

## NOTE SUR LE TRACÉ DES AUBES DES TURBINES HYDRAULIQUES

PAR

M. Ch. HANOCQ

La théorie des turbo-machines que nous avons exposée dans un des mémoires du présent Congrès permet de déterminer quand on se fixe un rendement limite, les dimensions de la roue d'une turbine hydraulique à réaction partielle répondant aux trois données :

Q   H'   N.

Toutefois, cette détermination ne peut se faire d'une façon mathématique que pour des données conduisant au type centripète.

Lorsque ces données correspondent à un type hélico-centripète ou à un type mixte, le problème est plus complexe et n'est susceptible d'être résolu que par approximations successives, en regardant la roue comme constituée d'un certain nombre de roues partielles juxtaposées, fonctionnant en parallèle.

On conçoit combien délicate est la question du tracé des aubes de ces roues hélico-centripète ou mixte dont chacune des roues partielles doit être tracée pour donner autant que possible le même degré de réaction à la même vitesse de rotation  $N$  et sous la même hauteur de chute  $H'$ .

Nous examinerons ici comment, en partant des équations générales que nous avons établies antérieurement, il est possible d'arriver par tâtonnements, à la solution de cette question.

Il importe toutefois, pour rendre cet exposé plus clair, de donner quelques indications sur le tracé des aubes des turbines centripètes pures.

### A. — Turbine centripète

Le calcul des dimensions en partant de la théorie, conduit aux valeurs numériques :

- 1° Des rayons  $r_1$  et  $r_2$  extérieur et intérieur ;
- 2° Des largeurs  $l_1$  et  $l_2$  de l'entrée et de la sortie ;

3° Des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  que font les aubes avec les tangentes menées respectivement à la périphérie de la roue et au cercle intérieur de l'aubage (1).

La première condition à réaliser dans le tracé d'une roue centripète est donc celle que les aubes coupent les circonférences extérieures et intérieures de l'aubage, sous les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  calculés.

La seconde condition à réaliser est que les sections normales à l'axe des canaux formés par deux aubes voisines, ne croissent pas trop rapidement et ne varient pas trop brusquement en direction, afin de réduire autant que possible les pertes par tourbillonnements.

Il est aisé de se rendre compte que cette condition implique tout d'abord que le rapport  $\frac{s}{e}$  de la longueur  $s$  développée du canal, à l'épaisseur moyenne  $e$  de celui-ci, atteigne une certaine valeur que l'on peut se fixer égale à 4.

Pour simplifier, supposons tout d'abord que les rayons  $r_1$  et  $r_2$  soient relativement grands par rapport à  $(r_1 - r_2)$ ; nous pourrions rectifier l'arc compris entre deux aubes suivant la tangente et porter les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  résultant du calcul, sur la figure 1, suivant les directions 11', 22'.

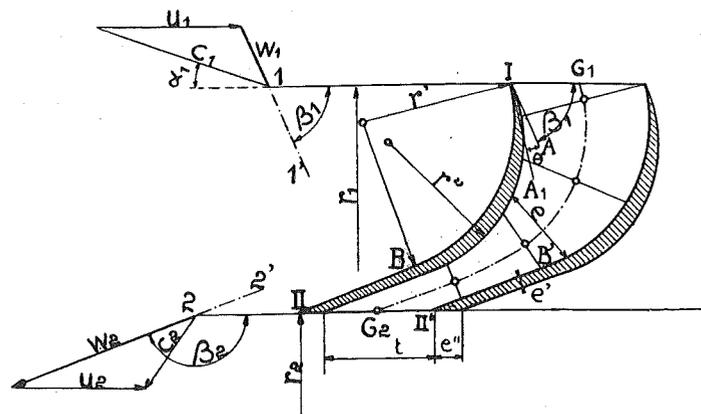


Fig. 1.

L'aube ayant une certaine épaisseur, nous l'amincirons à l'entrée de façon que la tangente au dos soit orientée suivant 11', et que la tangente à la face active fasse avec la première un angle  $\theta$  aussi petit que possible, pratiquement 8 à 10°.

L'aube devant être plane à la sortie sur une certaine longueur de façon que l'orientation des filets soit bien assurée suivant l'angle

(1) Voir mémoire sur *Les courbes et coefficients caractéristiques des turbo-machines*.

prévu  $\beta_2$ , nous aurons à compléter le tracé par un arc de cercle tangent à la direction I A<sub>1</sub>, d'une part, à la direction II B d'autre part.

Le point B étant indéterminé, nous pourrions réaliser plusieurs tracés et, en dessinant deux aubes voisines identiques, nous pourrions comparer la valeur relative de ceux-ci quant à la variation des sections successives et à la longueur développée du canal formé par ces aubes.

Avec une distance moyenne  $e$  comprise entre 1/4 et 1/5 de la longueur développée de l'axe G<sub>1</sub> G<sub>2</sub> du canal, et un point B situé sur la perpendiculaire élevée en II', sur la direction de l'aube II'B', on obtient un tracé d'aubage qui paraît satisfaisant.

En écartant davantage les aubes, on compromettrait de plus en plus l'orientation des filets, ce qui entraînerait un accroissement de pertes par tourbillonnements; en les rapprochant, on ferait croître les pertes par frottement, puisque celles-ci sont fonction du rapport  $\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$  dont la valeur est donnée par :

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m = \frac{2(l+e)}{l \times e} \quad (1)$$

$l$  désignant la largeur moyenne de l'aubage.

La multiplication du nombre d'aubes aurait pour autre inconvénient d'accroître les pertes à l'entrée: par suite, en effet, de la variation brusque de section qui se présente au moment du passage des aubes mobiles en face des aubes fixes, des perturbations dans l'écoulement se produisent dont la fréquence est évidemment d'autant plus grande que le nombre d'aubes est plus élevé.

De ces considérations, on peut conclure qu'il existe un nombre d'aubes plus favorable que tous les autres, mais que la pratique seule peut déterminer approximativement; ce nombre paraît correspondre à un rapport  $\frac{s}{e}$  compris entre 4 et 5.

Nous avons exécuté (fig. 2) le tracé correspondant à des angles :

$$\beta_1 = 95^\circ \quad \beta_2 = 155^\circ$$

moins différents l'un de l'autre que dans le tracé de la figure 1 et qui se rapprochent davantage des angles généralement adoptés pour les turbines à réaction. Comme on peut le constater, les sections varient beaucoup moins brusquement à la fois en étendue et en direction.

Nous avons indiqué (fig. 2) la méthode géométrique permettant de tracer un arc de cercle tangent au point B à la direction IIB et coupant le bord d'entrée sous l'angle  $(\beta_1 + \theta)$ . Le centre O de cet arc de cercle se trouve à l'intersection des perpendiculaires élevées en B sur la direction II B et en I sur la direction IA<sub>1</sub>, le point I ayant été déterminé en traçant la droite BI faisant avec l'horizontale l'angle  $\gamma$

$$\gamma = 180^\circ - \frac{\beta_2 + (\beta_1 + \theta)}{2}$$

Le tracé des aubes étant réalisé comme nous venons de l'indiquer, il reste à déterminer le profil de l'aubage, c'est-à-dire la variation de la largeur  $l$  avec  $r$ , depuis  $l_1$  jusqu'à  $l_2$  correspondant au rayon intérieur.

Il est logique de déterminer  $l$  de manière que la *vitesse relative moyenne aille croissant ou décroissant progressivement* suivant une loi se rapprochant par exemple de

$$w = w_1 + k_1 s \quad (2)$$

$s$  désignant la longueur de l'axe développé à partir de  $G_1$ .

En s'imposant la loi de variation linéaire indiquée en pointillé sur la figure 2<sup>b</sup>, on aboutit au profil convergent divergent pointillé; il suffit d'écrire l'équation de continuité :

$$w \times e \times l = w_1 \times e_1 \times l_1$$

pour obtenir la valeur de  $l$  en chacun des points 1, 2, 3 de l'axe  $G_1 G_2$  :

$$l = \frac{w_1 \times e_1 \times l_1}{e \times w} \quad (3)$$

En adoptant le profil hachuré, on s'écarte un peu de la loi représentée par la formule (2), mais on évite à la fois une complication de forme et un profil trop divergent qui pourrait entraîner le décollement de la veine et la formation de remous.

Avec des rayons  $r_1$  et  $r_2$  très différents l'un de l'autre, la construction que nous venons d'indiquer se modifie nécessairement. A la partie rectiligne II B de l'aube tracée figure 2, qui ne détermine aucune déviation du fluide et, par conséquent, ne subit aucune réaction, on substitue généralement un arc de développante. Cette dévelop-

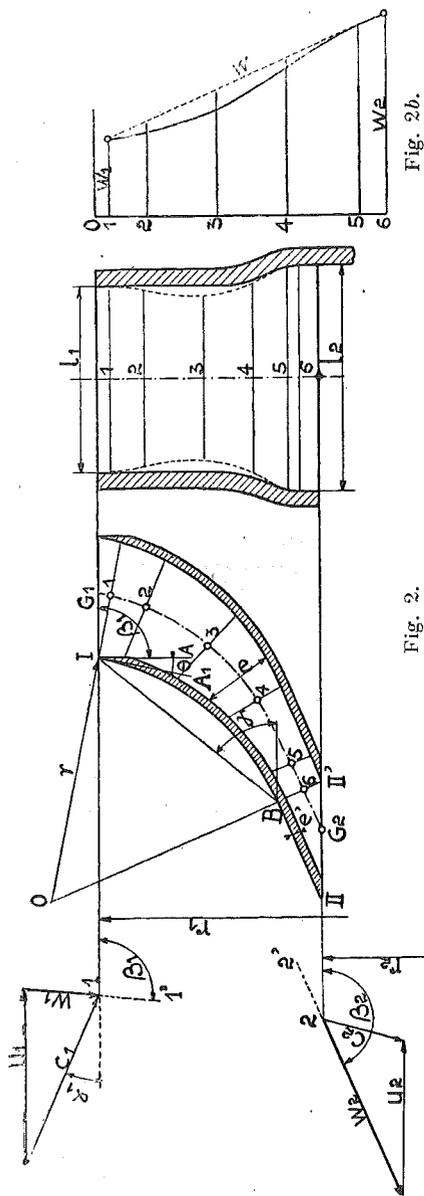


Fig. 2.

pante remplace la spirale logarithmique qui est la trajectoire que prennent les éléments d'une masse fluide s'écoulant *librement* entre deux flasques ; pour autant que l'arc de développante puisse se substituer à la spirale sans logarithmique différence appréciable, on peut donc dire que cette partie de l'aubage ne subira, comme dans le cas précédent, aucune réaction du fluide.

Pour calculer le rayon  $r_2'$  du cercle passant par le point de tangence des deux courbes IB et BII (fig. 3), imposons-nous la condition que l'aube II' I' ait son origine II' au point d'intersection de la normale commune avec la circonférence de rayon  $r_2$  ; dans cette hypothèse, nous aurons les relations suivantes, en désignant par  $r$  le rayon du cercle tangent à la normale B C et, par  $n'$ , le nombre d'aubes

$$r = r_2' \sin (180^\circ - \beta_2) \quad (4)$$

$$B II' = \frac{2 \pi r}{n'} \quad (5)$$

cette dernière constituant une propriété des courbes développantes II B, II B' engendrées par le roulement sur le cercle O C de la droite CII'B. Si nous ajoutons cette troisième

$$B II' = \frac{r_2' - r_2}{\cos (180^\circ - \beta_2)} \quad (6)$$

nous voyons que nous pourrions déterminer  $r$  et  $r_2'$ , en nous imposant un nombre d'aubes  $n'$ .

Nous pourrions vérifier si le nombre d'aubes choisi conduit à un rapport  $\frac{s}{e} =$

4 environ.

L'arc de développante IIB est remplacé par l'arc de cercle du rayon C B. Quant à l'autre partie BI de l'aube, nous pourrions la tracer d'un seul arc de cercle, le centre O étant choisi pour qu'il coupe les circonférences de rayon  $r_2'$  et  $r_1$  respectivement sous les angles  $\beta_2$  et  $\beta_1$ .

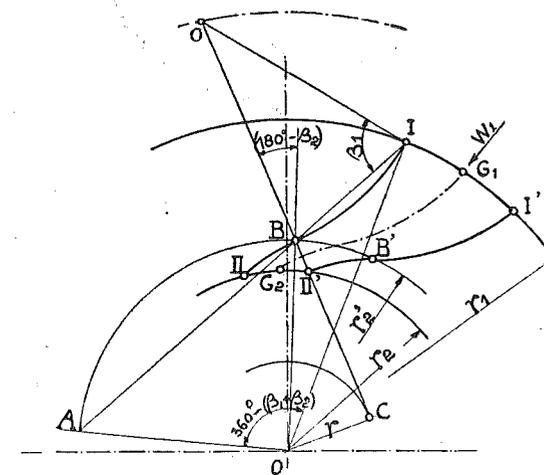


Fig. 3.

Pour trouver le centre  $O$ , on tracera l'angle au centre  $AO'I$  égal à  $360^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ , puis la droite  $AI$ ; au point d'intersection  $B$ , avec le cercle de rayon  $r_2'$ , on mènera la droite  $BO$  faisant avec le rayon  $O'B$  l'angle  $(180^\circ - \beta_2)$  et, au point  $I$ , on mènera  $IO$  faisant, avec  $IB$ , l'angle  $\beta_1$ .

En ce qui concerne le profil de la roue, on pourra suivre le même raisonnement que ci-dessus en faisant appel à l'équation de continuité (3).

Il est à remarquer que nous ne pouvons parler dans ce calcul que de *vitesse moyenne*, car même en faisant abstraction de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois, on ne peut admettre que la vitesse soit constante pour tous les points d'une même section normale, en raison de la courbure prononcée de l'axe du canal.

Le calcul des largeurs  $l$  de la roue basé sur l'équation de continuité (3) et sur la notion de la vitesse moyenne  $w$ , ne constitue donc qu'une méthode relativement grossière de proportionner l'aubage. On peut même contester la valeur de l'hypothèse initiale que comporte ce calcul à savoir que les filets fluides orientés suivant  $w_1$  (fig. 4) ne sont déviés par les aubes que dans la section normale à l'axe ( $a_1c$ ) et cessent d'être influencés par ces aubes quel que soit leur tracé, à partir de la section

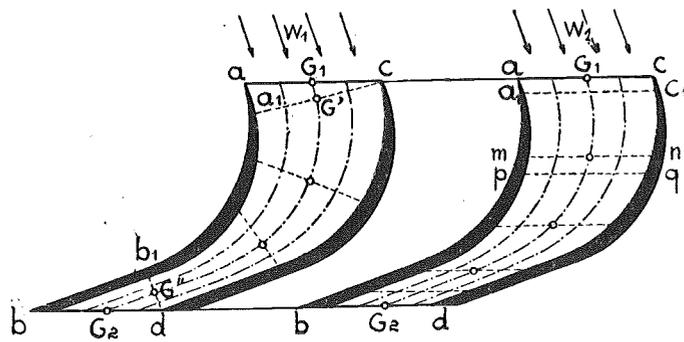


Fig. 4.

Fig. 5.

( $db_1$ ), car supposer cela c'est admettre implicitement que, dans les formules théoriques, les valeurs  $u_1$  et  $u_2$  désignent non pas les vitesses des extrémités des aubes, mais bien les vitesses des centres de gravité  $G'$  et  $G''$  et nous pouvons dire, bien que nous n'ayons eu l'occasion d'expérimenter que sur des pompes centrifuges, que cette conclusion est controuvée par les faits.

Si, en effet,  $u_1$  devait désigner la vitesse du centre de gravité  $G'$ , de la section ( $ca_1$ ), cette vitesse irait se rapprochant de la vitesse périphérique de l'aubage, à mesure que le nombre d'aubes irait croissant; en opérant avec des nombres d'aubes de plus en plus grands, toutes les autres proportions restant inchangées, on devrait ainsi constater

que la hauteur d'élevation  $H'$  et le travail  $T_i$  absorbé par kg. de fluide débité, augmentent comme les valeurs de  $u_1^2$ . Or, il n'en est rien; tandis que  $H'$  augmente très peu,  $T_i$  augmente proportionnellement beaucoup, plus et ni l'un ni l'autre ne croissent comme  $u_1^2$ .

Il est donc permis de dire que la manière de schématiser le phénomène de l'écoulement du fluide que nous avons admise dans ce qui précède, est aussi éloignée, si pas davantage, de la réalité que cette autre qui consiste à regarder les éléments d'une tranche ( $ac$   $a_1c_1$ ) (fig. 5) comme étant tous déviés dès leur entrée et comme cheminant avec la même vitesse le long de leur trajectoire, ce qui revient à supposer un déplacement par tranches concentriques (parallèles dans l'hypothèse d'un rayon infini).

Il est donc extrêmement intéressant de rechercher, en faisant abstraction des perturbations apportées par la viscosité du fluide et la rugosité des parois, la condition à réaliser pour que tous les éléments d'une même tranche aient la même vitesse  $w$ , c'est-à-dire pour que

$$w_a = w_1 = w_c \quad (7)$$

$$w_m = w = w_n \quad (8)$$

$$w_b = w_2 = w_d \quad (9)$$

Cette condition peut s'exprimer analytiquement par la relation :

$$\varphi_p \times r = C^{te} \quad (10)$$

$\varphi_p$  désignant l'accélération tangentielle du mouvement absolu d'un élément quelconque situé à une distance  $r$  de l'axe de rotation  $O$ . Cette relation donne lieu à l'équation différentielle

$$d \left[ u(r + w \cos \beta) \right] = k' \frac{dr}{w \sin \beta} \quad (11)$$

susceptible d'une intégration graphique, si l'on s'impose à priori une loi de variation de  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$ . Nous l'appliquerons à la recherche du tracé de l'aube d'une turbine centripète caractérisée par les dimensions suivantes :

$$r_1 = 0 \text{ m. } 885 \quad l_1 = 0 \text{ m. } 220 \quad r_2 = 0 \text{ m. } 480 \quad l_2 = 0 \text{ m. } 340, \\ \alpha_1 = 24^\circ \quad 180^\circ - \beta_2 = \alpha_1 = 24^\circ.$$

et fonctionnant à la vitesse

$$N = 250$$

avec un coefficient

$$x = \frac{u_1}{c_1} = 1,31.$$

Nous pouvons déduire de ces données

$$u_1 = 23 \text{ m } 15 \quad c_1 = \frac{u_1}{v} = 17 \text{ m. } 70.$$

$$n = \frac{1}{m} \times \frac{1}{v} \times \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{1}{0,55} \times \frac{1}{1,55} = 1,175$$

$$w_2 = nc_1 = 20 \text{ m. } 75$$

et tracer le triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie de façon à en déduire :

$$w_1 \sin \beta_1 = 6,60$$

$$w_2 \sin \beta_2 = 7,70.$$

Ces valeurs étant connues, nous porterons à partir de OY (fig. 6, pl. I) les valeurs des rayons  $r_1$  et  $r_2$ , puis en ordonnées à partir de  $ox$ ,  $w_1 \sin \beta_1$  et  $w_2 \sin \beta_2$ .

En nous fixant ensuite une loi de variation de  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$  telle que celle représentée par la courbe (a), nous pourrions effectuer l'intégration graphique

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{w \sin \beta}$$

La loi choisie arbitrairement devra conduire tout calcul fait à une variation de  $w$  en fonction de  $s$  se rapprochant de celle donnée par l'équation :

$$w = w_1 + k_1 s.$$

En modifiant éventuellement la forme de la courbe (a), on pourra toujours faire qu'il en soit ainsi.

En vue d'effectuer l'intégration graphique, divisons la longueur ( $r_1 - r_2$ ) en 8 parties égales et rabattons sur la direction  $ox$  les valeurs de  $w \sin \beta$  mesurées aux différents points de division. Choisissons un pôle  $p$  et joignons ce pôle aux différents points ainsi trouvés,  $s$  et  $l$  correspondant aux valeurs extrêmes  $w_1 \sin \beta_1$  et  $w_2 \sin \beta_2$ .

Si, par  $o$ , nous menons une parallèle à  $p s$ , nous obtiendrons, à l'intersection avec l'ordonnée passant par 1, une longueur  $\Delta y$  telle que

$$\frac{\Delta y}{\Delta r} = \frac{a}{w \sin \beta}$$

soit :

$$\Delta y = a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

Pour la division (1, 2), nous obtiendrons de la même manière la valeur correspondante  $\Delta y$ , si bien que l'ordonnée totale (88') représentera

$$\sum_{r_1}^{r_2} a \frac{\Delta r}{w \sin \beta}$$

et à la limite

$$\int_{r_1}^{r_2} a \frac{dr}{w \sin \beta}$$

Or, en vertu de la relation (11), la valeur de cette intégrale est égale à la différence :

$$r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1) = -17,55.$$

Nous pouvons donc calculer l'ordonnée  $y_1$  initiale de la courbe (b), en posant :

$$\frac{y_1}{(88')} = \frac{r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}{r_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) - r_1 (u_1 + w_1 \cos \beta_1)}$$

Les données du problème fournissent pour valeur du second nombre 0,827 ; d'où, à l'échelle du dessin :

$$y_1 = (88') \times 0,827 = 28,1 \text{ mm.}$$

Traçons l'axe OX à la distance  $y_1$  de  $ox$  ; la courbe (b) rapportée à cet axe donnera en fonction de  $r$  :

$$r (u - w \cos \beta)$$

Pour obtenir la valeur de  $(u - w \cos \beta)$ , il suffira de diviser les ordonnées de cette courbe par  $r$ . Cette division peut se faire graphiquement ; pour obtenir directement la vitesse à l'échelle adoptée de

$$1 \text{ mm.} = 0,4 \text{ m/sec,}$$

il suffit de choisir l'unité polaire  $a_1$  de manière que l'on ait :

$$P b = 40,7$$

40,7 représentant à l'échelle, la valeur de :

$$u_1 + w_1 \cos \beta_1 = 16 \text{ m. } 30.$$

Nous avons indiqué sur la figure 6 la construction pour les deux points extrêmes  $b$  et  $c$ .

Connaissant la courbe (c), il est possible d'en déduire immédiatement  $w \cos \beta$ , en soustrayant de chacune de ses ordonnées la valeur correspondante de  $u$ .

Ces valeurs de  $u$  étant données par la droite (d) passant par l'origine O, il sera possible de mesurer  $w \cos \beta$  et, par le tracé du triangle ayant pour côtés  $w \cos \beta$  et  $w \sin \beta$  fourni par la courbe (a), de déterminer  $w$ .

Pour le tracé de l'aube, voici comment nous avons procédé : nous avons tracé au point O choisi arbitrairement sur la circonférence de rayon  $r_1$  et de centre  $O_1$ , le triangle des vitesses à l'entrée et prolongé

la direction de  $w_1$  jusqu'à l'intersection avec la circonférence passant par le premier point de division 1 de la longueur  $(r_1 - r_2)$ . Sur le rayon passant par I, nous avons porté ensuite la longueur représentant  $w \sin \beta$  correspondante, et à l'extrémité de ce vecteur, nous avons élevé une perpendiculaire et mesuré sur celle-ci la valeur à l'échelle de  $w \cos \beta$ ; en joignant le point I à l'extrémité du vecteur  $w \cos \beta$ , nous avons obtenu en ce point,  $w$  en grandeur et direction. En répétant de proche en proche la même construction, nous avons obtenu les points O, I, II... VIII; seuls, les quatre premiers triangles construits ont été maintenus sur la figure 6.

La courbe inscrite dans le polygone O, I... VIII peut être considérée comme la forme de l'aube répondant à la condition que nous nous sommes imposée

$$\varphi_p \times r = c^{\text{te}}$$

En choisissant un pas de l'aubage et une épaisseur d'aube tels que l'axe O VIII du canal soit compris entre 4 et 5 fois la largeur moyenne, nous aurons résolu le problème posé.

Il nous restera à déterminer le profil de la roue. Auparavant, il convient de nous rendre compte de la manière dont varie  $w$  en fonction de  $s$ .

Nous avons, à cet effet, porté sur OP, à partir de P, la longueur développée du canal et obtenu en traçant les ordonnées  $w$ , la courbe ST qui correspond sensiblement à une loi de variation linéaire de  $w$  en fonction de  $s$ . La loi de variation adoptée pour  $w \sin \beta$  en fonction de  $r$  que nous nous sommes fixée, en nous donnant la courbe (a), peut donc être considérée comme satisfaisante.

Pour rechercher à présent le profil de la roue, nous ferons appel à l'équation du débit qui donne

$$l = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta} \times \frac{1}{rk'} \quad (12)$$

Nous déterminerons tout d'abord le facteur :

$$A = \frac{Q}{2\pi} \times \frac{1}{w \sin \beta}; \quad (13)$$

pour cela, nous porterons, sur la direction  $O_2 X_2$  une longueur  $O_2 h$  représentant la quantité constante  $\frac{Q}{2\pi}$ , puis, dans cette même direction, les valeurs de  $w \sin \beta$ . En prenant pour unité  $a_2$ , nous obtiendrons

$$\frac{O_2 O}{O_2 h} = \frac{a_2}{hg}$$

ou

$$hg = a_2 \frac{O_2 h}{O_2 O} = a_2 \times A. \quad (14)$$

L'unité  $a_2$  pourra être choisie de manière que  $hg$  soit égal à  $l_1 = 22$  mm, l'échelle de longueur ayant été choisie égale à  $\frac{1}{10}$  et la largeur de la roue à l'entrée étant par hypothèse égale à  $0,220$ .

Pour déterminer  $l$ , il restera à multiplier A par  $\frac{1}{k'r}$ ,  $k'$  étant un coefficient d'encombrement résultant de l'épaisseur des aubes et que nous supposons constant pour simplifier le calcul.

Cherchons la valeur de  $l$  dans la section passant par 4; nous avons obtenu pour cette section :

$$hk = a_2 \frac{O_2 h}{O_2 4} = a_2 \times A \quad (15)$$

Projetons  $hk$  sur la droite  $ij$  située à la distance  $r_4$  de l'axe; nous aurons :

$$\frac{ij}{r_4} = \frac{In}{a_3}$$

D'où :

$$In = (a_2 \times A) \frac{a_3}{r_4} = a_2 \times a_3 \times \frac{A}{r_4} \quad (16)$$

Nous pourrions choisir  $a_3$  de façon que  $In$  mesure  $l_4$  en vraie grandeur. Il suffira de choisir  $a_3$  égal à  $r_1$ ; en effet, si nous répétons la construction que nous venons d'indiquer pour le rayon  $r_1$ , nous devons trouver  $IN$  égal à  $hg$  puisque nous avons choisi  $a_2$  de façon à obtenir  $hg = l_1$ ; or, cela ne peut se réaliser que pour la valeur  $a_3 = r_1$ . En projetant le point  $n$  sur la droite  $ij$ , nous obtiendrons le point  $m$  limitant le profil, à la distance  $r_4$  de l'axe. La construction répétée pour les différents points de 0 à 8 donne le profil  $Nf$ . On complétera en traçant du centre C un arc de cercle de rayon  $r$  tangent à la paroi  $Ih$  d'une part, au moyen de diamètre  $d$  d'autre part, et un second de rayon  $r'$  tangent au profil.

Ainsi qu'on peut s'en rendre compte, on arrive par cette méthode à un profil satisfaisant, tant pour les flasques que pour les aubes.

Le profil obtenu pour les aubes ne s'éloigne pas beaucoup pour les angles  $\beta_1$  peu différents de  $\beta_2$ , d'un profil en arc de cercle dont le centre serait choisi pour couper les circonférences extérieure et intérieure sous les angles composés  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

## B. — Turbines hélico-centripètes

Ces turbines étant construites en vue de réaliser des vitesses spécifiques élevées ou, ce qui revient au même, de grandes valeurs du coefficient R, leur fonctionnement normal correspond à des coefficients de

vitesse de l'ordre de 0,75 à 0,80 et, partant, à des angles  $\beta_1$  très grands, voisins de  $\beta_2$ .

Nous venons de voir que, pour des angles  $\beta_1$  peu différents de  $\beta_2$ , le tracé des aubes pouvait être effectué par arc de cercle.

Abstraction faite du problème de la représentation des aubes dans l'espace qui est du ressort de la géométrie descriptive, nous pouvons donc dire que le problème du tracé des aubes sera résolu lorsque nous aurons pu déterminer pour chacune des turbines partielles, les rayons  $r_1$  et  $r_2$ , les largeurs  $l_1$  et  $l_2$ , ainsi que les angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  correspondant respectivement à l'arête d'entrée et l'arête de sortie des aubes. Toutes les roues fonctionnant sous le même angle  $\alpha_1$  de distribution et toutes les turbines étant supposées avoir la même largeur à l'entrée (fig. 7), la question revient à déterminer pour chacune d'elles :

$$m, \nu, \beta_1, \beta_2$$

en fonction de  $r_1$ .

Nous considérons comme des données résultant des calculs effectués en partant des courbes caractéristiques relatives au filet moyen, le

rayon moyen  $r_m$ , la largeur totale  $l_1$ , le rayon  $r_2$  à l'ouïe, pour ce même filet moyen.

Nous admettons également que le rayon  $r_s$  de tuyau d'évacuation est déterminé en fonction de la vitesse  $c_s$  de sortie, que l'on se fixe de façon à ne pas dépasser une valeur limite admissible.

Dans la représentation que nous donnons du profil de la roue, nous supposons

par convention que les points des arêtes d'entrée et de sortie des aubes, soient ramenés dans le plan de projection, de façon que les distances de ces points à l'axe  $OO_1$  donnent, en vraie grandeur, les rayons correspondants.

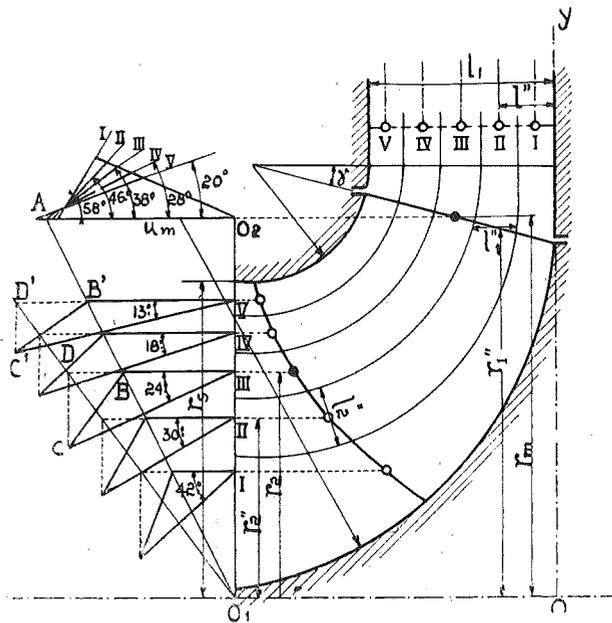


Fig. 7.

Nous nous imposerons, pour l'arête d'entrée ainsi définie, une droite inclinée d'un certain angle  $\gamma$  sur l'axe, quitte à vérifier l'influence plus ou moins heureuse sur la forme des aubes, d'une plus ou moins grande inclinaison de cette droite.

Pour le profil des flasques, nous adopterons les plus *grands rayons possibles*, l'un tangent à la génératrice du cylindre de rayon  $r_s$ , l'autre tangent à l'axe même de la roue.

La division en turbines partielles peut être conduite d'une manière rationnelle, en raisonnant de la façon suivante :

Dans une section  $O_1 O_2$  du tuyau d'évacuation plus ou moins éloignée de l'ouïe de la roue, nous pourrions admettre, comme première approximation tout au moins que la vitesse axiale du fluide est la même en tous les points du rayon. (Nous négligeons ici l'influence de la rugosité des parois et de la viscosité du fluide).

Comme en tous les points I, II... V de la section d'entrée des turbines partielles, nous pouvons admettre également que la vitesse est constante, les rayons  $r'_1, r''$  des cylindres fictifs qui entourent le fluide passant respectivement par la turbine I, par l'ensemble des turbines I et II, etc., seront déterminés en fonction de  $r_s$  par les relations suivantes :

$$\frac{1}{5} \pi r_s^2 = \pi r'^2 \quad 2 (\pi r'^2) = \pi r''^2, \dots$$

desquelles nous tirons :

$$r' = \frac{1}{\sqrt{5}} r_s \quad r'' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} r_s, \dots$$

En réunissant par des arcs de cercle tangents, les parois fictives limitant les turbines partielles dans le distributeur, aux génératrices des cylindres fictifs limitant le flux correspondant à chacune d'elles, dans le tuyau d'évacuation, nous partagerons la roue en 5 roues partielles fonctionnant en parallèle et ayant chacune le même débit. Nous pourrions rectifier légèrement ce premier tracé, en observant que, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, d'une composante axiale de la vitesse de sortie constante pour toutes les turbines partielles, on doit avoir, le long de l'arête de sortie

$$2 \pi r_2'' l_2'' c_2 \sin \alpha_2 = 2 \pi r_1'' l_1'' c_1 \sin \alpha_1$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \alpha_1} = \frac{r_1''}{r_2''} \times \frac{l_1''}{l_2''} = \frac{1}{m''} \times \frac{1}{\nu''} = C^{te} \quad (17)$$

En traçant tout d'abord cette arête de façon qu'elle coupe les axes des différents filets à peu près orthogonalement et passe par le point

de rayon  $r_2$ , qui nous est imposé pour le filet moyen, nous pourrions mesurer les différentes valeurs de  $l_2$  et de  $r_2$  pour chacune des turbines partielles. Portant en abscisse  $l''$ , distance de la paroi au point II, ou mieux (fig. 8) :

$$z = \frac{l''}{l_1} \quad (18)$$

nous pourrions figurer en ordonnées

$$\frac{r_1''}{r_m}, \quad \frac{r_2''}{r_m}, \quad \frac{l_2''}{l_1''}$$

En posant :

$$\frac{r_1''}{r_m} = f_1(z) \quad (19), \quad \frac{r_2''}{r_m} = f_2(z) \quad (20), \quad \frac{l_2''}{l_1''} = \varphi(z) \quad (21)$$

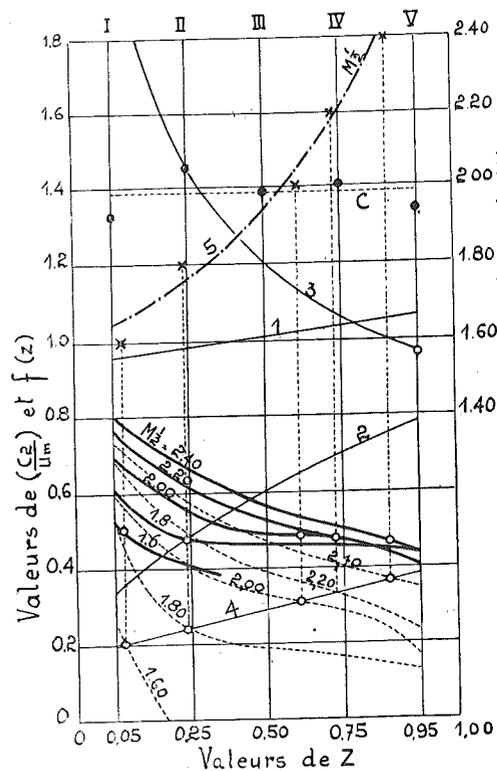


Fig. 8.

rons déduire la valeur de  $\varphi(z)$  (courbe 3). Pour analyser les conditions de fonctionnement de chacune des turbines ainsi définies, et

la condition exprimée par la relation (17) donne lieu à la relation :

$$\frac{f_1(z)}{f_2(z)} \times \frac{1}{\varphi(z)} = C \quad (22)$$

Les points noirs du diagramme figure 8 indiquent les valeurs de la constante C, fournies par le calcul, après une première rectification ; cette constante C correspond par conséquent à une moyenne de 1,38 environ que nous conserverons dans nos calculs ultérieurs.

Les courbes (1) (2) donnent respectivement les valeurs en fonction de z, de

$$f_1(z), \quad f_2(z)$$

trouvées en relevant les valeurs des  $r_1$  et  $r_2$  pour chacune des turbines partielles figure 7 ; de la relation (22), nous pourrions

déduire par le calcul les valeurs des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  correspondant à chacune d'elles, cherchons à exprimer en fonction de z les valeurs de coefficients (1) :

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (23)$$

$$M' = A' + B'x + C'x^2 \quad (24)$$

$$r = \frac{M'}{M}$$

Remarquons tout d'abord que nous pouvons les écrire en fonction de :

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

en utilisant la relation

$$x = x_1 \times M^{\frac{1}{2}}$$

elles deviennent alors :

$$A + Bx_1 M^{\frac{1}{2}} + (Cx_1^2 - 1) \left( M^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 0 \quad (26)$$

$$A' + B'x_1 M^{\frac{1}{2}} + (C'x_1^2 - r) \left( M^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 0 \quad (27)$$

En y remplaçant  $x_1$  par  $x_m f_1(z)$  et les coefficients  $m, n, \cos \beta_2$  calculés en fonction de z, et contenus dans les valeurs explicites de A, B, C, etc., nous obtiendrons deux relations en z capables de fixer  $\beta_2$  en fonction de  $\beta_1$  à la condition toutefois de s'imposer une condition supplémentaire à réaliser, ainsi que nous le montrerons plus loin.

Pour exprimer  $m, n, \cos \beta_2$  en fonction de z, cherchons à établir les relations qui existent nécessairement entre les angles et les vitesses.

Rabottons pour cela le plan perpendiculaire à l'axe contenant la vitesse d'entraînement u au point de sortie, autour du rayon passant par ce point (fig. 7).

Transportons la charnière de rotation du plan considéré en  $O_1O_2$ . La vitesse u allant en croissant proportionnellement au rayon, nous obtiendrons cette vitesse pour un filet quelconque tel que III, en mesurant le vecteur III B compris entre l'axe  $O_1O_2$  et la droite  $O_1A$  tracée de telle sorte que

$$O_2A = u_m.$$

Si nous faisons tourner maintenant autour de III B le triangle des

(1) Voir mémoire sur *Les courbes et coefficient caractéristiques des turbo-machines.*

vitesse contenu dans le plan passant par  $u$  et tangent à l'axe du filet III, au point III, nous obtiendrons en vraie grandeur les angles

$$180^\circ - \beta_2 = \text{B III C} \quad 180^\circ - \alpha_2 = \text{D B C}.$$

Les composantes axiales et tangentielles de la vitesse absolue de sortie seront représentées par D C et B D et nous pourrons poser :

$$\text{B D} = c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z) \quad (28)$$

et calculer  $c_2 \sin \alpha_2$  en fonction de  $z$  et de  $\frac{c_2}{u_m}$

$$\text{D C} = c_2 \sin \alpha_2 = u_m \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \quad (29)$$

Entre  $\sin \alpha_1$  et  $\sin \beta_2$ , nous avons, d'autre part :

$$c_2 \sin \alpha_2 = w_2 \sin \beta_2 \quad (30)$$

de telle sorte que  $n$  défini par la relation :

$$n = \frac{w_2}{c_1} \quad (31)$$

peut être calculé en fonction de  $z$ ,  $\frac{c_2}{u_m}$  et  $\sin \beta_2$

$$n = \frac{c_2 \sin \alpha_2}{c_1 \sin \beta_2} = \frac{u_m \sqrt{2gH'}}{\sqrt{2gH'}} \frac{1}{c_1} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2}$$

ou encore :

$$n = x_m M^{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\sin \beta_2} \quad (32)$$

Comme  $n$  a également pour valeur, d'après l'équation de continuité :

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{v} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} \quad (33)$$

on peut en déduire la valeur de

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \text{ en fonction de } z \text{ et de } M^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} \frac{1}{\varphi(z)} \frac{1}{x_m} \frac{1}{M^{\frac{1}{2}}} \sin \alpha_1 = K_1 \quad (34)$$

$K_1$  étant un coefficient dont la valeur est connue en fonction de  $z$ , de  $M$  et de  $x_m$ .

Pour pouvoir éliminer de l'équation (7) le terme  $mn \cos \beta_2$ , remplaçons dans celui-ci le terme  $n$  par sa valeur ci-dessus ; nous trouverons :

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)} \frac{1}{\lg \beta_2} \quad (35)$$

Cherchons à déterminer  $\lg \beta_2$  et  $\sin \beta_2$  en fonction de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  et de  $f(z)$ . Dans le triangle des vitesses à la sortie nous avons la relation :

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2 = u_m f(z)$$

de laquelle on tire :

$$\frac{c_2 \sin \alpha_2}{\lg \beta_2} + u_2 = u_m f(z)$$

puis

$$\lg \beta_2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}}{f(z) - f_2(z)} \quad (36)$$

et enfin :

$$\sin^2 \beta_2 = \frac{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - f^2(z)}{f_2^2(z) - 2f(z)f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2} \quad (37)$$

Dans ces conditions :

$$n^2 = x_m^2 \left(M^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left[ f_2^2(z) - 2f(z)f_2(z) + \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 \right] \quad (38)$$

$$m n \cos \beta_2 = \frac{f_2(z)}{f_1(z)} x_m M^{\frac{1}{2}} [f(z) - f_2(z)] \quad (39)$$

En les substituant dans l'équation (23), après avoir rendu explicites les valeurs de A, B, C, on obtient toutes réductions faites :

$$\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 + 2 \frac{1}{\varphi^2} f(z) f_2(z) =$$

$$\frac{1}{M} \frac{1}{x_m^2} \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} - 2 \left(1 - \frac{1}{\psi^2}\right) \right] + 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 f_1(z) \frac{1}{M^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{x_m}$$

$$- \left\{ \frac{1}{x_m^2} + \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - 1 \right] f_1^2(z) + \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) f_2^2(z) \right\} = K_2 \quad (40)$$

Nous représenterons le second membre par  $K_2$ , sa valeur pouvant être déterminée en fonction de  $z$ , de  $M$  et de  $x_m$ .

Remplaçons dans le premier membre de cette équation,  $f(z)$  par sa valeur tirée de l'équation (34)

$$f(z) = \sqrt{\left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 - K_1^2} \quad (41)$$

en isolant  $\frac{2}{\varphi^2} f(z) f_2(z)$  et en élevant au carré les deux membres, nous obtiendrons une équation du 4<sup>e</sup> degré en  $\frac{c_2}{u_m}$  qui nous permettra de déterminer

$$y = \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2$$

pour chaque valeur de  $M^{\frac{1}{2}}$  :

$$\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right)^2 y^2 - 2 \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) K_2 + \frac{2}{\varphi^2} \times \frac{1}{\varphi^2} f_2^2(z) \right] y + \left[ K_2^2 + K_1 \left(\frac{2}{\varphi^2}\right)^2 f_2^2(z) \right] = 0. \quad (42)$$

De l'ensemble des deux équations (24) et (25), on peut tirer la valeur de  $r$  en fonction de  $M$  et de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ ; on y arrive plus simplement en partant de la relation suivante <sup>(1)</sup> :

$$z = \frac{M - \frac{1}{\varphi_1^2} - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)}{M}$$

de laquelle on déduit directement :

$$z = 1 - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{1}{M} + \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \left(\frac{c_2}{u_m}\right)^2 x_m^2 \quad (43)$$

Nous avons dressé le tableau I pour  $\alpha_1 = 24^\circ$ ,  $x_m = 0,75$  et

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,18 \quad \frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

valeurs antérieurement admises comme représentant des chiffres moyens normaux.

<sup>(1)</sup> Voir mémoire du Congrès : *Les courbes et coefficients caractéristiques des turbo-machines.*

Les quatre premières colonnes donnent, pour les différentes turbines partielles, les valeurs des fonctions :

$$f_1(z) \quad f_1^2(z) \quad f_2(z) \quad f_2^2(z) \quad \text{et} \quad \varphi(z)$$

La sixième colonne donne la valeur de

$$A'' = \frac{f_1^2(z)}{f_2^2(z)} \times \frac{1}{\varphi^2(z)} \frac{\sin^2 \alpha_1}{x_m^2}$$

qui, divisée, par  $M$  fournira  $K_1^2$ .

La septième colonne indique la valeur de :

$$C'' = \frac{1}{x_m^2} + \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - 1 \right] f_1^2(z) - \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) f_2^2(z)$$

Les colonnes suivantes donnent des valeurs dépendant de  $M$  pour  $M^{\frac{1}{2}} = 2,00$

$$B'' = 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 \frac{1}{x_m} f_1(z) M^{\frac{1}{2}} \\ K_2 \quad \text{et} \quad K_1^2.$$

Ces quantités étant connues, il suffit de les introduire dans l'équation (42) de la forme :

$$ay^2 - 2by + c = 0$$

pour pouvoir déterminer :

$$b = -0,3 K_2 + 2,20 f_2^2(z)$$

$$c = K_2^2 + 4,2 K_1^2 f_2^2(z)$$

et en tirer  $y$ , puis :

$$\frac{c_2}{u_m} \quad \text{et} \quad f(z)$$

En portant en ordonnées les deux dernières valeurs dans le diagramme figure 8; on obtient les courbes en trait plein pour la première, en trait pointillé pour la seconde, et cela pour chacune des valeurs de  $M^{\frac{1}{2}}$  envisagées.

Nous sommes donc en mesure de déterminer les valeurs de  $c_2$  et de

$$c_2 \cos \alpha_2 = u_m f(z),$$

pour chacune des turbines partielles, *si nous nous imposons une condition supplémentaire.*

Si nous nous plaçons au point de vue du bon fonctionnement du tube de succion, nous pourrions chercher à faire en sorte que tous les filets aient une direction axiale à la sortie. Cette condition peut se traduire analytiquement par  $f(z) = 0$  pour toutes les valeurs de  $z$ ; mais elle est irréalisable avec les valeurs utilisées pour  $x_m$ , la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie ne pouvant être annulée.

À défaut de pouvoir rendre axiale la vitesse  $c_2$  de sortie, on peut s'imposer la condition que la vitesse de gyration des filets varie comme le rayon, cette condition étant de nature à réduire les remous entre les différentes couches concentriques voisines formées par les différents filets; analytiquement cela implique la relation

$$f(z) = K_3 r_2$$

Pour nous fixer la valeur de  $K_3$ , nous devons avoir recours à l'équation (26), qui nous a servi à établir la courbe caractéristique de  $M^{\frac{1}{2}}$  en fonction de  $x$ , pour le filet moyen. Si nous admettons que, pour ce filet moyen :

$$\beta_2 = 180^\circ - 24^\circ,$$

on trouve, pour  $x_1 = 0,75$

$$M^{\frac{1}{2}} = 1,875 \quad x = 1,405$$

$$w_2 = nc_1 = 1,39 c_1 = 1,39 \frac{u_m}{x} = 0,99 u_m$$

ce qui permet de fixer le tracé du triangle des vitesses à la sortie et de mesurer  $c_2$ ; on trouve :

$$c_2 = 0,50 u_m \quad c_2 \cos \alpha_2 = 0,29 u_m$$

soit  $f(z) = 0,29$  pour  $z = 0,50$ ; portons (fig. 7) B D égal à 0,29 de la longueur  $O_2A$  qui représente  $u_m$ ; joignons  $O_1B$ , puis  $O_1D$  et prolongeons jusqu'en  $D'B'$ ;  $D'B'$  représentera à la même échelle,  $c_2 \cos \alpha_2$  pour  $z = 0,95$  (turbine V); nous en déduisons  $f(z)$  correspondant, que nous trouvons égal à 0,38. Nous pourrions donc tracer la droite (4) (fig. 8) pour représenter  $f(z)$ ; nous trouverons ainsi aux points d'intersection de cette droite avec les courbes pointillées donnant  $f(z)$  pour  $M^{\frac{1}{2}} = C^{te}$ , les différentes valeurs  $M^{\frac{1}{2}}$  correspondantes, de même que les valeurs de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$ .

En portant en ordonnées les valeurs de  $M^{\frac{1}{2}}$ , nous obtiendrons la courbe de  $M^{\frac{1}{2}}$  en fonction de  $z$ .

La valeur de  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  varie peu, comme on le voit.

Si nous construisons les triangles des vitesses à la sortie connaissant  $\left(\frac{c_2}{u_m}\right)$  et  $f(z)$  pour les différentes turbines partielles, nous obtiendrons les angles  $(180^\circ - \beta_2)$  à réaliser à la sortie pour obtenir le fonctionnement prévu. Ces angles sont indiqués sur la figure 7.

Pour déterminer les angles  $\beta_1$ , nous aurons à calculer  $c_1$

$$c_1 = \frac{\sqrt{2gH'}}{M^{\frac{1}{2}}}$$

$M^{\frac{1}{2}}$  étant donné pour chacune des turbines partielles, par la courbe (5) et  $\sqrt{2gH'}$  pouvant être déterminé en fonction de  $u_m$  par la relation :

$$x_m = \frac{u_m}{\sqrt{2gH'}} = 0,75.$$

On trouve ainsi, pour  $u_m = 50$ , les valeurs renseignées au tableau II. Pour le calcul de  $u_1$ , on utilisera la relation :

$$u_1 = u_m f_1(z)$$

Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée qui résulte de ces deux valeurs  $u_1$  et  $c_1$ , est indiqué sur la figure 7 et donne les angles  $(180^\circ - \beta_1)$  correspondant à chacune des turbines partielles.

Avec la condition que nous nous sommes imposée, nous voyons donc que l'on aboutit à une variation progressive des angles  $(180^\circ - \beta_1)$  et  $(180^\circ - \beta_2)$  depuis une valeur maximum pour la turbine I jusqu'à une valeur minimum pour la turbine V, ce qui conduit à des aubes gauches très inclinées sur le rayon près de la flasque extérieure, relativement peu inclinée le long de la flasque intérieure. La variation de  $M^{\frac{1}{2}}$  et partant de  $c_1$  conduit toutefois à une très forte variation de pression à l'entrée de la roue qui pourrait avoir pour effet de créer des remous préjudiciables au bon fonctionnement. Aussi, peut-on utilement se demander ce que deviendrait le tracé si, se préoccupant d'éviter ces remous à l'entrée, on pose comme condition :

$$M^{\frac{1}{2}} = C^{te} = 1,80.$$

par exemple.

Cette condition  $M^{\frac{1}{2}} = C^{te}$  entraîne en effet, comme conséquence,

$$c_1 \text{ constant et, partant, } p_1 \text{ constant.}$$

En recherchant sur la figure 8 les valeurs de  $f(z)$  et de  $\frac{c_2}{u_m}$  correspondant à  $M^{\frac{1}{2}} = 1,80$ , on peut dresser le tableau III et tracer les

triangles des vitesses à la sortie. On arrive ainsi aux valeurs indiquées figure 9 pour l'angle  $(180^\circ - \beta_2)$ , sauf en ce qui concerne l'angle de la turbine I.

Pour celle-ci on obtient, en effet,  $(180^\circ - \beta_2) = 23^\circ$ , et une composante tangentielle très importante, si l'on s'impose  $M\bar{z} = 1,80$ . Si l'on accepte pour cette turbine 1,68 au lieu de 1,80, c'est-à-dire  $c_1 = 39,70$  au lieu de 37,00, on aboutit au tracé de la figure 9, c'est-à-dire à un angle  $(180^\circ - \beta_2)$  variant de  $24^\circ$  à  $30^\circ$ , avec une vitesse  $c_1$  et partant, une pression  $p_1$  presque constante. Le tracé des triangles des vitesses à l'entrée donne pour l'angle  $(180^\circ - \beta_1)$  une valeur variant de  $53^\circ$  pour la turbine I, à  $37^\circ$  pour la turbine V.

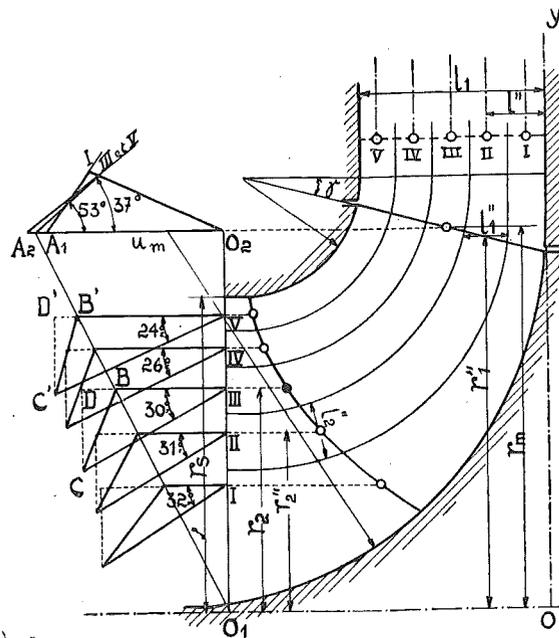


Fig. 9.

Bien qu'ici la composante tangentielle de la vitesse absolue de sortie aille croissant à mesure que le rayon diminue, nous pouvons considérer le tracé de la figure 9 qui maintient à l'entrée de la roue, une pression presque constante, comme plus rationnel.

Avec les dispositions adoptées aujourd'hui pour le tube de suction, il est possible, en effet, de récupérer à peu près dans la même mesure l'énergie correspondant à la composante tangentielle et l'énergie correspondant à la composante axiale.

Dans ces conditions, le fait de la variation avec le rayon de la composante tangentielle ne paraît pas de nature à améliorer notablement le rendement, tandis que la variation dans de fortes limites, de  $c_1$ , et partant de  $p_1$ , peut avoir pour effet de créer des remous importants à l'entrée de la roue.

Il importe de vérifier, une fois le tracé effectué, si les dimensions admises en partant du filet moyen sont suffisantes. Pour cela, il faut

calculer R ou mieux R', qui ne dépend pas de P et qui, étant relié à R par la relation :

$$R = R' \frac{\gamma_i}{75} \quad (45)$$

permet tout de même de trouver cette dernière valeur d'une façon suffisamment approchée.

On peut en effet se fixer, à priori, une valeur du rendement  $\gamma_i$ , puisque celui-ci reste compris ainsi que nous l'avons vu, entre 0,90 et 0,95 pour les valeurs de  $x_m$  habituellement admises.

La valeur de R' peut d'autre part être déterminée en fonction de  $x_1$

$$R' = \frac{60^2}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x_1^2}{M^{\frac{3}{2}}} \left( M^{\frac{1}{2}} \right)^2$$

et, si l'on remarque que  $\varepsilon$  a pour valeur

$$\frac{l_1''}{r_1''} = \frac{l' - l''}{r_m f_1(z)} = \frac{l_1}{r_m} \frac{\Delta z}{f_1(z)} = \varepsilon_t \frac{\Delta z}{f_1(z)}$$

nous obtiendrons :

$$\Sigma R' = \frac{60^2}{2\pi} k' k'' \sin \alpha_1 x_m^2 \varepsilon_t \Sigma \frac{f_1(z)}{M^{\frac{1}{2}}} \Delta z \quad (46)$$

$\varepsilon_t$  désignant la valeur  $\frac{l_1}{r_m}$  pour l'ensemble de la turbine.

En utilisant les valeurs du tableau II se rapportant au tracé de la figure 8, on trouve, pour la somme  $\Sigma$ , 0,5074 et partant pour

$$\Sigma R' = 54,3 \times 0,5074 = 27,55$$

et

$$\Sigma R = \Sigma R' \frac{0,94}{75} = 0,35$$

Si l'on opère avec les valeurs du tableau III, on trouve dans les mêmes conditions :

$$\Sigma R' = 54,3 \times 0,568 = 30,8$$

$$\Sigma R = \Sigma R' \frac{0,94}{75} = 0,387.$$

Dans l'hypothèse où tous les filets se comporteraient comme le filet moyen dont l'angle  $(180^\circ - \beta_2) = \alpha_1 = 24^\circ$ , nous obtiendrions :

$$\Sigma R' = 108,6 \frac{\varepsilon_l}{M^{\frac{1}{2}}} = 0,39$$

$M^{\frac{1}{2}}$  ayant pour valeur 1,875.

Si les calculs ont été basés sur cette dernière valeur, on peut dire que les dimensions primitivement établies peuvent être conservées.

### Conclusions

Malgré la complexité de la question, nous croyons donc pouvoir conclure qu'il est possible de trouver une solution analytique au problème du tracé des aubes tout au moins moyennant l'introduction de quelques hypothèses destinées à simplifier le phénomène de l'écoulement du fluide à travers l'aubage, qui n'enlèvent rien d'ailleurs à la *valeur pratique* de la méthode. La différence au point de vue des conditions de fonctionnement des deux roues représentées figure 7 et figure 9 du fait de la forme particulière donnée aux aubes, montre assez l'importance d'une étude approfondie du tracé, pour chaque cas particulier.

TABLEAU I

Nos	$M^{\frac{1}{2}} = 2,00$													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$f_1(z)$	$f_1^2(z)$	$f_2(z)$	$f_2^2(z)$	$\varphi(z)$	A''	C''	B''	$K_2$	$K_1^2$	b	c	$\frac{c_2}{um}$	$f(z)$	
1	0,95	0,900	0,340	0,116	2,00	0,566	1,613	—	0,562	0,140	0,422	0,384	0,693	0,584
2	0,98	0,960	0,485	0,235	1,45	0,566	1,596	—	0,515	0,140	0,673	0,403	0,539	0,387
3	1,01	1,02	0,600	0,360	1,21	0,566	1,578	—	0,467	0,140	0,930	0,429	0,492	0,323
4	1,035	1,073	0,700	0,490	1,075	0,566	1,563	—	0,427	0,140	1,106	0,469	0,471	0,286
5	1,060	1,125	0,790	0,625	0,965	0,566	1,547	—	0,386	0,140	1,491	0,515	0,407	0,161

TABLEAU II

Turbine	$M^{\frac{1}{2}}$	$c_1$	$u_1$	$\frac{f_1(z)}{M^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{\frac{1}{2}}} \Delta z$
1	1,66	40,2	47,7	0,572	0,1144
2	1,77	37,7	49,2	0,552	0,1104
3	1,92	34,7	50,5	0,527	0,1054
4	2,20	30,3	51,7	0,472	0,0944
5	2,55	26,2	53,0	0,416	0,0832

TABLEAU III

Turbine	$M^{\frac{1}{2}}$	$c_1$	$u_1$	$\frac{f_1(z)}{M^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{f_1(z)}{M^{\frac{1}{2}}} \Delta z$
1	1,68	39,70	47,7	0,566	0,1131
2	1,80	37,00	49,2	0,545	0,1103
3	1,80	37,00	50,5	0,562	0,1122
4	1,80	37,00	51,7	0,575	0,1150
5	1,80	37,00	53,0	0,589	0,1177

# Note sur le Tracé des Aubes des Turbines hydrauliques

par M. Ch. HANOCOQ.

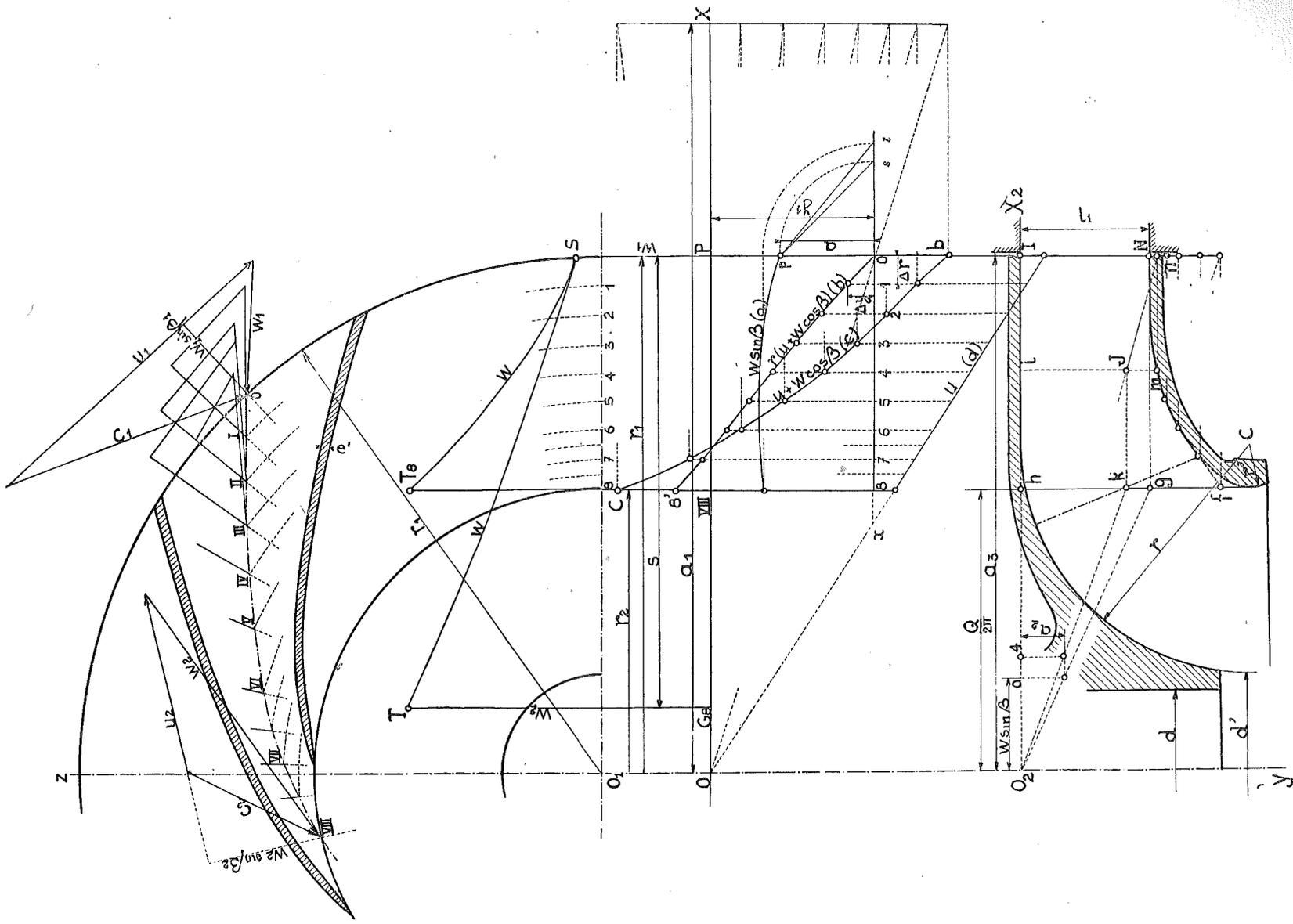


Fig. 6

995 E4 M1

# Congrès Scientifique International

placé sous le Haut Patronage du Roi

ORGANISÉ PAR

l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège

A. I. Lg.

A L'OCCASION DU

75<sup>e</sup> ANNIVERSAIRE DE SA FONDATION

---

Liège : 18 au 24 Juin 1922

---

## Section de Mécanique

TOME II

LIÈGE  
IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE

4, PLACE SAINT-MICHEL, 4

1923

Université de Liège  
BST - Sciences Appliquées et Mathématiques  
1, Chemin des Chevreuils ; Bât B52/4  
B-4000 LIEGE