\varphi = 0,95 \quad \psi = 0,80.$$

La répartition des pressions calculée était la suivante :

1 <sup>re</sup> cellule	3 <sup>k</sup> 32	poinds spécifique	correspondant	1,68
2 <sup>e</sup> »	0 <sup>k</sup> 60	»	»	0,382
3 <sup>e</sup> »	0 <sup>k</sup> 07	»	»	0,053

Pour calculer  $N'_f$ , nous devons connaître  $h$  et  $i$ , pour chaque roue. Or on peut adopter, pour  $h_1$  et  $h_2$ , 1 cm., par exemple, les degrés d'injection étant alors égaux respectivement à 0,1 et 0,45, comme le montre le calcul tel que nous l'exposerons au chapitre III.

Pour la dernière roue, nous adopterons  $i = 1$ , ce qui conduit à prendre  $h_3 = 2,5$  centimètres.

Avec ces différentes données, et en remarquant que :

$$\omega = 377,$$

on trouve :

$$N'_f = \frac{0,0872}{10^4} \left( \frac{u}{10} \right)^5 + \frac{0,76}{10^4} \left( \frac{u}{10} \right)^4.$$

Si nous faisons successivement  $u$  égal à 100, 150, 200, 250 mètres, nous trouvons pour  $N'_f$  respectivement :

$$1,7 \quad 10,7 \quad 41 \quad 115$$

ce qui donne pour  $\eta_o$ , en supposant  $\nu = 0,05$ ,

$$0,95 \quad 0,92 \quad 0,85 \quad 0,713.$$

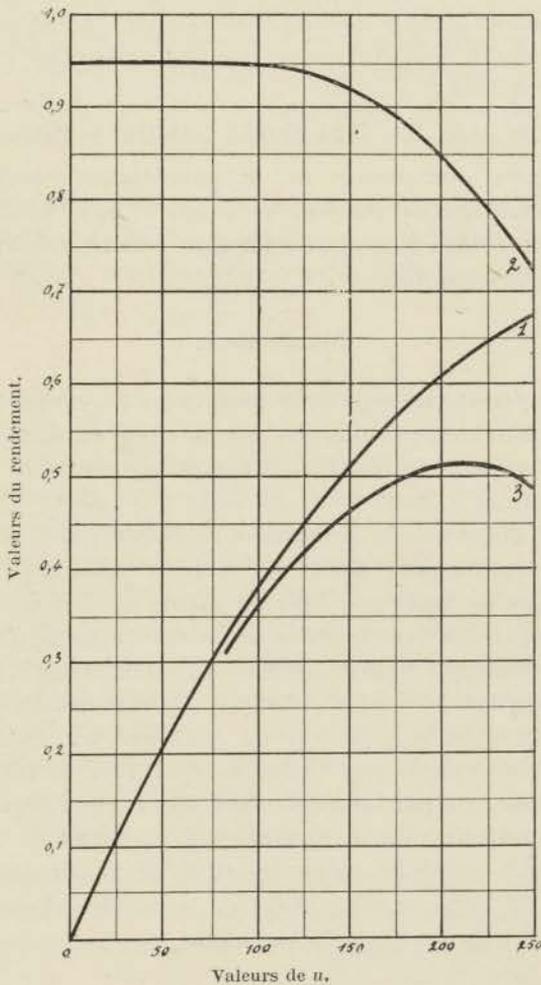
Nous avons tracé fig. 34 la courbe 2 donnant le rendement  $\eta_o$  en fonction de  $u$ ; aux valeurs de 100, 150, 200 et 250 mètres correspondent des valeurs de  $\frac{u}{c_1}$  égales à

$$0,143 \quad 0,214 \quad 0,286 \quad 0,357;$$

nous pouvons donc tracer la courbe 1 du rendement indiqué, en fonction de la vitesse périphérique  $u$ .

En multipliant les ordonnées des deux courbes, nous avons obtenu la courbe 3, donnant le rendement effectif en fonction de la vitesse périphérique.

Fig. 34.



On voit que le maximum est atteint pour la vitesse de 210 mètres environ, vitesse qui correspond à un diamètre de disque de 1<sup>m</sup>110 et à un rapport

$$\frac{u}{c_1} = 0,3$$

que nous avons adopté précédemment.

En tenant compte de l'augmentation de rendement provenant de la transformation des frottements en chaleur, nous trouvons :

$$\eta_e = 0,52 + 0,84 (0,032 + 0,016) = 0,56,$$

le premier des termes de la parenthèse représentant l'augmentation de rendement relative aux frottements dans les aubes, le second à l'augmentation relative aux frottements des disques.

### Conclusions.

Nous venons de voir comment, dans les turbines d'action qui seules comportent des disques en mouvement dans la vapeur, le rendement organique limite le rendement effectif à 50 ou 55 %.

Pour diminuer la puissance absorbée par les frottements des disques contre la vapeur ambiante, il est nécessaire de polir ceux-ci, de même que les parois des cellules ; il convient d'éviter un mode d'attache d'ailettes qui nécessiterait l'usage de boulons ou de rivets, dont les têtes auraient pour effet de créer des remous de vapeur.

L'emploi d'une bande rivée couvrant les extrémités des aubes a aussi pour effet de diminuer le travail de ventilation, et par conséquent de diminuer l'importance du second terme de la formule (2). L'emploi de l'injection totale empêche même les effets de ventilation, et la valeur de la puissance absorbée est alors donnée par le premier terme de la formule (2).

*La surchauffe a pour conséquence une diminution des frottements, par conséquent un accroissement de rendement organique, comme le montrent les expériences de Lewicki et de Stodola.*

Les valeurs de  $a_1$  et  $a_2$  de la formule (2) dépendent donc, d'après ce que nous venons de dire, de nombreux éléments, et il convient de déterminer ces coefficients par des expériences préalables sur les disques que l'on compte employer dans la construction. Les valeurs données peuvent être considérées comme des moyennes trouvées dans différents essais, et peuvent servir comme première approximation.

Comme nous l'avons vu, le rendement organique dans les *turbines d'action* est d'autant meilleur que la puissance effective est plus grande et que la vitesse angulaire est plus élevée.

REMARQUE I. — Nous avons fait remarquer dans les conclusions relatives au rendement indiqué, que le *système d'action à vitesse de sortie récupérée était sensiblement équivalent au système à réaction*. La différence entre les deux systèmes, au point de vue consommation, provient surtout du meilleur rendement organique de ce dernier. Dans les *turbines à réaction*, la puissance absorbée par les frottements du tambour mobile contre la vapeur est en effet très faible, puisque les deux extrémités tournent dans la vapeur à la pression du condenseur et que les effets de ventilation sont supprimés par suite de l'injection totale. La différence de consommation observée serait encore plus considérable, si les fuites n'étaient plus importantes dans les *turbines à réaction*.

REMARQUE II. — La question du rendement organique dans les *turbines d'action* est si importante que nous avons cru utile de résoudre le problème suivant :

Déterminer les conditions de rendement effectif maximum des différentes roues d'une turbine d'action de 700 chevaux effectifs, tournant à 2500 tours par minute, la tension d'amont  $p_0$  étant de 10 kg. par centimètre carré, la tension d'aval  $p_1$ , 0,07 kg., la température de la vapeur à l'entrée  $t_0$  étant de 255°.

Nous supposons que

$$\alpha_1 = 19^\circ \quad \varphi = 0,95 \quad \psi = 0,80,$$

et que la vitesse périphérique choisie  $u$  soit de 110 mètres, ce qui correspond à un diamètre  $D$  de disque de 0<sup>m</sup>850 environ.

La puissance absorbée par les frottements d'un tel disque contre la vapeur ambiante de sa cellule est donnée par la relation (2). Celle-ci peut s'écrire :

$$N'_f = D \frac{u^3}{10^6} \delta \left[ a_1 D + a_2 h^{1,5} (1 - i) \right]$$

Nous supposons que la hauteur  $h$  des aubes soit égale à 1 centimètre, jusqu'à ce que l'injection soit totale ; nous aurons ainsi :

$$N'_f = 1,13 \delta (2,17 - 0,83 i) \quad (4)$$

et le rendement organique sera donné par la formule :

$$\tau_0 = \frac{(1 - \nu) N_e}{N_e + N'_f} \quad (5)$$

Si nous laissons se détendre la vapeur en une seule fois de  $p_0$  à  $p_1 = 0^k07$ , la turbine ne comprendra qu'une roue qui tournera dans la vapeur à la pression du condenseur, vapeur dont la densité calculée  $\delta$  est égale à 0,059. Le rendement  $\tau_0$ , calculé au moyen des formules (4) et (5), sera égal très approximativement à 0,96, en supposant  $\nu = 0,04$ . En effet la valeur de  $N'_f$  est inférieure

à 0,2 de cheval et  $N_e$  est égal à 700 chevaux. Cette valeur de  $\tau_0$  correspond à un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,093$ , en supposant une détente adiabatique ; nous avons porté (courbe (a), fig. 2, planche 2), la valeur de  $\frac{u}{c_1}$  en abscisse, et la valeur correspondante de  $\tau_0$ , en ordonnée.

Si nous laissons se détendre la vapeur dans le premier aubage fixe jusqu'à la pression de 1 kg. seulement, la vitesse  $c_1$  calculée, en supposant une détente adiabatique, comme dans le cas précédent, sera plus faible et donnera un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,126$ . Par contre, la densité  $\delta$  étant passée de 0,059 à 0,633, la puissance absorbée  $N'_f$  sera égale à 1,13, et la puissance développée  $N_e$  sera égale à

$$N_e = 700 \frac{101}{187} = 377,$$

187 étant le nombre de calories disponibles dans la détente adiabatique de 10 kg. à 0,07, et 101 le nombre de calories disponibles dans la détente de 10 kg. à 1 kg.

Ainsi nous pourrions calculer la valeur de  $\tau_0$  pour  $\frac{u}{c_1}$  égal à 0,126. En faisant le même calcul pour d'autres valeurs  $p_1$  de la pression dans la première cellule, nous avons trouvé la courbe (a) de rendement organique, en fonction du rapport  $\frac{u}{c_1}$ . Nous nous sommes donné, dans ces calculs, des valeurs approximatives de  $i$ , degré d'injection, et nous avons supposé que  $v$  passait de 0,04 à 0,06, en raison de l'augmentation du nombre de chutes.

Si nous multiplions les ordonnées de la courbe (a) par les ordonnées de la courbe I du rendement indiqué, nous trouverons la courbe (a') du rendement effectif de la première roue. Nous voyons que le maximum est atteint

pour une valeur du rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,34$ . C'est le maximum de rendement effectif que peut fournir la première roue d'une turbine d'action de 700 chevaux, fonctionnant dans les conditions du problème, avec une pression d'amont de 10 kg. par centimètre carré.

Mais nous pouvons déterminer le maximum de rendement, pour une des roues de cette turbine qui fonctionnerait avec une pression d'amont de 5 kg. par centimètre carré et une température de 195°. En faisant les mêmes calculs que précédemment, nous avons trouvé la courbe de rendement organique (*b*) et la courbe de rendement effectif (*b'*). Nous voyons qu'ici le maximum est atteint pour une valeur du rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,39$ .

La courbe (*c'*) donne le rendement effectif pour une roue de la même turbine fonctionnant avec une pression d'amont de 1 kg. Nous avons relié les maximum par une courbe qui indique ainsi les rapports  $\frac{u}{c_1}$  correspondant au rendement effectif maximum, pour des pressions d'amont variant de 10 kg. à 1 kg.

Examinons le cas où l'on utiliserait des roues à deux chutes de vitesse; la courbe de rendement indiqué sera la courbe II. La valeur de  $N'_f$  sera donnée par la formule :

$$N'_f = 1,13 \delta [1,34 + 0,83 (h_1^{1,5} + h_2^{1,5}) (1 - i)],$$

$h_1$  et  $h_2$  étant les hauteurs des aubages de la roue.

En supposant  $h_1 = 1$  centimètre et  $h_2 = 1,6$  centimètre, nous aurons :

$$N'_f = 1,13 \delta [1,34 + 2,5 (1 - i)],$$

et en introduisant cette valeur de  $N'_f$  dans les calculs précédents, nous obtiendrons les courbes (*a*), (*b*), (*c*) (pointillées) du rendement organique, et les courbes (*a'*) (*b'*), (*c'*), du rendement effectif.

Nous avons encore relié, par une courbe, les points correspondant au maximum.

*Si au lieu de choisir un diamètre de disque de 0<sup>m</sup>850, nous avons choisi un diamètre de disque de 0<sup>m</sup>420 correspondant à une vitesse  $u = 55$  mètres, nous aurions obtenu les courbes de la fig. 1, planche 2.*

*Pour un diamètre de 1<sup>m</sup>370 correspondant à une vitesse périphérique de 180 mètres, nous avons obtenu les courbes de la fig. 3, même planche.*

Nous avons également fait tous les calculs précédents dans les mêmes hypothèses, mais en supposant que la puissance effective de la turbine soit de 350 chevaux au lieu de 700 chevaux. Les courbes reliant les maximum ont seules été tracées en pointillés.

Nous pouvons tirer de l'examen de ces courbes, des conclusions très intéressantes.

1) La turbine de rendement effectif maximum est celle qui utiliserait des disques de faible diamètre, tel que 0<sup>m</sup>420, avec un rapport  $\frac{u}{c_1}$  supérieur à 0,4; une telle turbine serait irréalisable, puisqu'elle ne comporterait pas moins de 70 roues.

2) Pour un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,3$  par exemple, il est avantageux d'employer, pour les premières chutes, des disques de petit diamètre, et pour les autres chutes, des disques de diamètre moyen (100 à 110 mètres de vitesse périphérique).

C'est ce qui a été fait dans la turbine *Rateau*. Il n'y aurait, comme on le voit d'après les courbes de la fig. 1 planche 2, aucun avantage à employer, dans ce système, deux chutes de vitesse par chute de pression.

3) Si l'on emploie des disques de grand diamètre (180 mètres de vitesse périphérique environ), on voit au

contraire, d'après les diagrammes fig. 3, qu'il y a intérêt à employer deux chutes de vitesse, tout au moins lorsque la pression d'amont est supérieure à 2 kg. Non seulement le rendement est meilleur; mais on peut, avec le système à deux chutes de vitesse, employer un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,2$  au lieu de 0,35, *ce qui permet d'utiliser, avec la même roue, trois fois plus d'énergie.*

Le système à deux chutes de vitesse, obtenu avec deux chutes de pression, permet donc de réaliser une turbine simple, avec un rendement qui n'est pas sensiblement inférieur au système à une chute de vitesse par chute de pression.

Ce système a été construit par l'A. E. G.

4) On peut améliorer le système précédent, en employant trois chutes de pression, les deux dernières étant calculées de manière que  $\frac{u}{c_1} = 0,35$ , et ne possédant qu'une chute de vitesse.

Ce système a été réalisé, sous une autre forme, par l'A. E. G., en remplaçant les deux dernières chutes de pression par une seule, mais en utilisant un disque de plus grand diamètre.

5) Une combinaison qui permet de réaliser un bon rendement, consiste à utiliser, pour la première chute, une roue de grand diamètre à deux chutes de vitesse, et une série de roues de plus petit diamètre, pour les autres chutes de pression. On voit, d'après les diagrammes planche 2, fig. 2 et 3, que ce système permet d'obtenir un rendement effectif de 0,52 pour la première roue et un rendement de 0,60 pour les autres, si l'on fait en sorte que  $\frac{u}{c_1}$  soit égal respectivement à 0,2 et 0,33. L'A. E. G. réalise de cette manière les unités de grande puissance.

6) A mesure que la puissance diminue, on voit que

L'avantage du système à deux chutes de vitesse s'accroît, comme le montrent les courbes pointillées (fig. 2 et 3) qui donnent les maximum des rendements effectifs, pour la turbine de 350 chevaux.

7) Le système à deux chutes de vitesse a, dans tous les cas, l'avantage de permettre l'utilisation d'une plus grande quantité d'énergie, avec une roue de même diamètre, *sans trop s'écarter du rendement maximum.*

Ces conclusions sont conformes aux faits d'expérience et expliquent les tendances des constructeurs actuels de turbines. On voit donc tout le parti que l'on peut tirer de ces diagrammes dans l'établissement d'un projet de turbine d'action. Les courbes de rendement effectif peuvent être tracées, en utilisant les coefficients donnés par des expériences préalables, sur les aubes et les disques que l'on compte utiliser dans la construction; il est possible alors d'établir à coup sûr un type correspondant au rendement maximum, ou au rendement que l'on s'impose à l'avance.

Il ne faut pas perdre de vue que le rendement croît peu rapidement aux environs du maximum, et que d'autre part, à mesure que l'on adopte une vitesse  $c_1$  plus faible, de manière à accroître le rapport  $\frac{u}{c_1}$ , le prix de la turbine augmente.

Il augmente *presque comme le carré de l'inverse de la vitesse  $c_1$* , puisque le nombre de chutes est, *toutes choses égales*, proportionnel au rapport de l'énergie totale à utiliser, à l'énergie dépensée par chute, c'est-à-dire à

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_n}{\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}} = 2g\varphi^2 (\lambda_0 - \lambda_n) \left(\frac{1}{c_1}\right)^2.$$

### Calcul de la consommation des turbines.

Nous appellerons *consommation théorique*  $C_t$  d'une turbine à vapeur, la *consommation par cheval-heure effectif*, calculée en supposant qu'il n'y ait pas de fuites. Nous désignerons par  $C$  la consommation théorique augmentée des fuites, et nous comparerons cette consommation, à la *consommation réelle*  $C_r$ , établie aux essais.

**Calcul de la consommation théorique  $C_t$ .** — L'énergie disponible dans 1 kg. de fluide pouvant évoluer entre les pressions  $p_o$  et  $p_n$ , est donnée par le diagramme de *Mollier*, en supposant une détente adiabatique. Ce diagramme donne en effet, les valeurs de  $\lambda_o$  et  $\lambda_n$ , chaleurs totales à la pression initiale  $p_o$  et à la pression finale  $p_n$  du condenseur.

La consommation  $C'$  d'une machine parfaite, fonctionnant suivant le cycle de *Rankine*, avec une pression finale de détente égale à  $p_n$ , serait égale à

$$C' = \frac{75 \times 3600}{425} = \frac{635}{\lambda_o - \lambda_n},$$

le numérateur représentant le nombre de calories correspondant à un cheval-heure.

Nous aurons la consommation théorique  $C_t$ , en divisant  $C'$  par le rendement effectif  $\tau_{ie}$  :

$$C_t = \frac{C'}{\tau_{ie}} = \frac{635}{\tau_{ie} (\lambda_o - \lambda_n)} \quad (1)$$

La valeur de  $\tau_{ie}$  peut être établie dans chaque cas par le calcul, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent.

**Evaluation de l'importance des fuites.** — Dans les turbines d'action, les fuites se produisent aux bourrages, sur le pourtour des disques fixes qui constituent les parois des cellules, par le jeu radial qui existe nécessairement entre

les disques fixes et l'arbre portant les disques mobiles. Dans les turbines à réaction, les fuites se produisent aux bourrages, par le jeu radial qui existe nécessairement soit entre les aubes fixes et le tambour mobile, soit entre les aubes mobiles et l'enveloppe (fig. 30). Comme il y a nécessairement dans les turbines à réaction un piston d'équilibre à joint en labyrinthe, il y a lieu de tenir compte de la fuite particulière à ces turbines, fuite qui peut atteindre de 3 à 6 % de la consommation, pour une bonne construction, et suivant la puissance.

Désignons par  $f$  la fuite en poids par seconde qui se produit par les bourrages, par  $f_1, f_2, \dots, f_{n-1}$  les fuites entre la première cellule et la seconde, entre la seconde et la troisième, et ainsi de suite.

La vapeur qui passe par fuite de la première cellule dans la seconde n'est pas perdue; elle fournit un certain travail dans les autres chutes. Remarquons pourtant que si la vapeur, en passant de la pression  $p_1$  à la pression  $p_2$  par laminage n'a pas perdu de chaleur, elle ne peut plus fournir, par détente, qu'une certaine quantité d'énergie  $e'_2$ . Pour déterminer  $e'_2$ , on peut se servir du diagramme de *Mollier*; on mène une droite parallèle à l'axe d'entropie, par le point caractérisant l'état de la vapeur à la pression  $p_1$ ; cette droite coupe la courbe de pression  $p_2$ , en un point qui donne l'état de la vapeur après laminage, à la pression  $p_2$ . La longueur de l'ordonnée passant par ce point, et terminée à la courbe de pression  $p_n$ , donne l'énergie  $e'_2$  disponible dans la détente adiabatique jusque  $p_n$ .

Si donc nous représentons par  $e'_2, e'_3, \dots$  les valeurs de l'énergie disponible dans 1 kg. de vapeur amenée par laminage de  $p_1$  à  $p_2$ , de  $p_2$  à  $p_3$ , etc., et si nous désignons par  $e_0, e_1, e_2, e_3$  l'énergie disponible à la pression  $p_0, p_1, p_2, \dots$  nous aurons, pour pertes réelles en kg. de vapeur, provenant des fuites  $f_1, f_2$ , etc.,

$$f_1 \frac{e_1 - e'_2}{e_0}, f_2 \frac{e_2 - e'_3}{e_0}, \dots$$

En désignant par  $F$  la perte totale, nous aurons :

$$F = f + f_1 \left( \frac{e_1 - e'_2}{e_0} \right) + f_2 \left( \frac{e_2 - e'_3}{e_0} \right) + \dots + f_{n-1} \frac{e_{n-1}}{e_0}$$

$f$  comprenant la fuite par les bourrages et le piston d'équilibre, dans le cas d'une turbine à réaction.

Pour l'évaluation de  $f_1, f_2$ , etc., on peut poser d'une manière générale :

$$f = k \frac{s \times c}{v}, \quad (2)$$

où  $s$  représente la section totale ouverte à la fuite,  $c$  la vitesse théorique d'écoulement adiabatique,  $v$  le volume spécifique de la vapeur dans la section finale du joint,  $k$  un coefficient de réduction qui varie suivant la grandeur du jeu et la longueur du joint.

M. *Stodola*, en étudiant l'écoulement entre deux tubes concentriques de 100 millimètres de longueur, a trouvé pour  $k$  des valeurs de 0,85 à 0,70, pour un jeu variant de 1 millimètre à 0,2 millimètre.

Si les expériences avaient été faites avec l'un des tubes en mouvement de rotation, on aurait trouvé probablement pour  $k$  des valeurs inférieures. Quoi qu'il en soit, nous adopterons, dans les turbines d'action, pour le calcul de la fuite existant entre l'arbre et les disques fixes, une valeur de  $k$  comprise entre 0,80 et 0,70 ; le jeu laissé est ordinairement voisin de 1 millimètre et la longueur du joint est au moins de 80 à 100 millimètres. Nous supposerons que la fuite, qui peut exister sur le pourtour des disques fixes constituant les parois des cellules, soit négligeable ; pour une construction soignée, cette fuite doit être en tous cas très faible.

Dans les turbines à réaction, nous adopterons pour  $k$  la valeur 0,90, la longueur du joint étant seulement égale à la largeur de l'aubage.

Calcul de la consommation totale C. — La consommation totale C étant égale à la consommation théorique  $C_t$  augmentée des fuites, nous aurons :

$$C = C_t + 3600 \frac{F}{N_e}. \quad (3)$$

On voit que, toutes choses égales, la consommation est d'autant plus grande que la puissance effective est plus petite.

PROBLÈME. — Déterminer la consommation totale C de la turbine représentée schématiquement fig. 5 (page 9), en supposant que les conditions de fonctionnement soient celles qui ont été indiquées à propos des problèmes traités respectivement page 51 et page 77.

Nous avons trouvé, comme rendement effectif total  $\eta_e$ , la valeur de 0,56. Comme

$$\lambda_0 - \lambda_3 = 197 \text{ calories}$$

nous avons :

$$C_t = \frac{635}{0,56 \times 197} = 5,75 \text{ kg.}$$

Si nous supposons que le diamètre du joint à l'axe soit de 100 millimètres et le jeu de 1 millimètre, la section s ouverte à la fuite sera de  $0^m200031$ .

La vitesse théorique calculée, d'après la chute de pression, de la première à la seconde cellule, et de la seconde à la troisième, est égale à 747 mètres. La fuite  $f_1$  est donc égale, d'après la formule (2), à :

$$f_1 = 0,80 \frac{0,00031 \times 747}{2,62} = 0,0707 \text{ kg.}$$

et la fuite  $f_2$ , à :

$$f_2 = 0,80 \frac{0,00031 \times 747}{19} = 0,00975 \text{ kg.}$$

En supposant que  $f = 0,01$ , ce qui représente à peu près 1,5 % de la consommation,

$$F = 0,01 + 0,0707 \left( \frac{131 - 72}{197} \right) + 0,00975 \frac{65}{197} = 0,034.$$

Par conséquent, on a :

$$C = 5,75 + \frac{0,034 \times 3600}{350} = 6,10 \text{ kg.}$$

REMARQUE I. — Cette consommation de 6,10 kg. correspond à  $6,10 \times 698 = 4258$  calories, soit à

$$\frac{4258}{655} = 6,5 \text{ kg.}$$

de vapeur saturée à 6 atmosphères, par cheval-heure effectif. Une machine à piston qui aurait un rendement organique de 0,92 devrait consommer 5,98 kg. par cheval-heure indiqué, pour avoir le même rendement.

REMARQUE II. — Il nous est impossible de comparer la consommation  $C$  calculée, à la consommation  $C_r$  trouvée aux essais, une telle turbine n'ayant jamais été réalisée à notre connaissance. Nos considérations sur le rendement effectif montrent bien, en effet, qu'il est plus avantageux de résoudre le problème tel qu'il a été posé, en adoptant deux chutes de pression, et deux chutes de vitesse par chute de pression, comme le fait l'A. E. G.

Avec une turbine ainsi réalisée, on est arrivé dans les conditions de fonctionnement fixées par le problème, à la consommation de 6 kg.

## CHAPITRE III.

## Calcul des turbines à vapeur.

Nous n'aurons en vue, dans ce chapitre, que le calcul des dimensions principales des différents systèmes de turbines à vapeur. Nous déterminerons notamment, dans chaque cas, le diamètre des disques, les hauteurs des aubes fixes et mobiles, le degré d'injection, etc.; nous montrerons, pour chaque système, la disposition générale, et nous évaluerons le rendement correspondant.

Pour mieux préciser les idées, nous ferons tous les calculs, en supposant *qu'il s'agisse d'une turbine de 700 chevaux effectifs, à la vitesse angulaire de 2500 tours par minute*; nous supposerons que la tension maxima d'admission  $p_0$  soit de 13 kg., la température correspondante  $t_0$  de  $260^\circ$ , la tension au condenseur de 0,07 kg.

Comme la turbine doit être capable d'une certaine surcharge, et qu'ordinairement le réglage se fait par la variation de la pression d'admission, nous admettrons que la pression soit ramenée de 13 à 10 kg. par laminage, à la puissance normale de 700 chevaux-effectifs. Pour trouver la température correspondant à la pression de 10 kg., il suffira de mener dans le diagramme de *Mollier*, Pl. 4, par le point représentant l'état de la vapeur à  $p_0 = 13$  kg.,  $t_0 = 260^\circ$ , une droite parallèle à l'axe d'entropie; cette droite coupera la courbe de pression constante  $p = 10$  kg., en un point qui déterminera la

effectif est donné par la courbe (c'), fig. 3, pl. 2; il est, comme on le voit, de 0,595 pour  $\frac{u}{c_1} = 0,32$ , alors qu'avec une roue à deux chutes de vitesse et  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , le rendement n'est que de 0,555. Cette solution serait par contre beaucoup plus coûteuse, puisqu'elle conduirait à adopter pour la seconde roue un diamètre de 2 mètres environ.

Il résulte donc des diagrammes du rendement effectif qu'avec le système à deux chutes de pression, la solution la plus avantageuse consiste à adopter des roues à deux chutes de vitesse. Nous choisirons donc ce système et nous prendrons :

$$D = 1,28 \text{ m.}$$

**Calcul des tuyères.** — Dans le cas présent, on peut donner aux tuyères une section rectangulaire, la section terminale n'étant pas supérieure à deux fois la section au col.

Reportons-nous à la fig. 35, et supposons que les diamètres  $d$  et  $d_1$  représentent maintenant les *largeurs* au col et à l'extrémité de la tuyère. Calculons d'abord les tuyères de la première chute. Appelons  $h$  la hauteur,  $c$  la vitesse et  $\varphi$  le volume spécifique correspondant à la pression au col, c'est-à-dire à  $p = 0,58 p_0$  environ;  $q$  étant le débit d'une des tuyères, on a la relation :

$$\frac{h \times d \times c}{\varphi} = q;$$

en adoptant  $d = 0,005$  m. et  $h = 0,010$  m., on trouve, pour  $p_0 = 10$  kg.,  $t_0 = 255^\circ$ ,

$$p = 5,8 \quad \varphi = 0,354 \quad c = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A} \times 28} = 458 \text{ m.}$$

$$q = 0,065 \text{ kg.}$$

La section finale sera donnée par la relation :

$$\frac{h \times d_1 \times c_1}{v_1} = 0,065.$$

Pour connaître  $v_1$ , il faut déterminer  $p_1$  et  $x_1$ ; pour cela il suffit de porter vers le bas, dans le diagramme de *Mollier*, à partir du point représentant l'état de la vapeur à la pression  $p_0$  et à la température  $t_0$ , une ordonnée correspondant au nombre de calories dépensées dans la chute, c'est-à-dire à 93,5 calories ; on trouve ainsi :

$$p_1 = 1,25 \quad \text{et} \quad x_1 = 0,936.$$

Le titre  $x_1$  trouvé est celui qui existerait après une détente adiabatique ; le titre réel est plus grand, et on peut en faire le calcul, en supposant que la quantité de chaleur

$$(1 - \varphi^2) \times 93,5 = 9,35 \text{ calories,}$$

correspondant à la perte d'énergie cinétique, ait servi à augmenter le volume spécifique à pression constante ; il suffira alors de porter, à partir du point caractérisant l'état *I*, une portion d'ordonnée égale à 9,35 calories, et de mener par l'extrémité de celle-ci, une horizontale jusqu'à l'intersection avec la courbe de pression  $p_1$ . En procédant ainsi, on trouve :

$$x_1 = 0,954$$

et par conséquent

$$d_1 = \frac{0,065 \times 1,38 \times 0,954}{0,01 \times 838} = 0,010 \text{ m.}$$

Ainsi dans le cas présent, avec une hauteur constante de 10 mm, la section terminale de la tuyère se trouverait en *d'* (fig. 35).

Pour calculer le degré d'injection *i* de la première roue, il suffit de remarquer que le nombre de tuyères doit être égal à

$$n = \frac{Q}{q} = 18,$$

température après le laminage; en effet, on peut admettre que la quantité de chaleur  $\lambda$  contenue dans la vapeur reste constante pendant cette opération thermique. La valeur ainsi trouvée est de  $255^\circ$ .

#### A. — Turbines d'action.

Nous commencerons par résoudre le problème pour les turbines d'action et nous examinerons successivement les différentes solutions possibles.

Nous supposerons que l'on puisse adopter *a priori*, pour les aubes et les tuyères employées, les valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  précédemment admises, c'est-à-dire :

$$\varphi = 0,95 \quad \psi = 0,80.$$

On pourrait en tous cas déterminer ces valeurs par des expériences préalables.

Comme les formules du rendement montrent qu'il y a avantage à prendre  $\alpha_1$  aussi petit que possible, nous adopterons

$$\alpha_1 = 19^\circ,$$

valeur qui constitue un minimum au point de vue de la construction.

1) **Turbine à une chute de pression.** — Le problème peut être résolu en adoptant une seule chute de pression. La pression d'aval  $p_1$  des tuyères étant dans ce cas égale à  $0,07$  kg., la vitesse d'écoulement théorique  $c_0$  est égale à

$$c_0 = \sqrt{\frac{2g}{A} (\lambda_0 - \lambda_1)} = 1249 \text{ m. ;}$$

en effet, le diagramme de *Mollier* indique pour valeur de l'énergie disponible ( $\lambda_0 - \lambda_1$ ), dans la détente adiabatique de  $p_0 = 10$  kg. à  $p_1 = 0,07$  kg.,

$$\lambda_0 - \lambda_1 = 697,5 - 510,5 = 187 \text{ calories,}$$

la température  $t_0$  étant supposée égale à  $255^\circ$ .

La vitesse réelle à la sortie de la tuyère sera donc

$$c_1 = 1186 \text{ m.}$$

**Calcul du diamètre D de la roue.** — Les diagrammes du rendement indiqué (Pl. 1) montrent que, pour obtenir un rendement d'environ 0,60 avec une seule chute de vitesse, il faut adopter un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,3$ , c'est-à-dire une vitesse périphérique

$$u = 0,3 \times 1186 = 356 \text{ m.,}$$

par conséquent un diamètre

$$D = \frac{356 \times 60}{3,14 \times 2500} = 2^m70.$$

La fabrication d'un tel disque offrirait des difficultés très grandes et conduirait à une solution coûteuse.

Si, au lieu d'adopter une chute de vitesse, on adopte deux chutes de vitesse, les diagrammes du rendement montrent que pour  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , c'est-à-dire pour

$$u = 237 \text{ m.} \quad \text{et} \quad D = 1^m81,$$

le rendement est sensiblement égal au précédent.

*Nous adopterons donc le système à deux chutes de vitesse et un diamètre D = 1<sup>m</sup>81.*

**Calcul des tuyères.** — Nous avons résolu précédemment le problème de la détermination des dimensions d'une

tuyère pour un débit donné ; il est pratiquement impossible d'adopter les dimensions données par le calcul, quand la chute de pression est grande et la pression finale  $p_1$  très faible. En effet, dans les conditions du problème par exemple, la section finale de la tuyère doit être 25 fois plus grande que la section au *col* ; cela conduit, avec une section circulaire et un diamètre de 5 mm au col, à un diamètre final de 25 mm ; pour éviter une trop grande conicité dans la partie divergente de la tuyère, on est alors amené à donner une longueur démesurée à celle-ci.

En raison de cette difficulté, on calcule la section finale pour que la pression d'aval soit de 0,12 kg. par exemple, la détente se continuant alors dans l'aubage mobile ; la différence de pression, de part et d'autre de la roue, résultant de cette détente, n'offre guère d'inconvénients au point de vue des fuites et de la poussée sur l'axe, cette différence de pression étant très faible.

Nous avons tracé à l'échelle  $\frac{1}{2}$  (fig. 35), la coupe d'une tuyère pouvant débiter 0,03 kg. de vapeur par seconde, en fonctionnant entre les pressions  $p_0 = 10$  kg. et  $p_1 = 0,12$  kg. Le diamètre au col  $d$  est de 5,4 mm et le diamètre maximum  $d_1$  de 19 mm.

Avec la forme circulaire, le jet de vapeur à l'entrée de la roue a une section elliptique, et les canaux mobiles sont incomplètement remplis ; il en résulte un entraînement de la vapeur ambiante et des remous qui occasionnent des pertes relativement importantes. Pour cette raison, on donne ordinairement à l'extrémité de la tuyère, soit à la presse, soit autrement, une section rectangulaire.

Connaissant la consommation de la turbine, soit par comparaison avec une turbine existante, soit par le calcul, on peut déterminer le nombre de tuyères nécessaires et le degré d'injection.

En comptant sur une consommation de 6,2 kg. par cheval-heure effectif en marche normale, le débit  $Q$  par seconde sera :

$$Q = \frac{700 \times 6,2}{3600} = 1^{kg2};$$

le nombre de tuyères sera donc :

$$n = \frac{1,2}{0,03} = 40,$$

et comme chacune occupe un arc de

$$s_1 + 2e = 71 \text{ mm.},$$

le degré d'injection sera :

$$i = \frac{n(s_1 + 2e)}{\pi D} = \frac{1}{2}.$$

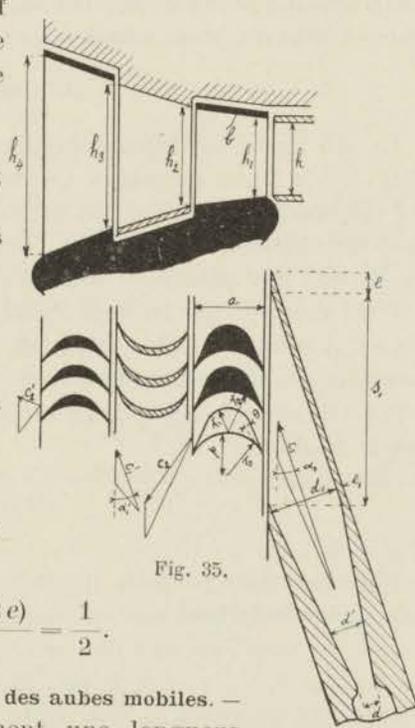


Fig. 35.

**Calcul des dimensions des aubes mobiles. —**

On adopte ordinairement une longueur axiale  $a$  des aubes (fig. 35) de 8 à 10 mm pour une hauteur  $h$  de 20 à 30 mm, et une longueur de 25 mm pour une hauteur de 200 à 250 mm. On ne peut guère dépasser cette dernière dimension, et l'on adopte, quand cela devient nécessaire, une roue de plus grand diamètre.

Le pas  $p$  (fig. 35) dépend de la longueur axiale  $a$ ; il convient en effet que le rapport  $\frac{r_1}{r_0}$  ne soit pas plus petit que  $\frac{1}{2}$  par exemple, ce qui conduit à adopter, pour  $p$ , environ  $\frac{1}{2} a$ ; on voit que le nombre d'ailettes dépend de la longueur axiale  $a$ .

Pour ne pas multiplier outre mesure le nombre d'ailettes mobiles, dans le cas qui nous occupe d'une roue de grand diamètre, nous adopterons :

$$a = 20 \text{ mm.}$$

Le jeu entre les couronnes d'aubes fixes et mobiles doit être de 1 mm au moins. Quant aux profils des aubes, on sait que la direction de la vitesse relative d'entrée doit être tangente au dos de l'aube, et que  $\theta$  doit être aussi petit que possible. Nous avons adopté  $\theta = 11^\circ$ .

Pour calculer les hauteurs successives à donner aux aubes, il suffit de tenir compte de la relation exprimant la continuité. C'est ainsi que nous aurons pour hauteur  $h_2$  à la sortie du premier aubage mobile, une valeur donnée par la relation :

$$\frac{h_1 (r_0 - r_1) \omega_1}{v_1} = \frac{h_2 (r_0 - r_1) \omega_2}{v_2}.$$

Nous pouvons prendre, pour  $v_1$ , le volume spécifique à la sortie de la tuyère et, pour  $v_2$ , la valeur

$$v_2 = v_1 \frac{x_2}{x_1},$$

où  $x_2$  et  $x_1$  représentent les titres de la vapeur à l'entrée et à la sortie du premier aubage mobile. Le titre  $x_2$  peut être trouvé au moyen du diagramme de *Mollier*, en observant que l'énergie correspondant aux frottements, et qui a pour valeur :

$$\frac{\Lambda}{2g} (\omega_1^2 - \omega_2^2) = \Lambda (1 - \psi^2) \frac{\omega_1^2}{2g} = 40 \text{ calories,}$$

se transforme en chaleur. Cette transformation ayant lieu à pression constante, il suffit de porter vers le haut, à partir du point caractérisant l'état 1 et suivant l'ordonnée, une longueur correspondant à 40 calories; en menant par

l'extrémité de celle-ci une horizontale jusqu'à l'intersection avec la courbe de pression  $p_1$ , on aura le point caractérisant l'état 2. On lit au diagramme  $x_2 = 0,93$ ; comme  $x_1 = 0,86$ , on a :

$$h_2 = h_1 \frac{v_2}{v_1} \times \frac{\omega_1}{\omega_2} = h_1 \frac{x_2}{x_1} \frac{1}{\psi} = 1,35 h_1.$$

La valeur de  $h_1$  doit être prise égale à  $h$ , hauteur de la tuyère; pour le tracé, il convient pourtant de prendre  $h_1$  un peu plus grand que  $h$ , afin d'éviter que le jet de vapeur ne vienne frapper le bord de la roue ou la bande  $b$  rivée à l'extrémité des ailettes.

En faisant le calcul pour les hauteurs  $h_3$  et  $h_4$ , on trouve

$$h_3 = 1,55 h_2, \quad h_4 = 1,25 h_3.$$

Nous avons supposé, dans le calcul de  $h_3$ , que l'angle  $\alpha'_1$  était égal à  $\alpha_1 = 19^\circ$ .

Nous n'avons pas tenu compte de ce que la détente supposée incomplète dans la tuyère, doit se continuer dans l'aubage mobile; nous avons simplement augmenté la hauteur  $h_1$  de 10%. On voit que les hauteurs successives des ailettes augmentent très vite, et qu'il serait impossible de faire croître plus rapidement les sections, sans s'exposer à un décollement entre la veine fluide et les parois.

**Calcul du rendement.** — Le rendement organique est donné par la formule indiquée précédemment :

$$\eta_0 = \frac{(1 - \nu) N_e}{N_e + N'_f}, \quad (1)$$

où  $\nu$  varie entre 0,04 et 0,07, suivant la puissance, et où  $N'_f$  est donné par la relation :

$$N'_f = 1,46 D^2 \frac{u^3}{10^6} \Sigma \delta + 0,83 D \frac{u^3}{10^6} \Sigma h^{1,5} (1 - i) \delta.$$

INSTITUT  
POLYTECHNIQUE  
—  
GRENOBLE  
—  
Bibliothèque

Cette relation peut s'écrire en fonction de  $D$  et de  $\omega$  ; en observant que :

$$\frac{\omega D}{2} = u,$$

il vient :

$$N'_f = 1,46 \frac{D^5}{8} \frac{\omega^3}{10^6} \Sigma \delta + 0,83 \frac{D^4}{8} \frac{\omega^3}{10^6} \Sigma h^{1,5} (1-i) \delta. \quad (2)$$

Dans le cas présent, en raison de la simplicité du système,  $\nu$  peut être pris égal à 0,04, à la vitesse de 2500 tours ; pour les vitesses différentes nous admettrons que

$$\nu = 0,04 \times \frac{n}{2500},$$

$n$  représentant le nombre de tours.

La valeur du facteur  $\Sigma h^{1,5} (1-i)$  est égale à

$$\Sigma h^{1,5} (1-i) = (2,5^{1,5} + 4,5^{1,5}) \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 6,7.$$

On peut donc écrire :

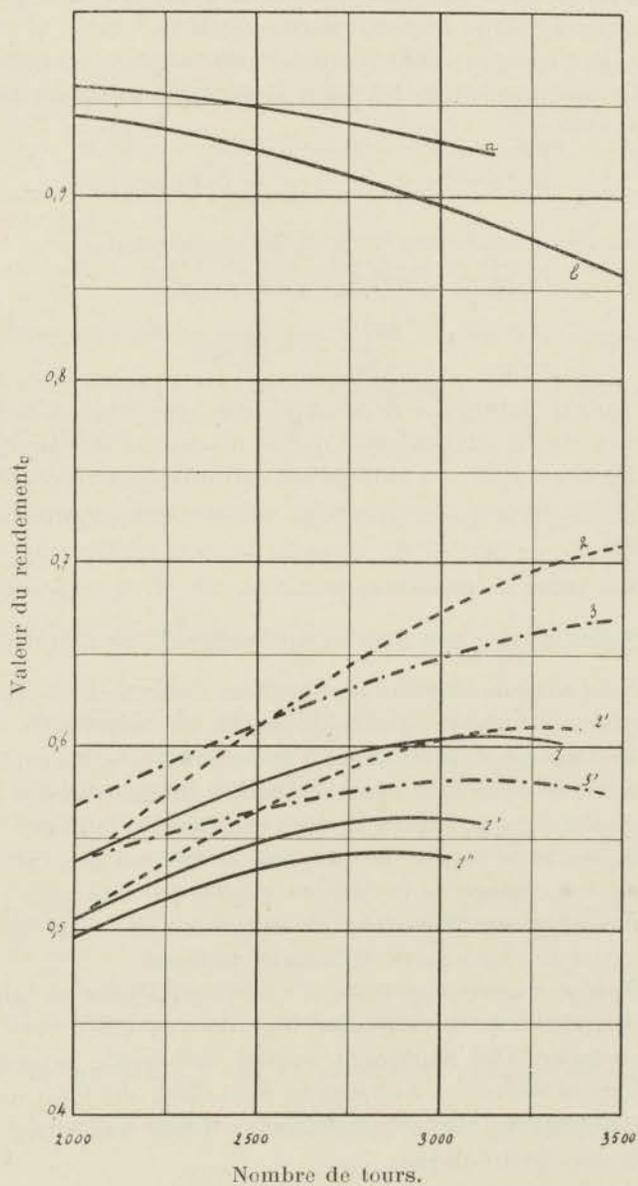
$$N'_f = 10,99 \delta \frac{\omega^3}{10^6}$$

$$\eta_0 = \frac{(1-\nu) N_e}{N_e + N'_f} = \frac{\left(1 - 0,04 \frac{n}{2500}\right) N_e}{N_e + N'_f}$$

et tracer la courbe  $\eta$  du rendement organique, en fonction du nombre de tours (fig. 36). La valeur de  $\delta$  a été prise égale à  $\frac{1}{\nu} = 0,05$ ,  $\nu$  représentant le volume spécifique de la vapeur à la sortie de la roue, lorsque la pression au condenseur est de 0,07 kg.

Ayant tracé la courbe 1 du rendement indiqué en fonction du nombre de tours, il nous a suffi de multiplier les

Fig. 36.



ordonnées correspondantes des deux courbes *a* et 1, pour obtenir la courbe du rendement effectif 1'.

*A la vitesse de 2500 tours, le rendement est de 0,548.*

*La consommation théorique  $C_t$  serait donc égale, dans ce système, à*

$$C_t = \frac{635}{787 \times 0,548} = 6,20 \text{ kg.}$$

Cette consommation de 6,20 kg. correspond à

$$6,20 \times 697,5 = 4325 \text{ calories,}$$

soit à 
$$\frac{4325}{655} = 6,60 \text{ kg.}$$

*de vapeur saturée à 6 atmosphères, par cheval-heure effectif.* Ce résultat suppose que le rendement des tuyères est de  $\varphi^2 = 0,90$ ; ce chiffre est certainement trop élevé pour des tuyères très longues, comme celle représentée fig. 35.

**Description de la turbine.** — La fig. 37, pl. 3, représente, à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , une demi-coupe verticale de la turbine réalisée avec la roue en porte-à-faux, comme cela a été fait dans la turbine *Riedler-Stumpf* à une seule roue.

On voit qu'il suffit d'enlever le couvercle d'avant *a* pour avoir accès à la roue. L'aubage intermédiaire *i* est fixé à l'enveloppe, après la mise en place de celle-ci.

L'arrivée de vapeur aux tuyères se fait par le canal *e*; lorsque le réglage de la turbine s'opère par laminage, de petites soupapes permettent de supprimer successivement l'arrivée de vapeur aux différentes tuyères.

En *b* se trouve une boîte à bourrage, à joint en labyrinthe, destinée à empêcher les rentrées d'air vers le condenseur. Ordinairement on fait une faible injection de vapeur entre les cannelures du milieu du joint, afin que la vapeur, en se condensant, forme une sorte de fermeture hydraulique.

2) Turbine à deux chutes de pression. — Si, au lieu de faire la détente en une seule fois, comme dans la turbine précédente, on fait la détente en deux fois, l'énergie à dépenser par chute sera, non plus de 187 calories, mais de  $\frac{187}{2} = 93,5$ . A cette dépense de 93,5 calories, correspond une vitesse  $c_1$  égale à

$$c_1 = \varphi c_0 = 0,95 \sqrt{\frac{2g}{A} 93,5} = 838 \text{ m.}$$

Calcul du diamètre des roues. — En adoptant le système à deux chutes de vitesse et un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , on trouve pour  $u$  167,6 m.,  
et pour  $D$  1,28 m.

Les diagrammes tracés fig. 3, pl. 2, pour une vitesse  $u = 180$  mètres et une puissance de 700 chevaux à 2500 tours, montrent que l'on augmenterait le rendement effectif, en adoptant pour  $\frac{u}{c_1}$  une valeur plus grande que

0,2, mais le tracé des aubages mobiles deviendrait à peu près impossible, du moins lorsque  $\psi$  a pour valeur 0,80.

Les mêmes diagrammes montrent qu'il serait tout à fait désavantageux d'employer le système à une chute de vitesse pour la première chute de pression, puisque le rendement maximum, pour une roue de ce système fonctionnant avec une pression d'amont de 10 kg., est égal à 0,495, tandis qu'il est égal à 0,52 avec le système à deux chutes de vitesse.

Le rendement pourrait être augmenté, en employant pour la seconde chute, une roue à une chute de vitesse, avec un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,32$ ; en effet, la pression d'amont étant, pour la seconde roue, d'environ 1 kg., le rendement

si l'on suppose que  $Q$  soit égal à 1,2 kg, comme pour la turbine précédente. L'arc occupé par chacune des tuyères, quand celles-ci sont constituées par la juxtaposition d'aubes, comme cela est indiqué fig. 27, est égal à

$$\frac{d_1 + e_1}{\sin \alpha_1} = \frac{0,010 + 0,002}{0,325} = 0,037 ;$$

(dans cette formule  $e_1$  représente l'épaisseur à l'extrémité des aubes et peut être pris égal à 2 mm). Le degré d'injection a donc pour valeur :

$$i = \frac{0,037 \times 18}{\pi \times 1,28} = 0,165.$$

Pour le calcul des tuyères de la seconde chute, il est nécessaire de connaître l'état de la vapeur à la sortie de la première roue. Remarquons que la chaleur correspondant aux pertes par frottements de la vapeur contre les aubages et contre la roue en mouvement, a pour effet d'augmenter le volume spécifique à la pression constante ; or l'énergie perdue par frottements de la vapeur est représentée par

$$A [1 - (\tau_0 + \nu) \tau_i] \frac{c_0^2}{2g} ;$$

il suffira donc de porter, dans le diagramme de *Mollier*, une portion d'ordonnée égale à

$$A [1 - (\tau_0 + \nu) \tau_i] \frac{c_0^2}{2g},$$

à partir du point 1 caractérisant l'état de la vapeur après une détente adiabatique jusqu'à  $p_1$ , et de mener, par l'extrémité de cette ordonnée, une horizontale jusqu'à l'intersection avec la courbe de pression constante  $p_1$ . La valeur du rendement organique  $\tau_0$  peut être égale à 0,92, d'après les diagrammes fig. 3, pl. 2 ; la valeur de  $\nu$  est égale à 0,05.

En faisant le calcul, on trouve que la vapeur est saturée, et le titre égal à l'unité. Si l'on mène une ordonnée par le point caractérisant l'état de la vapeur *au titre 1 et à la pression*  $p_1$ , on obtient, à l'intersection avec la courbe de pression  $p_2 = 0,07$  kg., l'état de la vapeur à la sortie des tuyères, abstraction faite des frottements dans celles-ci.

En tenant compte de ces frottements, comme nous l'avons fait dans le calcul précédent relatif aux tuyères, on trouve pour volume spécifique  $v_1$  à la sortie :

$$v_1 = 21,11 \times 0,880 = 18,57.$$

Appelons  $s_1$  la longueur, mesurée suivant la circonférence, de l'espace libre entre deux aubes; appelons  $(s_1 + e)$  la distance entre deux aubes consécutives, mesurée de la même manière; nous aurons pour valeur de la section ouverte au passage de la vapeur, lorsque le degré d'injection est représenté par  $i$  et la hauteur des aubes par  $h$ ,

$$\frac{\pi D i}{s_1 + e} \times h s_1 \sin \alpha_1,$$

et par conséquent l'équation de continuité pourra s'écrire :

$$\frac{\pi D i h \frac{s_1}{s_1 + e} \sin \alpha_1 \times c_1}{v_1} = Q. \quad (3)$$

En adoptant l'injection totale pour la seconde roue, nous aurons :

$$h = \frac{1,2 \times 18,57}{\pi \times 1,28 \times 0,82 \times 0,325 \times 838} = 0,025 \text{ m.},$$

$\frac{s_1}{s_1 + e}$  pouvant être pris égal à 0,82, comme le montre le tracé des aubes fixes (fig. 27).

Le calcul de la section au col de la tuyère se ferait comme précédemment, en remarquant que la pression  $p$  correspondante est égale à environ 0,58  $p_0$ , soit 0,725 kg.

REMARQUE I. — Si l'on mesure la longueur de l'ordonnée comprise entre le point caractérisant l'état de la vapeur à la pression  $p_1$  et au titre  $x = 1$ , et le point caractérisant l'état de la vapeur à la pression  $p_2$  après détente adiabatique, on trouve non pas 93,5 calories, mais 101 ; cette différence provient de l'augmentation du volume spécifique de la vapeur dans la première cellule, par suite de la transformation des frottements en chaleur. L'augmentation du travail extérieur est donc de  $\frac{7,5}{187}$ , soit 4 % ; en multipliant ce gain par le rendement effectif de la seconde roue 0,55, on aura l'augmentation du rendement effectif correspondant, soit 2,2 %.

Dans le calcul de  $h$  nous avons supposé que  $c_1$  était égal à la valeur trouvée pour la première chute, soit 838 mètres ; en réalité

$$c_1 = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A} \times 101} = 874$$

et par conséquent, d'après l'équation (3),

$$h = 0,024 \text{ m.}, \text{ au lieu de } 0,025 \text{ m.}$$

II. — Pour conserver le rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , on devrait prendre pour la seconde roue, un diamètre de 1,33 mètre. Il est évidemment plus pratique d'adopter un même diamètre pour les deux roues, et de calculer les dimensions des aubages fixes, pour que la vitesse à la sortie soit la même dans la première et la seconde chute. Pour cela il suffit de prendre, comme énergie dépensée dans la première chute, non pas 93,5 calories, mais  $93,5 + \frac{7,5}{2}$ , soit 97,3. La vitesse  $c_1$  est dans cette hypothèse égale à

$$c_1 = 855 \text{ m.},$$

et pour conserver le rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , il suffira de prendre  $D = 1,30 \text{ m.}$

**Tracé des aubages mobiles.** — Le tracé des aubages mobiles est identique à celui de la fig. 35, puisqu'il ne dépend que du rapport  $\frac{u}{c_1}$ ; le calcul des hauteurs  $h_1, h_2$ , peut se faire de la même manière.

**Description de la turbine.** — La fig. 38 donne une demi-coupe verticale à l'échelle  $\frac{1}{10}$  de la turbine, telle qu'elle est réalisée par l'A. E. G. L'enveloppe se compose de trois parties  $a, c, d$ . Le couvercle  $a$  enlevé, on peut détacher l'aubage intermédiaire  $i$  qui n'existe que sur la partie de la circonférence correspondant à l'emplacement des tuyères; celles-ci sont groupées dans la première cellule en deux groupes symétriques de 10 ou 12, les tuyères supplémentaires n'étant ouvertes qu'en cas de forte surcharge. Pour avoir accès à la seconde roue, il faut enlever la première qui est calée sur une portée conique, et tenue en place par une bague filetée sur l'arbre. Les boîtes à bourrage sont figurées schématiquement en  $b_1, b_2, b_3$ .

**Calcul du rendement.** — Les formules (1) et (2) que nous avons rappelées plus haut, permettent de calculer le rendement organique en fonction du nombre de tours; nous avons déterminé la courbe  $b$  (fig. 36) du rendement organique, les valeurs de  $\delta$  étant respectivement de 0,68 pour la première cellule et 0,05 pour la seconde. Nous avons admis pour  $\nu$  la valeur  $0,05 \frac{n}{2500}$ . En multipliant les ordonnées de la courbe 1 du rendement indiqué, par celles de la courbe  $b$ , nous avons obtenu la courbe 1'' du rendement effectif.

Le rendement effectif trouvé à 2500 tours est de 0,536; en y ajoutant les 0,022 dus à la transformation des frottements en chaleur, on voit que l'on peut compter sur 0,558. A cette valeur du rendement correspond une

consommation  $C_t$  de 6,09 kg., soit 6,48 kg. de vapeur saturée à 6 atmosphères, par cheval-heure effectif.

Aux essais avec une pression absolue d'admission de 13 kg., une température correspondante de 280°, une contrepression de 0,06 kg., la consommation d'une turbine de cette puissance et de ce système a été de 5,6 kg. par cheval-heure effectif; à cette consommation correspond un rendement de 0,56.

On voit que le rendement calculé concorde bien avec le rendement trouvé aux essais; même quand on tient compte des pertes par fuite, le rendement calculé n'est pas inférieur à 0,55, la perte par les bourrages ne dépassant pas 0,008, à la puissance normale.

3) **Turbine à 10 chutes de pression.** — Si l'on calcule la vitesse d'écoulement au col d'une tuyère, on trouve pour de très grandes variations des pressions d'amont et d'aval des valeurs comprises entre 440 et 460 mètres environ. On peut donc chercher à construire une turbine où la vitesse de 450 mètres n'est pas dépassée, afin de n'avoir comme distributeurs que des aubages fixes simplement convergents. C'est ce qu'ont fait M. Zoelly et M. Rateau.

L'équation

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} = \frac{1}{A} (\lambda_0 - \lambda_1),$$

qui donne la vitesse d'écoulement en fonction du nombre de calories disponibles dans la chute, permet de déterminer la valeur de  $(\lambda_0 - \lambda_1)$  pour laquelle la vitesse  $c_1$  est égale à 450 mètres; on trouve

$$(\lambda_0 - \lambda_1) = 27 \text{ calories.}$$

Pour le cas qui nous occupe, le nombre de chutes doit donc être de  $\frac{187}{27} = 7$ , la vitesse périphérique des roues de

$$u = 0,3 c_1 = 135 \text{ m.,}$$

si on suppose que l'on adopte une chute de vitesse par chute de pression, et un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,3$ .

Dans la turbine *Zoelly* de 700 chevaux à 2500 tours, on n'a pas dépassé la vitesse périphérique de 111 mètres, mais le nombre de chutes a été porté à 10.

Adoptons la vitesse périphérique de 111 mètres, et calculons le nombre de chutes nécessaires pour obtenir un rendement voisin du maximum.

**Calcul du diamètre des roues et du nombre de chutes.** — Puisque nous adoptons la vitesse périphérique de 111 m., le diamètre des roues sera de 0,850 m.

Nous avons tracé (fig. 2, pl. 2), pour une vitesse de 110 m., une puissance de 700 chevaux à 2500 tours, les diagrammes du rendement effectif. Ces courbes montrent que pour obtenir un rendement voisin du maximum,

il convient d'adopter un rapport  $\frac{u}{c_1}$ , variant depuis la première roue jusqu'à la dernière, de 0,27, par exemple, à 0,36, suivant la pression d'amont de la roue considérée; malheureusement cela conduit à employer des profils d'aubes mobiles différents pour chaque chute, puisque le tracé de ceux-ci dépend du rapport  $\frac{u}{c_1}$ . Tout ce qu'on

peut donc faire pratiquement, c'est d'adopter  $\frac{u}{c_1} = 0,28$  par exemple, pour les trois premières roues, et  $\frac{u}{c_1} = 0,34$  pour les autres.

Les vitesses d'injection seraient, dans ces conditions, respectivement de  $c_1 = \frac{111}{0,28} = 396$  m. et de  $c_1 = \frac{111}{0,34} = 327$  m.; à ces vitesses correspondent des dépenses par chute de

$$\lambda_0 - \lambda_1 = A \frac{1}{\varphi_e} \frac{c_1^2}{2g} = 20,8 \text{ calories,}$$

pour les trois premières roues, et de

14,3 calories

pour les autres. Pour utiliser les 187 calories dont on dispose dans le cas présent, il faudrait donc un nombre de chutes égal à

$$3 + \frac{187 - 20,8 \times 3}{14,3} = 12.$$

Comme le prix de la turbine est, toutes choses égales, sensiblement proportionnel au nombre de chutes, la turbine *Zoelly* de la puissance de 700 chevaux à 2500 tours ne comporte que 10 chutes ; cette turbine ne fonctionne donc pas à la vitesse correspondant au maximum de rendement.

La turbine de 500 chevaux à 3000 tours qui a été soumise à des essais très complets par M. *Stodola*, était construite, au contraire, pour fournir le maximum de rendement effectif ; elle comportait cinq roues de 0,716 m. de diamètre et cinq roues de 0,830 m., soient des vitesses périphériques de 112 et 130 m. ; à ces vitesses et avec la pression d'admission observée pendant l'essai, les valeurs du rapport  $\frac{u}{c_1}$  étaient d'environ 0,32 et 0,37, soit une valeur moyenne de 0,345.

*Nous adopterons pour les calculs qui vont suivre, 10 chutes et  $u = 111$  m., soit un diamètre de 0,850 m., et nous supposerons que l'on conserve, pour toutes les roues, le même rapport  $\frac{u}{c_1}$ .*

**Calcul des aubages fixes.** — Ceux-ci peuvent être constitués par une simple tôle pliée, de manière que l'angle d'inclinaison  $\alpha_1$  sur le plan de la roue soit de 19°. Les seuls éléments à déterminer sont : 1) la hauteur  $h$  de chaque aubage ; 2) le degré d'injection  $i$  correspondant.

Pour les premières chutes, on peut adopter une hauteur

$h$  constante égale à 10 mm par exemple, en faisant varier le degré d'injection.

La formule (3) que nous avons établie pour le calcul des aubages de la turbine précédente,

$$\frac{\pi D i h \frac{s_1}{s_1 + e} \sin \alpha_1 c_1}{v_1} = Q, \quad (3)$$

permet de déterminer le degré d'injection quand on connaît  $c_1$  et  $v_1$ . Nous pouvons, en effet, prendre pour  $Q$  1,2 kg et pour  $\frac{s_1}{s_1 + e}$  0,85. Pour déterminer  $c_1$ , on a la relation

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} = \frac{1}{A} \frac{187}{10}, \quad (4)$$

dans le cas où l'on utilise le même nombre de calories par chute; le calcul donne

$$c_1 = 376 \text{ m.}$$

Pour déterminer le volume spécifique de la vapeur à la sortie de chaque aubage, voici comment nous avons procédé, en nous servant du diagramme de *Mollier* : partant du point 0 (fig. 39) représentant l'état de la vapeur à 10 kg et à 255°, nous avons porté vers le bas, et suivant l'ordonnée, une longueur égale à 18,7 calories; nous avons trouvé l'état (1) de la vapeur à la sortie du premier aubage, abstraction faite des frottements dans celui-ci; ces frottements ne représentant que 1,8 calorie, on peut négliger leur influence dans le calcul. Pour obtenir l'état (1'') de la vapeur à la sortie de la roue,

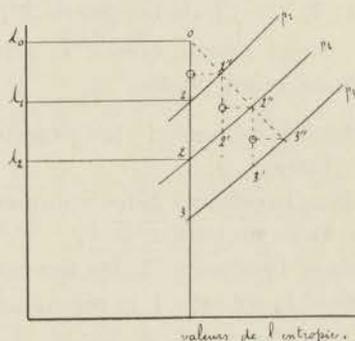


Fig. 39.

nous avons porté, suivant l'ordonnée, une longueur correspondant à la valeur des pertes :

$$[1 - (\eta_o + \nu) \eta_i] 18,7,$$

et nous avons mené par l'extrémité une parallèle à l'axe d'entropie jusqu'à la ligne de pression  $p_1$ ; nous avons adopté pour  $\eta_o$ , le rendement organique moyen 0,90, et pour  $\nu$ , 0,05, ce qui donne pour valeur des pertes 7,3 calories.

Pour connaître l'état (2') de la vapeur à la sortie du second aubage, nous avons porté sur l'ordonnée passant par 1, une longueur égale à 18,7 calories, et nous avons déterminé ainsi le point 2 et la ligne de pression  $p_2$ ; par 1'', nous avons mené une ordonnée jusqu'à l'intersection avec la ligne de pression  $p_2$ , et nous avons obtenu le point caractérisant l'état (2') à la sortie du second aubage.

Pour déterminer l'état (2'') de la vapeur à la sortie de la deuxième roue, nous avons procédé comme pour la première; nous avons trouvé successivement les points 1, 2, 3 ..., puis les points 1'', 2', 2'', 3', 3''.

Nous avons dressé le tableau ci-contre dans lequel nous avons porté :

- dans la colonne 1, les pressions successives dans les cellules 1, 2, 3 ...,
- dans la colonne 2, les volumes spécifiques correspondants, pour un titre  $x = 1$ ,
- dans la colonne 3, les températures de saturation,
- dans la colonne 4, la température ou le titre correspondant aux points 1, 2, 3 ...,
- dans la colonne 5, la température ou le titre correspondant aux points 1'', 2', 3', 4' ...,
- dans la colonne 6, la température ou le titre correspondant aux points 1'', 2'', 3'' ....

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	$p$	$u + \sigma$	$\theta$	$t$ ou $x$	$t'$ ou $x'$	$t''$ ou $x''$	$v$	$v'$	$v''$	$h$ en mm	$i$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\frac{f}{Q}$	
0	10,00	0,196	178,8	255°	—	—	0,229	—	—	—	—	—	—	—
1	6,94	0,276	163,6	211°	226	226	0,292	0,297	0,297	10	0,129	0,017	—	—
2	4,73	0,393	148,9	167	180	185	0,411	0,422	0,437	10	0,183	0,064	0,256	0,0170
3	3,13	0,584	134,2	0,988	150	164	0,578	0,607	0,628	10	0,267	0,069	0,180	0,0124
4	1,95	0,910	118,7	0,962	0,997	131	0,875	0,907	0,938	10	0,393	0,060	0,119	0,0083
5	1,25	1,385	105,7	0,935	0,982	0,996	1,294	1,358	1,380	10	0,588	0,067	0,080	0,0068
6	0,745	2,251	91,1	0,910	0,967	0,980	2,045	2,175	2,203	10	0,950	0,078	0,050	0,0043
7	0,435	3,730	77,4	0,886	0,952	0,965	3,303	3,550	3,600	16,5	0,950	0,089	0,031	0,0028
8	0,250	6,314	64,6	0,862	0,936	0,948	5,440	5,920	5,980	27,0	0,950	0,100	0,018	0,0019
9	0,138	11,090	51,5	0,838	0,920	0,933	9,320	10,200	10,350	46,5	0,950	0,110	0,0108	0,0010
10	0,070	21,115	38,8	0,815	0,905	0,918	17,230	19,130	19,420	88,0	0,950	0,127	0,0055	0,0005

Les colonnes 7, 8, 9 donnent les volumes spécifiques résultant des valeurs données par les colonnes 2, 4, 5, 6.

La colonne 8 donne donc le volume spécifique de la vapeur à la sortie de chaque aubage fixe, c'est-à-dire la valeur  $v_1$  de la formule (3).

Nous avons indiqué dans les colonnes 10 et 11, les hauteurs données par la formule (3) et les degrés d'injection correspondants ; nous avons adopté 0,95 comme degré d'injection maximum, parce qu'il est impossible, avec la construction adoptée (fig. 40, pl. 3), de disposer des aubes sur tout le pourtour des disques distributeurs.

REMARQUE I. — Si l'on mesure les ordonnées comprises entre 1'' et 2', entre 2'' et 3', on trouve non pas 18,7 calories, mais une quantité plus grande. La différence constitue le gain dû à l'augmentation du volume spécifique résultant des frottements. Nous avons indiqué page 50, le moyen de déterminer le gain % pour chaque chute. On peut remarquer que le calcul revient sensiblement à prendre, pour valeur du gain %, le rapport

$$\frac{v'' - v}{v}$$

Nous aurons de cette manière tenu compte à la fois de l'influence de toutes les pertes, tant de celles relatives aux frottements de la vapeur dans les aubes, que de celles relatives aux frottements des disques contre la vapeur ambiante des cellules. Nous avons indiqué, dans la colonne 12, les valeurs trouvées. En faisant la somme des 9 premières valeurs et en divisant par 10, nous aurons l'augmentation en % de la surface totale du diagramme de détente adiabatique. En multipliant par le rendement effectif, nous obtiendrons l'augmentation du rendement :

$$\Delta\tau_e = 0,0654 \times 0,568 = 0,037.$$

REMARQUE II. — Pour être tout à fait exact dans le

calcul des sections des aubages, il convient de prendre pour  $c_1$  la valeur trouvée, en introduisant dans l'équation (4) le nombre de calories réellement disponibles dans chaque chute; ce nombre est représenté par les portions d'ordonnées comprises entre  $1''$  et  $2'$ , entre  $2''$  et  $3'$ , etc.

**Calcul des aubages mobiles.** — Le tracé de ceux-ci n'offre rien de particulier; on pourrait adopter, pour les premières roues, une longueur axiale  $a$  des aubes de 12 mm. par exemple, puisque la hauteur  $h$  de celles-ci est très faible, mais pour simplifier la construction et n'avoir qu'un seul profil d'aubage, on adopte la valeur de  $a$  qui convient pour les derniers aubages, soit 20 mm par exemple.

La hauteur des aubes mobiles devra naturellement être un peu plus grande que la hauteur des aubes fixes.

**Description de la turbine.** — Nous avons donné (fig. 40) une demi-coupe verticale, à l'échelle  $1/10$ , de la turbine système *Zoelly*, que nous venons de calculer. La vapeur arrive par  $e$ . L'enveloppe ( $a, c$ ) est divisée en deux par un joint horizontal rodé qui permet, par le déplacement de la partie supérieure formant converele, la mise en place de l'arbre portant les roues. Les disques fixes 2, 3, 4... portant les aubages distributeurs et constituant les parois des cellules, sont également divisées en deux. Pour permettre l'alésage par parties cylindriques et éviter les rainures d'encastrement des disques fixes, on remarquera que l'étanchéité des cellules est obtenue en faisant porter un disque sur le précédent, par une portée rodée.

Sauf pour les premières cellules où l'injection est partielle et où les aubages mobiles sont constitués par des groupes d'aubes rapportés, les aubes fixes parachevées à la fraise, sont introduites dans le moule à la fonderie, et forment ainsi corps avec les disques; pour limiter rigoureusement la hauteur de l'aubage à la valeur calculée, on ajuste deux cercles  $f$  lors du parachèvement.

On a donné une forme conique aux disques fixes pour augmenter leur résistance ; pour diminuer les frottements et éviter un parachèvement de toute la surface des disques, on a recouvert ceux-ci de part et d'autre de deux plaques en tôle, convenablement ajustées.

En  $b_1$  et  $b_2$  se trouvent les bourrages, dessinés schématiquement, qui doivent être très longs surtout du côté de l'admission où la pression est de 7 kg. L'étanchéité est assurée par une série de bagues élastiques placées en  $g_1 g_2$  et exerçant une légère pression sur l'arbre ; une circulation d'eau est ménagée en  $k_1$  et  $k_2$ , et le bourrelet isolant  $l$  est destiné à empêcher une trop grande condensation de vapeur. En cas de très grande surcharge, on peut amener de la vapeur fraîche dans la seconde cellule par le conduit  $e'$ .

**Calcul du rendement.** — Nous avons déterminé la courbe du rendement organique en fonction du nombre de tours (fig. 36), en supposant  $\nu = 0,05 \frac{n}{2500}$  ; cette courbe coïncide avec celle obtenue pour la deuxième turbine calculée.

En multipliant les ordonnées de la courbe 2 du rendement indiqué, par les ordonnées correspondantes de la courbe  $b$ , nous avons obtenu la courbe 2' du rendement effectif.

On voit que celui-ci est de 0,568 à 2500 tours ; en y ajoutant le gain de 0,037 calculé précédemment, on obtient 0,605 comme rendement effectif total.

Cherchons à évaluer l'influence des fuites sur le rendement ; pour cela, déterminons les valeurs de l'énergie disponible dans 1 kg. de vapeur à l'état 0, 1'', 2''... ; désignons ces valeurs par  $e_0, e_1, e_2 \dots$ . Déterminons ensuite les valeurs  $e'_2, e'_3 \dots$  de l'énergie disponible dans 1 kg. de vapeur amenée par laminage de  $p_1$  à  $p_2$ , de  $p_2$  à  $p_3$ , etc. En représentant par  $f_1, f_2 \dots$ , les fuites en kg.

par seconde, de la première cellule dans la seconde, de la seconde dans la troisième, etc., nous avons vu que la perte totale par seconde était de :

$$F = f_1 \frac{e_1 - e'_2}{e_0} + f_2 \frac{e_2 - e'_3}{e_0} + \dots + f_9 \frac{e_9}{e_0} \quad (5)$$

Nous avons vu également que les fuites  $f_1, f_2 \dots$  pouvaient s'évaluer au moyen de la formule :

$$f = k \frac{s \times c}{v},$$

où  $s$  représente la section ouverte à la fuite,  $c$  la vitesse d'écoulement adiabatique,  $v$  le volume spécifique dans la section finale du joint,  $k$  un coefficient qui peut être pris égal à 0,7.

En supposant un jeu de 1 millimètre entre l'arbre et les différents disques fixes, nous aurons, pour  $s$  :

$$s = \pi \times 0,15 \times 0,001 = 0,00047 \text{ m}^2;$$

nous pourrions prendre, pour  $v$ , les valeurs indiquées dans la colonne 8 du tableau précédent, et pour  $c$ , la valeur donnée par la relation :

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{\Lambda} 18,7,$$

c'est-à-dire  $c = 395$ .

Nous avons porté dans la colonne 13 les pertes  $\%$   $\frac{f_1}{Q}, \frac{f_2}{Q}$ , etc., calculées dans les hypothèses ci-dessus. Dans la colonne 14, nous avons porté les valeurs

$$\frac{f_1}{Q} \frac{e_1 - e'_2}{e_0}, \quad \frac{f_2}{Q} \frac{e_2 - e'_3}{e_0}, \dots$$

La somme des nombres de cette colonne donne la perte % totale, soit 0,055 ; on voit, d'après ces chiffres, la nécessité de réduire les fuites dans les premières cellules particulièrement. Certains constructeurs adoptent à cet effet un véritable joint en labyrinthe, pour séparer l'une de l'autre les premières cellules.

Dans les hypothèses du calcul, le rendement total serait donc égal à

$$0,605 - 0,055 = 0,550,$$

à la vitesse de 2500 tours.

La courbe 2' du rendement effectif montre que l'on peut compter sur un gain de 0,040, en portant la vitesse à 3000 tours ; on pourrait donc obtenir, à cette vitesse, un rendement de

$$0,550 + 0,04 = 0,590.$$

Or les essais faits sur une turbine de 700 chevaux à 3000 tours du système *Zoelly*, avec une pression d'admission de 9,7 kg., une température de 260°, une contre-pression de 0,078 kg., ont donné un rendement de 0,588. A cette valeur correspond une consommation

$$C_r = \frac{635}{0,588 \times 187} = 5,77 \text{ kg.}$$

de vapeur à 10 kg. et à 255°, soit

$$C = \frac{5,77 \times 697,5}{655} = 6,15 \text{ kg.}$$

de vapeur saturée à 6 atmosphères par cheval-heure effectif.

REMARQUE. — Si l'on veut obtenir la répartition des pressions que l'on s'est imposée, il est nécessaire de tenir compte des fuites  $f_1, f_2, \dots$  en multipliant les sections

calculées par  $(1 - 0,256)$  pour le second aubage, par  $(1 - 0,180)$  pour le troisième, etc.

4) Turbines avec éléments à une et deux chutes de vitesse combinés. — Nous venons de voir que les pertes par fuite étaient relativement importantes, en ce qui concerne les premières cellules particulièrement; les températures élevées qui règnent dans celles-ci ont, en outre, pour effet de déterminer un allongement important de l'arbre de la turbine.

Ces deux inconvénients peuvent être évités, en remplaçant les quatre premières roues de la turbine précédente, par une seule roue de grand diamètre; ce diamètre peut être calculé aisément: nous avons vu, en effet, qu'il y avait avantage, lorsque la vitesse périphérique dépassait sensiblement 110 mètres, à employer le système à deux chutes de vitesse pour la première chute de pression; en

adoptant ce système et  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ , nous aurons les deux équations :

$$u = \frac{\pi D \times 2500}{60} = 0,2 c_1,$$

$$c_1 = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A} (\lambda_0 - \lambda_4)},$$

$(\lambda_0 - \lambda_4)$  représentant l'énergie disponible dans les quatre premières chutes, c'est-à-dire

$$18,7 \times 4 = 74,8 \text{ calories.}$$

Des deux équations ci-dessus, on tire :

$$c_1 = 750 \text{ m.}, \quad D = 1,14 \text{ m.}$$

La pression dans la première cellule sera de 1,95 kg. au lieu de 7 kg., la température de la vapeur 150° au lieu de 228°.

On pourrait dresser le tableau des valeurs successives des pressions, des températures ou des titres de la vapeur; ces deux dernières valeurs diffèrent un peu de celles obtenues pour la turbine précédente, en raison du rendement indiqué plus faible de la première roue, rendement qui peut être évalué à 0,58.

Le calcul des tuyères et des aubages de la première roue se ferait comme pour la deuxième turbine calculée.

**Description de la turbine.** — La fig. 41 donne, à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , une coupe verticale de la turbine de ce système. L'enveloppe est encore divisée en deux parties symétriques par un joint rodé; chaque moitié comporte trois parties *a*, *c*, *d*. La partie *c* peut être alésée à part, ce qui permet de conduire l'outil très aisément, et de faire les rainures d'encastrement des disques fixes avec beaucoup de précision. Ceux-ci sont en une pièce et possèdent des aubages fraisés et rapportés qui sont tenus en place par une frette. Cette construction permet d'adopter, pour les dernières roues, l'injection totale, en disposant des aubes sur tout le pourtour; on peut ainsi rapprocher les disques fixes des roues mobiles, et faire en sorte que les jets de vapeur sortant de celles-ci entrent sans choc dans les aubages distributeurs suivants. Les aubes fixes présentent alors le profil dessiné fig. 24, page 46. Nous avons vu que le rendement indiqué pouvait être augmenté de 4 à 5 % par cette disposition.

Les tuyères de la première roue peuvent ne former qu'un seul groupe ou deux groupes symétriques, et l'on peut disposer quelques tuyères supplémentaires pour le cas de fortes surcharges.

Le bourrage  $b_1$  supposé du même système que celui de la turbine précédente, n'a pas besoin d'être aussi long, la pression dans la première cellule étant beaucoup plus faible.

**Calcul du rendement.** — Nous avons tracé fig. 36 la courbe du rendement organique qui se confond avec la courbe  $b$ ; la courbe 3 donne le rendement indiqué, la courbe 3' le rendement effectif. Nous avons supposé que le diamètre de la première roue était calculé de manière à maintenir, pour chaque vitesse de rotation, le même

rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,2$ ; nous avons fait cette hypothèse, afin de ne pas avoir pour la première roue une vitesse plus grande que celle correspondant au maximum de rendement.

On voit que, pour la vitesse de 2500 tours, le rendement effectif est de 0,566; en y ajoutant le gain de 0,037 calculé pour la turbine précédente, nous arrivons à 0,603. En tenant compte des pertes par fuites, pertes qui peuvent être évaluées à 0,0173, le rendement total est donc de :

$$0,603 - 0,017 = 0,586.$$

C'est sensiblement la même valeur que celle trouvée pour la turbine précédente à la vitesse de 3000 tours.

### B. — Turbines à réaction.

Nous supposerons encore que l'on puisse adopter, pour  $\varphi$  et  $\psi$ , les valeurs 0,95 et 0,80.

Nous n'envisagerons que le cas pratique des turbines à réaction *partielle* dont le degré de réaction est égal ou voisin de  $\frac{1}{2}$ .

1) **Turbine entièrement à réaction.** — Nous avons vu que l'on était forcé d'employer l'injection totale dans les turbines à réaction; cela conduit à adopter un diamètre initial d'aubage relativement faible. Pour calculer celui-ci, il suffit de faire appel à la relation du débit que nous allons établir pour ce cas particulier.

Remarquons d'abord que dans une turbine à réaction, il n'y a aucun intérêt, au point de vue des fuites, à constituer une cellule par chute de pression, comme pour les turbines d'action ; en effet, il existerait toujours une perte, par le jeu nécessaire entre la roue mobile et l'enveloppe ;

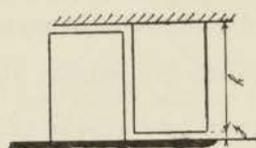


Fig. 42.

en fixant les ailettes mobiles sur un tambour, on n'augmente donc pas considérablement l'importance des fuites et l'on simplifie beaucoup la construction. La fig. 42 montre la disposition des ailettes fixes et mobiles ; on voit que la section d'écoulement est égale à

$$\frac{\pi D}{s_1 + e} s_1 h \sin \alpha_1 + \pi D j,$$

D représentant le diamètre moyen de l'aubage.

La relation donnant le débit peut donc s'écrire :

$$\frac{\pi D}{\varphi} \left( h \frac{s_1}{s_1 + e} \sin \alpha_1 \varphi c_0 + k j c_0 \right) = Q, \quad (1)$$

$c_0$  étant la vitesse d'écoulement adiabatique,  $\varphi$  et  $k$  étant des coefficients de réduction tenant compte des frottements dans l'aubage et dans le joint. Nous pouvons prendre  $\varphi = 0,95$  ; quant à la valeur de  $k$ , nous pouvons l'évaluer en raisonnant comme suit : si les filets de vapeur avaient une direction perpendiculaire au joint,  $k$  pourrait être pris égal à 0,90, d'après ce que nous avons vu page 90 ; mais à cause de l'action des jets de vapeur des aubages, il y a une sorte d'entraînement qui fait que les filets prennent, dans le joint, une direction voisine de celle de l'aubage ; en supposant que, pour un angle d'entrée  $\alpha_1 = 19^\circ$ , la direction des filets dans le joint soit de  $25^\circ$ , nous aurons pour  $k$  la valeur

$$k = 0,90 \sin 25^\circ = 0,38.$$

Pour des angles d'entrée  $\alpha'_1$  différents de  $\alpha_1$ , nous admettrons que

$$k = 0,38 \frac{\sin \alpha'_1}{\sin \alpha_1}.$$

Nous pouvons éliminer  $c_0$  de l'équation (1), en remarquant que

$$\frac{\pi D \times 2500}{60} = u$$

et que l'on peut poser :

$$\frac{u}{c_1} = \frac{u}{\varphi c_0} = x;$$

nous obtiendrons ainsi l'équation

$$(\pi D)^2 = \frac{60 Q \times v \times \varphi \times x}{2500 \left( \varphi h \frac{s_1}{s_1 + e} \sin \alpha_1 + 0,38 j \right)} \quad (2)$$

Pour déterminer  $D$ , il suffit de se donner  $h$ ,  $j$  et  $x$ . En effet, la valeur de  $Q$  est donnée, quand on connaît la consommation de la turbine;  $\frac{s_1}{s_1 + e}$  est un coefficient qui résulte du tracé des aubes et qui peut être pris égal à 0,65, quand  $\alpha_1$  est égal à  $19^\circ$  et que la longueur axiale des aubes n'est que de 10 millimètres;  $v$  est le volume spécifique après la détente dans le premier aubage fixe; mais on peut admettre, sans erreur appréciable, que  $v$  est le volume spécifique à la pression et à la température d'admission.

Il ne convient pas de prendre un jeu  $j$  inférieur à 1 millimètre et une hauteur  $h$  inférieure à 14 ou 15 millimètres, afin de ne pas avoir une fuite dépassant 10 à 12 %; au point de vue du rapport  $x$ , les diagrammes du rendement indiqué fig. 31, montrent qu'on pourrait prendre 0,6 et même 0,7, sans atteindre la valeur correspondant au maximum, mais le nombre d'éléments serait absolu-

ment trop considérable; il convient de ne pas prendre plus de 0,45 pour les premières chutes.

En adoptant

$$h = 0,014 \text{ m}, \quad j = 0,001 \text{ m}, \quad x = 0,45,$$

$$\frac{s_1}{s_1 + e} = 0,65, \quad \alpha_1 = 19^\circ, \quad Q = 1,2$$

on trouve :  $D = 0,30 \text{ m}.$

Connaissant D, on a :

$$u = \frac{\pi D \times 2500}{60} = 39,3 \text{ m.} \quad \text{et} \quad c_1 = \frac{u}{0,45} = 87 \text{ m.}$$

Nous avons vu que, dans le cas d'une turbine dont le degré de réaction est égal à  $\frac{1}{2}$ , la dépense en calories  $AT_0$  par chute est donnée par la relation :

$$\frac{2}{\varphi^2} \left( \frac{c_1^2}{2g} - \psi^2 \frac{c_2^2}{2g} \right) A;$$

si nous exprimons  $c_2$  en fonction de  $c_1$ , nous aurons :

$$c_2^2 = c_1^2 \left[ 1 + \left( \frac{u}{c_1} \right)^2 - 2 \left( \frac{u}{c_1} \right) \cos \alpha_1 \right]$$

et par conséquent :

$$AT_0 = \frac{2A}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} \left[ (1 - \psi^2) - \psi^2 \left( \frac{u}{c_1} \right)^2 + 2\psi^2 \left( \frac{u}{c_1} \right) \cos \alpha_1 \right]$$

Le tableau ci-dessous donne pour différentes valeurs du rapport  $\frac{u}{c_1}$  et de l'angle  $\alpha_1$ , le rapport  $\frac{T_0}{c_1^2}$ .

Tableau I.

	$\frac{u}{c_1} = 0,35.$	$\frac{u}{c_1} = 0,40.$	$\frac{u}{c_1} = 0,45.$	$\frac{u}{c_1} = 0,50.$	$\frac{u}{c_1} = 0,55$
$\alpha_1 = 19^\circ$	0,0796	0,0838	0,0876	0,0910	0,0947
$\alpha_1 = 24^\circ$	0,0782	0,0822	0,0855	0,0887	0,0917
$\alpha_1 = 36^\circ$	0,0728	0,0760	0,0788	0,0812	0,0843

Pour calculer le nombre de calories dépensées par chute dans le cas présent, il suffit de prendre dans le tableau le nombre correspondant à  $\alpha_1 = 19^\circ$  et à  $\frac{u}{c_1} = 0,45$ , et de le multiplier par  $\Delta c_1^2$ ; on obtient :

$$AT_0 = \Delta c_1^2 \times 0,0876 = 1,56 \text{ calorie.}$$

Comme précédemment, il convient de dresser un tableau des pressions successives 1, 2, 3 ... après la première, la deuxième, la troisième chute.

Pratiquement, il suffit, pour la première partie de la turbine, de calculer les pressions de trois en trois chutes; il est impossible, en effet, de faire croître d'une manière continue la hauteur  $h$ ; d'autre part, on ne peut adopter qu'un petit nombre de profils d'aubes correspondant, par exemple, à des angles d'entrée de :

$$19^\circ, \quad 21^\circ, \quad 24^\circ, \quad 28^\circ, \quad 36^\circ;$$

si l'on tient compte de ces nécessités de construction, on remarque que le mieux et le plus simple est de faire en sorte que la vitesse  $c_1$  reste voisine de 87 mètres et que pour un groupe d'aubes de même hauteur  $h$ , la moyenne des vitesses  $c_1$  soit de 87 mètres.

Voici comment nous avons procédé : nous avons d'abord cherché la pression après l'aubage fixe de la seconde chute; pour cela nous avons porté, à partir du point 0 et suivant l'ordonnée, une longueur 01 (fig. 39) égale à  $1,56 \times 1,5 = 2,34$  calories; pour trouver le véritable état de la vapeur, nous avons procédé, comme précédemment, en remarquant que la quantité de chaleur correspondant aux frottements est égale à

$$(1 - r_i) 2,34 = (1 - 0,74) 2,34 = 0,607.$$

Nous avons obtenu ainsi le point 1''.

Pour trouver la pression correspondant à la sortie de l'aubage fixe 5, nous avons porté la longueur 1,2 (fig. 39), égale à

$$1,56 \times 3 = 4,68 \text{ calories.}$$

Nous avons obtenu les états successifs de la vapeur à la sortie des aubages fixes 2, 5, 8, etc., en appliquant le même procédé que pour la turbine *Zoelly*.

Nous avons dressé le tableau ci-dessous que nous ne donnons qu'en partie et nous avons, au moyen de la formule (1), calculé les valeurs de  $c_1$ , en augmentant  $h$  ou en changeant l'angle d'entrée  $\alpha_1$ , de manière à maintenir la valeur de  $c_1$  voisine de 87 mètres.

En adoptant  $h = 15$  mm au lieu de 14, et en conservant  $\alpha_1 = 19^\circ$  pour les six premières chutes et  $\alpha_1 = 21^\circ$  pour les cinq chutes suivantes, on voit que  $c_1$  est compris entre 84 et 91 mètres, ce qui fait en moyenne 87,5 m.

A partir de la douzième chute, nous avons adopté  $h = 21$  mm, et au moyen des mêmes profils, nous avons maintenu la vitesse  $c_1$  comprise entre 84 et 92 mètres.

Comme il y a intérêt à augmenter le diamètre de l'aubage en vue d'augmenter l'énergie utilisée par chute, on donne ordinairement, au tambour portant les aubes, trois et même quatre diamètres successifs de plus en plus grands.

Après 33 chutes, le volume spécifique est égal à 0,555; en s'imposant :

$$h = 0,021 \text{ m.}, \quad j = 0,001 \text{ m.}, \quad x = 0,50, \quad \alpha_1 = 19^\circ,$$

la formule (2) donne :

$$\pi D = \sqrt{2,99 \nu} = 1,290 \quad \text{et} \quad D = 0,410 \text{ m.}$$

Mais il convient de remarquer que le volume spécifique à introduire dans la formule est celui qui correspond à la sortie de l'aubage fixe de la 35<sup>e</sup> chute, si nous faisons le calcul de trois en trois chutes. Comme au diamètre  $D = 0,410$  m. correspond une vitesse  $u = 53,8$  m., la dépense par chute peut être évaluée à

$$AT_0 = A c_1^2 \times 0,091 = A \left( \frac{53,8}{0,5} \right)^2 \times 0,091 = 2,5 \text{ calories,}$$

Tableau II.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	$p$	$u + \sigma$	$\theta$	$t$ ou $\alpha$	$t'$ ou $\alpha'$	$t''$ ou $\alpha''$	$v$	$v'$	$v''$	$\frac{s_1}{s_1 + e}$	$\alpha_1$	$h$ en mm	$c$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\frac{f}{Q}$
2	9,58	0,204	177,0	250	251	251	0,2375	0,2380	0,3380	0,65	19°	15	84	0,002	0,110
5	8,80	0,221	173,4	238	240	242	0,2525	0,2540	0,3545	0,65	19°	15	91	0,008	0,110
8	8,03	0,241	169,7	228	232	234	0,2725	0,2740	0,2750	0,70	21°	15	84	0,011	0,105
11	7,30	0,258	165,7	217	223	225	0,2935	0,2970	0,2985	0,70	21°	15	91	0,017	0,105
35	3,14	0,582	134,3	0,900	148	150	0,576	0,602	0,611	0,65	19°	21	112	0,062	0,083
55	0,75	2,237	91,3	0,910	0,953	0,955	2,035	2,135	2,137	0,65	19°	28	182	0,050	0,064

0,091 étant le coefficient donné par le tableau I, pour  $\frac{u}{c_1} = 0,50$  et  $\alpha_1 = 19^\circ$ . En portant, dans le diagramme, à partir du point caractérisant l'état de la vapeur à la sortie du 33<sup>e</sup> aubage mobile, une ordonnée égale à  $1,5 \times 2,5 = 3,75$  calories, nous aurons la pression à la sortie de l'aubage fixe de la 35<sup>e</sup> chute; nous pourrons ensuite chercher le véritable état de la vapeur, en tenant compte des frottements. En procédant ainsi, on trouve environ  $\varphi = 0,611$  et par conséquent

$$\pi D = \sqrt{2,99 \varphi} = 1,350 \text{ m.}$$

D'où

$$D = 0,430 \text{ m.,} \quad u = 56,25, \quad c_1 = 112 \text{ m.}$$

$$AT_0 = 2,71 \text{ calories.}$$

Pour maintenir la vitesse voisine de 112 mètres, on est forcé d'employer pour la seconde partie du tambour, trois longueurs d'ailettes et trois profils correspondant à  $\alpha_1$  égal à

$$19^\circ, \quad 21^\circ, \quad 24^\circ.$$

Après 21 nouvelles chutes, le volume spécifique est tel que l'on peut employer un diamètre correspondant à une vitesse de 94 à 95 mètres, c'est-à-dire la vitesse limite pour des tambours de construction ordinaire. En effet, le volume spécifique après la 54<sup>e</sup> chute, est de 1,948; or si l'on adopte :

$$h = 0,027 \quad j = 0,001 \quad x = 0,50 \quad \alpha_1 = 19^\circ,$$

la formule (2) donne :

$$\pi D = \sqrt{2,36 \varphi} = 2,14 \text{ m.} \quad \text{et} \quad D = 0,683 \text{ m.}$$

Comme  $x = 0,50$ ,

$$c_1 = \frac{u}{0,5} = 179$$

et  $AT_0 = A c_1^2 \times 0,091 = 6,9 \text{ calories.}$

En portant, à partir du point caractérisant l'état de la vapeur à l'entrée du 55<sup>e</sup> aubage fixe, une ordonnée égale à  $\frac{6,9}{2} = 3,45$ , nous obtiendrons le volume spécifique à la sortie de celui-ci, c'est-à-dire la valeur de  $v$  qui aurait dû être introduite dans l'équation ci-dessus :

$$\pi D = \sqrt{2,36 v}$$

En procédant ainsi par approximations successives, on trouve :

$$D = 0,720 \text{ m.}, \quad u = 94,2 \text{ m.}, \quad c_1 = 188,5 \text{ m.}, \\ AT_0 = 7,57 \text{ calories.}$$

Il convient, pour cette partie du tambour, de faire le calcul pour chaque chute de pression ; en adoptant  $h = 28$  au lieu de 27 et des angles d'entrée  $\alpha_1 = 19^\circ, 21^\circ, 24^\circ$ , on peut maintenir  $c_1$  entre les limites 182 et 192 mètres, pendant les trois premières chutes sans changer la hauteur  $h$ .

Pour les deux dernières chutes, il est impossible de satisfaire à la relation (1) sans augmenter la vitesse  $c_1$  ; en effet, il ne convient pas d'adopter une hauteur d'aube plus grande que 85 mm ; or, avec un angle de  $36^\circ$  et une hauteur  $h = 85$  mm, la vitesse nécessaire pour débiter le volume de vapeur à la pression de 0,07 est de 238 m. Voici comment nous avons procédé pour le calcul de ces deux dernières chutes ; en admettant pour l'aubage mobile de la 62<sup>e</sup> chute un angle de  $31^\circ$ , la vitesse de sortie est de 187 mètres ; la pression peut être évaluée à 0,134 et le titre à 0,90 ; le nombre de calories restant disponibles est de (528 - 510), soit 18 calories. Remarquons qu'en admettant une vitesse de sortie du dernier aubage mobile de 238 m., le nombre de calories utilisées par celui-ci est environ de :

$$\frac{1}{2} AT_0 = \frac{1}{2} \frac{238^2}{425} \times 0,0788 = 5,26 \text{ calories,}$$

0,0788 étant la valeur du coefficient donné par le tableau I, pour  $\frac{u}{c_1} = 0,45$ ,  $\alpha_1 = 36^\circ$ ; il reste donc à utiliser pour les trois aubages restants (18—5,26), soit 12,74 calories, c'est-à-dire  $\frac{12,74}{3} = 4,24$  par aubage. Cette dépense correspond à une vitesse  $c_1$  donnée par la relation

$$\frac{1}{2} \Lambda T_0 = \frac{1}{2} \frac{c_1^2}{425} \times 0,0788 = 4,34,$$

soit 213 mètres.

En portant, à partir du point caractérisant l'état de la vapeur à la sortie de la 62<sup>e</sup> chute, une portion d'ordonnée égale à 4,24 calories, on obtiendra la pression à la sortie du 63<sup>e</sup> aubage mobile, et en introduisant le volume spécifique correspondant dans la formule donnant le débit,

$$\frac{\pi D}{v} \left( h \frac{s_1}{s_1 + e} \sin \alpha_1 \varphi c_0 + k j c_0 \right) = Q,$$

on pourra déterminer l'angle  $\alpha_1$  qu'il convient d'adopter, pour que  $c_1 = \varphi c_0$  soit égal à 213 m.,  $h$  ayant par hypothèse, comme valeur, 0,085 m.

En procédant de même pour les deux autres aubages, nous avons trouvé respectivement 28°, 31° et 36°.

La turbine comporte donc 64 chutes de pression, et trois diamètres successifs correspondant aux vitesses périphériques de 39, 56 et 94 mètres.

La première partie utilise 27,6 % de l'énergie disponible, la seconde 30,5 %, la troisième 41,9 %.

La première partie comporte 33 chutes et trois hauteurs d'ailettes : 15, 21, 28 mm; la seconde 21 chutes et trois hauteurs : 21, 34, 52 mm; enfin pour la troisième partie le nombre de chutes est de 10 et les hauteurs sont res-

pectivement de 28, 44, 71 et 85 mm, avec des profils correspondant à

19°, 21°, 24° pour les chutes 55, 56, 57,  
 21°, 24°, 28° pour les chutes 58, 59, 60,  
 24°, 24°, 28°, 31° pour les chutes 60, 62,  
 28°, 31°, 36°, 36° pour les chutes 63 et 64.

REMARQUE. — Le calcul que nous exposons, n'est qu'approximatif, puisqu'il suppose que l'énergie dépensée de trois en trois chutes est égale à

$$3 AT_0 = \frac{6A}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} \left[ (1 - \psi^2) - \psi^2 \left( \frac{u}{c_1} \right)^2 + 2\psi^2 \left( \frac{u}{c_1} \right) \cos \alpha_1 \right]$$

$c_1$  et  $\frac{u}{c_1}$  ayant une valeur constante, égale à la moyenne des valeurs trouvées; mais il est évident que l'approximation est suffisante.

**Dimensions des aubes fixes et mobiles.** — La longueur axiale  $a$  pour les aubes fixes et mobiles peut être prise égale à 10 millimètres; il convient de la prendre aussi petite que possible, afin de diminuer la longueur totale de la turbine, mais le tracé montre qu'avec une valeur de  $a$  trop faible, on est forcé de diminuer  $s$  (fig. 42) et, par conséquent, d'espacer les jets de vapeur sortant des aubes, ce qui entraîne à la sortie des tourbillonnements importants.

Pour les dernières aubes, dont la hauteur est égale à 71 et 85 mm., il est nécessaire de choisir une longueur axiale  $a$  de 14 mm., par exemple.

Entre deux couronnes d'aubes successives, on peut laisser un jeu de 1 mm. pour les premières chutes, mais il convient de porter ce jeu à 2 et 3 mm. à mesure que l'on s'éloigne de l'entrée, afin de tenir compte de la dilatation du tambour.

**Description de la turbine.** — La fig. 43 donne une demi-courbe verticale, à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , de la turbine *Parsons*

que nous venons de calculer. L'enveloppe  $c$  est encore divisée en deux parties, par un joint horizontal rodé. La vapeur entre en  $e$ ; en cas de forte surcharge, on peut introduire de la vapeur fraîche par  $e'$ . Le tambour doit être construit en acier forgé; il en résulte des difficultés de tracé et d'exécution sur lesquelles les constructeurs ont soin de ne donner aucun détail. Nous avons supposé que la partie de faible diamètre était venue de forge avec l'arbre, et que les autres parties étaient fixées entre elles par vis à tête noyée.

Pour assurer l'équilibre de la poussée axiale, l'espace  $t$  est mis en relation avec l'espace  $t'$ , l'espace  $s$  avec  $s'$  et l'espace  $f$  avec le condenseur. Les pistons d'équilibre comportent des cannelures formant, avec des rainures de l'enveloppe, un joint en labyrinthe dont le jeu axial descend jusque  $\frac{2}{10}$  de millimètre.

Les boîtes à bourrage ont une longueur aussi réduite que possible, afin de diminuer l'encombrement et la longueur de l'arbre; on fait ordinairement dans les cannelures du milieu du joint une faible injection de vapeur destinée à former, par sa condensation, une sorte de joint hydraulique.

**Calcul du rendement.** — Nous avons calculé le rendement indiqué de la turbine, en tenant compte de ce que le rapport  $\frac{u}{c_1}$  est de 0,45 pour la première partie de la turbine, 0,50 pour les deux autres, à l'exception des deux dernières chutes pour lesquelles  $\frac{u}{c_1}$  est égal à 0,45 environ. Nous avons en outre choisi, pour chaque partie, le rendement correspondant à l'angle moyen, c'est-à-dire  $\alpha_1 = 21^\circ$  pour la première partie,  $\alpha_1 = 24^\circ$  pour la deuxième et  $28^\circ$  pour la troisième; nous nous sommes servi, pour ce calcul, des diagrammes tracés fig. 31.

Pour le rendement organique, donné par la courbe *a* (fig. 44), nous avons simplement appliqué la formule :

$$\eta_0 = \left( 1 - \nu \frac{n}{2500} \right),$$

puisque les résistances passives sont à peu près uniquement représentées, dans cette turbine, par les frottements dans les paliers; nous avons pris  $\nu = 0,07$ , en raison du poids relativement considérable de la partie mobile.

En multipliant les ordonnées correspondantes des courbes *a* et *l*, nous avons obtenu la courbe *l'* du rendement effectif. On voit qu'à la vitesse de 2500 tours, celui-ci est de 0,683.

Pour avoir le rendement total, il faut y ajouter le gain provenant de la transformation des frottements en chaleur et de l'augmentation du travail de détente qui en résulte. En remarquant que la première partie de la turbine utilise 1,56 calorie par chute, la seconde 2,71 et la troisième 7,57, et que, d'autre part, les sommes des valeurs correspondantes trouvées pour  $\left( \frac{v-v''}{v} \right)$  sont respectivement de 0,302, 0,305, 0,559, nous aurons, pour augmentation théorique du travail de détente :

$$\frac{0,302 \times 1,56 \times 3 + 0,305 \times 2,71 \times 3 + 0,559 \times 7,57}{187} = 0,043,$$

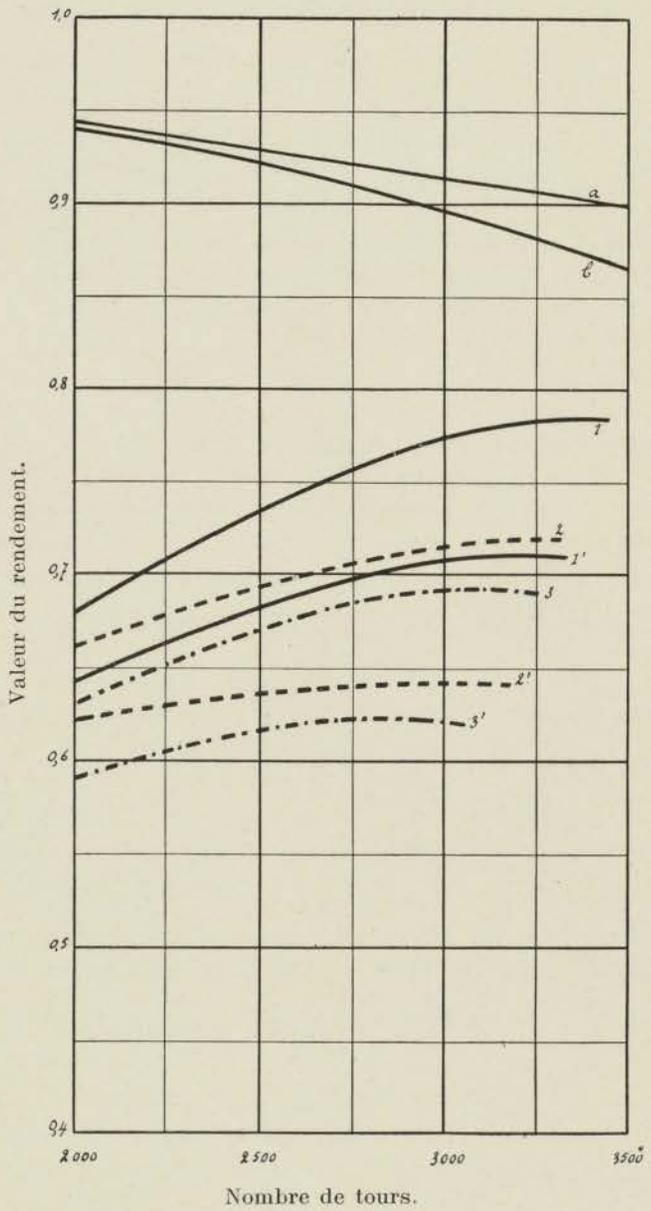
et par conséquent pour gain réel :

$$\Delta \eta_e = 0,043 \times \eta_e = 0,029.$$

La perte par fuite peut être évaluée, comme nous l'avions fait pour la turbine Zoelly, en remarquant que la valeur de  $\frac{f}{Q}$  est donnée très simplement par la relation :

$$\frac{f}{Q} = \frac{kj}{\tau_e \frac{s_1}{s_1 + e} h \sin \alpha_1 + kj}.$$

Fig. 44.



Le calcul donne 0,058.

La perte à la sortie représentée par

$$\frac{\Lambda \frac{\psi^2 c_2^2}{2g}}{\lambda_0 - \lambda_n} = \frac{\Lambda \frac{\psi^2 c_2^2}{2g}}{187},$$

peut être évaluée à 0,01. Le rendement total est donc de

$$0,683 + 0,029 - 0,058 - 0,01 = 0,644.$$

En comptant sur une perte de 0,05 par le piston d'équilibre, on arrive pour la vitesse de 2500 tours, au rendement de

$$0,594.$$

Aux essais, une turbine *Parsons* de 700 chevaux effectifs à 2500 tours, fonctionnant avec une pression d'admission de 9,35 kg., une contrepression de 0,093, une température de 212°7, la consommation par cheval-heure effectif a été de 6,40 kg., correspondant à un rendement de

$$\eta = \frac{\frac{635}{169}}{6,40} = 0,587.$$

On voit qu'ici encore le rendement calculé correspond très sensiblement au rendement trouvé aux essais.

2) Turbine à réaction, avec éléments à haute pression fonctionnant par action. — Dans la turbine précédente, la partie la plus longue est celle qui n'utilise que 27 % de l'énergie disponible (51,5 calories); de plus la perte par fuite relative à cette partie est d'environ 0,040, dont 0,015 pour le piston d'équilibre correspondant. Or, on peut remplacer ces 33 chutes de pression par une roue d'action à deux chutes de vitesse. Le dia-

mètre de la roue peut se calculer très aisément au moyen des deux équations :

$$c_1 = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A}} 51,5,$$

$$\frac{u}{c_1} = 0,2,$$

si l'on admet pour  $\frac{u}{c_1}$  le rapport 0,2 adopté précédemment. On trouve ainsi

$$c_1 = 622 \text{ m.}, \quad u = 125 \text{ m.}, \quad D = 0,950 \text{ m.}$$

Le calcul des aubages de la roue d'action a déjà été exposé; quant au calcul de la partie à réaction, il ne diffère pas de celui de la turbine *Parsons*; à cause du moindre rendement de la première roue, la vapeur sera seulement un peu plus surchauffée à la sortie de la roue, qu'à la sortie de la première partie du tambour.

**Description de la turbine.** — La fig. 45 donne une demi-coupe verticale, à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , de la turbine de ce système; les tuyères ne forment qu'un seul groupe et sont boulonnées avec la partie amovible *e*, sur laquelle vient se placer la soupape de réglage.

Ici encore l'espace *s'* est mis en relation avec l'espace *s*, et l'espace *f* avec le condenseur.

**Calcul du rendement.** — Nous donnons (fig. 44) la courbe *b* du rendement organique de cette turbine, en supposant  $\nu = 0,06$ ; la courbe 2 donne le rendement indiqué, la courbe 2' le rendement effectif. On voit qu'à la vitesse de 2500 tours, le rendement  $\eta_e$  est de 0,637; si l'on y ajoute le gain calculé pour la turbine précédente 0,029, et si l'on retranche les pertes par fuite que l'on peut évaluer à 0,068 et la perte de 0,01 à la sortie, on trouve :

$$\eta = 0,588,$$

valeur sensiblement égale au rendement du système précédent.

Il est à remarquer par contre que la vitesse de 2500 tours correspond sensiblement au maximum de rendement, tandis qu'avec la turbine précédente, en portant la vitesse à 3000 tours, on aurait pu obtenir une augmentation de rendement de 0,04.

Dans la turbine *Sulzer*, réalisée suivant le type que nous venons de décrire, on a supprimé les pistons d'équilibre et contrebalancé la poussée par une pression d'huile agissant sur un plateau fixé à l'extrémité de l'arbre; si cette construction donne de bons résultats, on peut espérer une amélioration de rendement de 3,5 %, par la suppression des fuites inhérentes aux pistons d'équilibre.

Dans la turbine *Westinghouse*, on a cherché également à supprimer les pistons d'équilibre, en constituant la turbine par deux groupes symétriques, semblables à celui représenté fig. 45; cette solution ne convient évidemment que pour les grandes puissances.

3) Turbine avec éléments à action et réaction combinés. — On peut adopter un tambour d'un seul diamètre, en remplaçant les 21 chutes à réaction de la turbine précédente, par des éléments fonctionnant par action et permettant par conséquent l'emploi de l'*injection partielle*.

Pour utiliser les 56,8 calories correspondant aux 21 chutes à réaction, il suffira d'employer six aubages d'action; en effet, la vitesse périphérique  $u$  étant de 94 mètres, la vitesse d'injection  $c_1$  doit être de 268 mètres, pour un rapport  $\frac{u}{c_1} = 0,35$ ; or, à la vitesse  $c_1 = 268$  mètres, correspond une dépense par chute de

$$\Lambda \frac{1}{\varphi_2} \frac{c_1^2}{2g} = 9,51 \text{ calories};$$

le nombre de chutes doit donc être de

$$\frac{56,8}{9,51} = 6.$$

**Description de la turbine.** — La fig. 46 donne, à l'échelle  $\frac{1}{10}$ , une demi-coupe verticale de cette turbine qui ne diffère de la précédente que par les six aubages à une chute de vitesse fonctionnant par action, et dont les quatre premiers sont à injection partielle.

Nous avons dessiné une sorte de joint en labyrinthe appliqué sur le pourtour de chaque aubage fixe, ce joint étant nécessaire, si l'on veut éviter une fuite trop importante.

**Rendement de la turbine.** — Nous avons tracé (fig. 44) la courbe de rendement organique qui se confond avec la courbe *b*; la courbe 3 donne le rendement indiqué, la courbe 3' le rendement effectif. On voit que celui-ci est inférieur d'environ 2 % au précédent. Le rendement total dépend de l'importance des fuites dans la partie d'action à une chute de vitesse; on voit qu'en tous cas, il est un peu inférieur au rendement des turbines précédentes.

### Conclusions.

*Au point de vue de la détermination des dimensions des différents systèmes de turbines.*

On vient de voir que cette détermination peut se faire avec la même rigueur que celle admise dans le calcul des machines à vapeur, où la connaissance de certains coefficients est aussi indispensable.

Les valeurs que nous avons adoptées pour ces coefficients, semblent suffisamment exactes, puisqu'elles conduisent à des évaluations du rendement concordant très sensiblement avec celles déduites d'expériences.

En faisant, lors des essais d'une première turbine, le relevé de la répartition des pressions, l'évaluation des résistances passives dues aux frottements dans les paliers, et le calcul du rendement en fonction de la charge, il est possible d'en déduire très approximativement les valeurs des coefficients des formules précédentes.

*Au point de vue des avantages et inconvénients des différents systèmes de turbines.*

1) La première turbine décrite a l'inconvénient de nécessiter l'emploi de tuyères longues, difficiles à construire, d'employer de très grandes vitesses de vapeur qui ont pour conséquence une usure rapide des aubes.

2) La deuxième turbine est peu encombrante et d'une construction relativement simple; les vitesses de vapeur sont moindres que dans la turbine précédente; ce type est le seul pratique pour les puissances relativement faibles.

3) La troisième turbine a l'avantage de n'employer que des vitesses de vapeur ne dépassant pas 450 mètres; l'inconvénient est que cette turbine est plus longue, plus compliquée, partant de construction plus difficile. L'importance des pertes par fuite exige une construction soignée des joints existant entre les cellules successives.

4) La quatrième turbine a pour elle d'être moins longue, de n'avoir qu'une pression relativement faible dans la première cellule, de n'exiger, par conséquent, du côté de l'admission, qu'un bourrage moins important. L'inconvénient est que le système qui comporte des tuyères et une roue à deux chutes de vitesse d'assez grand diamètre, est moins homogène au point de vue de la construction.

5) La cinquième turbine décrite, qui est du type à réaction, est beaucoup plus encombrante, mais elle permet d'obtenir un très bon rendement, surtout pour les grandes puissances où les fuites ont une importance relative sensiblement moindre. Elle a l'avantage d'isoler la

vapeur à l'admission de l'arbre et des bourrages, et de permettre ainsi, sans inconvénients, l'emploi de hautes surchauffes. Le fait que les ailettes sont fixées sur un tambour permet aussi de prévoir un rendement beaucoup meilleur que celui des turbines précédentes, dans *le fonctionnement sans condensation*. Cette turbine est, par contre, la plus difficile à construire, en raison de sa longueur et de la précision nécessaire dans la réalisation des pistons d'équilibre.

6) La sixième et septième turbines décrites ont l'avantage sur la précédente d'être moins longues et, partant, plus faciles à construire.

*Au point de vue du rendement*, les résultats trouvés, tant par le calcul que par les essais, montrent que les différents systèmes sont sensiblement équivalents, l'avantage restant aux systèmes 3, 4, 5 et 6.

Ces rendements sont équivalents à ceux des meilleures machines à piston compound, fonctionnant avec vapeur saturée. En effet, au rendement de 0,588 correspond une consommation de 6,15 kg. de vapeur saturée à 6 atmosphères par cheval-heure effectif; or, si l'on prend comme terme de comparaison la machine compound *Van den Kerchove* de 270 chevaux indiqués, et si l'on admet que le rendement organique soit de 0,93, puissance absorbée par le condenseur non comprise, on arrive à une consommation de 6,15 kg de vapeur saturée à la pression de 10,2 kg par cheval-heure effectif, soit 6,2 kg à 6 atmosphères. La comparaison avec la consommation de la même machine, fonctionnant à vapeur surchauffée à la pression de 10,44 kg et à la température de 233°,6, est, par contre, à l'avantage de celle-ci, le gain étant d'environ 6 %.

On peut donc espérer, par la diminution des pertes par fuite, égaler, avec les systèmes 3, 5 et 6, les meilleures consommations des machines à piston compound, tout au moins pour les unités de 500 chevaux et plus.

*Au point de vue de la construction*, les coupes que nous avons données, des différents systèmes montrent assez les difficultés à vaincre; pour permettre de réduire les pertes par fuite et rendre le montage possible, la plus grande précision dans la réalisation des différentes parties est nécessaire; pour éviter toute vibration, il faut arriver à un équilibrage parfait des disques ou des tambours.

Les constructeurs expérimentés ont pourtant démontré qu'au point de vue de la construction, les difficultés pouvaient être vaincues; car les bonnes turbines ne donnent plus lieu aujourd'hui à aucun mécompte, au point de vue fonctionnement.

#### CHAPITRE IV.

##### **Réglage des turbines. Consommation en fonction de la charge.**

Théoriquement le réglage des turbines peut se faire de deux manières différentes : par variation de la pression d'admission, et par variation du volume admis à pression constante.

Le premier moyen est le seul possible quand il s'agit de turbines à plusieurs chutes de pression : en effet, pour être efficace, le réglage par variation du volume admis à pression constante, exigerait la diminution proportionnelle des sections de tous les aubages distributeurs, condition nécessaire pour maintenir une bonne répartition des pressions sous les différentes charges; or cette variation des sections n'est pratiquement réalisable que pour les turbines à une ou deux chutes; pour ces dernières, on se contente même souvent de faire varier le nombre des tuyères de la première cellule.

**Rendement en fonction de la charge.** — Etudions, dans les deux cas, la variation du rendement en fonction de la charge.

1) Dans le cas d'un réglage par variation du volume admis à pression constante, on peut remarquer que si la répartition des pressions reste la même, le rendement indiqué ne change pas, quelle que soit la charge; par contre le rendement organique diminue avec celle-ci. En effet; appelons  $N_0$  la puissance absorbée par les frottements; par définition le rendement organique est égal à

$$\eta_0 = \frac{N_i - N_0}{N_i},$$

ou en fonction de la puissance effective :

$$\eta_0 = \frac{\frac{N_e}{\eta_0} - N_0}{\frac{N_e}{\eta_0}} = \frac{N_e - \eta_0 N_0}{N_e} \text{ ou } \eta_0 = \frac{N_e}{N_e + N_0}. \quad (1)$$

La répartition des pressions restant la même, les résistances dues aux frottements des disques contre la vapeur, garde sensiblement la même valeur;  $N_0$  est donc indépendant de la charge. Appelons  $\Delta$  l'accroissement % de la surface du diagramme de détente, accroissement résultant de la transformation des frottements en chaleur; appelons  $F$  la perte par fuite et  $Q$  le poids de vapeur débité par seconde; nous aurons la relation :

$$\eta = \frac{N_e}{N_0 + N_e} \eta_i (1 + \Delta) - \frac{F}{Q}. \quad (2)$$

Remarquons que

$$Q = Q' \frac{N_e}{N'_e} \frac{\eta'_i}{\eta_i},$$

si  $Q'$  représente le poids de vapeur débité par seconde, à la puissance normale, et si  $\eta'_i$  représente le rendement total correspondant. Nous pourrions donc écrire :

$$\eta = \frac{N_e}{N_0 + N_e} \eta_i (1 + \Delta) - \frac{F}{Q} \frac{N'_e}{N_e} \frac{\eta_i}{\eta'_i}. \quad (3)$$

2) Dans le réglage par diminution de la pression d'admission, la répartition des pressions dans les cellules change, et par conséquent  $N_0$ ,  $N_i$  et  $\frac{F}{Q}$  varient dans la formule (2).

Pour nous rendre compte de la variation du rendement en fonction de la charge, avec ce dernier système de réglage, nous calculerons la répartition des pressions dans la turbine *Zoelly* (fig. 40), que nous avons décrite au chapitre précédent; nous ferons ce calcul dans l'hypothèse du fonctionnement en demi-charge et en quart de charge et nous admettrons que *la pression normale reste constante et égale à 10 kg., la température étant de 255°, la contrepression de 0,07 kg. par centimètre carré.*

Ce calcul ne peut se faire que par tâtonnements, en se donnant *a priori* la consommation et l'état de la vapeur à la sortie de la dernière roue; voici comment nous avons procédé: connaissant la consommation, on connaît le débit par seconde, et par conséquent on peut déterminer la vitesse d'injection du dernier aubage fixe:

$$c_1 = \frac{Q \times v}{s}.$$

Connaissant la vitesse  $c_1$ , on connaît la hauteur de chute correspondant au dernier aubage:

$$h = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g},$$

et l'on peut porter, dans le diagramme de *Mollier*, à partir du point caractérisant l'état de la vapeur à la sortie de l'aubage fixe, une portion d'ordonnée égale à  $h$ ; on trouve ainsi la pression de la vapeur  $p_0$  dans l'avant-dernière cellule. Pour connaître l'état de la vapeur à la sortie de l'aubage fixe correspondant, il convient de tenir compte des frottements, en portant vers le bas, une portion d'ordonnée égale:

$$[1 - (\gamma_0 + \nu) \gamma_i] h,$$

$h$  représentant l'énergie utilisée dans l'avant-dernière chute,  $\tau_{i0}$  et  $\tau_{i1}$  étant les rendements correspondants, évalués *a priori*; en menant par l'extrémité de cette ordonnée une horizontale jusqu'à la ligne de pression  $p_0$ , on trouvera l'état de la vapeur à la sortie de l'aubage fixe (9), et on pourra calculer la vitesse d'injection correspondante ainsi que la hauteur chute. On répètera ainsi, en sens inverse, le calcul que nous avons exposé pour la détermination des sections  $s$ . Si l'état final de la vapeur que l'on s'est donné *a priori*, a été bien choisi, on doit arriver à une pression initiale  $p_0$  telle que le point, caractérisant l'état de la vapeur à cette pression, se trouve sur une parallèle à l'axe d'entropie passant par le point correspondant à 10 kg. et à  $255^\circ$ : en effet, la quantité de chaleur à la pression  $p_0$  doit être la même qu'à la pression 10 kg.

Nous donnons ci-dessous, une partie du tableau que nous avons dressé pour la demi-charge et le quart de charge; nous mettons à côté les valeurs correspondant à la charge normale. Nous avons calculé comme précédemment  $v, v', v''$ ; ces valeurs nous ont permis de déterminer  $\frac{v'' - v}{v}$  et  $\frac{f}{Q} \frac{e - e'}{e_0}$ , par conséquent les termes  $\Delta$  et  $\frac{F}{Q}$ , de la formule (2) ci-dessus.

	$\frac{1}{1}$ charge.				$\frac{1}{2}$ charge.				$\frac{1}{4}$ charge.			
	$p$	$c_1$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\frac{f}{Q} \frac{e - e'}{e_0}$	$p$	$c_1$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\frac{f}{Q} \frac{e - e'}{e_0}$	$p$	$c_1$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\frac{f}{Q} \frac{e - e'}{e_0}$
0	10,00				5,00				2,90			
1	6,94	376	0,017	—	3,60	387	0,029	—	2,20	370	0,029	—
2	4,73	"	0,064	0,0170	2,30	410	0,072	0,0265	1,47	383	0,074	0,0245
3	3,13	"	0,069	0,0124	1,62	334	0,092	0,0145	0,98	378	0,115	0,0192
4	1,95	"	0,060	0,0083	1,10	362	0,085	0,0111	0,620	370	0,140	0,0140
5	1,25	"	0,067	0,0068	0,67	372	0,072	0,0086	0,380	383	0,120	0,0099
6	0,745	"	0,078	0,0043	0,410	368	0,065	0,0056	0,240	361	0,091	0,0060
7	0,435	"	0,089	0,0028	0,240	372	0,073	0,0036	0,146	360	0,084	0,0039
8	0,250	"	0,100	0,0019	0,142	368	0,085	0,0026	0,097	313	0,093	0,0019
9	0,138	"	0,110	0,0010	0,089	330	0,095	0,0008	0,076	238	0,094	0,0006
10	0,070	"	0,127	0,0005	0,070	224	0,102	0,0001	0,070	135	0,100	0,0001

On peut remarquer que, sauf pour les deux dernières roues, la vitesse d'injection  $c_1$  reste voisine de la vitesse normale 376 m., et que par conséquent le tracé des aubes mobiles peut être fait pour cette dernière vitesse. Pour la dernière roue, il serait, par contre, avantageux de tracer les aubes de manière que l'angle d'entrée  $\beta_1$  corresponde à un rapport plus élevé,  $\frac{u}{250}$  par exemple. Il convient d'ailleurs d'observer que la vitesse à la sortie n'est jamais aussi petite que celle calculée, *parce que le vide augmente à mesure que la quantité de vapeur consommée diminue*, et que la contre pression, au lieu d'être de 0,07, est de 0,06 et même 0,05 kg. : le volume de vapeur à la sortie de la dernière roue est, par conséquent, sensiblement plus grand que celui sur lequel nous avons compté.

Ayant dressé le tableau ci-dessus, nous pouvons calculer les valeurs de  $N_0$ ,  $\eta_i$ ,  $\Delta$ ,  $\frac{F}{Q}$  de la formule (2) pour la demi-charge ; la vitesse moyenne d'injection pour les neuf premières roues est de 367 m. ; le rapport moyen  $\frac{u}{c_1}$  à la vitesse de 3000 tours est donc 0,364, et le rendement  $\eta_i$  0,68. La valeur de  $\Delta$  peut être déduite des valeurs de  $\frac{v'' - v}{v}$  ; la valeur de  $\frac{F}{Q}$  est égale à la somme des valeurs de la quatrième colonne. La valeur de  $N_0$  est donnée par la formule

$$N_0 = \gamma \times 700 + N'_f = 35 + N'_f,$$

35 représentant la puissance absorbée par les frottements dans les paliers,  $N'_f$  la puissance absorbée par les frottements des disques contre la vapeur. Nous avons indiqué page 76, la valeur de  $N'_f$  en fonction de  $\Sigma\delta$ . En calcu-

lant  $\Sigma\hat{c}$  pour le cas présent, nous avons trouvé pour rendement organique à demi-charge

$$0,855.$$

La valeur de  $\eta$  qui en résulte est égale à

$$\eta = 0,855 \times 0,680 (1 + 0,0632) - 0,0733 = 0,545.$$

En faisant les mêmes calculs, pour le quart de charge, nous avons trouvé :

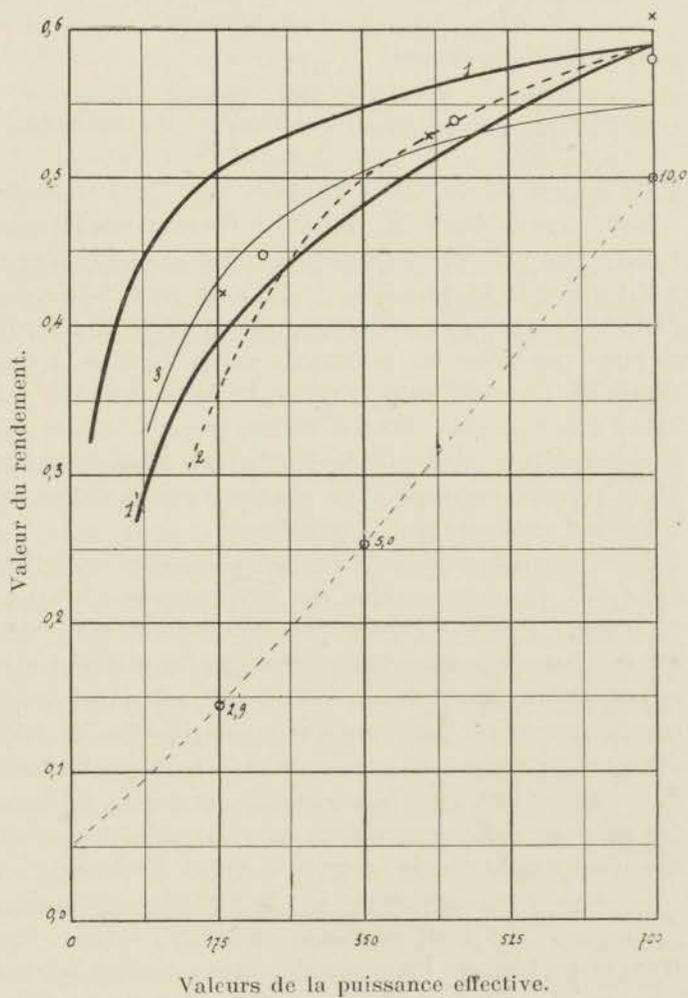
$$\eta = 0,782 \times 0,690 (1 + 0,0785) - 0,0801 = 0,503.$$

Nous avons tracé fig. 47 la courbe 1 de rendement en fonction de la puissance effective; cette courbe donne le rendement total rapporté à l'état de la vapeur devant le premier distributeur; pour obtenir le rendement rapporté à l'état initial de la vapeur ( $p_0 = 10$  kg.,  $t_0 = 255^\circ$ ), il faut multiplier  $\eta$  par  $\frac{e_0}{e'_0}$ ,  $e_0$  représentant l'énergie disponible à la pression existant devant le premier distributeur,  $e'_0$  l'énergie disponible à la pression de 10 kg. En faisant ce calcul, nous avons obtenu la courbe 1'; la courbe pointillée inférieure donne la pression d'amont aux différentes charges.

Déterminons maintenant le rendement de la même turbine, dans l'hypothèse où le réglage se ferait par le changement proportionnel de toutes les sections d'aubages fixes. Les valeurs de  $N_0$ ,  $\eta_i$ ,  $\frac{F}{Q}$ ,  $\Delta$  ne dépendent plus de la charge; or à la vitesse de 3000 tours et à pleine charge, le rendement organique  $\eta_0$  était de 0,898; on peut donc prendre pour  $N_0$  la valeur

$$N_0 = (1 - 0,898) 700 = 71,5 \text{ chevaux,}$$

Fig. 47.



et, par conséquent, en vertu de la relation (3), on trouve :

$$\eta = 0,672 \frac{350}{421,5} (1 + 0,0654) - 0,055 \frac{700}{350} \frac{\eta}{0,59} \text{ soit } \eta = 0,501$$

pour la demi-charge, et

$$\eta = 0,672 \frac{175}{246,5} (1 + 0,0654) - 0,055 \frac{700}{175} \frac{\eta}{0,59} \text{ soit } \eta = 0,370$$

pour le quart de charge.

Nous avons tracé la courbe 2 correspondant à ces valeurs; on voit que cette courbe n'est pas sensiblement meilleure que la première; cela tient aux fuites dont l'importance relative va croissant rapidement. En effet, si nous calculons le rendement de la turbine à deux chutes de pression dans laquelle la fuite peut être évaluée à 0,008 au plus, nous trouvons respectivement pour la demi-charge et le quart de charge, 0,506 et 0,432; à ces valeurs, correspond la courbe 3, dont l'allure est beaucoup meilleure que la précédente.

Nous avons marqué les trois points correspondant à un essai fait sur une turbine de 700 chevaux effectifs à 3000 tours, système *Zoelly*, avec *vapeur saturée* à 9 kg.; on voit que la concordance entre les résultats d'expérience et les résultats du calcul, est satisfaisante. La courbe relevée est meilleure que la courbe calculée; cette différence provient en partie de ce que les coefficients  $\varphi$  et  $\psi$  augmentent avec la surchauffe, et que la détente se fait presque entièrement dans la région de vapeur surchauffée pour la demi-charge et le quart de charge.

Les trois croix, indiquées sur la fig. 47, se rapportent à une unité de 1500 chevaux, système *Parsons*. Nous n'avons pu trouver les renseignements nécessaires pour comparer les résultats du calcul donné par la courbe 3, avec ceux fournis aux essais par une turbine à deux chutes de pression; l'allure de la courbe expérimentale

n'est certainement pas aussi favorable que celle donnée par le calcul, puisque pratiquement, on se contente de supprimer l'arrivée de vapeur aux tuyères de la première chute, tout en laissant invariable la section du second aubage fixe ; en tout cas, il résulte des courbes de consommation données par plusieurs auteurs, que les résultats les plus favorables, au point de vue de l'allure de la courbe du rendement, ont été obtenus avec des unités *Curtis* à deux chutes de vitesse et deux ou trois chutes de pression.

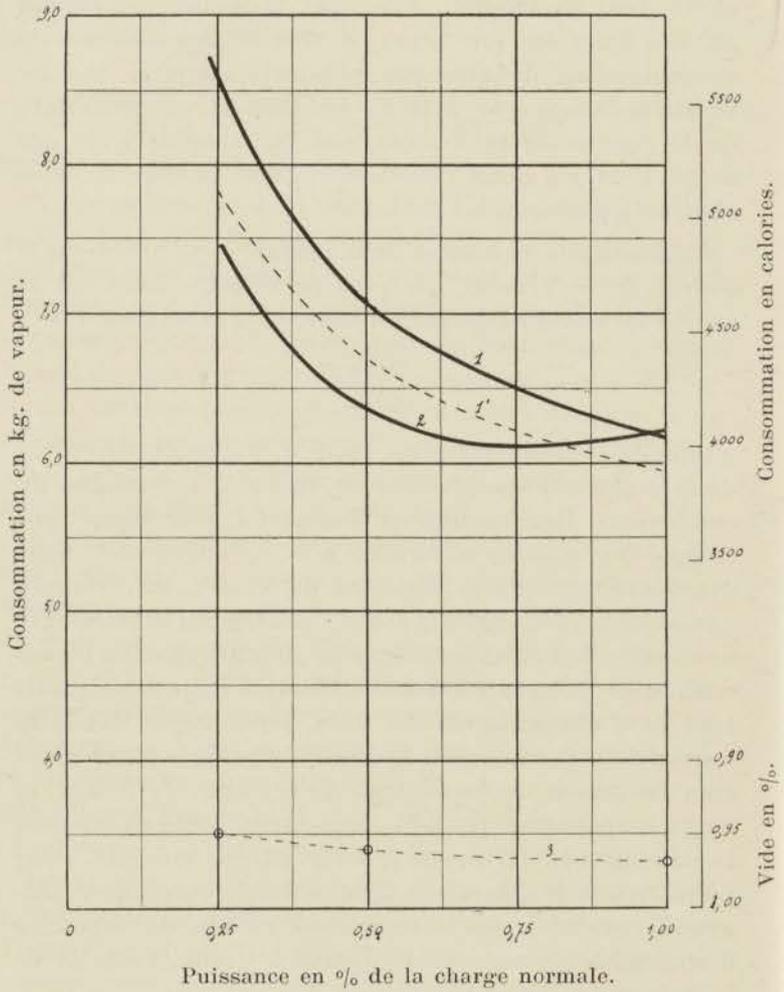
**Consommation en fonction de la charge.** — Connaissant la courbe de rendement, on peut en déduire aisément la courbe de consommation. En effet, on a la relation :

$$C = \frac{635}{\eta \times e'_0},$$

$\eta$  représentant le rendement total,  $e'_0$  l'énergie disponible dans la chute de la pression de 10 kg. à la pression du condenseur. Remarquons qu'à mesure que le poids consommé par seconde diminue, le vide augmente ; nous avons supposé que la variation du vide % était donnée par la courbe 3 (fig. 48) : cette courbe est celle relevée aux essais de la turbine *Zoelly* de 700 chevaux. En tenant compte de l'augmentation de l'énergie disponible résultant de l'augmentation du vide, nous avons trouvé la courbe de consommation 1, dans l'hypothèse d'une pression en amont de la soupape de réglage, de 10 kg., et d'une température de 255°. Nous avons porté en abscisse la puissance effective, en % de la charge normale. Pour permettre la comparaison avec d'autres machines, nous avons ramené le poids consommé en kg. de vapeur à 6 atmosphères ; nous avons donné à droite, l'échelle de la consommation en calories.

La courbe pointillée 1' donne la consommation de la turbine *Parsons* de 1500 chevaux, calculée de la même

Fig. 48.



manière; la courbe 3 est relative à la machine compound *Van den Kerchove* de 250 chevaux effectifs, fonctionnant avec vapeur saturée à 10 kg.

L'allure de la courbe de consommation de la machine à piston est meilleure; mais on voit qu'il suffirait d'obtenir une augmentation de rendement de 3% à la puissance normale, pour arriver à une consommation inférieure à cette dernière, aux différentes charges.

On peut espérer cette augmentation; mais il est possible d'améliorer la courbe, en construisant la turbine de manière à admettre la vapeur sous la pression de 10 kg., à la puissance de 525 chevaux par exemple, et en chargeant le régulateur de déterminer une injection de vapeur fraîche dans la seconde cellule, pour les puissances supérieures. Ce mode de réglage a été appliqué dans les turbines *Parsons*. Dans les turbines *Cartis*, le régulateur a pour mission d'ouvrir ou de fermer un certain nombre de tuyères de la première chute; ce système est évidemment préférable au précédent, mais il est plus difficile à réaliser pratiquement.

REMARQUE. — Les consommations données par les diagrammes fig. 48, tant pour les deux turbines que pour la machine à vapeur, ne comprennent pas la consommation de la pompe à air, et de la pompe de circulation dans le cas où l'installation comporte un condenseur par surface; la puissance absorbée par ces appareils varie entre 2 et 3% de la puissance normale.

Réalisation mécanique du réglage. — Pour les petites turbines à une chute de pression, le régulateur, commandé directement à la vitesse de la turbine, agit sur une valve spéciale, et supprime successivement l'arrivée de vapeur aux différentes tuyères; dans la turbine *Kolb*, le régulateur modifie la forme des deux tuyères de section rectangulaire, en déplaçant une des parois, de manière à maintenir le même rapport entre les sections successives.

Pour les turbines de grande puissance, système *Curtis*, à deux ou trois chutes de pression et du type vertical, le régulateur agit, par l'intermédiaire de relais électriques, sur de petites soupapes donnant accès à la vapeur, aux différentes tuyères de la première chute.

Pour les autres systèmes multicellulaires *d'action*, le régulateur commandé par vis sans fin, agit sur une valve ou une soupape, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un servo-moteur, pour laminer plus ou moins la vapeur.

Dans certaines turbines à *réaction*, la soupape de réglage est animée d'un mouvement oscillant vertical dont l'amplitude dépend du point d'application du levier oscillant, point d'application qui varie avec la position du manchon du régulateur.

D'une manière générale, un régulateur, commandé directement à la vitesse de la turbine, est chargé de couper l'arrivée de vapeur en cas d'emballement.

#### Influence de la pression, de la surchauffe et du vide sur la consommation.

**Influence de la pression.** — Pour nous rendre compte de l'influence de la pression sur la consommation, supposons que la pression d'amont dans la turbine *Zoelly*, passe de 10 à 13 kg., en conservant la même température 255°; l'énergie disponible passera de 187 à 194 calories. La vitesse d'injection, au lieu d'être voisine de 376 m., sera d'environ 382; le rapport  $\frac{u}{c_1}$  deviendra égal à 0,35, et par conséquent le rendement  $\eta_i$  passera de 0,674 à 0,670.

Le rendement organique, la valeur de  $\Delta$  et  $\frac{F}{Q}$  garderont sensiblement la même valeur; on aura donc pour rendement total

$$\eta = 0,898 \times 0,670 (1 + 0,0654) - 0,055 = 0,586$$

et la consommation deviendra égale à

$$C = \frac{635}{194 \times 0,586} = 5,56$$

soit  $\frac{5,56 \times 695,3}{655} = \frac{3866}{655} = 5,90 \text{ kg.}$

à 6 atmosphères de pression absolue.

Le gain est de 150 calories, soit 1,3% environ, pour une augmentation de 1 kg.

**Influence de la surchauffe.** — Faisons le calcul du rendement de la turbine *Zoelly* dans l'hypothèse où la pression restant égale à 10 kg., la température passe de 255° à la température de saturation.

Les valeurs de  $\tau_0$ ,  $\Delta$ ,  $\frac{F}{Q}$  résultent du tableau ci-dessous; comme la vitesse d'injection est d'environ 362 m., le rendement indiqué peut être évalué à 0,682, et le rendement total est par conséquent égal à

$$\tau_1 = 0,682 \times 0,895 (1 + 0,0548) - 0,059 = 0,585$$

Le nombre de calories disponibles dans la chute étant de 173,8, la consommation C est égale à

	$p$	$\frac{v'' - v}{v}$	$\delta$	$\frac{f}{Q} \frac{e - e'}{e_0}$	
0	10,00				$\frac{635}{0,585 \times 173,8} = 6,24$
1	6,75	0,0051	3,580		soit
2	4,50	0,0271	2,470	0,0191	$6,24 \times 661 = 4124 \text{ calories.}$
3	2,95	0,0346	1,755	0,0138	
4	1,82	0,0508	1,075	0,0112	
5	1,18	0,0648	0,732	0,0063	Avec une température initiale de 255°, soit 76° de surchauffe, la consommation était de
6	0,71	0,0745	0,462	0,0040	
7	0,32	0,0870	0,221	0,0019	
8	0,24	0,0955	0,169	0,0016	
9	0,135	0,1090	0,100	0,0010	
10	0,070	0,1220	0,055	0,0005	$\frac{635}{0,590 \times 187} = 5,75$

soit  $5,75 \times 697,5 = 4011 \text{ calories.}$

INSTITUT POLYTECHNIQUE

Le gain dû à la surchauffe est donc de 113 calories, soit 7,5 par augmentation de 5° de température.

Le gain constaté aux essais, sur une unité de 500 chevaux, si l'on élimine la diminution de consommation provenant de l'accroissement de la pression et du vide, a été de 12 calories par 5°; la différence entre ces deux résultats provient de l'augmentation du rendement qui au lieu d'être de 0,5 %, est de 1,5 % pour 76° de surchauffe.

L'accroissement de rendement est donc plus rapide que celui calculé; cela tient probablement à l'augmentation des valeurs de  $\varphi$  et de  $\psi$  résultant de ce que la détente, dans le cas de l'emploi de vapeur surchauffée, se produit pour la plus grande partie en dehors de la région de saturation.

**Influence de l'augmentation du vide.** — Supposons qu'on passe d'une contrepression de 0,07 à 0,05; l'énergie disponible deviendra égale à 195 calories et la vitesse d'injection de la dernière roue passera de 376 à 515 m. environ, dans le cas de la turbine *Zoelly* telle que nous l'avons calculée. Le rendement indiqué de la dernière roue deviendra donc relativement faible (0,578). L'énergie restant à dépenser dans les autres chutes étant de 160 calories, la vitesse d'injection sera de 365 m., ce qui correspond à un rendement indiqué de 0,685, à la vitesse de 3000 tours.

Le rendement  $\eta_i$  sera donc égal, pour l'ensemble, à

$$\eta_i = \frac{0,578 \times 35 + 0,685 \times 160}{195} = 0,666,$$

contre 0,674, et par conséquent le gain sera de :

$$\frac{195 \times 0,666 - 187 \times 0,674}{187 \times 0,674} = 0,03$$

soit 1,5 % par 0,01 de kg. d'augmentation du vide.

Ce chiffre s'accorde avec les résultats trouvés; cette augmentation est évidemment plus faible, environ 1 %, quand on passe de 0,1 à 0,09 kg. D'ailleurs ce bénéfice dépend de la contrepression pour laquelle la turbine à été calculée.

REMARQUE. — Le gain dû à la surchauffe est pratiquement plus élevé que celui signalé ci-dessus, parce que la diminution *en poids* de la consommation qu'elle entraîne, amène une augmentation du vide; le bénéfice, signalé dans les essais, de 1 % par 5° d'augmentation de température, provient donc à la fois de la surchauffe et de l'amélioration du vide.

#### Avantages particuliers des turbines.

Au point de vue de l'encombrement. — L'encombrement des groupes moteurs est souvent un facteur important dans le prix d'installation des centrales électriques; or, les turbines ont, sur les machines à piston, l'avantage d'occuper beaucoup moins de place en surface. C'est ainsi que pour une turbo-dynamo de 450 kw., système *Zoelly*, l'emplacement nécessaire est de  $1,85 \times 7,25$ , soit  $13^m25$ , dont les  $\frac{3}{5}$  pour la turbine; en laissant un espace libre de  $1^m50$  sur tout le pourtour, on arrive à un emplacement de 10 kw. par mètre carré.

Pour les grandes unités, on peut compter sur 20 et jusque 30 kw. par mètre carré.

Au point de vue de la conduite et des frais de graissage. — L'absence d'articulation importante, et le graissage des paliers par circulation d'huile sous pression, rendent la conduite des turbo-dynamos beaucoup plus facile que celle des groupes électrogènes commandés par machine à piston.

L'absence de frottement entre les organes en contact avec la vapeur, permet de supprimer le graissage de celle-ci.

L'économie provenant du graissage peut être évaluée à 0,06 centime par cheval-heure effectif, si l'on compare une turbo-dynamo de 700 chevaux avec un groupe électrogène commandé par machine à piston. Cette économie équivaut à une diminution de consommation de 0,3 kg. de vapeur par cheval-heure effectif, lorsque le charbon coûte 16 à 17 francs la tonne.

Un autre avantage, résultant de la suppression du graissage de la vapeur, est celui de permettre l'alimentation des chaudières avec l'eau provenant de la vapeur condensée, et cela sans installation d'appareils de séparation d'huile. On arrive dans les bonnes installations avec condensation par surface, à réemployer 90 % et plus de l'eau vaporisée, ce qui procure une notable économie dans les frais de nettoyage des chaudières.

#### Conclusions.

*Dans les centrales électriques, lorsqu'on dispose de l'eau nécessaire pour assurer d'une manière constante un bon vide, l'avantage des turbines paraît certain, tout au moins pour des unités de 400 kw. et plus.*

En dehors de l'avenir qui leur est réservé dans la marine, les turbines paraissent donc appelées à un très grand succès, étant donné que l'on peut encore espérer, par des améliorations de détails, arriver à une amélioration du rendement, et que la machine à piston semble à la limite de la perfection.

## APPENDICE.

## A propos de l'hypothèse des tranches parallèles.

Les formules fondamentales que nous avons démontrées pages 25, 26, 27, 28 supposent essentiellement que la tranche élémentaire  $mnpq$  (fig. 16) se déplace en restant parallèle à la vitesse d'entraînement  $u$  : c'est ce qu'on a appelé l'hypothèse des tranches parallèles.

En réalité, lorsque le fluide se déplace dans un canal d'aubage, tel que celui dessiné fig. 49, les filets entrent avec la direction de la vitesse relative  $\omega$ , et restent parallèles jusqu'en EF; par suite de la réaction de l'aube, les filets suivent à partir de EF des trajectoires courbes se rapprochant de plus en plus de circonférences concentriques de centre 0.

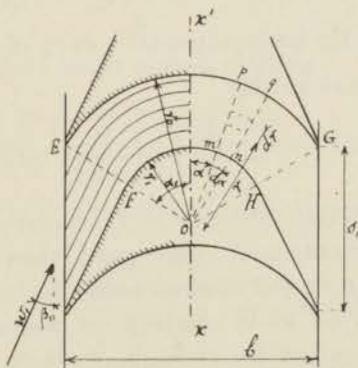


Fig. 49.

Evaluons la poussée dans la direction  $xx'$ , en faisant l'hypothèse que les filets suivent des trajectoires concentriques depuis la section EF jusqu'à la section HG, et que la vitesse  $\omega$  est constante.

Considérons une tranche élémentaire limitée par deux plans infiniment voisins  $op$  et  $oq$ , et supposons que la hauteur de l'aubage soit  $h$ ; un élément d'épaisseur  $dr$  à la distance  $r$ , est en équilibre sous l'action de la force

$$(hrd\alpha) dp,$$

et de la force centrifuge :

$$df = \frac{hr dz dr \hat{\delta}}{g} \frac{\omega^2}{r}.$$

En égalant ces deux forces, nous aurons :

$$dp = \frac{\hat{\delta}}{g} \omega^2 \frac{dr}{r}.$$

Nous pouvons poser avec une approximation suffisante :

$$p\hat{\nu} = \frac{P}{\hat{\delta}} = k. \quad (1)$$

Donc :

$$\frac{dp}{p} = \frac{\omega^2}{kg} \frac{dr}{r}.$$

En intégrant entre  $r$  et  $r_0$  et en représentant  $\frac{\omega^2}{kg}$  par  $a$ , nous aurons :

$$l \frac{p_0}{p} = a l \frac{r_0}{r} \quad \text{ou} \quad p = p_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^a. \quad (2)$$

Pour déterminer  $p_0$ , remarquons que la continuité de l'écoulement exige que le poids de la tranche élémentaire  $mnpq$  soit égal au poids de la même tranche considérée en EF où la pression est uniforme dans toute la section; appelons  $p_m$  et  $\hat{\delta}_m$  la pression et la densité du fluide à l'entrée, nous aurons :

$$\frac{1}{2} (r_0 + r_1) (r_0 - r_1) h \hat{\delta}_m dz = \int_{r_1}^{r_0} hr dz \hat{\delta} dr,$$

ou en remplaçant  $\hat{\delta}$  par sa valeur tirée des équations (1) et (2) :

$$\frac{1}{2} (r_0^2 - r_1^2) \hat{\delta}_m = \int_{r_1}^{r_0} \frac{p_0}{k} \left( \frac{r}{r_0} \right)^a r dr = \frac{p_0}{k} \frac{1}{r_0^a} \left[ \frac{r^{a+2}}{a+2} \right]_{r_1}^{r_0}.$$

Au moyen de cette relation, nous pouvons déterminer  $p_0$

et introduire la valeur trouvée dans l'équation (2); nous aurons :

$$P = \frac{a+2}{2} \frac{(r_0^2 - r_1^2) r^a}{r_0^{a+2} - r_1^{a+2}} p_m. \quad (3)$$

D'où

$$\delta = \frac{a+2}{2} \frac{(r_0^2 - r_1^2) r^a}{r_0^{a+2} - r_1^{a+2}} \delta_m. \quad (4)$$

Appelons  $dt$  la poussée exercée par l'élément  $mnpq$  :

$$dt = \int_{r_1}^{r_0} h r dz dr \frac{\delta}{g} \frac{\omega^2}{r},$$

et en remplaçant  $\delta$  par sa valeur ci-dessus :

$$dt = h dz \frac{\omega^2}{g} \frac{a+2}{2} \frac{r_0^2 - r_1^2}{r_0^{a+2} - r_1^{a+2}} \left[ \frac{r^{a+1}}{a+1} \right]_{r_1}^{r_0} \delta_m.$$

Posons  $\frac{r_1}{r_0} = e$ ; la valeur de  $dt$  pourra s'écrire :

$$dt = h dz \frac{\omega^2}{2g} \delta_m \frac{a+2}{2(a+1)} \frac{(1-e^2)(1-e^{a+1})}{1-e^{a+2}} r_0.$$

En représentant par  $t_x$  la poussée dans la direction  $xX'$ , nous aurons donc :

$$t_x = 2 \int_0^{z_1} dt \cos z = h \frac{\omega^2}{g} \delta_m \frac{a+2}{a+1} \frac{(1-e^2)(1-e^{a+1})}{1-e^{a+2}} r_0 \sin z_1 \quad (5)$$

Dans l'hypothèse des tranches parallèles et homogènes, chaque élément décrit une circonférence de rayon  $r_0$  et par conséquent, en appelant  $db$  l'épaisseur d'une tranche, la poussée  $t'_x$  a pour valeur :

$$t'_x = \int_0^b h s_1 db \frac{\delta_m}{g} \frac{\omega^2}{r_0} = h s_1 b \frac{\delta_m}{g} \frac{\omega^2}{r_0}. \quad (6)$$

Exprimons  $t_x$  et  $t'_x$  en fonction du débit  $Q$ ; on a la relation :

$$Q = \delta_m (r_0 - r_1) h \omega$$

dans la première hypothèse, et

$$Q = \delta_m s_1 h \omega$$

dans la seconde.

Par conséquent

$$t_x = Q \frac{\omega}{g} \frac{a+2}{a+1} \frac{(1+e)(1-e^{a+1})}{1-e^{a+2}} \sin \alpha_1 \quad (7)$$

$$t'_x = Q \frac{\omega}{g} \frac{b}{r_0} = Q \frac{\omega}{g} 2 \sin \alpha_1. \quad (8)$$

En prenant le rapport de ces deux valeurs, il vient :

$$\frac{t_x}{t'_x} = \frac{a+2}{2(a+1)} \frac{(1+e)(1-e^{a+1})}{1-e^{a+2}}. \quad (9)$$

PROBLÈME. — Evaluer le rapport  $\frac{t_x}{t'_x}$  pour une pression  $p_m = 1,95$  kg par centimètre carré, un volume spécifique  $v_m = 0,91$ , une vitesse  $\omega = 600$  mètres, le rapport  $\frac{r_1}{r_0}$  étant supposé égal respectivement à 0,5, 0,6 et 0,7.

La valeur de  $k$  est égale dans les conditions du problème à  $19500 \times 0,91 = 17745$ ; on a donc :

$$a = \frac{\omega^2}{kg} = 2,1.$$

$$\text{Pour } e = \frac{r_1}{r_0} = 0,5, \quad e^{a+1} = 0,116, \quad e^{a+2} = 0,058,$$

$$\frac{t_x}{t'_x} = 0,93.$$

$$\text{Pour } e = \frac{r_1}{r_0} = 0,6, \quad e^{a+1} = 0,207, \quad e^{a+2} = 0,126,$$

$$\frac{t_x}{t'_x} = 0,96.$$

$$\text{Pour } e = \frac{r_1}{r_0} = 0,7, \quad e^{a+1} = 0,332, \quad e^{a+2} = 0,230,$$

$$\frac{t_x}{t'_x} = 0,975.$$

REMARQUE I. — On voit que le rapport  $\frac{t_x}{t'_x}$  croit rapidement quand on augmente  $\frac{r_1}{r_0}$ ; d'autre part, nous avons vu que la perte par frottement est proportionnelle à  $\frac{m}{\sigma}$ , c'est-à-dire à  $\frac{2(r_0 - r_1 + h)}{(r_0 - r_1)h}$  ou encore à

$$\frac{2\left(1 - e + \frac{h}{r_0}\right)}{(1 - e)h} = 2\left[\frac{1}{h} + \frac{1}{r_0(1 - e)}\right]. \quad (10)$$

Il ne convient donc pas d'augmenter outre mesure la valeur de  $e$ ; la valeur  $e = \frac{r_1}{r_0} = 0,6$  paraît convenable pour les vitesses de plus de 500 mètres. Pour les vitesses inférieures, on peut prendre  $\frac{r_1}{r_0} = 0,5$ .

Il semblerait, d'après la valeur (10) ci-dessus, qu'il y a intérêt à augmenter  $r_0$ , mais il faut remarquer que la longueur du chemin parcouru est proportionnelle à  $r_0$ , et que, par conséquent, la perte par frottement varie comme

$$\frac{r_0}{h} + \frac{1}{1 - e}.$$

REMARQUE II. — Pour  $\omega = 0$ , on obtient  $a = 0$  et  $\frac{t_x}{t'_x} = 1$ ; on voit donc que la perte de poussée due à ce que l'hypothèse des tranches parallèles n'est pas réalisée, est d'autant plus grande que la vitesse est plus grande.

Lorsque  $u_1 = u_2$ ,  $\beta_1 = \beta_2$ ,  $\omega_2 = \psi \omega_1$ , et que l'hypothèse des tranches parallèles est réalisée, on a pour expression de la poussée, par kg de fluide :

$$P = \frac{1}{g} (1 + \psi) \omega_1 \cos \beta_1;$$

cette valeur résulte directement de l'application de la formule :

$$\Sigma f = \Sigma m \varphi = \Sigma \frac{d(mv)}{dt}.$$

Pratiquement la valeur de P est donc plus petite ; et si nous supposons que, pour les valeurs  $\omega$  très petites et  $\frac{r_1}{r_0} = 0,6$ , on puisse prendre  $\psi = 0,85$ , pour les autres valeurs nous pourrions écrire :

$$P = \frac{1}{g} 1,85 \omega_1 \cos \beta_1 \left( \frac{t_x}{t'_x} \right),$$

$\left( \frac{t_x}{t'_x} \right)$  étant calculé comme ci-dessus, pour la vitesse  $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ .

Pour pouvoir appliquer les formules précédemment établies, on peut rechercher, pour différentes valeurs  $\omega$ , la valeur de  $\psi$  tirée de l'égalité

$$\frac{1}{g} (1 + \psi) \omega_1 \cos \beta_1 = \frac{1}{g} 1,85 \omega_1 \cos \beta_1 \left( \frac{t_x}{t'_x} \right).$$

En faisant ce calcul, nous avons trouvé :

$$\begin{array}{ll} \psi = 0,772 & \text{pour } \omega = 600 \text{ mètres.} \\ \psi = 0,650 & \text{» } \omega = 1000 \text{ »} \end{array}$$

Ces valeurs s'accordent avec celles déduites de l'analyse du rendement des turbines de *Laval*, ainsi que des expériences faites en mesurant directement la poussée exercée sur un aubage, pour différentes vitesses  $\omega$ .

*Il résulte des considérations qui précèdent que le coefficient  $\psi$  ne tient pas seulement compte de la réduction de la vitesse  $\omega_1$  provenant des frottements, mais de la réduction de la poussée.*

Pour les aubages fixes intermédiaires des turbines à plusieurs chutes de vitesse, il semble donc qu'on peut conserver une même valeur égale à 0,85, tandis que pour les aubages mobiles,  $\psi$  doit être compris entre 0,85 et 0,65.

### Calcul du coefficient $\mu'$ de la loi de détente dans un aubage fixe.

Les équations indiquées page 38 permettent de déterminer  $v'_2$  et  $\mu'$ , connaissant la perte d'énergie cinétique ; pour déterminer  $v'_2$ , on a la relation établie page 38 :

$$(1 - \varphi^2) \frac{c_2^2}{2g} = \left(1 + \frac{b}{A}\right) p_2 (v'_2 - v_2), \quad (1)$$

dans laquelle  $b$  est égal, d'après Zeuner, à 0,00706 pour la vapeur surchauffée.

Pour la vapeur saturée,  $b$  dépend de la pression ; en effet, remarquons que  $U$  est égal à

$$U = a + bpv = q + x\rho,$$

$x$  représentant le titre à la pression  $p$  ; comme on a par définition, en appelant  $(u + \sigma)$  le volume de la vapeur à la pression  $p$  et au titre  $x = 1$ ,

$$x = \frac{v}{(u + \sigma)},$$

on voit que  $b$  peut être pris égal à

$$b = \frac{\rho}{p(u + \sigma)}. \quad (2)$$

Ayant déterminé la valeur de  $b$  au moyen des tables de vapeur, on peut calculer  $v'_2$  ;  $\mu'$  est alors donné par la relation :

$$p_1 v_1^{\mu'} = p_2 v_2^{\mu'}, \quad (3)$$

en effet, en égalant les logarithmes des deux membres :

$$\mu' = \frac{\log \frac{P_1}{P_2}}{\log \frac{v'_2}{v_1}}. \quad (4)$$

Connaissant  $\mu'$ , on peut chercher la valeur de  $T_f$  donnée page 37, et le rapport  $\frac{T_f}{(1 - \varphi^2) \frac{c_2^2}{2g}}$  ; on a pour cela la

relation :

$$\frac{T_f}{(1 - \varphi^2) \frac{c_2^2}{2g}} = \frac{\frac{b}{A} p_2 (v'_2 - v_2) + \int_1^2 p (dv' - dv)}{\left(1 + \frac{b}{A}\right) p_2 (v'_2 - v_2)}. \quad (5)$$

La valeur du second terme du numérateur peut être trouvée en remarquant que :

$$p v^\mu = p_1 v_1^\mu, \quad p v'^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'}.$$

Il vient en effet :

$$\int_1^2 p (dv' - dv) = \int_1^2 p_1 \left[ v_1^{\mu'} \frac{dv'}{v_1^{\mu'}} - v_1^\mu \frac{dv}{v_1^\mu} \right],$$

$$\text{ou } \int_1^2 p (dv' - dv) = \left[ \frac{p_2 v'_2 - p_1 v_1}{-\mu' + 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{-\mu + 1} \right],$$

si l'on tient compte de la relation (3) ci-dessus, et de la relation :

$$p_1 v_1^\mu = p_2 v_2^\mu. \quad (6)$$

PROBLÈME. — Déterminer le volume spécifique  $v'_2$ , la valeur de  $\mu'$  et celle de  $T_f$ , lorsque  $\varphi = 0,95$ , que la pression initiale  $p_1$  est de 1,25 kg., le litre égal à 1, et la contre-pression  $p_2$  égale à 0,07 kg.

Le volume spécifique  $v_1$  donné par les tables, est égal

à 1,387; le diagramme de *Mollier* permet de déterminer très aisément le titre  $x_2$ , après une détente adiabatique, et par conséquent le volume spécifique  $v_2$ ; on trouve ainsi :

$$v_2 = 21,115 \times 0,864 = 18,27.$$

La valeur de  $(1 - \varphi^2) \frac{c_2^2}{2g}$  est égal à 4290; la relation (2) donne pour valeur de  $b$  :

$$b = \frac{\rho}{p_2 (u + \sigma)} = \frac{544,71}{700 \times 21,115} = 0,0368.$$

On a donc :

$$v'_2 = 18,27 + 0,37 = 18,64,$$

et la relation (4) permet de déterminer  $\mu'$  :

$$\mu' = \frac{\log 17,87}{\log 13,44} = 1,109.$$

La valeur de  $\mu$  peut être déduite de l'équation (6) :

$$\mu = \frac{\log 17,87}{\log 13,17} = 1,118.$$

Connaissant  $v'_2$ ,  $v_2$ ,  $\mu'$ ,  $\mu$ , on peut déterminer :

$$\frac{T_f}{(1 - \varphi^2) \frac{c_2^2}{2g}} = 1,126.$$

On voit que le travail de frottement est d'environ 12 % plus élevé que la perte d'énergie cinétique.

#### A propos des coefficients $\varphi$ et $\psi$ .

Nous avons vu que le travail de frottement dans un canal d'aubage fixe était donné par la relation :

$$T_f = \int_1^2 k \frac{m}{\sigma} c^2 dl.$$

Si nous supposons que l'aubage soit tracé de telle sorte que  $c$  soit proportionnel à  $l$ , nous pourrions poser :

$$c = kl,$$

en admettant que la vitesse initiale  $c_1$  soit nulle.

En choisissant une valeur convenable de  $\frac{m}{\sigma}$ , nous pourrions alors écrire :

$$T_f = k \frac{m}{\sigma} \frac{k^2 l^3}{3} = k \frac{m}{\sigma} \frac{c_2^2}{3} l_2. \quad (1)$$

On voit que le travail de frottement, et par conséquent la perte d'énergie cinétique, est proportionnelle à  $\frac{m}{\sigma} l_2$ ; or pour un angle d'entrée  $\alpha_1$  donné, *il est impossible de réduire la longueur du canal sans réduire sa largeur  $s$*  (fig. 42); il en résulte que

$$\frac{m}{\sigma} l_2 = \frac{2(h+s)}{hs} l_2 = 2 \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{h} \right) l_2 \quad (2)$$

dépend très peu de la longueur  $l_2$  du canal.

Désignons par  $c$  la vitesse d'écoulement adiabatique et par  $k'T_f$  la perte d'énergie cinétique qui n'est qu'une fraction du travail de frottement, nous aurons :

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} - k'T_f = \frac{c^2}{2g} - kk' \frac{m}{\sigma} \frac{c_2^2}{3} l_2,$$

et par conséquent :

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + 2g \frac{kk'}{3} \frac{m}{\sigma} l_2}} c = \varphi c.$$

On voit que  $\varphi$ , qui est égal à

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 2g \frac{kk'}{3} \frac{m}{\sigma} l_2}}, \quad (3)$$

dépend également très peu de la longueur  $l_2$  du canal ou, ce qui revient au même, de la longueur axiale  $a$  (fig. 42). C'est ce qui explique pourquoi nous avons pu prendre pour  $\varphi$  une même valeur 0,95, tant pour l'aubage dessiné fig. 42 que pour l'aubage dessiné fig. 24. En supposant les tracés de ces aubages en vraie grandeur, nous aurons :

$$s = 2 \text{ mm}, \quad l_2 = 13 \text{ mm}, \quad \frac{m}{\sigma} l_2 = 14,8 \text{ dans le 1}^{\text{er}} \text{ cas,}$$

$$s = 6 \text{ mm}, \quad l_2 = 35 \text{ mm}, \quad \frac{m}{\sigma} l_2 = 16,3 \text{ dans le 2}^{\text{me}} \text{ cas.}$$

D'après la formule (2), on voit par contre que la valeur de  $\frac{m}{\sigma} l_2$  et par conséquent celle de  $\varphi$ , va diminuant depuis le premier aubage jusqu'au dernier, puisque la valeur de  $h$  va augmentant. La valeur de  $\varphi$  n'est qu'une moyenne; mais  $\varphi$  varie très peu. En effet, pour la turbine *Zoelly*,  $h$  passe de 10 à 88 mm; la valeur de  $\frac{m}{\sigma} l_2$  varie entre 18,5 et 12,5; or si l'on suppose que  $\varphi = 0,94$  pour les premiers aubages,  $\varphi$  sera égal à 0,96 pour les derniers, d'après la formule (3) ci-dessus.

Dans le cas d'un aubage d'une roue d'action où la vitesse varie entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , le travail correspondant aux frottements a pour valeur approximative :

$$T_f = k \frac{m}{\sigma} \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} l_2.$$

Si  $\omega_2$  est égal à environ  $0,85 \omega_1$ ,

$$T_f = k \frac{m}{\sigma} 0,86 \omega_1^2 l_2. \quad (3)$$

Pour une même valeur de  $\frac{m}{\sigma}$  et de  $l_2$ , on voit que les pertes dans l'aubage fixe et mobile sont dans le rapport de

$$\frac{0,86}{1} \frac{\omega_1^2}{c_2^2} = 2,58 \frac{\omega_1^2}{c_1^2}.$$

A une valeur de  $\varphi = 0,95$  doit donc correspondre une valeur de  $\psi$  telle que :

$$\frac{1 - \psi^2}{1 - \varphi^2} = 2,58,$$

soit  $\psi = 0,86$ . Ainsi se justifie la valeur de  $\psi = 0,85$  qui paraît relativement élevée par rapport à celle de  $\varphi = 0,95$ .

Ces quelques considérations élémentaires permettent également d'expliquer comment dans les calculs que nous avons faits sur le rendement, les résultats concordent d'une manière constante avec ceux obtenus aux essais, bien que nous ayons pris pour tous les systèmes :

$$\varphi = 0,95, \quad \psi = 0,80.$$

#### Evaluation de la poussée axiale.

Il est facile d'évaluer la poussée axiale pour les turbines d'action, lorsqu'on fait l'hypothèse des tranches parallèles ; en effet, à un élément  $abcd$  qui entre, correspond un élément  $a'b'c'd'$  de même poids qui sort (fig. 50).

Or, on a la relation :

$$\Sigma \bar{f} = \Sigma m \bar{\varphi} = \Sigma \left( \frac{d\bar{m}v}{dt} \right).$$

Si donc nous appelons  $m$  la masse de l'élément  $abcd$ , nous aurons pour variation de la quantité du mouvement dans le temps  $dt$  et dans la direction de l'axe :

$$mc_1 \sin \alpha_1 - mc_2 \sin (180^\circ - \alpha_2);$$

en représentant par  $Q$  le débit et par  $P$  la poussée, nous aurons donc :

$$m = \frac{Q}{g} dt$$

et par conséquent :

$$P = \frac{Q}{g} (c_1 \sin \alpha_1 - c_2 \sin \alpha_2) = \frac{Q}{g} (\omega_1 \sin \beta_1 - \omega_2 \sin \beta_2).$$

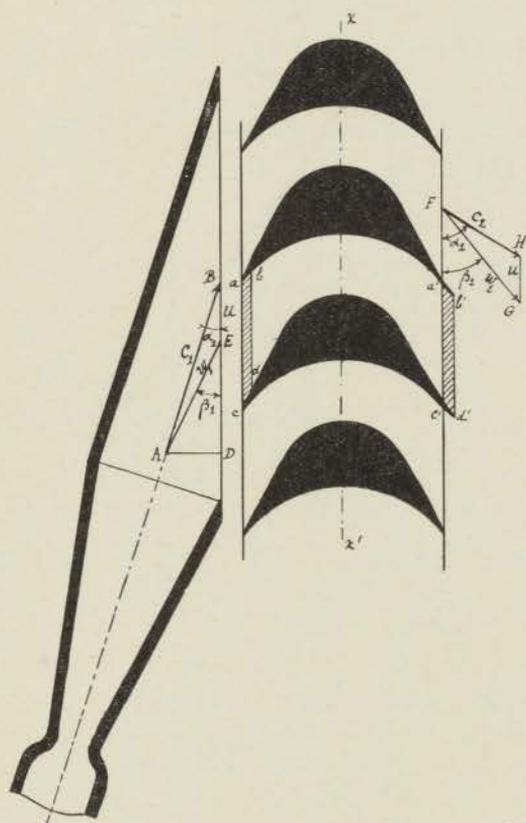


Fig. 50.

Lorsqu'il s'agit d'une roue à réaction, la poussée axiale doit être augmentée de la pression s'exerçant sur toute

la couronne de l'aubage. En appelant  $h$  la hauteur des aubes et  $D$  le diamètre moyen de l'aubage, nous aurons :

$$P' = \frac{Q}{g} (\omega_1 \sin \beta_1 - \omega_2 \sin \beta_2) + \pi D h k (p_1 - p_2),$$

$p_1$  et  $p_2$  représentant les pressions de part et d'autre de l'aubage,  $k$  étant un coefficient de réduction qui ne peut être établi que par l'expérience.

#### Rendement des turbines avec diffuseurs.

Dans la description générale que nous avons faite au chapitre I, nous n'avons pas parlé des turbines avec diffuseurs ; la fig. 51 donne un schéma d'une turbine à

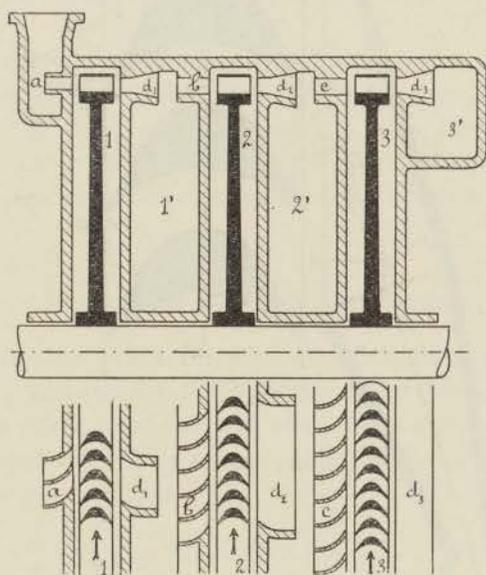


Fig. 51.

trois chutes de pression de ce système. Les diffuseurs  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  constitués par des ajutages divergents ont pour effet de ramener la vitesse du jet de vapeur à la sortie,

de la valeur  $c_2$  à une valeur plus faible, et de retransformer ainsi *en énergie de pression, une partie de l'énergie cinétique*. Pour que cette transformation ait lieu, il faut qu'il n'y ait pas de décollement entre la veine fluide et les parois de l'ajutage; de plus, il faut que les ouvertures, constituant les ajutages, soient exactement remplies par les jets de vapeur, sans quoi la vapeur ambiante de l'espace  $1'$ , par exemple, où règne une pression supérieure à celle de la cellule 1, rentrerait par fuite dans celle-ci, et amènerait des tourbillonnements et des chocs qui détruiraient les jets de la sortie à la roue.

Si nous supposons la turbine construite de façon à réaliser les deux conditions qui viennent d'être indiquées, nous pourrions évaluer l'énergie dépensée par chute de pression à

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} - k^2 \frac{c^2}{2g}.$$

En raison du choc à l'entrée et des frottements dans le diffuseur, la valeur de  $k$  peut être prise égale à  $\psi$  et par conséquent le rendement a pour expression la formule indiquée page 47; nous avons tracé en traits pleins (fig. 23), les courbes correspondant à différentes valeurs de  $\psi$ .

L'emploi des diffuseurs est exceptionnel en raison de la complication qu'il entraîne et du faible bénéfice qu'il procure; *il n'a aucune raison d'être lorsqu'on peut employer l'injection total* puisqu'il est possible d'obtenir le même rendement, en disposant les aubes de telle façon que le fluide à la sortie d'une roue, entre directement et sans choc dans l'aubage fixe suivant; d'autre part, il est assez difficile lorsque l'injection est partielle de disposer les diffuseurs de manière qu'ils soient remplis exactement et complètement par la vapeur sortant des roues. La turbine *Lindmark* dont les premiers essais datent de 1903 et qui est du type à diffuseurs, n'a pas encore pris rang dans l'industrie à l'heure actuelle.

## TABLE DES MATIÈRES

	Pages.
Préface . . . . .	I
Table des notations adoptées dans l'ouvrage . . . . .	III
Errata . . . . .	IV
—	
<b>Introduction</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I.</b>	
<b>Classification des différents types de turbines</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>Description schématique et fonctionnement.</b> . . . . .	<b>3</b>
<i>A. Turbines d'action.</i>	
1) Turbine à disque simple . . . . .	3
2) Turbine à chutes de vitesse . . . . .	5
3) Turbine à chutes de pression . . . . .	8
4) Turbine à chutes de pression et de vitesse . . . . .	10
<i>B. — Turbines à réaction.</i>	
1) A réaction totale . . . . .	12
2) A réaction partielle . . . . .	13
<b>CHAPITRE II.</b>	
<b>Rappel de quelques notions fondamentales</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>Théorie des turbines à vapeur</b> . . . . .	<b>25</b>
Formule I . . . . .	26
Formule II. . . . .	28
Formule III . . . . .	29
Formule IV . . . . .	30
<b>Ecoulement de la vapeur dans une tuyère</b> . . . . .	<b>32</b>
A. Ecoulement adiabatique. . . . .	32
B. Ecoulement avec frottement . . . . .	36
<b>Ecoulement de la vapeur dans un aubage mobile.</b> . . . . .	<b>39</b>
A. Ecoulement adiabatique . . . . .	39
B. Ecoulement avec frottement . . . . .	40
<b>Rendement indiqué des différents systèmes</b> . . . . .	<b>42</b>
<i>A. Systèmes d'action.</i>	
1) Turbine à un disque . . . . .	42
2) Turbine à plusieurs chutes de pression. . . . .	46
1 <sup>er</sup> cas . . . . .	46
2 <sup>e</sup> cas . . . . .	50
Problème . . . . .	51

	Pages.
3) Turbine à deux chutes de vitesse . . . . .	54
1 <sup>er</sup> cas . . . . .	54
2 <sup>e</sup> cas . . . . .	56
4) Turbine à trois chutes de vitesse . . . . .	59
B. <i>Systèmes à réaction.</i>	
Turbines à plusieurs chutes de pression . . . . .	62
Remarques . . . . .	65
Conclusions . . . . .	68
<b>Rendement effectif des différents systèmes.</b> . . . .	75
Remarques . . . . .	76
Problème . . . . .	77
Conclusions . . . . .	80
<b>Calcul de la consommation</b> . . . . .	
Calcul de la consommation théorique . . . . .	88
Évaluation des fuites . . . . .	89
Calcul de la consommation totale . . . . .	91

## CHAPITRE III.

<b>Calcul des dimensions principales des turbines</b> . . . . .	93
A. <i>Turbines d'action.</i>	
1) <i>Turbine à une chute de pression</i> . . . . .	94
Calcul du diamètre de la roue . . . . .	95
» des tuyères . . . . .	96
» des dimensions des aubes mobiles . . . . .	97
» du rendement . . . . .	99
Description de la turbine . . . . .	102
2) <i>Turbine à deux chutes de pression</i> . . . . .	103
Calcul du diamètre des roues . . . . .	103
» des tuyères . . . . .	104
» des aubages mobiles . . . . .	109
Description de la turbine . . . . .	109
Rendement . . . . .	110
3) <i>Turbine à 10 chutes de pression</i> . . . . .	110
Diamètre des roues . . . . .	111
Calcul des aubages fixes . . . . .	112
» des aubages mobiles . . . . .	117
Description de la turbine . . . . .	117
Calcul du rendement . . . . .	118
4) <i>Turbine à éléments à une et deux chutes de vitesse,</i> <i>combinés.</i> . . . . .	121
Description de la turbine . . . . .	122
Calcul du rendement . . . . .	123
B. <i>Turbines à réaction.</i>	
1) <i>Turbine entièrement à réaction.</i> . . . . .	123
Dimensions des aubages fixes et mobiles . . . . .	133

	Pages.
Description de la turbine . . . . .	133
Calcul du rendement . . . . .	134
2) <i>Turbine à réaction, avec éléments à haute pression fonctionnant par action</i> . . . . .	137
Description de la turbine . . . . .	138
Rendement . . . . .	138
3) <i>Turbine avec éléments à action et à réaction combinés</i> . . . . .	139
Description de la turbine . . . . .	140
Rendement . . . . .	140
<b>Conclusions.</b>	
Au point de vue de la détermination des dimensions . . . . .	140
Au point de vue des avantages et des inconvénients des différents systèmes . . . . .	141
Au point de vue du rendement . . . . .	142

## CHAPITRE IV.

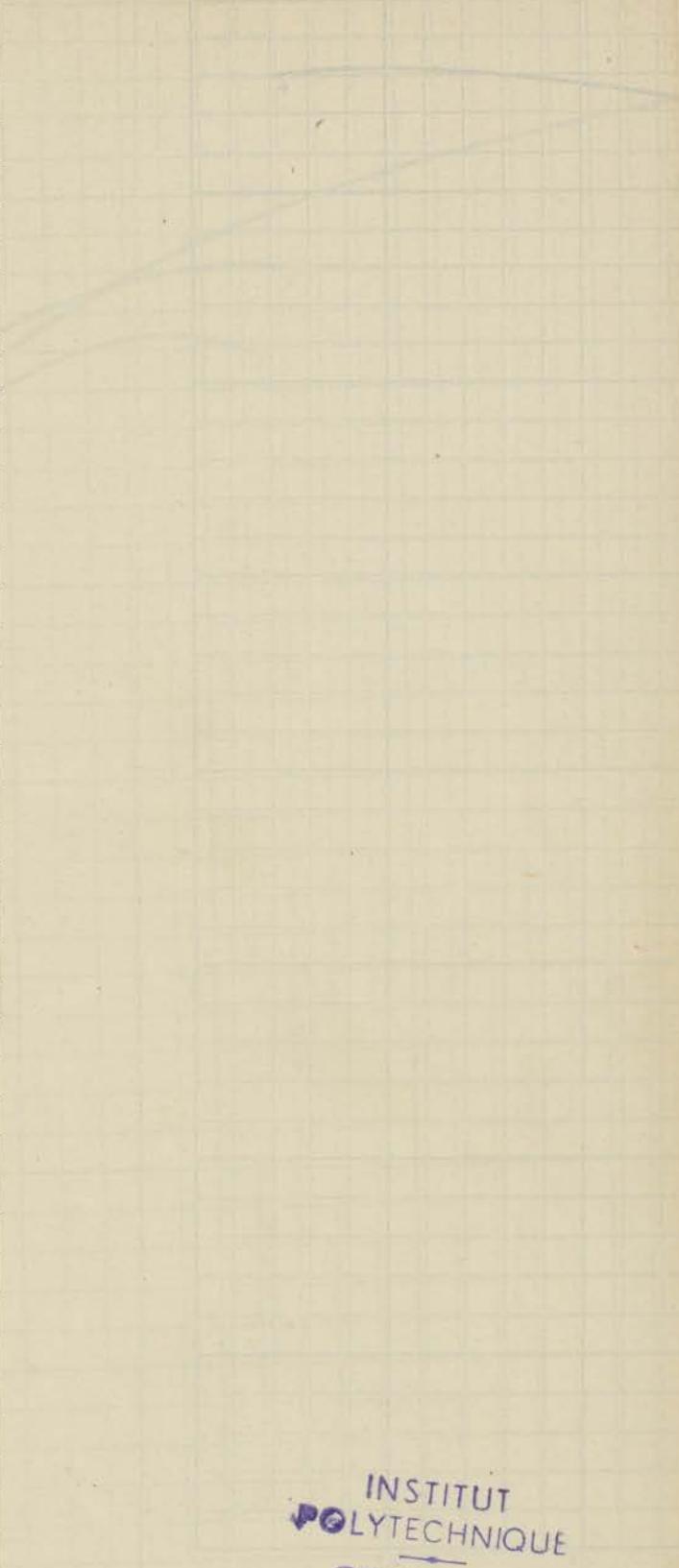
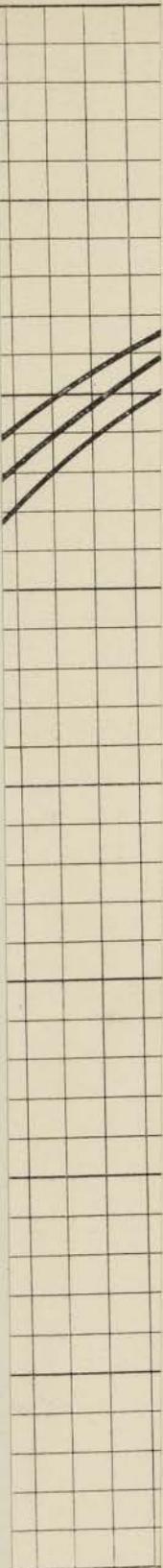
<b>Réglage des turbines. Consommation en fonction de la charge</b> . . . . .	143
Rendement en fonction de la charge . . . . .	143
Consommation en fonction de la charge . . . . .	151
Réalisation mécanique du réglage . . . . .	153
<b>Influence de la pression, de la surchauffe et du vide sur la consommation</b> . . . . .	154
Influence de la pression . . . . .	154
Influence de la surchauffe . . . . .	155
Influence de l'augmentation du vide . . . . .	156
<b>Avantages particuliers des turbines.</b> . . . . .	157
<b>Conclusions.</b> . . . . .	158

## APPENDICE.

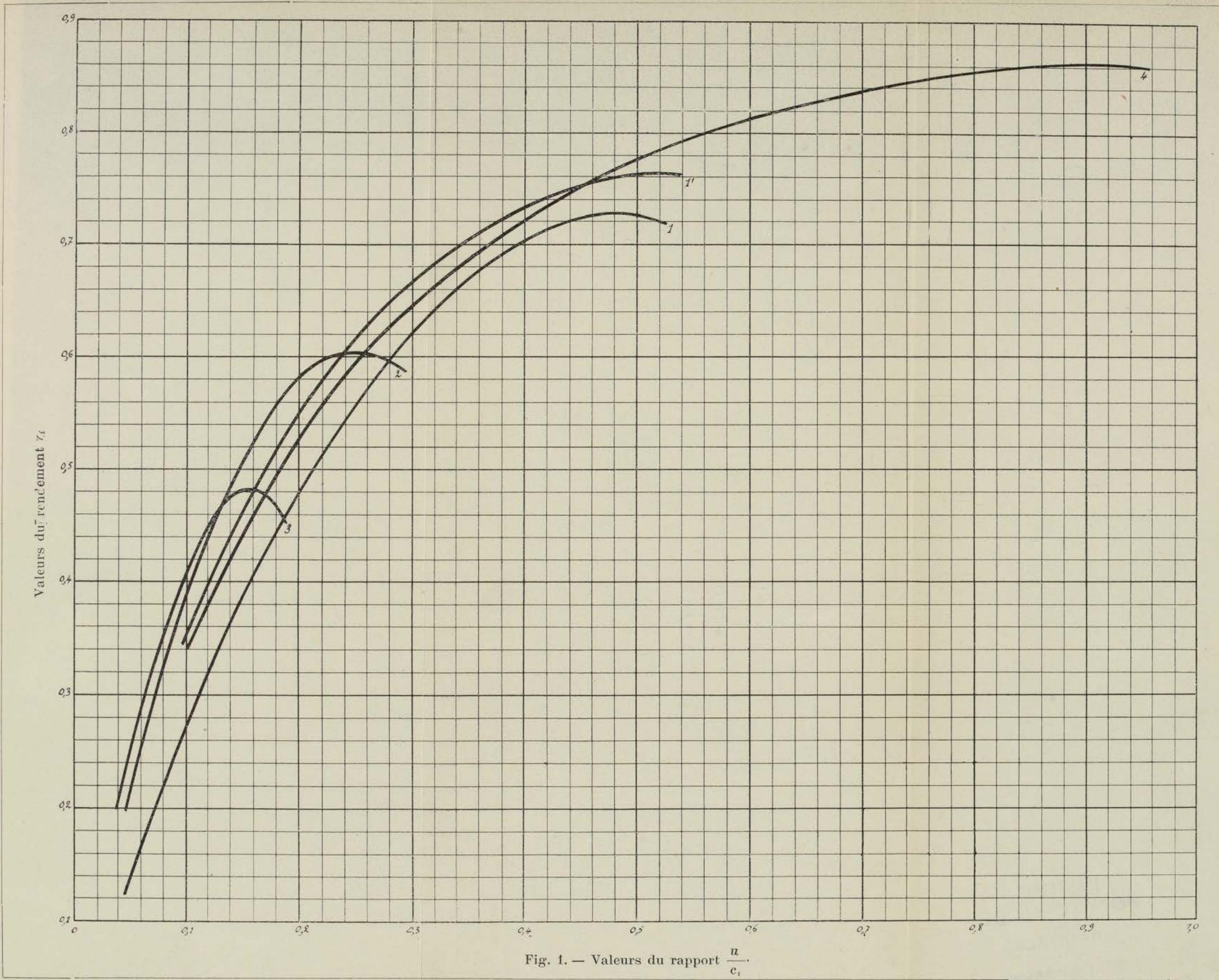
<b>A propos de l'hypothèse des tranches parallèles</b> . . . . .	159
Problème . . . . .	162
Remarques . . . . .	163
<b>Calcul du coefficient <math>\mu'</math> de la loi de détente dans un aubage fixe.</b> . . . . .	165
Problème . . . . .	166
<b>A propos des coefficients <math>\varphi</math> et <math>\psi</math></b> . . . . .	167
<b>Evaluation de la poussée axiale</b> . . . . .	170
<b>Rendement des turbines avec diffuseurs</b> . . . . .	172

INSTITUT  
 POLYTECHNIQUE  
 ———  
 GRENOBLE  
 ———  
 Bibliothèque

TU



INSTITUT  
POLYTECHNIQUE  
GRENOBLE  
Bibliothèque





Turbines  
de  
différents systèmes,  
de la puissance  
de 700 chx. effect.  
à 2500 tours.

—0—

Echelle  $\frac{1}{10}$

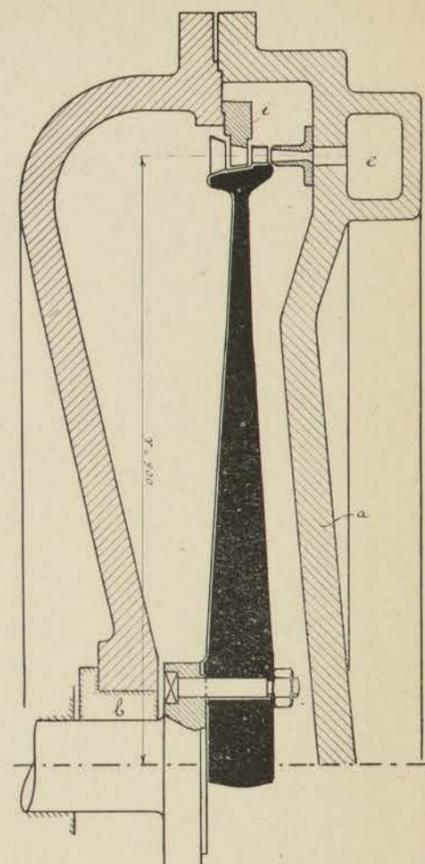


Fig. 37.

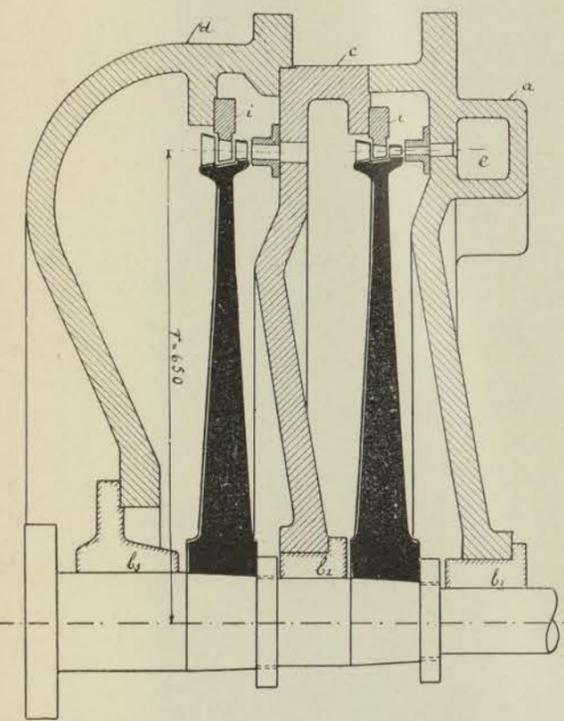


Fig. 38.

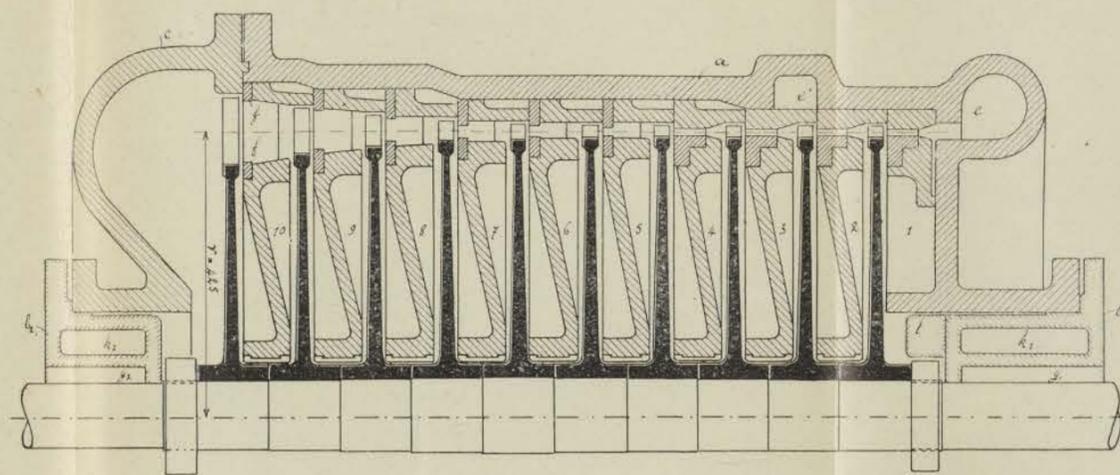


Fig. 40.

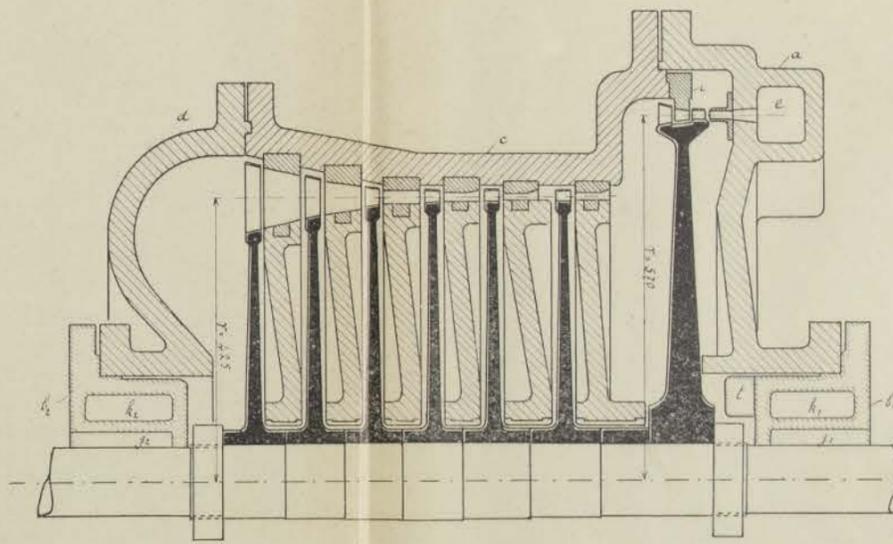


Fig. 41.

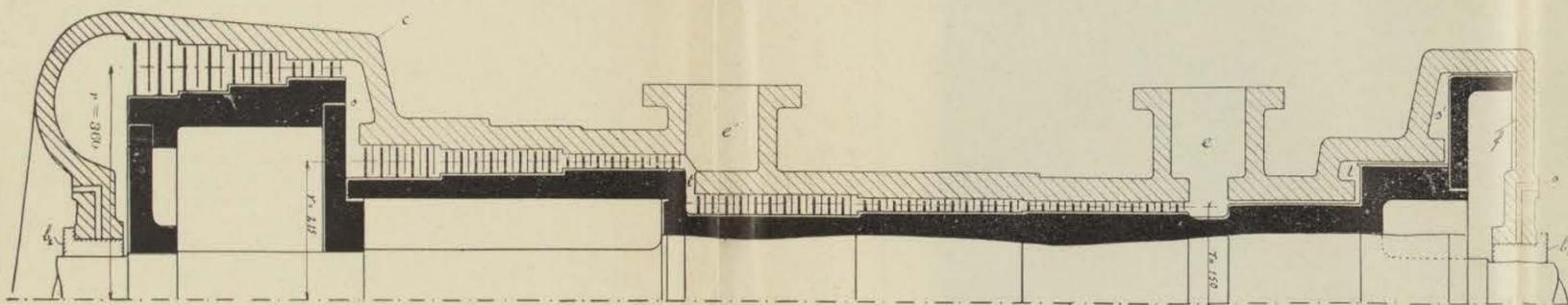


Fig. 43.

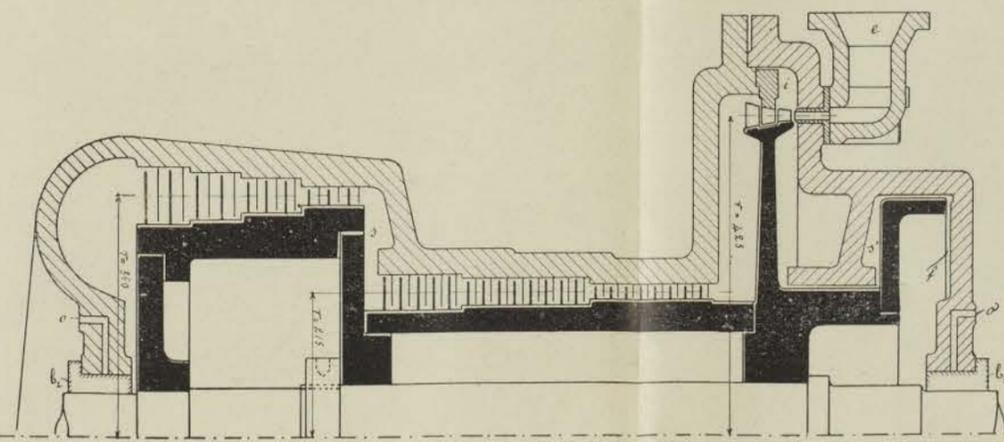


Fig. 45.

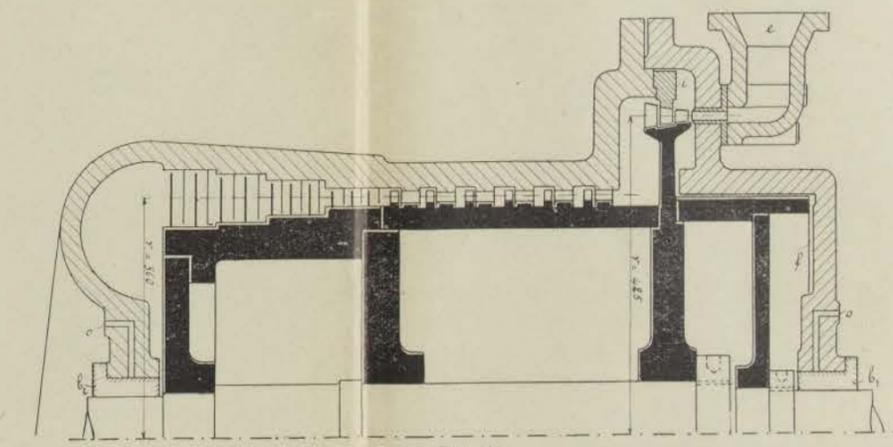


Fig. 46.

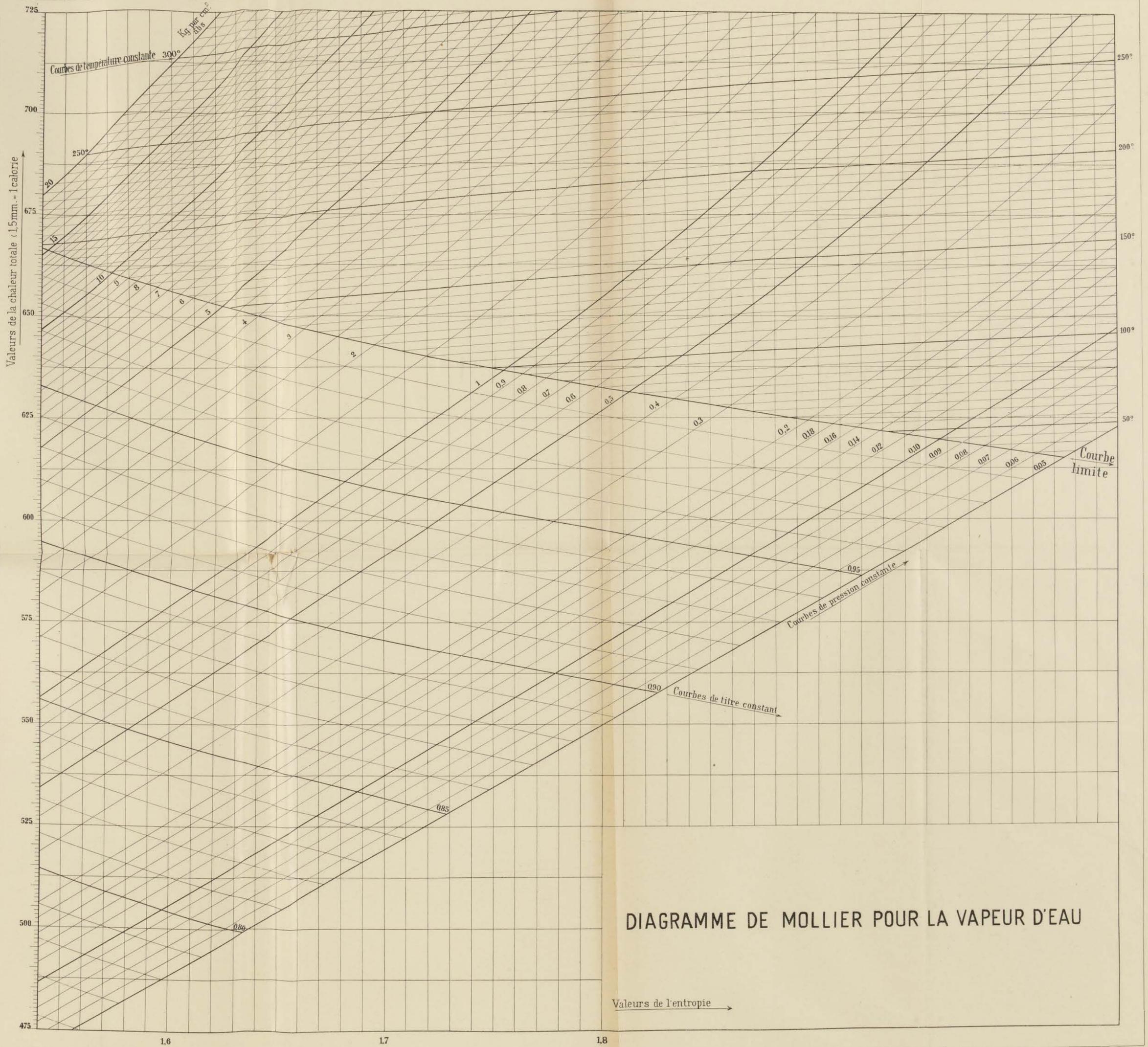


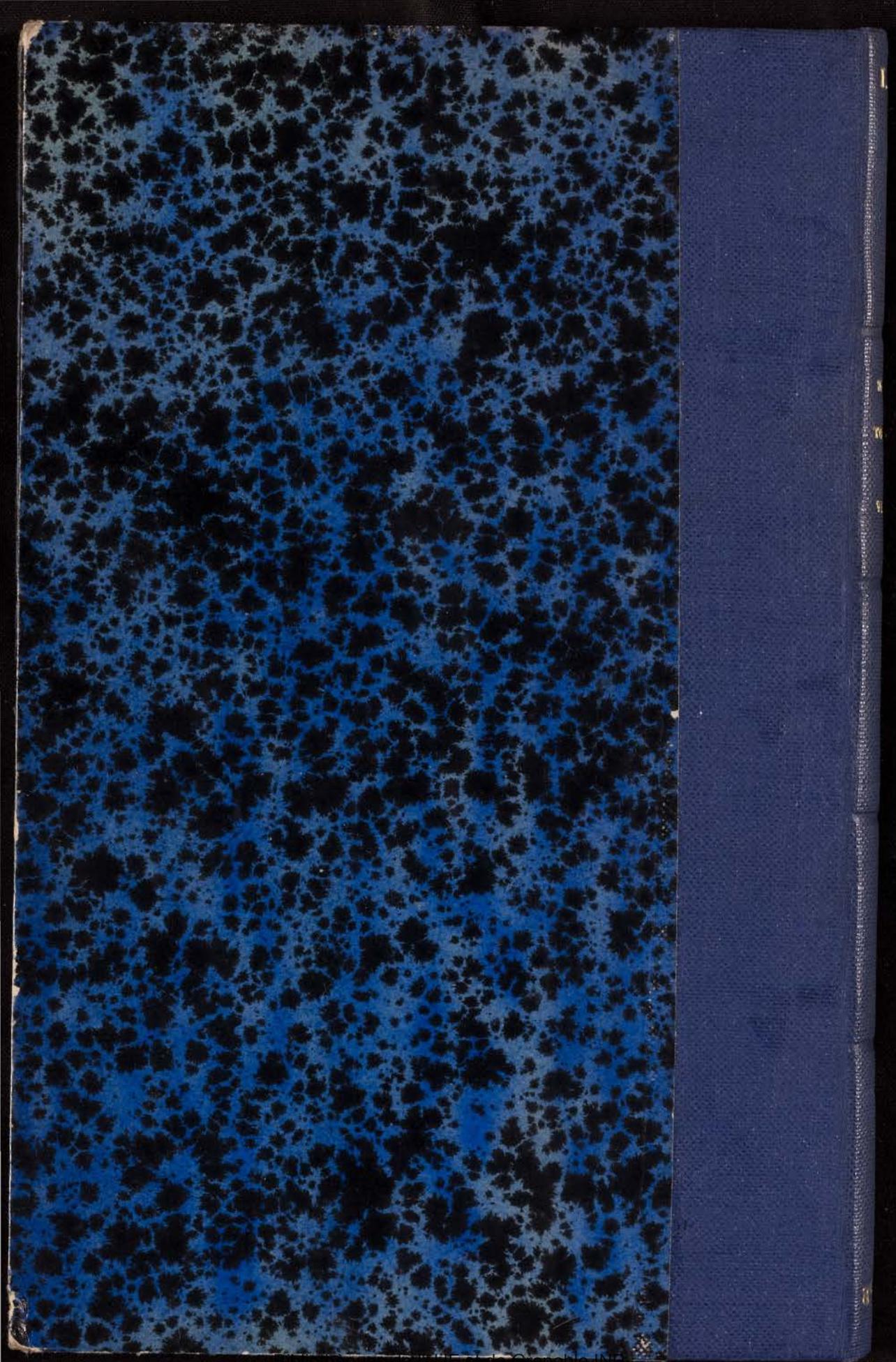
DIAGRAMME DE MOLLIER POUR LA VAPEUR D'EAU











I.P.G.

LANOCO

TURBINES

A

VAPEUR

8° 403