

Etude du ventilateur hélicoïde

par

Ch. HANOCQ

Ingénieur A. I. Lg. - A. I. M.,

Professeur à la Faculté des Sciences appliquées de l'Université de Liège

Le ventilateur hélicoïde à grande vitesse de rotation, à faible pression et à fort débit, prend aujourd'hui la forme d'une hélice à trois ou quatre pales, ainsi que nous le montrerons à la fin de cette étude.

La théorie de ces machines ne peut s'appuyer directement sur la formule d'Euler qui n'a pu être établie qu'à la faveur d'une hypothèse : celle des tranches parallèles dont l'existence implique un grand nombre d'aubes.

En fait, on peut dire que le ventilateur hélicoïde comme l'hélice, doit être regardé comme une suite d'ailes en rotation.

L'étude des hélices comme l'étude des ventilateurs, doit donc s'appuyer sur les propriétés caractéristiques de l'aile d'avion.

C'est pourquoi nous voudrions établir au début de cet exposé, une théorie de la sustentation en nous appuyant exclusivement sur le théorème des quantités de mouvement et sur une relation tirée de la théorie classique, mais que nous pourrions regarder comme une conséquence des résultats au tunnel

$$e = Ka \quad (1)$$

dont nous préciserons la signification au paragraphe suivant.

PREMIÈRE PARTIE

Théorie de la sustentation

Appliquons le théorème des quantités de mouvement à une masse d'air d'épaisseur e (fig. 1) animée d'une vitesse c et déviée par un plan de profondeur a et d'envergure L , incliné par rapport à la direction du flux à l'entrée d'un angle α .

AB représentant la vitesse c à l'entrée, AB' la vitesse c à la sortie (fig. 1b), BB' représentera la variation de la vitesse dans l'unité de temps, et l'on pourra écrire, Q étant la résultante des forces appliquées au plan,

$$Q = M \times \overline{BB'} \quad (2)$$

M désignant la masse qui s'écoule le long du plan, par seconde.

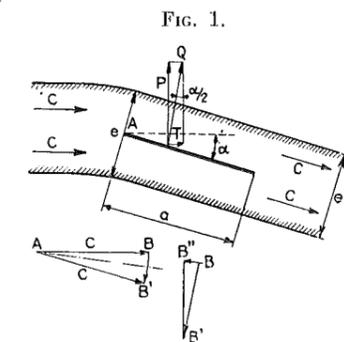


FIG. 1b.

La direction de cette résultante étant celle du vecteur BB', nous pourrions évaluer la composante P perpendiculaire à la direction du flux à l'entrée, que l'on désigne sous le nom de portance, en écrivant

$$P = M \times \overline{B'B''} = \left(\frac{\delta}{g} Lec\right) \times 2c \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

soit

$$P = \left(\frac{\delta}{g} Sc^2\right) \frac{e}{a} \sin \alpha \quad (3)$$

S représentant la surface du plan.

La composante dirigée suivant la direction du flux à l'entrée, pourra de même s'évaluer en écrivant

$$T = 2 \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \frac{e}{a} \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (4)$$

Ces deux valeurs de P et de T impliquent toutefois que tous les éléments d'une tranche prise à l'entrée, se retrouvent à la sortie déviés d'un même angle α . Or il ne peut en être ainsi lorsque l'on a affaire à une aile plongée dans un milieu indéfini, en mouvement : non seulement les éléments pris à une distance de plus en plus éloignée du plan, subissent des déviations de plus en plus faibles, mais ces éléments prennent nécessairement à la sortie, un mouvement de redressement général, puisque la continuité exige qu'à une certaine distance du bord arrière, le flux ait repris son mouvement rectiligne horizontal.

La théorie classique basée sur la notion de fluide parfait, qui tient nécessairement compte de ce phénomène, établit que dans ce cas

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) c_z \quad (5)$$

avec $c_z = k' \sin \alpha \quad (6)$

c_z étant ce qu'on appelle le coefficient de portance dont la valeur est rigoureusement proportionnelle à $\sin \alpha$, tout au moins pour des angles inférieurs à 10 degrés lorsqu'il s'agit du plan.

Le coefficient k' apparaît dans la théorie classique comme une fraction x de π

$$k' = x \frac{\pi}{a} = x\pi. \quad (7)$$

Or, lorsque nous tiendrons compte du phénomène de redressement à la sortie, dans le paragraphe suivant, nous verrons, que par l'application du théorème des quantités de mouvement, nous sommes conduits à

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) x \frac{e}{a} \sin \alpha. \quad (8)$$

On voit que la condition d'identité entre (5) et (8) revient à admettre

$$\frac{e}{a} = K = \pi \quad (9)$$

e pouvant être appelé l'épaisseur du flux fictif dont tous les éléments seraient déviés de la même quantité α , et qui produirait sur le plan le même effet que le flux réel.

En d'autres termes, au point de vue de la portance (comme de la traînée d'ailleurs), tout se passe dans la réalité comme si le flux réel dévié, se confondait avec le flux fictif d'épaisseur e , e étant calculé par la relation

$$e = Ka = \pi a. \quad (10)$$

L'épaisseur du flux fictif est commandée par la profondeur a , et lui est directement proportionnelle.

§ 1. DÉTERMINATION DE x , COEFFICIENT DE RÉDUCTION DE LA PORTANCE THÉORIQUE

Faisons d'abord cette remarque que la valeur de la réaction du flux sur le plan fournie par le théorème des quantités de mouvement, est indépendante de la forme des trajectoires des éléments contournant le plan : que celles-ci soient fortement ou faiblement incurvées à l'entrée, la réaction totale Q sur le plan reste la même, du moment où la direction à la sortie est bien celle fixée par l'angle α . Puisque la forme des trajectoires est sans influence sur la valeur de la réaction, nous adopterons pour les figurer la forme la plus simple, celle des trajectoires concentriques tangentes à l'entrée et à la sortie aux directions faisant entre elles, l'angle α (fig. 2).

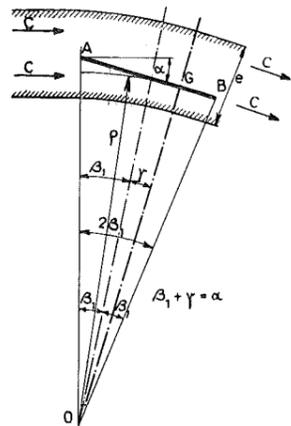


FIG. 2.

En procédant ainsi nous schématisons, il est vrai, le phénomène tel que nous l'avons envisagé dès le début de cet exposé au paragraphe 1.

Mais nous savons que dans la réalité, il ne peut en être ainsi : un redressement doit s'opérer à la sortie qui soit capable de ramener le flux dans une direction parallèle à celle d'entrée, à une certaine distance du bord arrière.

En continuant à appliquer la notion des trajectoires concentriques, nous arriverons à schématiser le phénomène réel comme cela est représenté par la figure 3, le rayon de l'arc de redressement ρ' pouvant être déterminé par la condition

$$\rho' a' = \rho a. \quad (11)$$

en vertu de la relation (1) (l'arc pouvant être confondu avec la corde); la condition (11) se ramène donc, a' étant par hypothèse égal à a , à

$$\rho' = \rho.$$

Le schéma se présente donc nécessairement comme indiqué à la figure 3; ρ' étant pris égal à ρ , la seule indétermination restant l'angle γ , compté à partir de la bissectrice de l'angle $2\beta_1$.

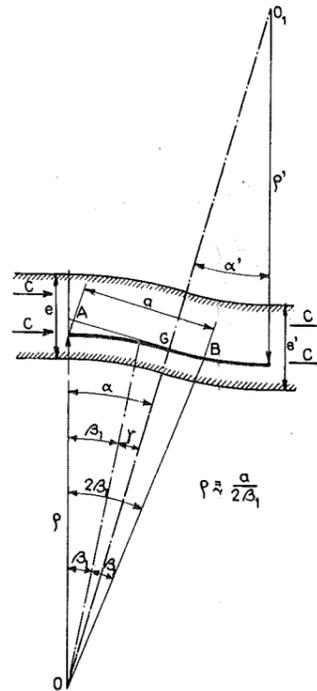


FIG. 3.

Comme nous montrerons plus loin que $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{1}{2}$, nous nous trouvons en mesure de déterminer P compte tenu du redressement à la sortie.

Les filets déviés par l'arc AG (fig. 4) donnent lieu, en effet, à une résultante Q' appliquée suivant la bissectrice de l'angle $(\beta_1 + \gamma)$; les filets redressés par l'arc GB déterminent de même une réaction Q'' dirigée en sens inverse, orientée suivant la bissectrice de l'angle $(\beta_1 - \gamma)$.

Comme les considérations précédentes ne valent que pour des angles de déviation faibles, nous confondrons les sinus avec les angles correspondants et les cosinus avec l'unité, dans les relations qui vont suivre.

Dans ces conditions, S désignant la surface projetée,

$$P = Q' - Q'' \quad (12)$$

$$Q' = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \frac{e}{a} (\beta_1 + \gamma) \quad (13)$$

$$Q'' = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) \frac{e}{a} (\beta_1 - \gamma). \quad (14)$$

D'où la valeur de la portance P

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) K \left(1 - \frac{\beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma} \right) (\beta_1 + \gamma). \quad (15)$$

A vrai dire nous ne tenons pas compte ainsi d'un phénomène local de rabattement par l'arc GB d'une fraction e' de l'épaisseur totale e du flux dévié, l'épaisseur e' étant déterminée par la relation (1)

$$e' = Ka' = Ka \frac{\beta_1 - \gamma}{2\beta_1}. \quad (16)$$

Ce rabattement d'une fraction du flux crée une force Q''' que l'on peut évaluer en partant de la même relation générale (fig. 4b)

$$Q''' = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) K \frac{\beta_1 - \gamma}{2\beta_1} \times (\beta_1 - \gamma). \quad (17)$$

En faisant cette fois la somme algébrique des trois termes, nous obtiendrons la valeur définitive de P compte tenu de l'ensemble du phénomène de déviation :

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) K \left[1 - \frac{\beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma} + \frac{(\beta_1 - \gamma)^2}{\beta_1 + \gamma} \frac{1}{2\beta_1} \right] (\beta_1 + \gamma) \quad (18)$$

ce qui peut s'écrire

$$P = \left(\frac{\delta}{g} S c^2 \right) c_z \quad \text{avec} \quad c_z = K F(z) \sin \alpha \quad (19)$$

$\sin \alpha$ étant mis pour $(\beta_1 + \gamma) = \alpha$, $F(z)$ ayant pour valeur

$$F(z) = 1 - \frac{\beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma} + \frac{\beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma} \frac{\beta_1 - \gamma}{2\beta_1}. \quad (20)$$

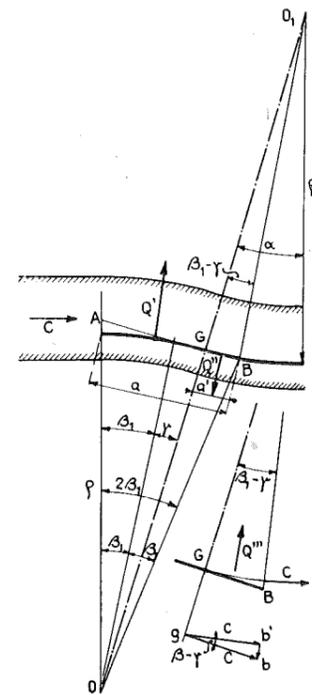


FIG. 4.

FIG. 4b.

Comme $\frac{\gamma}{\beta_1} = \frac{1}{2}$ ainsi que nous le montrerons tant par la voie théorique que par la voie expérimentale, nous pouvons dire que pour le plan

$$P = \left(\frac{\delta}{g} Sc^2\right) \frac{3}{4} \pi \sin \alpha. \quad (21)$$

Ainsi nous venons d'établir que $x = \frac{3}{4}$; c'est le nombre qui résulte des expériences au tunnel.

En vue d'établir une très large confrontation des résultats fournis par la théorie avec les résultats expérimentaux, nous allons étendre la recherche de $F(z)$ au cas de l'aile courbe à simple courbure puis de l'aile de forme parabolique.

§ 2. EXTENSION DE LA FORMULE DE $F(z)$ À UN PROFIL COURBE

Nous nous en tiendrons tout d'abord au profil à simple courbure. L'expérience montre que quand on fait pivoter l'aile courbe à simple courbure (fig. 5) autour de son arête d'entrée A, et que l'on désigne par i l'angle que fait la

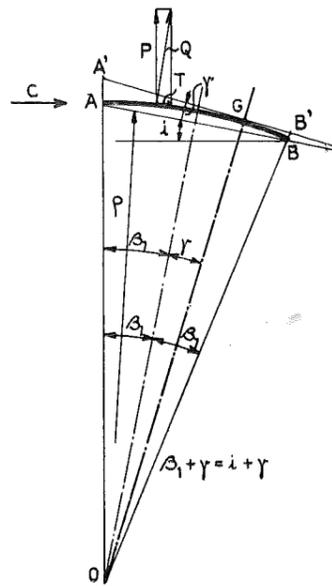


FIG. 5.

corde avec la direction du flux à l'entrée, tout se passe comme si l'on avait affaire à un plan A'B' tangent en G, faisant avec cette corde un angle γ . Cela revient à dire que l'angle de déviation α est égal à

$$\alpha = i + \gamma = \beta_1 + \gamma. \quad (22)$$

Reprenons le raisonnement que nous avons fait ci-dessus pour le plan, en adoptant une position quelconque de l'aile courbe définie par

l'angle i (fig. 6). AO_1 étant perpendiculaire à la direction du flux à l'entrée, nous trouverons le centre O_1 de l'arc fictif remplaçant le plan A'B', tangent en G, en traçant la perpendiculaire en G à A'B'.

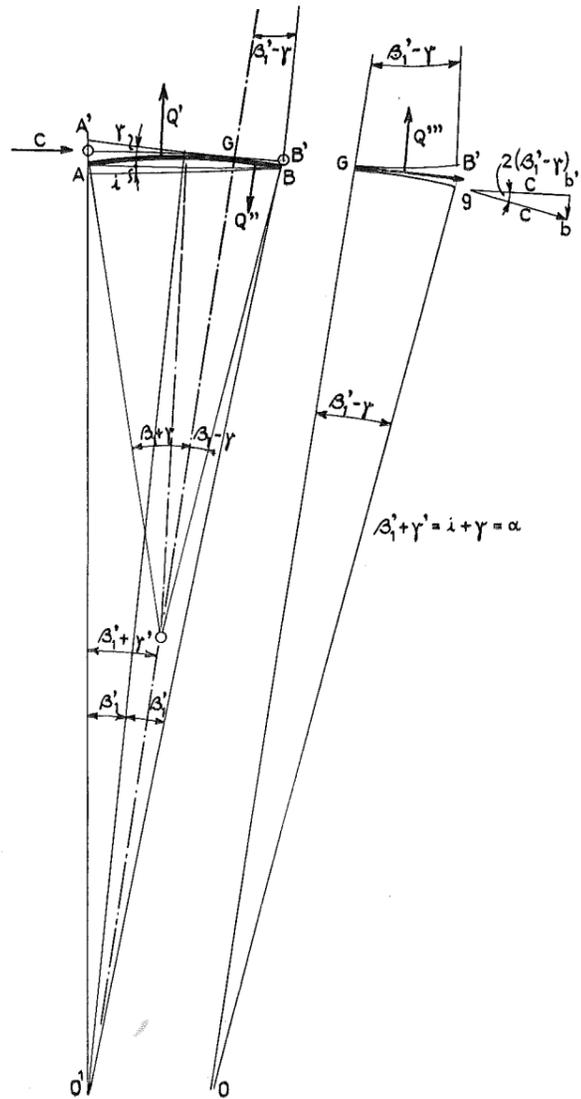


FIG. 6.

FIG. 6b.

Les angles β_1 et γ de la figure 4, relative au plan, seront remplacés ici par β_1' et γ' , et, comme pour le plan, nous pourrions poser

$$(\beta_1' + \gamma') = i + \gamma = \alpha. \quad (23)$$

Q' et Q'' pourront être calculés par les formules (13) et (14); seule la valeur de Q''' (fig. 6b) sera différente, étant donné que la direction gb du flux rabattu est tangente en B à l'arc GB, alors qu'avec le plan (fig. 4b), elle était dirigée suivant GB en direction du plan. En fait l'angle de

rabattement est ici le double, et Q''' a pour valeur

$$Q''' = \left(\frac{\delta}{g} Sc^2\right) K 2 \frac{\beta_1' - \gamma' \beta_1 - \gamma'}{2\beta_1' \beta_1' + \gamma'} (\beta_1' + \gamma'). \quad (24)$$

En faisant la somme algébrique de Q' , Q'' , Q''' et en remarquant que les rapports entrant dans les formules sont les mêmes que ceux exprimés en fonction des angles caractéristiques de l'aile β_1 et γ de la figure 5, nous retrouverons pour l'aile courbe, les mêmes relations (18 et 20) que pour le plan, avec cette réserve que le dernier terme doit être multiplié par 2

$$F(z) = 1 - \frac{\beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma} + 2 \frac{\beta_1 - \gamma \beta_1 - \gamma}{\beta_1 + \gamma 2\beta_1} \quad (25)$$

Avec $\frac{\gamma}{\beta_1} = \frac{1}{2}$ qui correspond également à une aile courbe relativement mince et bien carénée

$$F(z) = \frac{5}{6}$$

En passant nous ferons remarquer que pour $\alpha = 0$, $i = -\gamma$ (fig. 7), l'arc fictif prend un rayon infini et se confond avec le plan fictif A'B' orienté dans la direction du flux à l'entrée.

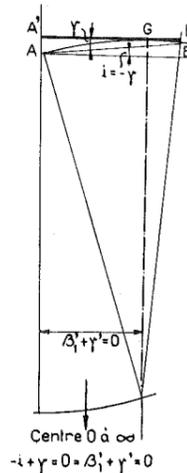


FIG. 7.

Pour étudier le cas du profil parabolique nous avons dressé la figure 8, l'aile AB II étant confondue avec un arc AB d'angle au centre $(\beta_1 + \beta_2)$ suivie d'une tangente B II, correspondant à l'angle θ .

Le raisonnement conduit aux mêmes résultats pour les deux premiers termes, sauf à remplacer $(\beta_1 - \gamma)$ au numérateur par $(\theta + \beta_2 - \gamma)$; pour le troisième terme de la valeur de $F(z)$, il faut écrire

$$\frac{2(\beta_2 - \gamma) + \theta}{\beta_1 + \gamma} \times \frac{\theta + \beta_2 - \gamma}{\beta_1 + \beta_2 + \theta}. \quad (26)$$

Au point de vue de la confrontation des résultats calculés avec les résultats expérimentaux,

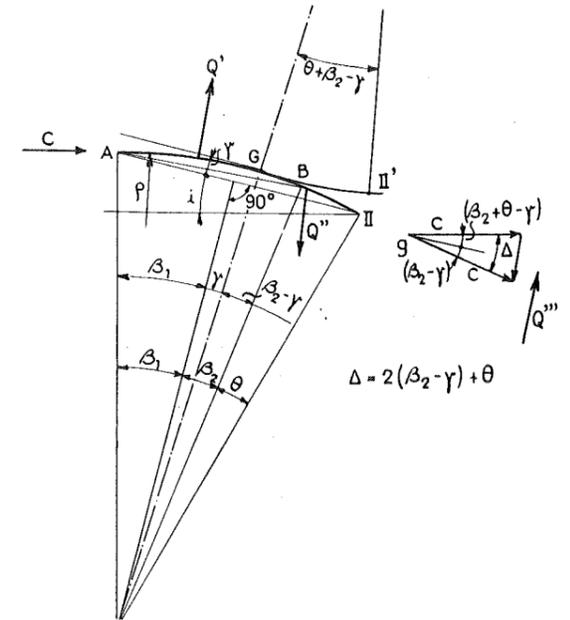


FIG. 8 et 8b.

nous devons prévoir des profils correspondant à une forme parabolique dont la partie arrière est relevée d'un angle δ , la tangente à l'arc AB étant orientée cette fois suivant BF alors que la partie plane est orientée suivant GE (fig. 9).

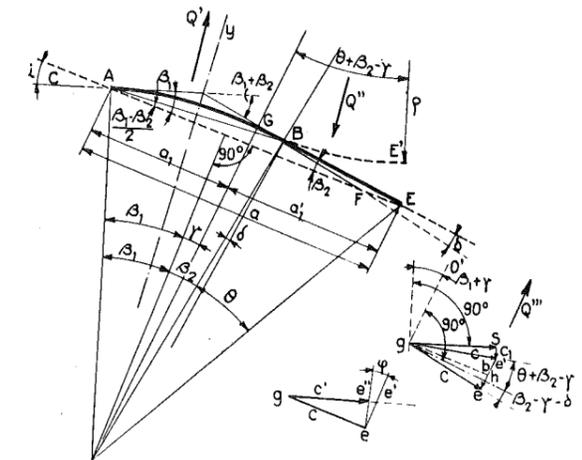


FIG. 9.

FIG. 9b.

Dans ce cas plus général, le raisonnement conduit à une valeur $F(z)$ qui contient les autres comme cas particuliers :

$$F(z) = 1 - A + AB \frac{k_1}{K} \quad (27)$$

avec

$$A = \frac{\theta + \frac{\beta_2 - \gamma}{\beta_1} - \frac{\gamma}{\beta_1}}{1 + \frac{\gamma}{\beta_1}} \quad (28)$$

$$B = \frac{2 \left(\frac{\beta_2 - \gamma}{\beta_1} \right) + \frac{\theta}{\beta_1} - \frac{\delta}{\beta_1}}{1 + \frac{\beta_2}{\beta_1} + \frac{\theta}{\beta_1}} \quad (29)$$

Le rapport $\frac{k_1}{K}$ qui est introduit ici, tient compte de ce que la partie e' du flux rabattu par l'extrémité de l'aile doit être calculée par la relation (1) dans laquelle a est remplacé par a' et K par k_1 ; lorsque l'angle de rabattement

$$\alpha_1' = 2(\beta_2 - \gamma) + (\theta - \delta)$$

ne dépasse pas 8 degrés ainsi que le font voir les résultats observés pour le plan $k_1 = K$. Lorsque cette limite est dépassée, la valeur de k_1 décroît ainsi que le fait voir la figure 10 : à par-

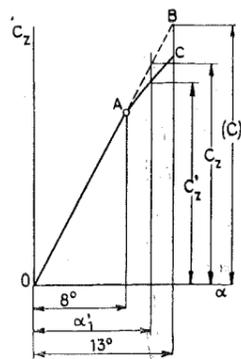


FIG. 10.

tir de A l'allure de la courbe change et entre 8 et 13 degrés, on peut substituer à AB la droite AC. Cela conduit à poser

$$\frac{c_i - c_i'}{BC} = \frac{\alpha_1' - 8}{5}$$

D'où

$$\frac{K\alpha_1' - k_1\alpha_1'}{BC} = \frac{1 - \frac{k_1}{K}}{BC} = \frac{\alpha_1' - 8}{5}$$

ce qui donne à k_1 la valeur

$$\frac{k_1}{K} = 1 - \frac{BC}{K\alpha_1'} \frac{\alpha_1' - 8}{5} = 1 - 0,08 \frac{\alpha_1' - 8}{5} \quad (30)$$

$\frac{BC}{K\alpha_1'}$ pouvant être égal à $\frac{BC}{(c_i)} = 0,08$.

C'est en utilisant cette relation (30), et en partant de

$$\frac{\alpha_1'}{\alpha} = \frac{2(\beta_2 - \gamma) + (\theta - \delta)}{\beta_1 + \gamma} \quad (31)$$

que nous avons déterminé $\frac{k_1}{K}$ et finalement $F(z)$, lorsque l'angle choisi pour fixer la valeur expérimentale de comparaison conduisait à une valeur α_1' supérieure à 8 degrés, ce qui n'est pas le cas pour les profils à faible courbure et à fortiori pour les profils plans.

§ 3. DÉTERMINATION DE LA VALEUR DE $\frac{\gamma}{\beta_1}$

Nous soulignerons tout d'abord que pour la vérification expérimentale des valeurs théoriques de c_z , nous avons adopté dans les calculs, les valeurs expérimentales de $\frac{\gamma}{\beta_1}$ résultant de la mesure au tunnel et non les valeurs calculées.

Toutefois nous désirons montrer comment par une voie semblable à celle qui nous a permis de déterminer c_z , le coefficient de portance, il nous a été possible d'établir une valeur théorique de $\frac{\gamma}{\beta_1}$ ne différant de la valeur observée pour les profils relativement minces et bien carénés, que d'une quantité absolument de l'ordre des erreurs expérimentales.

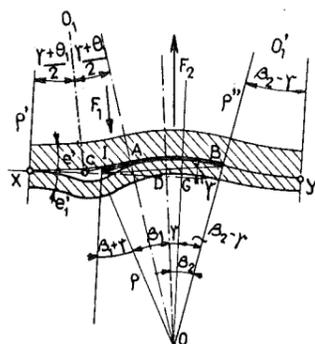


FIG. 11.

Pour écrire les conditions d'équilibre de l'aile dans la position de nulle portance (fig. 11), nous n'avons eu à nous servir que d'une relation nouvelle

$$e_1' = \frac{1}{2} e'$$

ce qui revient à admettre, le fait étant confirmé par l'expérience, que la dépression moyenne sur la face supérieure p' est égale au double de la surpression p'' mesurée sur la face concave.

Deux équations donnent la solution du problème; la première résultant de l'équation de continuité

$$\rho'(\gamma + \theta_1) = \rho[(\gamma + \theta_1) + (\beta_2 - \gamma)] = \rho''(\beta_2 - \gamma); \quad (32)$$

la seconde exprimant l'égalité des moments par rapport au point I :

$$\frac{1}{2} \rho (\beta_1 - \theta_1) \times F_1 = \rho [(\beta_1 - \theta_1) + \frac{\beta_2 + \theta_1}{2}] F_2 \times \frac{2}{3} \quad (33)$$

le facteur $\frac{2}{3}$ tenant compte de ce que la dépression réelle qui règne au-dessus de l'arc AB n'est que les $\frac{5}{6}$ de la dépression théorique.

De ces deux relations, on peut déduire

$$\frac{\gamma}{\beta_1} = \frac{1}{2} \frac{\beta_2'}{\beta_1} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_1 - 2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\beta_2'}{\beta_1} \right)}{1 + \frac{1}{3}} \right] \quad (34)$$

la valeur de β_2' figurant dans cette relation étant mise pour β_2 , de façon à rendre la formule applicable au cas général de la figure 9 où $\beta_2' = \beta_2 - \delta$.

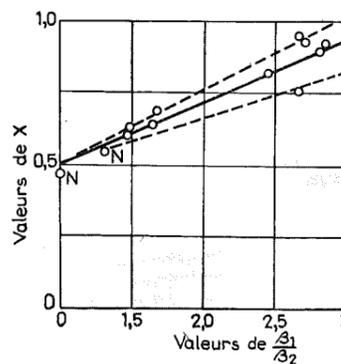


FIG. 12.

Nous avons indiqué sur la figure 12, les points expérimentaux donnant les valeurs de $X = \frac{\gamma}{\beta_1} \frac{\beta_2}{\beta_1}$ pour l'ensemble des profils étudiés dont nous nous occuperons au paragraphe suivant. La courbe théorique est représentée en trait fort; elle fait ressortir que la différence entre valeurs théoriques calculées et valeurs observées ne dépasse pas $\frac{1}{3}$ de degré ce qui est bien près d'être à la limite des erreurs expérimentales. Il faut toutefois faire exception pour le profil épais de Naca N₁₈ à forte courbure et d'une manière plus générale pour tous les profils qui par défaut de

carénage, donnent lieu à des pertes importantes par tourbillons; et cela se conçoit parfaitement étant donné que les équations ci-dessus n'ont pu être écrites qu'en supposant les pertes nulles, hypothèse nécessaire pour que la vitesse c à la sortie soit égale à la vitesse d'entrée c .

Pour le cas limite où l'on a affaire à des aubes minces, l'erreur devient considérable précisément en raison de l'importance des remous à l'entrée. Nous disposons pour le montrer du diagramme des valeurs observées par Riabouchinsky sur des plaques courbes à courbure de plus en plus faible. La figure 13 donne en fonction de

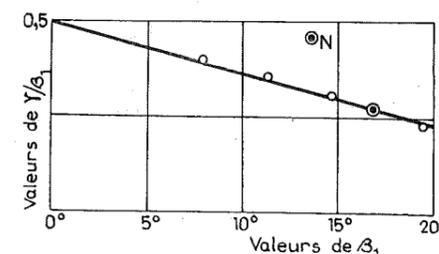


FIG. 13.

l'angle β_1 les résultats observés, le point noir entouré d'un cercle se rapportant à un essai d'Eiffel. A la limite pour $\beta_1 = 0$, c'est-à-dire pour le plan, $\frac{\gamma}{\beta_1}$ atteint la valeur $\frac{1}{2}$; pour l'aile courbe à une seule courbure nous avons montré que $\frac{\gamma}{\beta_1}$ devait également être pris égal à $\frac{1}{2}$.

Avec des ailes épaisses une différence existe avec la valeur théorique; des deux points indiqués N sur le diagramme de la figure 12, le plus bas se rapporte au profil de Naca à simple courbure pour lequel $\frac{e_1}{a}$, rapport de l'épaisseur e_1 au maître-couple, à la profondeur a , atteint 0,18.

§ 4. VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE LA VALEUR DE c_z

Nous avons présenté dans les figures 14 à 24, un certain nombre des vingt profils essayés dans trois laboratoires distincts, que nous avons soumis au calcul, les valeurs expérimentales de c_z et c_x étant indiquées pour chacun d'eux en fonction de α .

En se reportant à la figure 9 qui correspond au cas le plus général, on peut voir que chaque figure indique pour le profil correspondant

$$\beta_1, (\beta_1 + \beta_2), \delta, \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_2), \alpha_1$$

et partant

$$\theta = \alpha_1 - (\beta_1 + \beta_2)$$

desquels on peut déduire (β_2' étant égal à $\beta_2 - \delta$)

$$\frac{\beta_2}{\beta_1}, \frac{\theta}{\beta_1}, \frac{\delta}{\beta_1}, \frac{\beta_2'}{\beta_2}$$

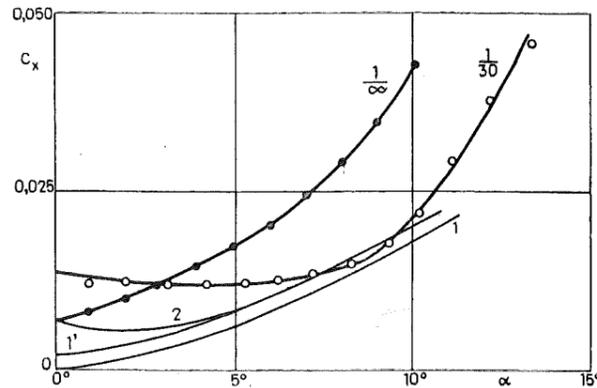


FIG. 14.

L'angle γ correspondant à la portance nulle est mesuré *au tunnel* à partir de la tangente à la face ventrale en partant de la pointe arrière; pour trouver l'angle γ tel que nous l'entendons dans la théorie exposée, il faut déduire l'angle qui est indiqué sur chacune des figures, à partir de la tangente à la face ventrale, γ signifiant pour nous l'angle de la corde unissant la pointe avant à la pointe arrière.

L'angle γ ainsi compris a pour valeur, les chiffres indiqués ci-dessus pour les profils représentés, desquels nous avons déduit $\frac{\gamma}{\beta_1}$ (tableau I).

Le tableau I donne en outre le rapport $\frac{e_1}{a} = m$ de l'épaisseur au maître-couple e_1 à la profondeur a .

TABLEAU I

Fig.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
γ	$3^{\circ} \frac{2}{10}$	4,0	$3^{\circ} \frac{2}{10}$	$2^{\circ} \frac{8}{10}$	4,0	$4^{\circ} \frac{6}{10}$	$5^{\circ} \frac{3}{10}$	$6^{\circ} \frac{2}{10}$	2,0	$6^{\circ} \frac{2}{10}$	$7^{\circ} \frac{6}{10}$
$\frac{\gamma}{\beta_1}$	0,415	0,340	0,350	0,350	0,320	0,328	0,331	0,458	0,350	0,412	0,410
Profil	Ri $1/30$	Ri $1/20$	Rh 26	Rh 28	Rh 32	Rh 34	Rh 36	N 00	N 24	Rh 19	Rh 20
$m = \frac{e_1}{a}$	0,00	0,00	0,10	0,08	0,12	0,14	0,16	0,06	0,06	0,12	0,12

Le tableau II fait connaître les résultats des calculs en partant de l'angle α pour lequel nous avons déduit la valeur de F_z . Dans la colonne (7)

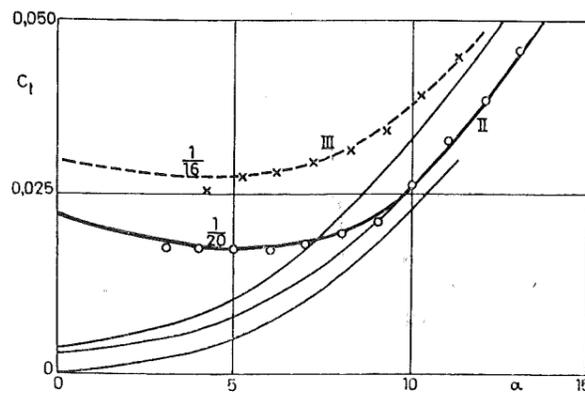


FIG. 15.

nous avons inscrit la valeur observée pour c_z lorsque l'angle α prend la valeur donnée dans la colonne (2).

RHODE N° 26

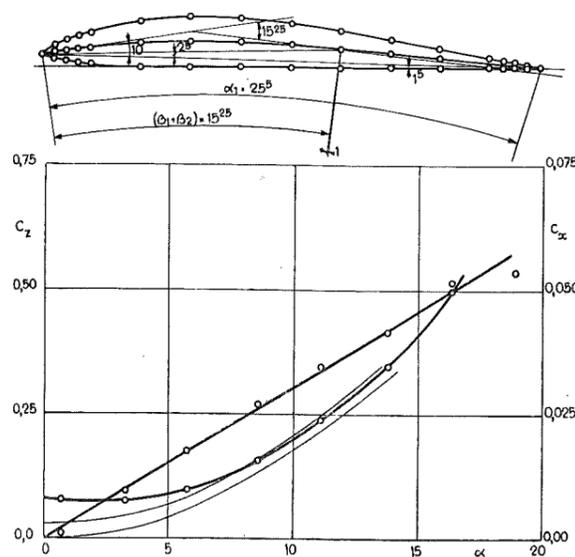


FIG. 16.

Pour passer de la valeur c_z observée pour l'envergure L , à la valeur c_z qui correspond à l'envergure ∞ , et qui est la seule que la théorie puisse fournir, on peut utiliser la formule

$$c_z = c_z \frac{k + 0,8}{k} \quad (35)$$

k désignant le rapport de l'envergure L à la profondeur a .

De la formule (19) dans laquelle nous avons remplacé c_z par c_z , nous avons déduit $K = \frac{e}{a}$

Nous avons toutefois dû faire subir à la valeur $\frac{e}{a}$ ainsi trouvée, une correction pour tenir compte de l'épaisseur e_1 de l'aile qui dans la théorie est supposée infiniment mince.

A défaut de mieux, et parce que l'auscultation

TABLEAU II

N°		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		α	$\frac{\alpha_1'}{\alpha}$	α_1'	$\frac{k_1}{K}$	F_z	c_z	c_∞	$\frac{e}{a}$	$\frac{e_1}{a}$	$1 - \frac{e_1}{e}$	K	$\frac{a_r}{a}$	$\frac{e}{a_r}$	Moyenne	
1	Rhode $k = \frac{L}{a} = 5$	Alles paraboliques	16	14	0,853	12,0	0,936	0,573	0,465	0,539	3,825	0,12	0,967	3,945	0,932	4,24
2			26	14	0,910	12,7	0,925	0,506	0,423	0,481	3,935	0,10	0,975	4,035	0,985	4,16
3			28	12	0,825	10,0	0,968	0,550	0,400	0,464	4,06	0,08	0,980	4,140	0,985	4,21
4			30	14	0,862	12,0	0,936	0,526	0,450	0,522	4,11	0,10	0,975	4,21	0,982	4,28
5			32	14	0,852	11,8	0,940	0,540	0,463	0,537	4,11	0,12	0,970	4,23	0,970	4,37
6			34	14	0,795	11,1	0,950	0,551	0,460	0,534	3,99	0,14	0,960	4,13	0,980	4,21
7			36	14	0,883	12,4	0,930	0,546	0,430	0,499	3,78	0,16	0,955	3,94	0,943	4,16
8			2	18	0,645	11,6	0,958	0,719	0,600	0,696	3,14	0,14	0,955	3,28	0,860	3,82
9			19	18	0,687	12,4	0,930	0,707	0,600	0,696	3,19	0,12	0,962	3,31	0,850	3,90
10			20	18	0,680	12,2	0,932	0,674	0,652	0,757	3,64	0,12	0,965	3,76	0,885	4,30
11			49	18	0,753	13,5	0,910	0,690	0,600	0,696	3,26	0,20	0,938	3,46	0,840	4,12
12			22/24	10	»	»	1,000	0,750	0,326	0,378	2,90	0,12	0,958	3,02	0,750	4,03
13	Naca $k = 5$	Planes	N ₆	8	»	»	1,000	0,750	0,288	0,334	3,19	0,06	0,981	3,25	0,750	4,33
14			N ₁₈	8	»	»	1,000	0,750	0,286	0,332	3,17	0,18	0,945	3,25	0,750	4,33
15			N ₆	8	0,775	4,75	0,958	0,727	0,298	0,346	3,41	0,06	0,981	3,47	0,820	4,23
16			N ₁₈	8	0,823	4,95	0,930	0,725	0,286	0,332	3,26	0,18	0,945	3,46	0,802	4,32
17			N ₆	14	0,745	10,60	0,932	0,820	0,490	0,568	2,87	0,06	0,978	2,93	0,729	4,02
18			N ₁₈	14	0,842	11,80	0,910	0,815	0,467	0,542	2,76	0,18	0,933	2,94	0,703	4,18
19	Ribouchinsky $k = 3$	Planes	1/30	10	»	»	1,000	0,750	0,275	0,348	2,68	0,0	1,00	2,68	0,750	3,58
20			1/20	10	0,830	8,30	1,000	0,829	0,275	0,348	2,42	0,0	1,00	2,42	0,707	3,43
21			1/20	10	0,983	9,83	0,971	0,823	0,280	0,354	2,48	0,0	1,00	2,48	0,670	3,70
22			1/16	12	1,093	13,1	0,919	0,809	0,390	0,494	2,94	0,0	1,00	2,94	0,646	4,55

de l'ensemble des résultats montrait un accord assez satisfaisant, nous avons admis qu'il fallait ajouter à l'épaisseur du flux déduit du calcul, l'épaisseur e_1 de l'aile pour obtenir la valeur du rapport K qui correspond au cas de l'aile infiniment mince. D'où la valeur

$$K = \left(\frac{e}{a}\right)_m = \frac{e}{a} + \frac{e_1}{a} \quad (36)$$

ou encore

$$K \left(1 - \frac{e_1}{a}\right) = \frac{e}{a} \quad (37)$$

La colonne (12) donne la valeur ainsi trouvée.

Ces valeurs varient dans de grandes limites; mais si nous observons que l'arc actif de déviation n'est pas l'arc dont la corde est a , mais a_r , donné par la relation

$$a_r = a \frac{\beta_1 + \gamma}{\beta_1 + \beta_2'} \quad (38)$$

nous pourrions déduire $\frac{e}{a_r}$ de $\left(\frac{e}{a}\right)_m$.

Cette fois on trouve une valeur inscrite dans la colonne (14), constante à $\pm 3,5\%$, ce qui représente, comme nous allons le voir dans les conclusions, la limite des erreurs d'expériences.

CONCLUSIONS

La première conclusion c'est que $\frac{e}{a_r}$ est bien une constante par groupe ; la moyenne n'est toutefois pas la même pour les trois groupes.

Sans chercher une explication à cette constatation, nous ferons cette remarque que pour le cas

RHODE N° 28

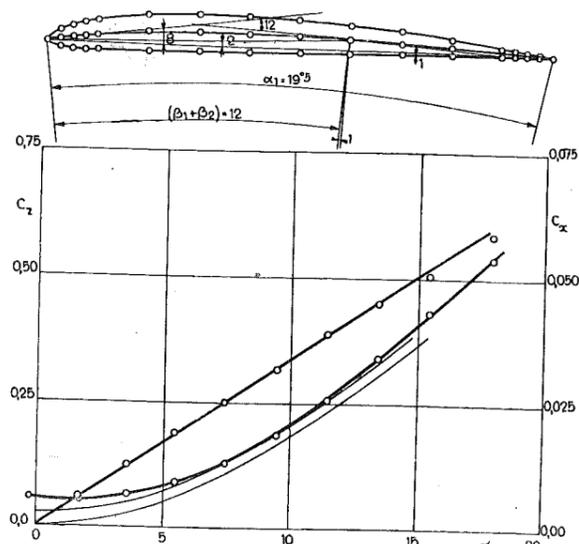


FIG. 17.

RHODE N° 32

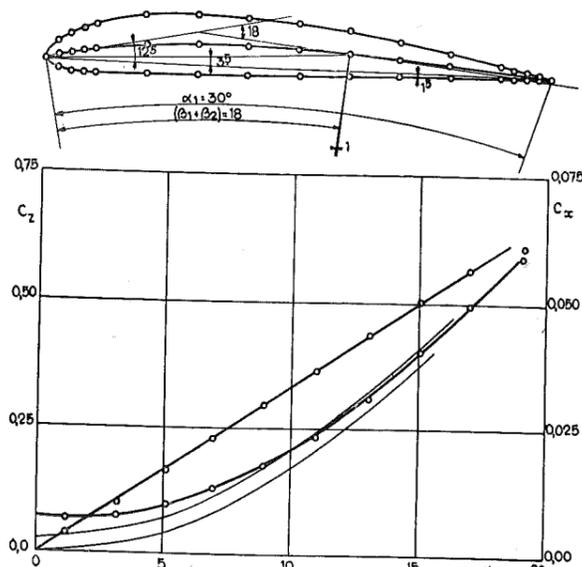


FIG. 18.

le plus simple, celui du plan, où aucune erreur ne peut provenir de la mesure des angles, les trois valeurs observées sont les suivantes :

Rhode : 4,000 ; Naca : 4,320 ;

Riabouschinsky : 3,64.

L'écart entre Rhode et Naca provient de ce que :

1° Pour Rhode la valeur observée est de 3,5 % inférieure à la moyenne tirée de l'ensemble des profils étudiés ;

2° Pour Naca la valeur observée est de 3 % supérieure à la moyenne tirée de l'ensemble des profils de Naca ;

3° Entre Rhode et Naca, il y a une différence systématique de 1,6 %.

Ainsi l'écart de 8 % serait ramené à 6,4 % sans cette différence systématique, et resterait dans les limites des erreurs $\pm 3,5$ %.

Si nous tenons pour bonne, la valeur moyenne 4,235 obtenue pour l'ensemble des essais de Naca, nous obtiendrons pour le plan

$$K = \left(\frac{e}{a}\right)_m = \left(\frac{e}{a_r}\right) \frac{\beta_1 + \gamma}{\beta_1 + \beta_2} = 4,235 \times 0,75 = \pi \times 1,01$$

$\left(\beta_2 = \beta_1 \text{ et } \frac{\gamma}{\beta_1} = \frac{1}{2}\right)$

Si nous adoptons pour Rhode la valeur moyenne 4,145, et si nous tenons compte de la

RHODE N° 34

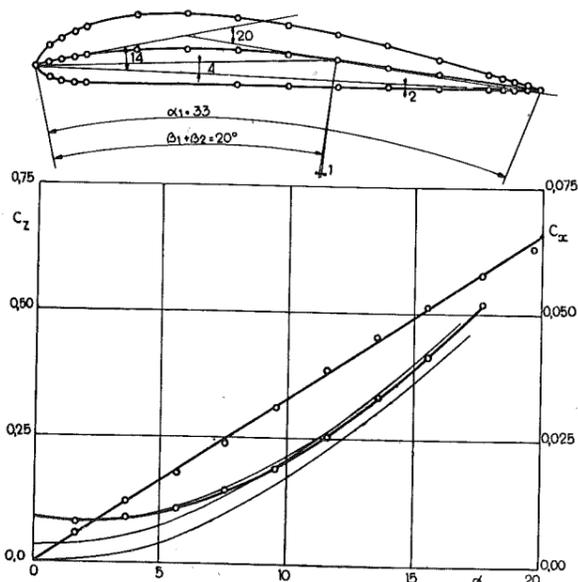


FIG. 19.

différence systématique de 1,6 %, nous obtenons également π

$$K = \left(\frac{e}{a}\right)_m = \frac{e}{a_r} \times 0,75 \times \frac{1}{0,985} = 4,145 \times \frac{1}{0,985} \times 0,75 = \pi$$

RHODE N° 36

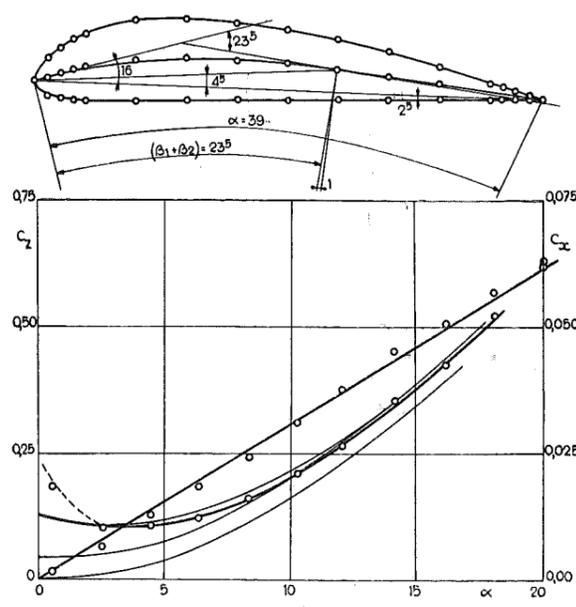


FIG. 20.

En procédant de la même manière pour les résultats établis par Riabouschinsky, nous trouverons

$$K = \left(\frac{e}{a}\right)_m = \left(\frac{e}{a_r}\right) \times 0,75 \times \frac{1}{0,843} = 3,57 \frac{1}{0,843} \times 0,75 = \pi$$

le coefficient 0,843 tenant compte du rapport entre la moyenne des essais de Riabouschinsky et la moyenne des essais de Naca.

Il apparaît donc clairement que la valeur moyenne pour tous les résultats observés, est bien égale à

$$K = \pi$$

pour le plan mince ou caréné, quand on fait intervenir l'influence de l'épaisseur e_1 de l'aile, par la formule (37).

Pour tous les profils autres que le plan, la valeur de K est donnée par la relation

$$K = \pi \times \frac{1}{0,75} \times \frac{\beta_1 + \gamma}{\beta_1 + \beta_2} = \pi \times \frac{4}{3} \frac{1 + \frac{\gamma}{\beta_1}}{1 + \frac{\beta_2}{\beta_1}} \quad (39)$$

qui conduit pour le profil à simple courbure, lorsque l'aile est assez mince et bien carénée, également à

$$K = \pi$$

En utilisant la valeur de K fournie par la relation (39) d'application générale, on pourra trouver la valeur de la portance P avec une approximation qui dépasse celle des résultats d'essais, et cela quel que soit le profil, plan ou courbe, à une seule courbure ou à courbure parabolique, quelle que soit l'épaisseur pour autant que $m = \frac{e_1}{a}$ ne dépasse pas 0,18, et que l'allongement k ne tombe pas en dessous de 3.

Tant que l'épaisseur au maître couple reste suffisante pour assurer un carénage efficace, tout se passe comme si l'aile était ramenée à sa « colonne vertébrale » définie par les angles caractéristiques, et cela tant en ce qui concerne la traînée que la portance.

Nous avons pu, en effet, par la même méthode, établir la valeur de c_x puis le coefficient de résistance total c_t compte tenu du frottement, du

NACA N° 00

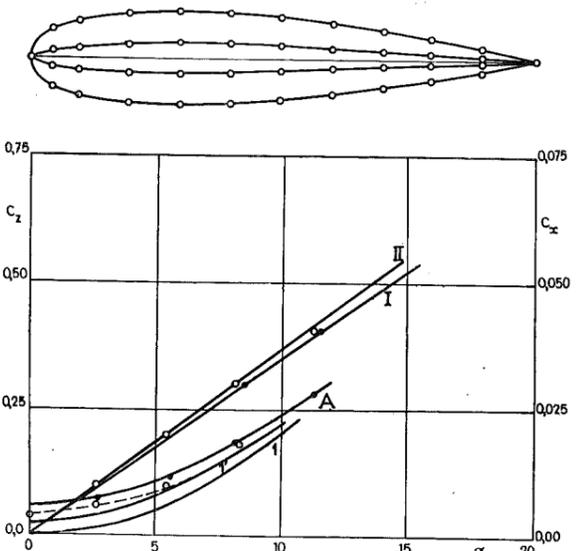


FIG. 21.

maître couple « réel » et du maître couple « apparent ».

Nous manquons de place pour établir cette relation qui peut se mettre sous la forme finale

$$c_t = c_x + 0,0021 + 0,08 m^2 + \frac{1}{2} C_1 \sin \left[\left(\frac{\beta_1}{2} + \gamma \right) - \alpha \right] \quad (41)$$

m étant égal à $\frac{c_1}{a}$, C_1 étant un coefficient qui se

rapporte au maître couple apparent et qui prend les valeurs suivantes :

0,027 (1+m) pour les profils normaux ;
0,042 (1+m) pour les profils à face ventrale plane.

NACA N° 24

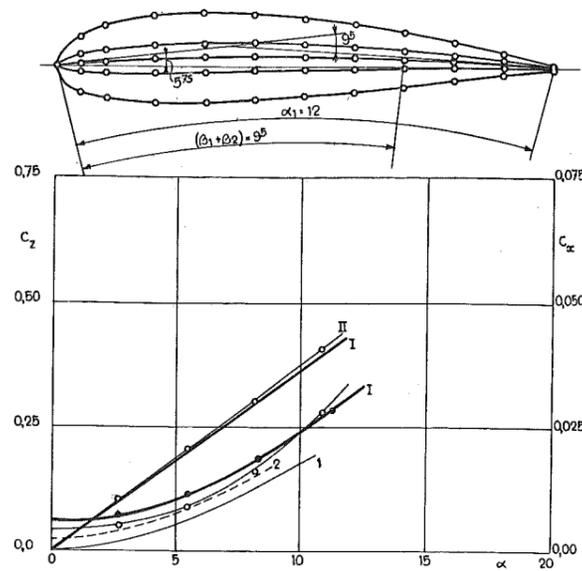


FIG. 22.

REMARQUE. — Pour ce qui concerne c_x , nous en avons donné la valeur dans le cas tout à fait théorique (formule 4) ; mais si l'on tient compte du phénomène de redressement à la sortie, on obtient par des calculs analogues,

$$c_x = 2K \frac{k}{k+0,8} \left(1 - \frac{e_1}{a}\right) F(x) \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (42)$$

la valeur de $F(x)$ prenant la forme

$$F(x) = 1 - AA_1 + \frac{AB B_1}{K} \times K' \quad (43)$$

avec pour A et B $\frac{k_1}{K}$ les significations antérieures, A_1, B_1 ayant les valeurs ci-après

$$A_1 = (2 - A) \quad (44)$$

$$B_1 = 2 - \frac{\theta_1 + \delta}{\beta_1 + \beta_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\beta_1}} \quad (45)$$

Le coefficient K' de réduction appliqué au dernier terme que nous avons dû introduire pour faire cadrer les valeurs calculées et les valeurs

RHODE N° 19

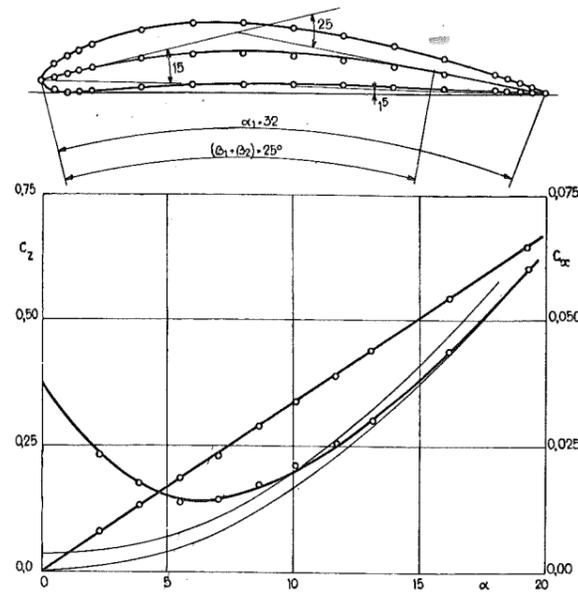


FIG. 23.

observées, a une signification physique : il tient compte de ce que dans le phénomène de rabattement à l'arrière, la vitesse c tombe à c' par suite des remous (fig. 9b), l'angle φ étant déterminé par la condition d'égalité entre le travail de remorque propre à cette partie de la traînée ($T''' \times c$), et l'énergie dissipée par les remous $\frac{M'}{2} (c^2 - c'^2)$.

RHODE N° 20

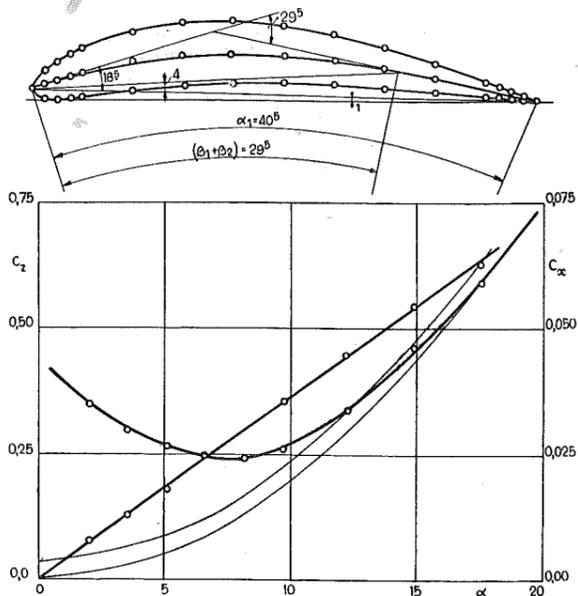


FIG. 24.

On trouve ainsi que la valeur de K' doit être égale à $\frac{1}{2}$. Mais la masse M' participant au rabattement n'est pas strictement égale à celle que l'on peut déduire de l'évaluation de e' , épaisseur du flux rabattu : elle est plus grande par induction quand l'épaisseur e' est faible par rapport à l'épaisseur totale e , plus faible dans le cas contraire.

En comparant les résultats du calcul avec les résultats observés, il a été possible de fixer la valeur de K' en fonction de γ'' défini par la relation

$$\gamma'' = \frac{a_1'}{a} = \frac{\alpha_1 - (\beta_1 + \gamma)}{\alpha_1} = \frac{\theta + \frac{\beta_2}{\beta_1} - \frac{\gamma}{\beta_1}}{1 + \frac{\theta}{\beta_1} + \frac{\beta_2}{\beta_1}} \quad (46)$$

en posant

$$K' = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} (\gamma'' - \gamma_1'') \times \pi \quad (47)$$

avec $\gamma_1'' = 0,365$.

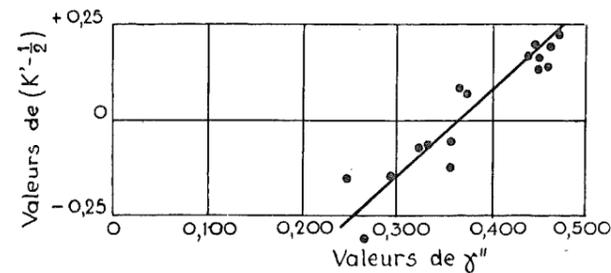


FIG. 25.

La figure 25 donne les points expérimentaux et la droite représentée par l'équation (47).

Nous terminerons cette première partie, en soulignant que si on représente par T' et par T'' les composantes horizontales des réactions Q' et Q'' , et si on multiplie la somme de ces composantes par c_1 on trouve

$$(T' + T'') c = M \frac{c_1^2}{2} \quad (48)$$

M représentant la masse déplacée par seconde, c_1 la composante verticale se' (fig. 9) de la vitesse à la sortie. Ceci veut dire que si l'on a affaire à une aile remorquée, la dépense d'énergie pour la remorque (limitée à l'influence des deux termes T' et T'') est égale à l'énergie réellement communiquée à la masse fluide supposée initialement au repos, par le déplacement horizontal de l'aile dont l'effet est de créer une composante effective c_1 .

Pour le troisième terme T''' , l'effet de remorque de l'aile est de créer une perte de vitesse

$(c - c')$ (fig. 9) par tourbillon dans la fraction M' de la masse totale M ainsi que nous venons de le montrer.

Le calcul de la traînée totale T_t peut se faire en partant de la valeur de c_t ; si on fait le rapport entre la traînée totale T_t et la portance P , on arrive à la relation

$$\frac{T_t}{P} = \frac{c_x}{c_t} \sin \frac{\alpha}{2} + k_2 + \frac{k_c}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (49)$$

en développant

$$\sin \left[\left(\frac{\beta_1}{2} + \gamma \right) - \alpha \right] = \sin \left(\frac{\beta_1}{2} + \gamma \right) - 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

approximation admise dans tout notre raisonnement.

Dans cette relation

$$k_2 = \frac{C_1}{2K \left(\frac{k}{k+0,8} \right) \left(1 - \frac{e_1}{a} \right) F(z)} \quad (50)$$

$$k_0 = \frac{0,0021 + 0,08 m^2 + \frac{1}{2} C_1 \sin \left(\frac{\beta_1}{2} + \gamma \right)}{2K \left(\frac{k}{k+0,8} \right) \left(1 - \frac{e_1}{a} \right) F(z)} \quad (51)$$

DEUXIÈME PARTIE

Théorie du ventilateur hélicoïde

Nous pouvons aborder à présent, le problème de la détermination de la poussée sur une aube du ventilateur hélicoïde, pour en déduire le travail T_t dépensé par kilogramme de fluide débité, et finalement ce que nous avons appelé dans la théorie générale des turbo-machines, le coefficient de puissance P

$$P = \frac{g T_t}{u_1^2}, \quad (52)$$

u_1 étant la vitesse périphérique de la roue.

Nous définirons ensuite ce que l'on entend par H' , hauteur manométrique fournie par le ventilateur, et nous montrerons que le coefficient manométrique M , que nous définirons en écrivant,

$$M = \frac{2 g H'}{u_1^2}, \quad (53)$$

est une fonction du coefficient de débit $x' = \frac{c}{u_1}$

c étant la vitesse axiale d'entrée dans la roue,

u_1 la vitesse périphérique ; ce coefficient de débit ainsi défini est proportionnel, comme on le voit, au débit du ventilateur lorsque son nombre de tours reste constant.

Ayant établi que P et M sont des fonctions de x' , indépendantes des dimensions et identiques pour toutes les roues géométriquement semblables, nous aurons du coup, démontré que le rendement indiqué η_i (celui qui serait réalisé si les pertes externes étaient nulles) est également une fonction de x' unique pour tous les ventilateurs géométriquement semblables ; en effet :

$$\eta_i = \frac{\delta QH'}{\delta QT_i} = \frac{H'}{T_i} = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (54)$$

§ 1. DÉTERMINATION DE T_i ET DE P

Envisageons une aile AB à simple courbure d'un ventilateur à axe vertical OO_1 , l'aile étant vue en bout dans une projection en élévation (fig. 26).

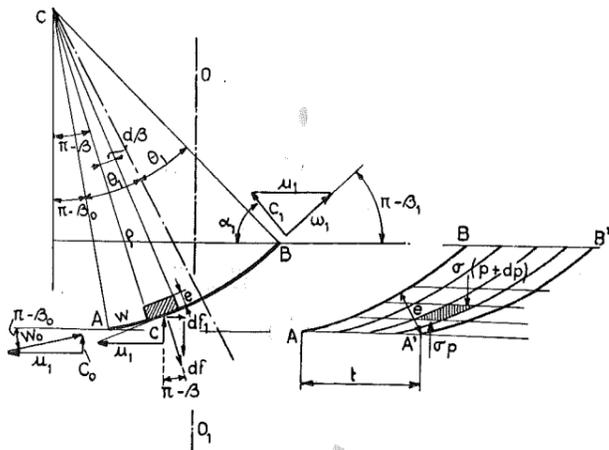


FIG. 26.

Nous désignerons par β_0 et β_1 les angles que font respectivement les directions tangentes à l'entrée et à la sortie avec la direction positive de la vitesse d'entraînement u_1 ; nous représenterons par α_0 et α_1 les angles du flux à l'entrée et à la sortie du ventilateur. Dans le dessin l'angle d'entrée en l'absence d'un distributeur, est pris égal à $\frac{\pi}{2}$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$$

L'angle de sortie α_1 résulte du tracé du triangle des vitesses ayant pour côtés la vitesse relative w_1 et la vitesse d'entraînement u_1 .

Supposons que la vitesse absolue c_0 soit telle que le triangle des vitesses à l'entrée conduise à une valeur de w_0 dirigée suivant la tangente à l'aube, tangente qui fait avec u_1 un angle $(\pi - \beta_0)$.

Considérons un élément d'épaisseur e délimité par l'angle au centre $d\beta$, et deux surfaces concentriques à l'axe du ventilateur OO_1 de rayon r et $r + dr$; la force élémentaire df appliquée suivant la direction radiale pourra s'évaluer, en appliquant la relation (2), la déviation étant ici égale à $d\beta$, la vitesse étant représentée par w :

$$df = \frac{\delta}{g} (edr) w \times w d\beta \quad (55)$$

Projetons df sur la direction du mouvement d'entraînement et multiplions par u_1 la composante df_1 ; si nous divisons le résultat par le débit-seconde, nous obtiendrons la valeur de dT_i , par définition :

$$dT_i = - \frac{df_1 u_1}{\delta d r e w} = - \frac{1}{g} u_1 w \sin(\pi - \beta) d\beta \quad (56)$$

Pour tirer directement T_i de l'équation (56) remarquons que $w \sin \beta$ ne varie pas avec β et que l'intégration peut dès lors ne porter que sur β

$$T_i = - \frac{u_1}{g} w \sin(\pi - \beta) \int_0^1 d\beta = \frac{u_1}{g} w \sin(\pi - \beta) \int_0^1 (\pi - \beta) \quad (66)$$

D'où

$$T_i = - \frac{u_1}{g} w \sin(\beta) [(\pi - \beta_1) - (\pi - \beta_0)] = \frac{u_1}{g} w \sin \beta \sin(\beta_0 - \beta_1) \quad (67)$$

le sinus pouvant être confondu avec l'angle, lorsqu'il s'agit d'aubes à faible courbure, les seules que l'on puisse envisager dans cette théorie.

En développant $\sin(\beta_1 - \beta_0)$, il viendra pour P

$$P = \frac{c_1}{u_1} \sin \beta_1 \sin \beta_0 [\cotg \beta_1 - \cotg \beta_0] \quad (68)$$

ou en tenant compte de la relation

$$t = \frac{2\pi r}{n} \quad e = t \sin \beta_0 \quad (69)$$

(n étant le nombre d'aubes, e la distance entre deux aubes, t le pas circonférentiel)

$$P = \frac{c}{u_1} \sin \beta_1 \frac{e}{t} [\cotg \beta_1 - \cotg \beta_0] \quad (70)$$

La façon dont nous venons d'établir la relation

(70), laisserait supposer qu'elle n'est valable qu'à deux conditions :

1° Que $\frac{c_0}{u_1}$ reste constamment égal à $\text{tg}(\pi - \beta_0)$;

2° Que l'angle réel des filets pris à la sortie soit effectivement égal à l'angle géométrique β_1 , quelle que soit la valeur de c .

Mais nous avons vu, par l'exposé de la première partie :

1° Que pour un angle d'entrée β différent de β_0 (fig. 27), rien n'était modifié au point de vue de la portance, la valeur de celle-ci pouvant toujours s'exprimer en fonction de l'angle de déviation $(\beta - \beta_1')$, par la relation (19)

$$dP_1 = (Kadr \frac{\delta}{g} w) w F(z) \sin(\beta - \beta_1') \quad (71)$$

pour une tranche de hauteur dr ;

2° Que l'angle de sortie réel ne correspondait jamais à $(\pi - \beta_1)$ mais bien à $(\pi - \beta_1')$ plus petit que $(\pi - \beta_1)$.

Pour plus de clarté nous reprendrons l'examen des conditions de fonctionnement en dessinant l'aube AB dont le centre est en C, puis l'aube fictive de centre C' que l'on peut substituer à l'aube réelle lorsque l'angle d'attaque au lieu d'être $(\pi - \beta_0)$ est égal à $(\pi - \beta)$. Pour établir la correspondance entre le tracé actuel et celui que nous avons présenté à la figure 6, à propos de l'étude des ailes, il faut se rendre compte qu'ici ce n'est pas l'aile qui se déplace par rapport au flux mais le flux qui s'oriente différemment sous des angles de plus en plus grand jusqu'à la limite

$$(\pi - \beta) = (\pi - \beta_1') ;$$

à ce moment le flux ne subit plus de déviation et la poussée est nulle.

Pour la vitesse axiale c , la direction d'entrée deviendra tangente à l'arc $A'G$ de centre C' et ce que nous avons appelé l'angle de déviation α aura pour valeur $(\theta_1' + \gamma')$, γ' pouvant être pris égal à $\frac{\theta_1'}{2}$ (1).

De là la relation donnant la poussée élémentaire

$$dP_1 = (Kadr \frac{\delta}{g} w) w F(z) \sin(\theta_1' + \frac{\theta_1'}{2}) \quad (72)$$

avec

$$\theta_1' + \frac{\theta_1'}{2} = (\pi - \beta_1') - (\pi - \beta) = (\beta - \beta_1') \quad (73)$$

En utilisant la composante de dP_1 dans la direction de la vitesse d'entraînement soit

$dP_1 \sin \beta$, et en multipliant cette composante par u_1 , nous obtiendrons le travail T_i , à la condition de diviser le résultat par le poids débité par seconde $(tw \sin \beta \frac{\delta}{g} dr)$, ce qui conduit à

$$T_i = - \frac{u_1}{g} K \frac{a}{t} c F(z) \sin(\beta - \beta_1') \frac{1}{\sin \beta} \quad (74)$$

Cette valeur fait toutefois abstraction de la projection de la composante T_i (fig. 27) sur la direction de la vitesse d'entraînement, et ne représente partant T_i qu'avec une certaine approximation.

Nous pourrions tirer de cette valeur (74) le coefficient de puissance

$$P = \frac{c}{u_1} K \frac{a}{t} F(z) \sin \beta_1' (\cotg \beta_1' - \cotg \beta) \quad (75)$$

qui ne diffère de la précédente (70) qu'en ce que :

- 1° β_1' remplace β_1 ;
- 2° β remplace β_0 ;
- 3° $F(z)$ remplace l'unité ;
- 4° e est remplacé par Ka .

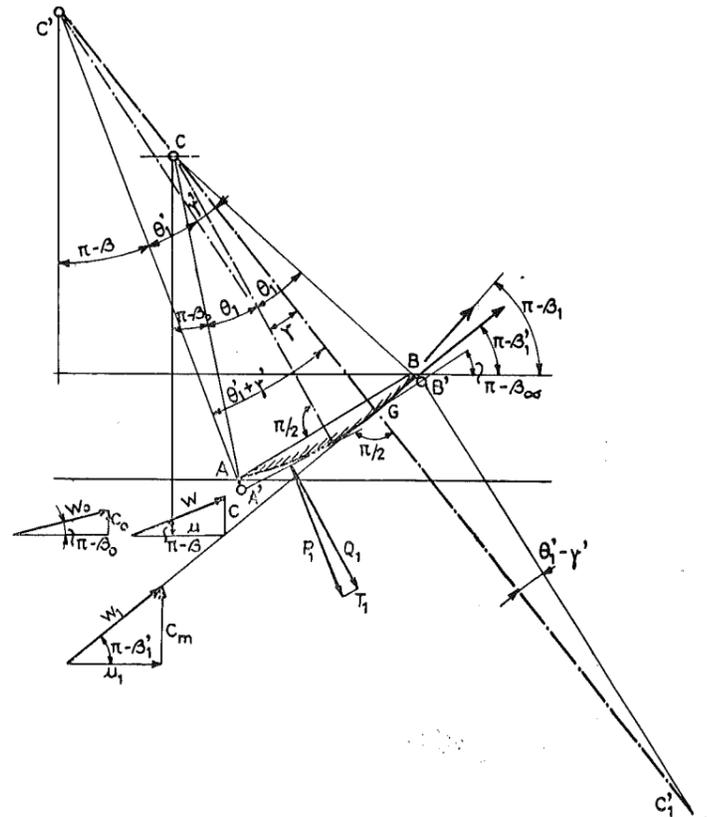


FIG. 27.

Cette dernière relation signifie que l'épaisseur du flux est commandée par la profondeur a

(1) Pour conserver les notations habituelles, dans ce chapitre, nous avons dû désigner les angles au centre de la figure 6, par θ_1 au lieu de β_1 .

et proportionnelle à a tant que les aubes ne sont pas trop rapprochées.

En observant que

$$\frac{c}{u_1} \operatorname{tg} \beta = -1 \quad (76)$$

nous pourrions poser

$$P = \Psi \left(\frac{x'}{\operatorname{tg} \beta_1'} + 1 \right) \quad (77)$$

avec

$$\Psi = K \frac{a}{t} F(z) \sin \beta_1' \quad (78)$$

et

$$x' = \frac{c}{u_1} \quad (79)$$

P apparaît donc comme une fonction linéaire du coefficient de débit x' qui prend la valeur 0 lorsque x' atteint $-\operatorname{tg} \beta_1'$ et qui atteint la valeur P_c tirée de la formule d'Euler quand Ψ prend la valeur 1.

En effet, il est aisé d'établir la valeur de T_i dans l'hypothèse d'un nombre d'aubes infini: la valeur de la variation de la quantité de mouvement par seconde, dans le sens du déplacement tangentiel u_1 , est égale pour 1 kilogramme de fluide débité à

$$-\frac{1}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - c_0 \cos \alpha_0)$$

Le travail T_i par kilogramme de fluide débité pourra donc s'évaluer à

$$T_i = \frac{u_1}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - c_0 \cos \alpha_0) = \frac{u_1}{g} (w_1 \cos \beta_1 - w_0 \cos \beta_0) \quad (80)$$

en vertu des relations dans les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie:

$$c_1 \cos \alpha_1 = w_1 \cos (\pi - \beta_1) + u_1$$

$$c_0 \cos \alpha_0 = w_0 \cos (\pi - \beta_0) + u_1$$

Cette formule conduit en tenant compte de la condition de continuité

$$w_1 \sin (\pi - \beta_1) = w_0 \sin (\pi - \beta_0) = c$$

à

$$P_c = \frac{c}{u_1} (\cotg \beta_1 - \cotg \beta_0) \quad (81)$$

formule qui se ramène à la valeur précédente (75) si on y fait $\Psi = 1$ et si l'on tient compte que

pour un nombre d'aubes infini, $(\pi - \beta)$ doit être nécessairement égal à $(\pi - \beta_0)$.

§ 2. EXTENSION DE LA FORMULE DE T_i ET DE P AU CAS D'UNE PALE ENTIÈRE

Avant de passer à une vérification expérimentale des déductions ci-dessus, force est de chercher à étendre les résultats trouvés au cas concret d'une pale de hauteur finie, cette hauteur pouvant atteindre

$$h = (r_1 - r_0) = 0,6 r_1$$

pour fixer les idées.

Généralement on cherche à réaliser un pas constant p , tout au moins à faire en sorte que la corde réalise un hélicoïde à plan directeur, de telle façon que l'on puisse poser, avec une certaine approximation

$$\operatorname{tg} \beta_1' = -\frac{p}{2\pi r_1} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \beta' = -\frac{p}{2\pi r}$$

Pour une tranche cylindrique située au rayon r , T_i pourra être calculé par la relation

$$T_i = \frac{\omega^2 r^2}{g} \Psi \left(1 - \frac{x'}{p/2\pi r} \right) \quad (82)$$

x' représentant cette fois $x' = \frac{c}{\omega r}$.

Comme il importe de réaliser autant que possible T_i constant quel que soit le rayon (puisque si T_i est constant H' l'est aussi, le rendement η_i pouvant être regardé en première approximation comme indépendant de r), il faudra poser

$$\omega^2 r^2 K n \frac{a}{2\pi r} \sin \beta' = \text{constante} \quad (83)$$

attendu que le terme entre parenthèse se ramène à une valeur indépendante du rayon

$$1 - \frac{x'}{p/2\pi r} = 1 - \frac{c}{w} \frac{2\pi}{p} \quad (84)$$

Lorsque $(\pi - \beta')$ n'est pas grand, on peut confondre $\operatorname{tg} \beta'$ avec $\sin \beta'$ ce qui conduit à la relation de condition

$$ar \operatorname{tg} \beta' = -\frac{p}{2\pi r} \times ar = -\frac{pa}{2\pi} \quad (85)$$

Ainsi si le pas est constant, il faut maintenir la profondeur a de l'aube constante.

§ 3. VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE

Nous disposons pour effectuer une vérification expérimentale de la théorie développée ici, des données sur le ventilateur Escher-Wyss essayé par M. Keller, à 10 pales, le seul qui ait été essayé sans distributeur à l'entrée.

Dans ce ventilateur de 0 m 600 de diamètre,

de 0 m 150 de rayon au centre $\frac{r_0}{r_1} = 0,500$, les $\pi - \beta_1' = 17^\circ \frac{85}{100}$ ou encore

profils aux différents rayons sont identiques, la corde a seule étant variable avec le rayon suivant les indications du tableau III ci-après.

$\gamma = (\pi - \beta_1') - \delta_1 = 3^\circ$
contre $3^\circ \frac{6}{10}$ observé au tunnel.

TABLEAU III

Rayon r Rapport $\frac{r}{r_1}$	0,150 0,500	0,185 0,618	0,220 0,735	0,255 0,852	0,300 1,000	Observations
λ	23 $\frac{8}{10}$	20 $\frac{0}{10}$	18 $\frac{1}{10}$	15 $\frac{9}{10}$	13 $\frac{0}{10}$	$\gamma = 3^\circ \frac{6}{10}$
$\delta_1 = \lambda + \varepsilon$	25 $\frac{1}{10}$	22 $\frac{0}{10}$	19 $\frac{5}{10}$	17 $\frac{2}{10}$	14 $\frac{9}{10}$	
$(\pi - \beta_1')$	28 $\frac{7}{10}$	25 $\frac{0}{10}$	23 $\frac{0}{10}$	20 $\frac{8}{10}$	18 $\frac{5}{10}$	$p \propto c^2$
$-\operatorname{tg} \beta_1' = \frac{p}{2\pi r}$	0,547	0,478	0,424	0,380	0,334	
$-r \operatorname{tg} \beta_1' = \frac{p}{2\pi}$	0,970	0,985	0,932	0,975	1,000	
a	0,077	0,069	0,063	0,058	0,053	
$-ar \operatorname{tg} \beta_1'$	0,750	0,680	0,587	0,565	0,530	

La valeur de Ψ qui ressort de ces observations est égale à 0,255; or $\frac{a}{t} = 0,282 \frac{a}{t} \sin \beta_1' = 0,0862$. D'où

$$KF(z) = 2,95.$$

Avant de commenter ces résultats, nous voudrions présenter le diagramme des valeurs de Ψ pour quatre ventilateurs tracés suivant les principes exposés ci-dessus, le premier à trois pales, les trois autres à quatre pales.

Ce profil est conforme au profil n° 31 de Rhode, et les angles caractéristiques β_1 et β_2 que nous désignerons ici par θ_1 et θ_2 , pour ne pas introduire de confusions, sont respectivement de 11 et 5 degrés. L'angle θ peut être pris égal à $10^\circ,75$, l'angle γ à $3^\circ,6$.

Le profil est dessiné à la figure 28, dans la position qu'il occupe à l'extrémité de la pale, l'angle $(\pi - \beta_0)$ étant égal à $3^\circ,9$.

L'angle δ_1 qui a pour valeur $[\theta_1 + (\pi - \beta_0)]$ est de $14^\circ,9$.

Le tableau III fait connaître la valeur de δ_1 pour différentes sections, puis les valeurs correspondantes de

$$(\pi - \beta_1') = \delta_1 + \gamma$$

et enfin de $\operatorname{tg} \beta' = -\frac{p}{2\pi r}$ et de $r \operatorname{tg} \beta' = -\frac{p}{2\pi}$.

On voit que le pas p tel que nous l'avons défini est très sensiblement constant; le produit du pas p par la profondeur a grandit il est vrai quand r diminue mais relativement peu et dans le bon sens; en effet, la condition de base T_i égal à une constante, ne conduit à H' égal à une constante, que si η_i lui aussi ne varie pas; or η_i a une tendance à diminuer avec le rayon en raison de l'augmentation de l'angle d'attaque, de l'accroissement de l'épaisseur; le seul moyen de maintenir H' constant c'est donc de faire grandir légèrement a . C'est ce qui a été réalisé dans le ventilateur dont il est question ici.

Les essais ont été faits à 2.880 tours par minute, $\frac{\delta}{g}$ étant égal à 0,12.

Les diagrammes donnant les valeurs observées pour P , M et η_i sont reportés à la figure 29.

En prolongeant la courbe de P jusqu'à l'axe des abscisses on trouve $\operatorname{tg} \beta_1' = -0,322$ soit

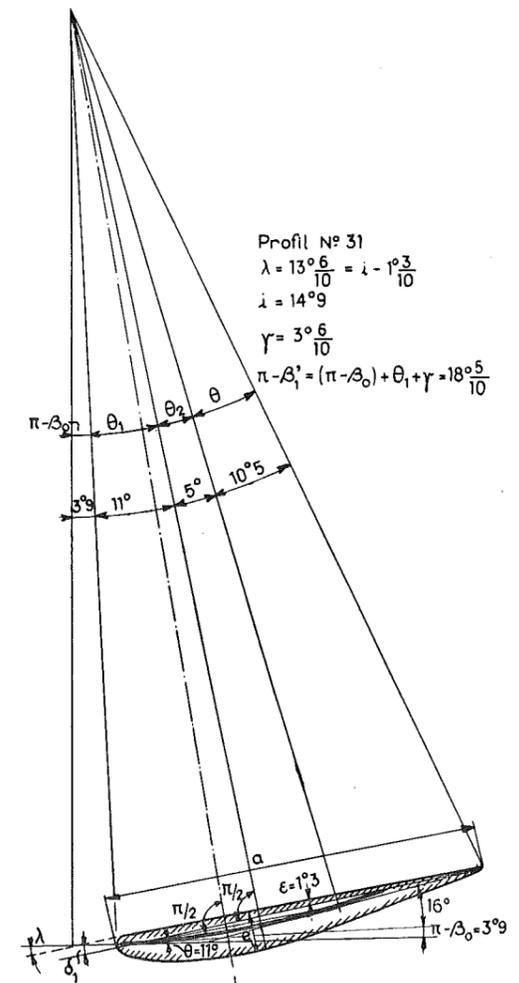


FIG. 28.

Ces essais ont porté sur des roues de 1 mètre et 0 m 940 de diamètre ; ils ont été effectués au plancher d'essai des Ateliers de Construction de la Meuse à Liège.

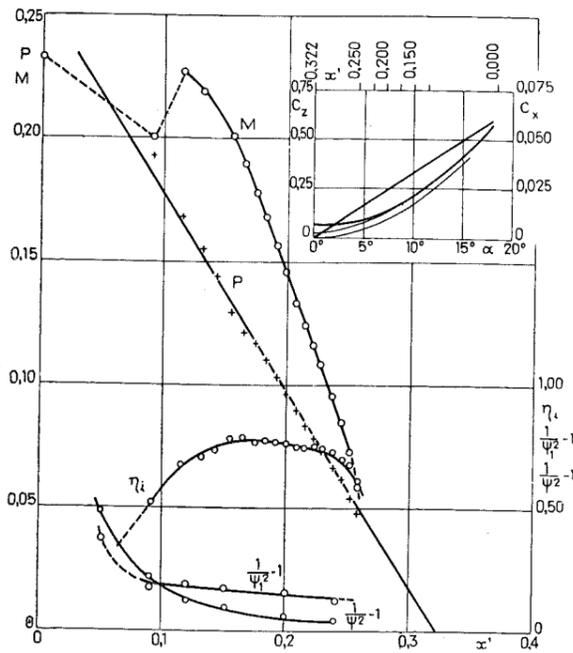


FIG. 29.

En portant en abscisses les valeurs de $\frac{a}{t} \sin \beta_1'$ et en ordonnées les valeurs de Ψ , nous avons obtenu le diagramme de la figure 30, montrant

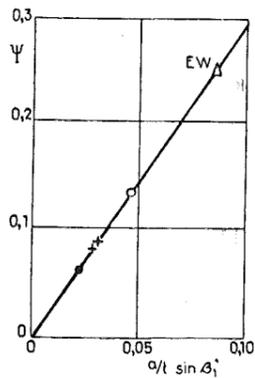


FIG. 30.

une constance remarquable du coefficient angulaire, c'est-à-dire de $KF(z)$.

Le point marqué d'un triangle se rapporte à la valeur trouvée ci-dessus, pour le ventilateur Escher-Wyss.

La valeur de $KF(z)$ qui ressort de l'ensemble

de ces essais est comme on le voit plus élevée que celle résultant des essais sur des ailes isolées de même profil : le chiffre de 2,95 doit se comparer à 2,35 ou 2,50 valables pour les ailes isolées.

Nous pensons que cette différence vient de ce que le phénomène de redressement à l'arrière qui porte sur une vitesse w_1 nettement plus petite que w_0 qui désigne ici la vitesse relative d'entrée, ne conduit pas au même coefficient de réduction $F(z)$. Si cette explication est exacte, elle doit être accompagnée d'une autre constatation, celle de

la diminution de $\frac{\gamma}{\beta_1}$; et effectivement c'est ce que nous avons observé, l'angle au tunnel de 3°,6 est tombé à 3 degrés dans le ventilateur.

En utilisant des résultats observés sur d'autres ventilateurs moins bien tracés, notamment en ce qui concerne le maintien de la constance de T_r suivant le rayon, nous avons pu étendre cette courbe de Ψ . Celle-ci est indiquée (fig. 31) et on pourrait la prolonger vers son asymptote, l'horizontale d'ordonnée 1, en passant par deux points correspondants à deux pompes hélicoïdes à 8 et à 4 aubes.

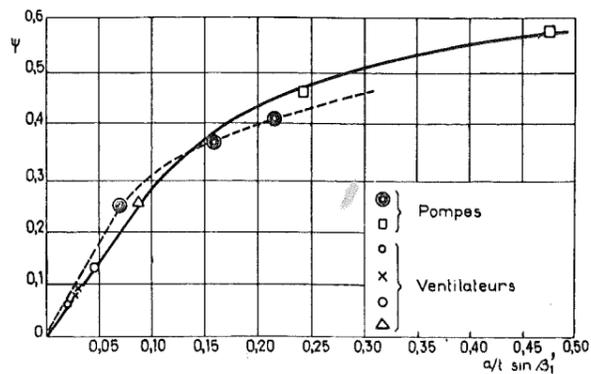


FIG. 31.

D'autres essais effectués sur des pompes hélicoïdes tracées d'après les idées exposées ici, ont donné lieu à des valeurs de Ψ indiquées dans cette même figure 31, mais qui ne peuvent être reliées que par une courbe se rattachant à la partie pointillée partant de l'origine.

Le coefficient angulaire de cette dernière partie fait apparaître une valeur de $KF(z)$ égale à 4.

Ce chiffre de 4 d'après nos considérations sur la détermination de c_2 n'a rien d'anormal : il constitue la limite de $\frac{e}{a}$ pour les profils paraboliques

(ceux qui précisément étaient utilisés dans les pompes expérimentées) lorsque la valeur de $F(z)$ tend vers l'unité, en raison de la réduction de la vitesse w_1 à la sortie.

§ 4. DÉTERMINATION DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE M

Pour passer à l'application de la théorie, il est nécessaire de déterminer en fonction du coefficient de débit x' , la valeur de ce que nous avons appelé dans la théorie des turbo-machines, le coefficient manométrique M

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2}$$

H' étant la hauteur manométrique fournie par le ventilateur, c'est-à-dire la valeur définie par la relation

$$H' = v(p_2 - p_c) + \frac{1}{2g}(c_2^2 - c_c^2) \quad (86)$$

Comme la pression d'aspiration p_c est généralement prise à un endroit du circuit où la vitesse est nulle $c_c = 0$, la formule se ramène à

$$H' = v(p_2 - p_c) + \frac{1}{2g}c_2^2$$

En admettant que les pertes dans la roue et le diffuseur croissent comme le carré de la vitesse, il est possible d'évaluer celles-ci en fonction de deux coefficients ψ et ψ_1 , l'un se rapportant aux pertes dans la roue, l'autre à celles du diffuseur.

En appliquant les relations fondamentales issues du théorème de Bernoulli appliqué au canal d'entrée, puis au canal mobile de la roue et enfin au canal fixe du diffuseur, on obtiendra successivement

$$v(p_0 - p_c) = \frac{1}{2g}(0 - c^2) \quad (87)$$

$$v(p_1 - p_0) = \frac{1}{2g}(w_0^2 - w_1^2) - T_r \quad (88)$$

$$v(p_2 - p_1) = \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_1 \quad (89)$$

Si nous admettons que

$$T_r = \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{rg} \quad (90) \quad T_1 = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (91)$$

nous pourrions déduire de l'ensemble de ces relations, la valeur de M.

En utilisant les relations

$$w_0^2 = u_0^2 + c^2 = u_1^2 + c^2 \quad (92)$$

$$\frac{w_1}{u_1} = \frac{c}{u_1 \sin \beta_1'} \quad (93)$$

$$c_1^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2u_1 w_1 \cos \beta_1' \quad (94)$$

et en posant

$$x' = \frac{c}{u_1}$$

il viendra

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) + \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) + 2\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)x' \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_1'} - x'^2 \left[\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{1}{\sin^2 \beta_1'} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \right] \quad (95)$$

En ajoutant et en soustrayant dans le second membre $\left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right)$, nous pourrions écrire

$$M = 2\left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)P_c + \left(\frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\psi^2}\right) - \left[\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{x'^2}{\sin^2 \beta_1'} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) x'^2 \right] \quad (96)$$

en désignant par P_c la valeur du coefficient de puissance tirée de la formule d'Euler, dans laquelle on remplacerait β_1 par β_1' .

Pour η_i on trouve immédiatement

$$\eta_i = \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) + \left(\frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\psi^2}\right) \frac{1}{P_c} - \left[\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{x'^2}{\sin^2 \beta_1'} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) x'^2 \right] \frac{1}{P_c} \quad (97)$$

Tout le raisonnement a été fait toutefois comme si nous nous trouvions dans le cas d'un nombre d'aubes infini, l'angle β_1 étant remplacé par l'angle β_1' .

Si le nombre d'aubes est faible, il faut remplacer dans M (formule 96) P_c par ΨP_c et β_1' par β_∞ en tenant compte de ce que la vitesse c_1 doit être corrigée, en raison du redressement à la sortie, comme cela ressort de la figure 27. Ce n'est donc pas w_1 qui doit être combiné avec u_1 pour obtenir c_1 , mais w_∞ (fig. 32) faisant avec la vitesse u_1 un angle $(\pi - \beta_\infty)$

$$(\pi - \beta_\infty) = \frac{2}{3}[(\pi - \beta_1') - (\pi - \beta)] + (\pi - \beta)$$

$$= \pi - \frac{2}{3}\left(\beta_1' + \frac{\beta}{2}\right)$$

Avec les approximations habituelles, cela permet d'écrire

$$\sin(\pi - \beta_\infty) = \frac{2}{3} \sin \beta_1' \left[\frac{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \beta_1'} + 1 \right] = \frac{1}{3} \sin \beta_1' \left[\frac{x' + 2x'_m}{x'_m} \right] \quad (98)$$

en tenant compte de ce que

$$\sin \beta_1' = 0,305, \quad \operatorname{tg} \beta_1' = -x'_m = -0,322,$$

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = -\frac{x'}{2}$$

C'est en utilisant cette relation (96) dans laquelle nous avons remplacé $\sin \beta_1'$ par $\sin \beta_0$, que nous avons procédé à l'identification de la valeur calculée de M avec la valeur expérimentale fixée par la figure 29. Pour le coefficient $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$, nous avons observé que

$$T_f = \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g} = \frac{\left(\frac{\partial}{\partial e} S w_0^2\right) \times c_x \times w_0}{\delta e \times h w_0} = \frac{1 S w_0^2 c_x}{g e h}$$

et comme e est égal à

$$e = t \sin(\pi - \beta) = \frac{a}{0,282} x'$$

$$T_f = \frac{w_0^2}{2g} \frac{2 c_x}{3,55 x'};$$

$$\text{d'où} \quad \frac{1}{\psi^2} - 1 = \frac{2 c_x}{3,55 x'} \quad (99)$$

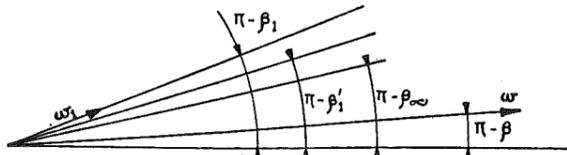


FIG. 32.

Cette valeur est indiquée en fonction de x' dans la figure 29; nous avons déduit de l'identification la valeur de $\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right)$ qui donne comme on peut le voir, des nombres du même ordre que

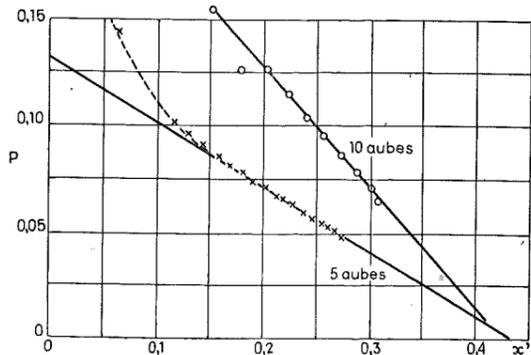


FIG. 33.

ceux que nous avons obtenus par la voie expérimentale, lors de l'étude des pompes centrifuges.

REMARQUE. — Lorsqu'on étudie le ventilateur avec un distributeur à l'entrée tracé de telle façon que, pour le débit normal, la vitesse absolue c_1 soit orientée suivant la direction de l'axe du ventilateur, on trouve également, pour la valeur théorique de P, une loi linéaire.

Les courbes de la figure 33 donnent les résultats obtenus avec deux ventilateurs identiques, l'un muni d'une roue à 5 aubes, l'autre d'une roue à 10 aubes, tous deux étant construits avec un distributeur à l'entrée.

Comme on peut s'en rendre compte la loi linéaire de P et de ψ reste intacte.

§ 5. DÉTERMINATION DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE \mathcal{R}

Nous pouvons déduire de l'existence de M, l'existence d'un coefficient caractéristique \mathcal{R} pour chaque type, celui-ci étant défini par les trois données Q, H', N :

$$\mathcal{R} = \frac{QN^2}{(2g)^2 H'^2} \quad (100)$$

De la relation Q

$$Q = \pi(r_1^2 - r_0^2) c \quad (101)$$

on peut déduire, en désignant par ε le rapport $h = (r_1 - r_0)$ au rayon r_1

$$Q = \pi(r_1 + r_0) \times h \times c = \pi r_1^2 \left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right) \varepsilon c.$$

En remplaçant r_1 en fonction de u_1 et de N, puis u_1 en fonction de M et de $(2gH')$, on obtiendra

$$Q = \frac{60^2}{2\pi} \left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right) \varepsilon x' \frac{(2gH')^2}{M^2} \frac{1}{N^2}$$

et enfin, en faisant passer dans le premier membre les termes qui dépendent des données :

$$\mathcal{R} = \frac{60^2}{4\pi} \left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right) \varepsilon \frac{x'}{M^2} \quad (101)$$

Si l'on s'impose la condition du rendement maximum, on voit que le second membre prend une valeur déterminée pour un type déterminé; cette valeur de \mathcal{R} caractérise le type, et pourrait servir à le désigner. Or les trois données Q, H', N fixent les valeurs de \mathcal{R} .

On peut donc dire que, pour satisfaire à chaque groupe des trois données, il faut créer un type. Naturellement, comme le rendement varie peu aux environs du maximum, il est possible de satisfaire avec un même type, à toutes les combinaisons des trois valeurs Q, H', N qui conduisent

à une valeur de \mathcal{R} comprise entre un maximum et un minimum.

Pour faire croître \mathcal{R} il est possible d'agir sur ε dont la valeur 0,6 paraît être une limite pratique; on peut agir sur le nombre de pales qui en décroissant fait décroître ΨP et partant M, ce qui entraîne l'augmentation de \mathcal{R} .

CONCLUSIONS

La théorie que nous venons de présenter avec les vérifications expérimentales de P et de Ψ , conduit à une vue extrêmement complète et satisfaisante du fonctionnement des machines du type hélicoïde.

Par l'exposé de la première partie, et par l'analyse des résultats d'expériences au tunnel, sur des profils dont l'angle total de déviation $(\beta_0 - \beta_1')$ dépasse 21 degrés (fig. 23 et 24), on peut comprendre que la théorie ne peut s'appliquer qu'à des profils présentant un angle $(\beta_0 - \beta_1')$ inférieur en chiffres ronds à 21 degrés, c'est-à-dire qu'à des aubes très plates.

On peut comprendre aussi pourquoi le carénage est d'une importance capitale dans ce genre de machines, étant donné que pour la région du rendement maximum l'angle $(\pi - \beta)$ est plus grand que $(\pi - \beta_0)$ et que, dans ces conditions, la valeur de la traînée T_1 peut devenir considérable; il suffit, pour s'en convaincre, de porter son attention sur la valeur de c_x pour les profils minces non carénés aux environs de l'angle $\alpha = 0$ qui correspondrait ici à un angle $(\pi - \beta) = (\pi - \beta_1')$.

Si on se reporte à la première partie, on voit qu'il est facile, grâce à la représentation de la variation de c_x par la voie algébrique, de traiter

le problème de la sustentation de l'avion et des performances de celui-ci, et cela de la façon la plus simple et la plus rigoureuse. Nous avons depuis longtemps utilisé les relations fondamentales (49), (50) et (51) à la résolution du problème du calcul de l'hélice.

Il pourrait paraître invraisemblable qu'à la faveur de considérations aussi élémentaires, il soit possible d'analyser des phénomènes aussi complexes, et cela de façon à établir des coïncidences aussi parfaites entre résultats calculés et résultats observés, qu'il s'agisse de l'étude de l'aile ou de l'étude du ventilateur.

A vrai dire toute la théorie dérive de l'application du théorème des quantités de mouvement, et l'on peut se rendre compte que la valeur en direction et intensité de la résultante appliquée à l'aile ne dépend pas de la répartition réelle des pressions ou dépressions engendrées par la déviation, que quelle que soit cette répartition: si les vecteurs vitesse à l'entrée et à la sortie restent les mêmes, la résultante reste la même. Or par la condition de continuité que nous avons réussi à exprimer, nous nous sommes trouvés en mesure de fixer l'orientation du vecteur vitesse à la sortie. De là le succès de la méthode.

Sa portée au point de vue technique nous paraît considérable; elle permet de suivre véritablement le phénomène de l'écoulement le long de l'aile, de comprendre la source des différentes pertes qui engendrent la traînée totale et de fixer finalement la théorie des turbo-machines à faible nombre d'aubes.

Elle illustre, par un exemple favorable, la signification qu'il faut donner au principe fondamental de la conservation de l'énergie:

« Une forme commune à tous les possibles », selon l'expression de H. Poincaré.

UNIVERSITÉ DE LIÈGE



Hommage

de la

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

à

L'ASSOCIATION

DES INGÉNIEURS SORTIS DE L'ÉCOLE DE LIÈGE

à l'occasion de son Centenaire

1947

GEORGES THONE, ÉDITEUR, LIÈGE