NOTE SUR LA MESURE DES DÉBITS LIQUIDES EN RÉGIME VARIÉ

par **Ch. HANOCQ,**
Professeur à l'Université de Liége.

Des recherches longues et patientes effectuées dans différents pays, notamment en Allemagne, et auxquelles le Laboratoire de Construction de Machines de l'Université de Liége a apporté une certaine contribution, ont permis d'établir avec une approximation de l'ordre de + ou — 0,5 % les valeurs des coefficients de débit à introduire dans la formule

$$Q = \varphi\sigma \sqrt{2gv(p_1 - p_2)}$$

déduite du théorème de Bernouilli, pour déterminer le débit Q passant par un orifice convergent de forme bien déterminée.

Avec la tuyère adoptée par le Comité International de Standardisation et reproduite ci-dessous, la courbe de φ est bien connue en fonction de α; à partir d'une certaine valeur du coefficient α de Reynolds, variable avec le rapport $m=(d/D)^2$, on peut se rendre compte que φ est pratiquement constant et égal à

	$\varphi = 0{,}987$	0,989	0,999	1,016	1,041	1,081	1,142
pour	$m = 0{,}05$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60

Les ingénieurs disposent donc d'un moyen précis et pratique pour déterminer des débits liquides dans les tuyauteries; une simple lecture au manomètre différentiel fait connaître celui-ci.

Mais cette conclusion n'est valable que si l'on a affaire à un écoulement permanent, ce qui dans la réalité industrielle est loin d'être toujours réalisé.

Deux questions se posent donc lorsque, par suite de variations rapides et continues du débit, les indications du manomètre varient brusquement et à tout instant :

1° La formule ci-dessus basée sur l'existence du théorème de Bernouilli est-elle encore valable ?

2° En se bornant à faire des lectures aussi soignées que possible à intervalles réguliers, peut-on faire confiance à la valeur moyenne ainsi trouvée ?

Pour répondre à la première question, il suffit de s'adresser à la théorie. La formule de Bernouilli étendue au régime varié peut s'écrire (fig. 2).

$$v\,(p_1-p_2)+(z_1-z_2)-T_f=\frac{1}{2g}\,(w_2^2-w_1^2)+\frac{1}{g}\,\frac{dQ}{dt}\int_1^2\frac{ds}{\sigma}.$$

Appliquée à l'écoulement à travers la tuyère, elle conduit à une relation simple que nous allons établir, quand on admet que la variation du débit en fonction du temps suit une loi sinusoïdale.

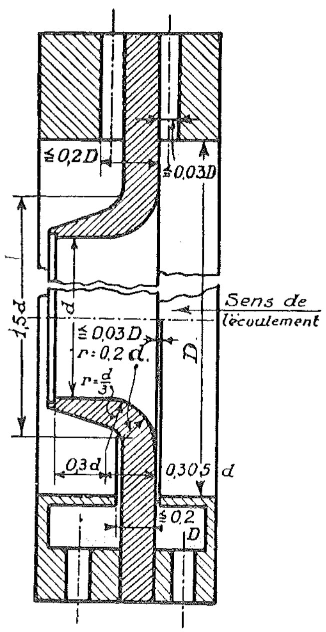

FIG. 1.

Désignons par A le facteur $\int_1^2\frac{ds}{\sigma}$, que l'on peut établir pour chaque tuyère; il viendra

$$v(p_1-p_2)=\frac{1}{2g}\,(w_2^2-w_1^2)+\frac{1}{g}\,A\,\sigma_2\,\frac{dw_2}{dt}$$

avec

$$w_2=w_m+B\sin\frac{2\pi}{T}\,t.$$

Intégrons l'équation entre les limites 0 et t; il viendra en négligeant w_1 vis-à-vis de w_2,

$$\int_0^t 2gv(p_1-p_2)\,dt=\int_0^t\left(w_m^2+2B\,w_m\sin\frac{2\pi}{T}\,t+B^2\sin^2\frac{2\pi t}{T}\right)dt$$
$$+\,2A\,\sigma_2\int_0^t\frac{2\pi}{T}\,B\cos\frac{2\pi}{T}\,t\,dt.$$

En adoptant pour t un nombre entier de périodes, nous pourrons, après simplification, écrire

$$2gv(p_1-p_2)_m=w_m^2+\frac{1}{2}\,B^2.$$

La formule ainsi trouvée ne dépend, comme on le voit, quand le débit varie sensiblement suivant *une loi sinusoïdale*, que de l'amplitude de la période; elle se ramène à la formule classique quand on y fait $B=0$.

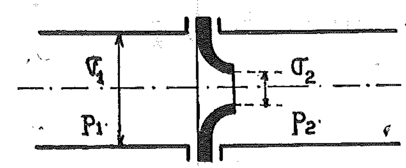

FIG. 2.

Si nous prenons un exemple, nous voyons que pour $w_m=4$ m/sec. et $B=1$ m/sec. (ce qui représente des variations atteignant 50 % du débit moyen, en passant de la plus petite à la plus grande valeur du débit), le premier membre atteint

$$2gv\,(p_1-p_2)_m=16{,}5\ \mathrm{m^2/sec.^2}.$$

Or, en régime permanent, nous eussions obtenu pour cette valeur de $2\,g\,v\,(p_1-p_2)$ une vitesse de 4,062, soit une différence avec la vitesse réelle moyenne qui doit servir à établir le débit de 1.1/2 %.

On voit donc qu'en appliquant la formule habituelle on doit diminuer le débit calculé en partant de la moyenne des observations de 1 à 1.1/2 %, pour se rapprocher du débit vrai lorsque les écarts de débit atteignent 50 %.

Bien entendu, l'étude ainsi présentée n'implique pas que l'on ait tenu compte de l'inertie du manomètre; on pourrait examiner, au point de vue théorique, quelle peut être l'influence de celle-ci sur la valeur observée des différences de pression; nous ne l'avons pas fait, mais nous sommes fondé à croire que normalement cette influence est faible.

Nous avons, en effet, eu l'occasion, au cours d'essais assez nombreux et systématiques effectués dans notre laboratoire et dans l'industrie, de vérifier l'écart d'environ 1 % que nous signalions ci-dessus, alors que nous prenions pour exacte la valeur moyenne des observations faites au manomètre différentiel à mercure. Nous voudrions donner connaissance de ces expériences qui nous paraissent

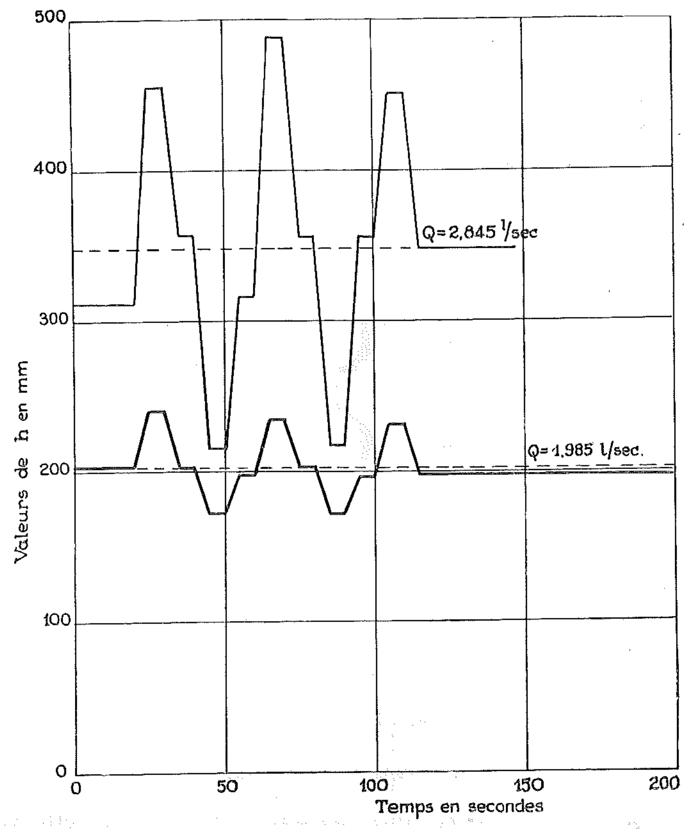

FIG. 3.

répondre à une question que se pose légitimement l'ingénieur lorsqu'il doit opérer dans des conditions industrielles où les débits varient constamment : *Quel est l'ordre de grandeur des erreurs systématiques qui peuvent s'introduire dans les observations du fait des oscillations continuelles de la colonne de mercure?*

Nous avons tout d'abord opéré de la manière suivante : sur la conduite de refoulement d'une pompe centrifuge, en amont du Venturi placé sur celle-ci, nous avons branché le conduit de refoulement d'une pompe à piston à simple effet montée sans cloche à air. Cette pompe, d'un diamètre de 130 mm., d'une course de 125 mm.,

tournait à 70 t/minute. Le débit sinusoïdal fourni par cette pompe venait s'ajouter au débit de la pompe pour provoquer des variations de débit de l'ordre de 7 à 10 % autour des débits moyens.

Le coefficient de débit pour le Venturi fonctionnant avec la pompe en régime avait été évalué préalablement à 0,98 par des expériences répétées aux environs du débit utilisé.

Par empotement nous pouvions déterminer le débit total moyen et, en utilisant la moyenne des différences des lectures effectuées au manomètre différentiel, nous pouvions, appliquant la formule ci-dessus, déterminer la valeur de φ.

Voici les résultats notés :

Q l/sec.	Q_1 l/sec.	h max.	h min.	h moyen	φ
14.4	13.15	204	196	200	0.97
9.950	8.375	98	92	95	0.973

Q_1 étant le débit fourni par la pompe centrifuge et Q le débit total mesuré à l'empotement. On voit que le coefficient de débit a diminué d'environ 1 % pour les écarts de débits instantanés atteignant 10 à 20 %, les variations ne se produisant ici que dans une demi-période.

Pour pouvoir nous rendre compte de l'erreur possible lorsque des variations plus importantes de débit peuvent se produire, nous avons été amené à abandonner le dispositif que nous venons de décrire, inutilisable alors en raison des effets d'inertie provoqués dans la conduite, et à faire varier le débit de la pompe en agissant à intervalles réguliers sur le rhéostat du moteur commandant la pompe.

Pour pouvoir opérer par empotement avec une précision suffisamment grande, nous avons été amené à utiliser, non plus le Venturi normal, mais un orifice en mince paroi placé au bout de la conduite de beaucoup plus petite section (25 mm. de diamètre au lieu de 50 mm.). Au temps zéro on ferme le bac servant à l'empotement, et 20 secondes après on manie la manette du rhéostat de façon à conserver la même position pendant 10 secondes, le mercure mettant 5 secondes environ pour arriver à la position finale. L'allure de la courbe entre le commencement et la fin d'une variation a été trouvée, par une expérience préalable, très proche d'une droite. La figure 3 montre, à titre d'exemple, les résultats obtenus pour deux débits différents et pour des amplitudes différentes. En surfaçant ces diagrammes on trouve les lectures moyennes représentées par un pointillé, qui peuvent servir à calculer le coefficient de débit, le débit total étant connu par empotement. On trouve ainsi que *ce coefficient est environ 1 % plus bas que celui trouvé en régime permanent.*

La conclusion est donc la même que pour les expériences effectuées avec la pompe à piston.

A la question *quel est l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on peut introduire dans les calculs lorsque les variations, étant continues et relativement régulières, on opère par moyenne des dénivellations au manomètre ou par moyenne des racines carrées de ces dénivellations?* nous pouvons répondre que l'erreur systématique est nulle si l'on fait un nombre suffisant d'observations à intervalles égaux, pour autant que les lectures ne soient pas faites à un intervalle de temps qui correspondrait à la période, auquel cas on pourrait introduire une erreur grossière, puisque toute lecture faite pourrait correspondre à des maxima ou à des minima.

La question est plus difficile à résoudre lorsque les variations sont brusques, irrégulières et d'amplitude relativement grande. Tout

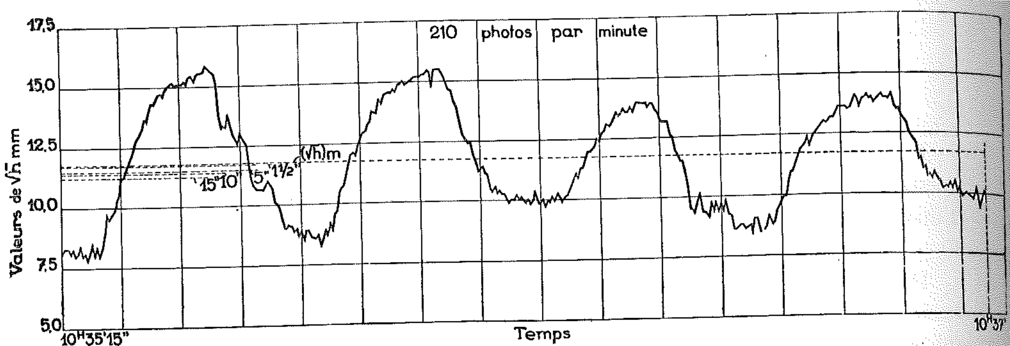

FIG. 4.

d'abord les difficultés d'observation augmentent et la première condition pour ne pas introduire d'erreurs systématiques est d'opérer à intervalles très réguliers en notant la position du mercure dans une des branches du manomètre à la seconde près.

Nous avons eu l'occasion de tarer sur place un orifice standardisé, dont nous connaissions le coefficient de débit très exactement par des mesures en régime permanent, dans des conditions particulièrement difficiles, des écarts presque instantanés de l'ordre de 50 % se présentant d'une façon continue.

Le tarage s'est effectué en notant la quantité d'eau débitée après une demi-heure par empotement et en introduisant dans la formule de débit la valeur moyenne des $\sqrt{h}$ observées à des intervalles égaux de 15″ pendant le même temps.

La valeur de φ ainsi trouvée s'est révélée de 1 % inférieure à celle qui avait été renseignée pour la même température en régime permanent.

Pour éliminer une cause d'erreur et surtout d'incertitude résultant de la difficulté d'observation à intervalles absolument égaux, nous avons eu l'occasion d'effectuer avec le concours du personnel technique du Bureau d'Etudes F. Courtoy des mesures comparées, en utilisant à la fois les observations instantanées suivant la méthode habituelle et les photographies instantanées au moyen d'un appareil cinématographique opérant à intervalles réguliers.

Ces photographies du manomètre différentiel, sur lequel était appendu également un chronomètre, permettaient de dresser un tableau des valeurs de $\sqrt{h}$ à intervalles rigoureusement égaux.

Les valeurs de $\sqrt{h}$ ainsi déduites ont été portées en fonction du temps en diagramme pour trois périodes :

La première (fig. 4) avec 210 photographies par minute dans une période particulièrement troublée;

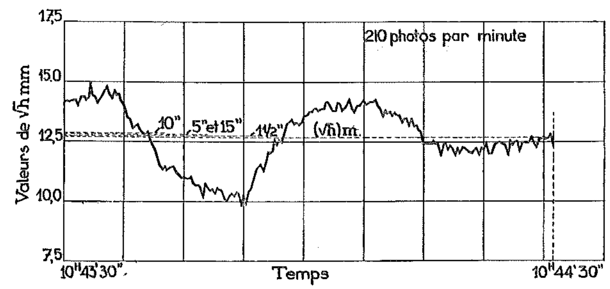

FIG. 5.

La deuxième (fig. 5) avec également 210 photographies, mais dans une période plus régulière;

La troisième (fig. 6) suivant immédiatement la précédente avec 1,630 photographies par minute.

La première période n'a porté que sur une durée totale de deux minutes, la seconde sur 1 minute et la troisième sur 15 secondes.

Ces diagrammes font ressortir une variation périodique relativement régulière et sinusoïdale de débit.

Pour la première, où les variations brusques autour de la sinusoïde fondamentale sont grandes, nous avons relevé des différences notables entre les chiffres moyens, suivant que l'on tient compte des observations toutes les 15″, toutes les 10″, toutes les 5″ et, enfin, toutes les 1.1/2 ″. Les chiffres obtenus pour $\sqrt{h}$ sont, en effet, respectivement pour ces quatre cas

11,22, 11,40, 11,50 et 11,72.

On voit que dans cet exemple (particulièrement défavorable, il est vrai) l'erreur peut atteindre plusieurs % si l'on n'opère pas sur une longue période de temps et si l'on ne fait pas porter la moyenne sur un très grand nombre d'observations, l'écart avec le chiffre le plus rapproché de la vérité 11,72 pouvant atteindre plus de 4 %.

Dans le second exemple, où les variations sont plus régulièrement sinusoïdales, les moyennes conduisent au tableau suivant :

Pour les lectures, toutes les	15″	$\sqrt{h}$	= 12,825
Id.	10″	id.	= 12,842
Id.	5″	id.	= 12,830
Id.	1.1/2″	id.	= 12,737

Cette fois l'écart reste faible, inférieur à 1 %. Mais dans cet exemple les variations brusques n'existent pas, les petites variations autour du débit sinusoïdal étant elles-mêmes lentes et plus ou moins

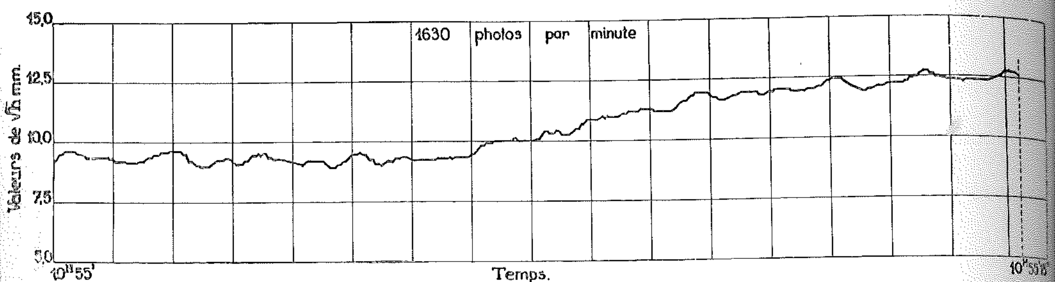

FIG. 6.

sinusoïdales, ainsi qu'en témoigne le troisième diagramme qui correspond à une demi-période de la sinusoïde de même amplitude que celle enregistrée sur le diagramme fourni par la fig. 5.

Il semble donc résulter de ces recherches qu'il faut se méfier des moyennes lorsqu'elles sont effectuées sur un trop petit nombre de lectures faites à des intervalles trop espacés.

Pour ce qui concerne des durées d'observations non plus de 1 ou 2 minutes, mais de 60 minutes, les relevés cinématographiques comparés avec les observations faites simultanément par un observateur au même manomètre nous ont conduit aux résultats suivants :

Heures.	Nombre de lectures.	Intervalles.	Moyennes	
			cinéma.	observat.
XI 11′ - XII 11′ . . .	240	15″	10 3700	10 2889
XI 11′ - XII 11′ . . .	60	60″	—	10.2531
XVII 11′ - XVIII 11′ .	240	15″	9 5930	9.5890

On voit que quand la moyenne porte sur une durée de 1 heure, la différence entre l'observation directe et le relevé par photographie reste inférieure à 1 % avec des observations toutes les 15″ et devient un peu supérieure à 1 % avec des observations toutes les 60″. Avec des intervalles de 5 minutes la différence atteignait plusieurs % dans l'exemple auquel nous avons eu affaire, comportant des variations de grande amplitude, parfois irrégulières. *Mais, fait remarquable, les observations directes bien effectuées se sont montrées équivalentes à celles obtenues par des relevés cinématographiques.*

Ces relevés gardent l'avantage de former un document irrécusable que l'on peut toujours consulter, mais qui coûte très cher. Même dans le cas où les variations sont très importantes, on peut faire confiance à la moyenne résultant d'observations directes, pour autant :

a) que la moyenne porte sur un très grand intervalle de temps et sur un très grand nombre de lectures;

b) que les oscillations autour du débit moyen gardent une certaine constance pendant toute la durée de l'intervalle ausculté;

c) que l'on établisse un tarage préalable du tube du manomètre, de façon à pouvoir déduire la différence de niveau de la simple lecture à l'une des branches.

Ainsi, l'ingénieur qui doit souvent effectuer des mesures dans des conditions difficiles, impliquant des variations continues très importantes du débit, peut se fier à la formule classique, à la condition de diminuer la valeur de φ de l'ordre de 1 % pour des variations de débit de l'ordre de ± 50 % autour du débit moyen, la valeur de $\sqrt{h}$ moyen étant établie comme nous venons de l'indiquer.

2ME CONGRÈS NATIONAL DES SCIENCES

Bruxelles — juin 1935

Comptes Rendus des travaux de la section des Sciences Appliquées (1).