

ÉTAT ACTUEL DE NOS CONNAISSANCES SUR LE CALCUL

DES TRANSMISSIONS PAR COURROIES

par Ch. HANOCQ, Professeur à l'Université de Liège

La question du calcul des courroies a fait l'objet de très nombreuses études — quelques-unes à des points de vue assez particuliers, il est vrai, — depuis un quart de siècle.

Au Congrès de Liège de 1922 notamment, deux notes très importantes ont été présentées sur ce sujet, l'une par M. Auclair, l'autre par MM. Houben et Molinghen ⁽¹⁾. Ces deux études à la fois expérimentales et analytiques, aboutissaient aux mêmes conclusions, bien que par des voies différentes — en ce qui concerne la variation du

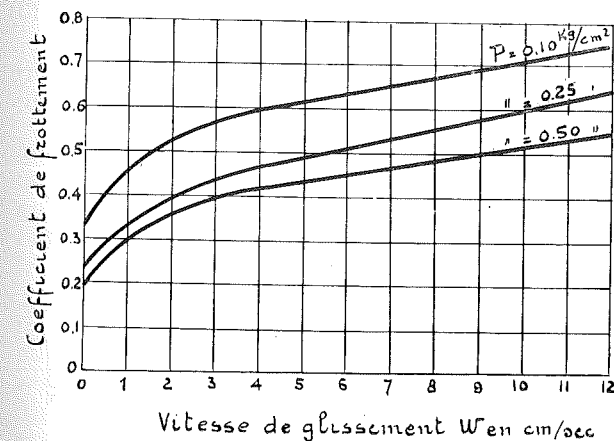


FIG. 1

coefficient de frottement avec la vitesse de glissement de la courroie sur la poulie.

En Allemagne les recherches expérimentales de M. Nowsky ⁽²⁾ ont fait ressortir plus particulièrement la variation du coefficient de frottement avec la pression spécifique ; elles ont montré que ce coefficient augmente quand la pression spécifique diminue comme l'indiquent les courbes tracées figure 1 pour une courroie en cuir.

Ces expériences de Nowsky sur la variation de f avec la pression spécifique ont été effectuées, il est vrai, en mesurant directement l'effort tangentiel pour déplacer une lanière de cuir sur une surface plane et non sur une poulie ; de plus elles se rapportent à des pressions spécifiques relativement faibles. Pour les pressions de 0,3 à 0,5 kg. : cm² couramment employées dans les trans-

⁽¹⁾ Mémoires du Congrès Scientifique international de Liège, 1922.

⁽²⁾ Versuchsfeld für Maschinenelemente der Technischen Hochschule in Berlin, Heft 8, 1927. Verlag Oldenbourg, München und Berlin.

missions, les valeurs de f diffèrent toutefois assez peu pour une même vitesse de glissement et elles se rapprochent des valeurs trouvées par les premiers expérimentateurs. Comme les pressions spécifiques moyennes utilisées dans les expériences de M. Auclair sont restées voisines de 0,4 kg. : cm², on peut conclure qu'il n'y a pas de discordance entre les résultats trouvés par Auclair et Nowsky dans la région des pressions couramment utilisées.

La méthode adoptée par MM. Molinghen et Houben consistait à mesurer sur la courroie normale enveloppant la poulie sous un angle de 180° la différence des tensions T et t entre les deux brins et à déduire de la relation

$$T = t e^{f\alpha} \quad (1)$$

la valeur de f .

Le dispositif expérimental utilisé est schématisé par la figure 2. La poulie étant entraînée à une

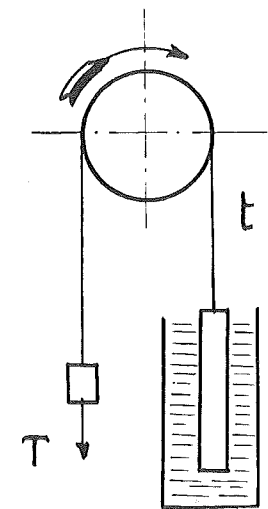


FIG. 2

vitesse de rotation correspondant à des vitesses périphériques de quelques centimètres par seconde à cent centimètres par seconde, on pouvait noter la hauteur immergée du contre-poids pour chacune des vitesses réalisées, et en déduire T puis f . La figure 3 donne à titre d'exemple, les résultats obtenus par cette méthode sur différentes courroies. On voit que f croît d'abord rapidement pour tendre vers une valeur constante ;

cette loi pourrait être représentée par une fonction de la forme

$$f = a' + b'\sqrt{w} \quad (2)$$

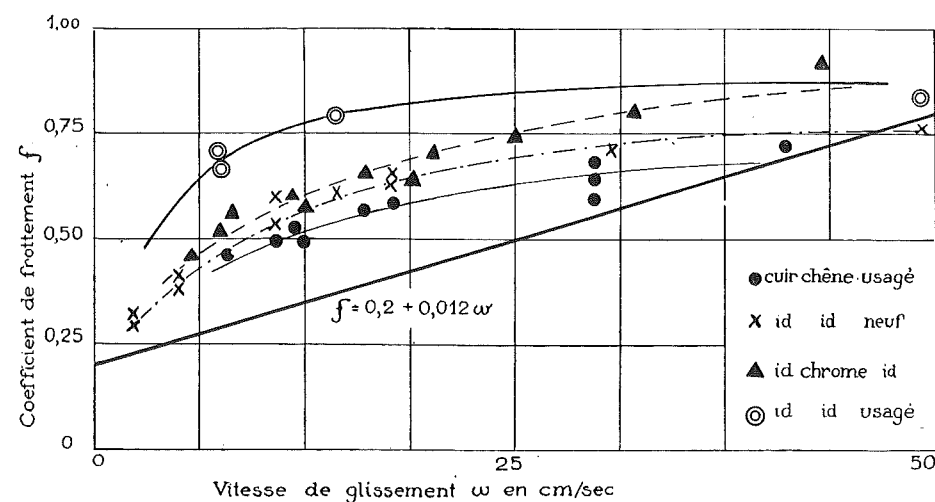


FIG. 3

mais pour éviter des difficultés d'intégration, les auteurs proposaient de se contenter de la relation

$$f = a + b w \quad (2b)$$

en désignant par a et b des valeurs telles que f reste constamment en dessous des valeurs expérimentales.

La méthode expérimentale de M. Auclair⁽¹⁾ avait l'avantage d'établir la valeur de f dans les conditions mêmes de fonctionnement de la courroie. L'étude du rendement était faite, en effet, sur un banc balance comportant une dynamomètre attaquée par courroie au moyen d'un moteur attaché à deux rails tendeurs; la dynamo-dynamomètre étant libre d'osciller autour d'un axe parallèle à l'axe de rotation, il était possible de déduire de la mesure du couple assurant l'équilibre, la valeur de la tension ($T+t$). Connaissant d'autre part la puissance transmise par la courroie, on pouvait en déduire $T-t=Q$ et partant T et t . La mesure du glissement dans les expériences faites en vue d'établir le rendement pouvait se faire au moyen de la détermination des nombres de tours correspondant à chacun des deux axes dans le même temps.

Pour fixer directement la valeur du coefficient f en fonction de la vitesse de glissement, la courroie était rendue solidaire de la poulie réceptrice et celle-ci était immobilisée: en déterminant simultanément la valeur du couple transmis et du couple assurant l'équilibre de la dynamo-dynamomètre à vitesse de rotation très réduite, on pouvait calculer T et t et au moyen de la relation (1) la valeur de f .

M. Auclair a fait apparaître clairement par cette

⁽¹⁾ Bulletin du Laboratoire d'essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, n° 21, 1924. Ed. Béranger, Paris et Liège.

méthode la nécessité d'introduire dans le calcul des courroies la notion de l'arc de réserve qui n'avait jamais été utilisée jusque-là.

Nous reviendrons sur cette question dans le chapitre IV. Qu'il nous suffise de faire ressortir ici que les résultats des essais de M. Auclair effectués à la même époque, et indépendamment des expérimentateurs belges, se sont trouvés entièrement concordants avec ceux indiqués par ces derniers.

Le travail expérimental considérable effectué au Laboratoire des Arts et Métiers, a permis de faire connaître pour des matériaux très différents: cuir, coton et pour des qualités différentes de ces différents matériaux les valeurs de a , b et c de la formule

$$f = a - \frac{b}{w+c} \quad (3)$$

avec laquelle on peut coordonner d'une manière très satisfaisante les résultats expérimentaux obtenus.

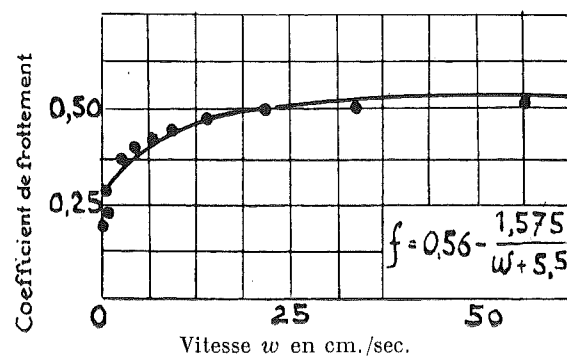


FIG. 4

nus. Le tableau I donne les valeurs de f pour quelques-unes des courroies essayées en même

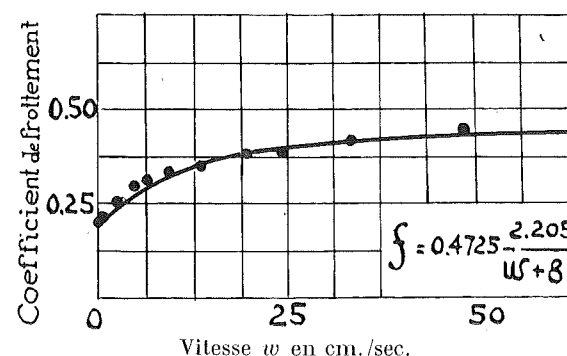


FIG. 5

temps que la charge de rupture R_0 et le coefficient d'élasticité E .

Les figures 4 et 5 donnent à titre d'exemple deux

courbes se rapportant à deux cuirs de fabrication différente. On peut remarquer que l'allure des courbes peut être très différente. A ce propos, Nowsky fait remarquer que pour la courroie en balata dont la courbe caractéristique est tracée figure 6, l'allure est beaucoup plus plate que pour la courroie en cuir (fig. 1) et f atteint son maxi-

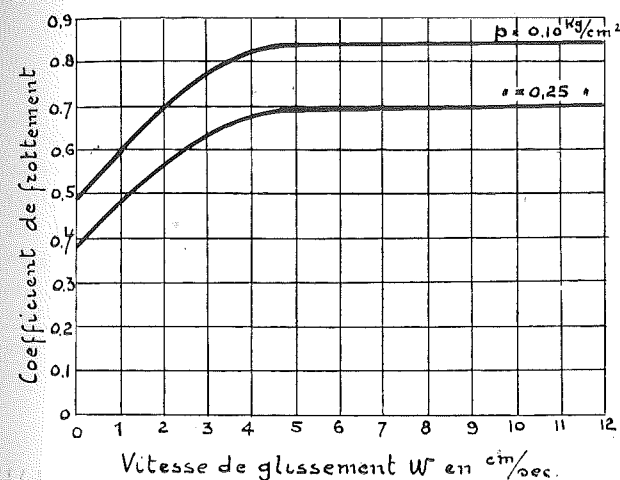


FIG. 6

mum pour une valeur de w sensiblement plus faible.

Cette constatation fournit une explication satisfaisante d'un fait connu « que la courroie en cuir est supérieure à la courroie en balata pour les applications exigeant des tensions élevées, soumises à des variations importantes de l'effort transmis ».

Dans ce cas, en effet, la tendance au glissement d'ensemble se fait sentir beaucoup plus tard puisque celui-ci ne se produit que quand l'arc de réserve est épuisé, et que cet arc de réserve est d'autant plus grand, toutes choses égales, que le maximum de f se présente pour une valeur de la vitesse de glissement w plus élevée.

Les résultats de Nowsky sur la variation de f en fonction de p fournissent d'autre part une explication satisfaisante d'un autre fait bien connu qu'il y a intérêt à donner la préférence à une courroie large et peu épaisse qu'à une courroie étroite de même section: indépendamment de la fatigue supplémentaire à l'enroulement qui est fonction du rapport $\frac{e}{r}$ de l'épaisseur au rayon de la poulie, la diminution de la pression spécifique détermine un accroissement du coefficient de frottement et partant de l'arc de réserve.

Il ne faudrait pas déduire de là que la solution la plus favorable est toujours donnée par la courroie la plus large, car il est indispensable d'assurer la raideur transversale de la courroie afin d'éviter des fouettements en marche. Taylor recommande de ne pas dépasser pour le rapport $\frac{l}{e}$

la valeur de $\frac{l}{e} = 70$. La courroie double a d'autre part l'avantage d'atténuer l'importance des défauts

localisés puisque la probabilité que ceux-ci viennent se superposer dans les deux bandes est extrêmement faible.

C'est apparemment pour ces deux raisons que Taylor a pu conclure dans son étude sur les courroies de machines-outils, à l'avantage des courroies doubles sur les courroies simples. Mais c'est là une conclusion qui ne pourrait être généralisée à toutes les applications.

On peut dire qu'à l'heure actuelle les connaissances acquises par l'expérimentation systématique confirment les faits établis empiriquement par la pratique.

Permettent-elles de traiter d'une manière sûre et rationnelle le problème tel qu'il se pose au point de vue technique, de la détermination des dimensions en vue de réaliser les conditions de fonctionnement les plus économiques?

Nous devons avouer que non.

Ce que l'on peut dire c'est que la première partie du problème, le calcul des tensions, peut être traitée à présent d'une manière rigoureuse et que faute de pouvoir évaluer les tensions réelles, la seconde partie du problème, celle de la fixation du taux de travail normal n'aurait pu être abordée avec des chances de succès.

Pour arriver aux dimensions rationnelles de la courroie il importe, en effet, de faire un choix judicieux de la valeur du taux de travail dont dépendent essentiellement les frais d'exploitation et nous verrons que si nos connaissances scientifiques manquent pour pouvoir émettre des conclusions définitives, nous sommes en mesure de proposer quelques conclusions provisoires à ce point de vue. Pour pouvoir aborder l'étude à cet égard, il nous paraît nécessaire de résumer aussi brièvement que possible l'exposé classique de la question en montrant comment nous tiendrons compte des données nouvelles de la science en ce qui concerne le coefficient de frottement.

Nous profiterons de ce rappel pour aborder le problème du calcul de la section la plus économique et faire quelques remarques qui s'imposent.

CHAPITRE I

Calcul des tensions T et t de la section σ Détermination de la vitesse v la plus économique

Nous exposerons d'abord la solution classique du problème en négligeant la raideur, l'élasticité et le poids et en admettant que le coefficient de frottement f reste constant le long de l'arc d'enroulement.

Isolons par la pensée un élément de courroie (fig 7) de section σ et supposons-le d'épaisseur négligeable. Cet élément est soumis aux efforts suivants:

dF — force centrifuge égale à $\frac{\sigma r d\alpha}{g} \delta \frac{v^2}{r}$

en désignant par v la vitesse périphérique;

dN — la réaction normale de la poulie sur l'élément de la courroie;

dR — la réaction due au frottement;
 θ et $\theta + d\theta$ — les efforts sur les deux faces de l'élément.

La condition d'équilibre en mouvement uniforme donne deux équations

$$\theta da - dF - dN = 0$$

$$d\theta - dR = 0$$

et comme par définition

$$dR = f dN$$

on en déduit

$$f d\alpha = \frac{d\theta}{\frac{\sigma \delta v^2}{g}} \quad (4)$$

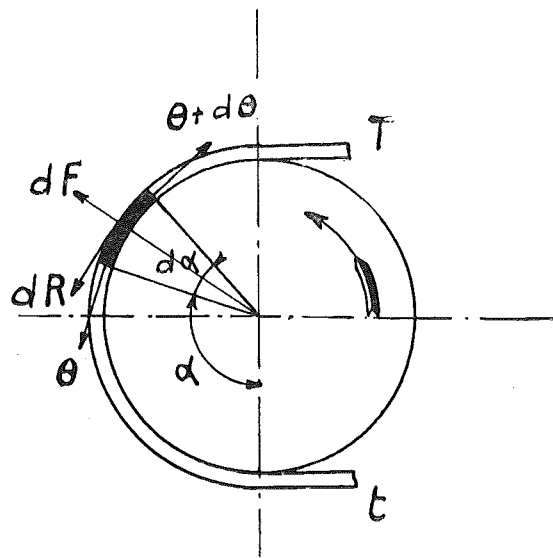


FIG. 7

Si nous admettons que f est indépendant de α nous pourrions en déduire immédiatement

$$e f \alpha = \frac{T - \frac{\sigma \delta v^2}{g}}{t - \frac{\sigma \delta v^2}{g}}$$

puis
$$T = Q \frac{e f \alpha}{e f \alpha - 1} + \frac{\sigma \delta v^2}{g} \quad (5)$$

en représentant par Q l'effort utile transmis, égal à $T - t$.

La détermination de la section de la courroie σ transmettant la puissance N_0 s'en suit, en observant que T doit être égal à σR et que Q a pour valeur

$$Q = \frac{75 N_0}{v};$$

On peut en tirer, en effet,

$$\sigma = \frac{75 N_0}{v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right)} \frac{e f \alpha}{e f \alpha - 1} \quad (6)$$

Il est aisé de voir que σ passe par un minimum et en faisant la dérivée du dénominateur de la première fraction, on obtient la valeur de v qui correspond à ce minimum

$$v = \sqrt{\frac{g R}{3 \delta}} = 28,5 \text{ m. : sec.}$$

pour des conditions normales d'utilisation

$$R = 25 \text{ kg. : cm}^2 = 250.000 \text{ kg. : m}^2$$

$$\delta = 1.000 \text{ kg. : m}^3$$

Il importe tout d'abord de remarquer que cette valeur de v ne correspond pas à la courroie la plus économique au point de vue des frais d'achat car le minimum de la section ne correspond pas au minimum du volume V .

Celui-ci a pour expression, en désignant par L la distance des axes

$$V = (2L + ar + ar') \sigma$$

c'est-à-dire approximativement

$$V = \frac{75 N_0}{v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right)} \frac{e f \alpha}{e f \alpha - 1} \left[2L + 30v \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'} \right) \right]$$

en remarquant que

$$\alpha r + \alpha' r' \equiv \pi (r + r') = 30v \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'} \right)$$

En faisant la dérivée de V par rapport à v on obtient l'équation

$$\frac{30 \delta v^2}{g} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'} \right) + 3L \frac{\delta v^2}{g} - RL = 0 \quad (7)$$

Celle-ci conduit pour

$$L = 3,5 (r + r')$$

à

$$v = \sqrt{\frac{g R}{3,4 \delta}} = 25 \text{ m. : sec.} \quad (8)$$

La vitesse v fournie par cette dernière équation correspond bien au minimum du prix d'achat de la courroie; elle ne correspond pas au minimum du prix de l'installation, car le prix des poulies notamment dépend de la vitesse v choisie. Pour obtenir le minimum du prix global courroie-poulies, il suffit d'adopter pour le poids des poulies une formule telle que

$$2 \times 2 \pi r e_1 l_1 \delta_1 \text{ avec } e_1 = 0,01 r + 0,007$$

qui donne des valeurs satisfaisantes.

En représentant par p et p_1 les prix respectifs par kg. du cuir et de la fonte et en désignant par m le rapport de l'épaisseur e au rayon r de la poulie on pourra écrire

$$l_1 = 1,1 \quad l = 1,1 \quad \frac{\sigma}{e} = 1,1 \quad \frac{\sigma}{m r}$$

et établir le prix global P en fonction de v

$$P = \frac{A_1}{v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right)} \left[2L + 30v \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'} \right) \right] \delta p + \frac{13,8 A_1}{v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right) m r} \delta_1 p_1 \left[0,01 \frac{900 v^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{N^2} + \frac{1}{N'^2} \right) + 7 \cdot \frac{30v}{\pi} \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'} \right) \right] \quad (9)$$

en désignant par

$$A_1 = 75 N_0 \frac{e f \alpha}{e f \alpha - 1}$$

La dérivée de P par rapport à v conduit à la relation

$$A v^3 + B v^2 + C v + D = 0$$

avec

$$A = \frac{\delta}{g} \left[260,7 + 2,64 \frac{k}{m} \frac{1 + \frac{N^2}{N'^2}}{1 + \frac{N}{N'}} \right]$$

$$B = \frac{\delta}{g} \cdot 289,8 \frac{k}{m} N$$

$$C = -66,9 R$$

$$D = -96,6 \frac{k}{m} R N$$

k étant mis pour $\frac{\delta_1 p_1}{\delta p}$

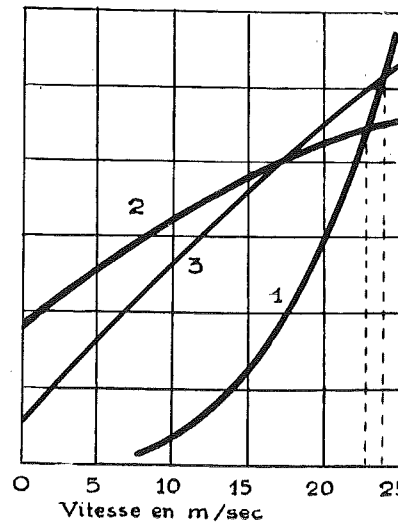


FIG. 8

La solution graphique de l'équation est donnée par la figure 8 pour les données suivantes

$$\frac{\delta_1}{\delta} = 7,2; \quad \frac{p_1}{p} = \frac{0,75}{10,8}; \quad k = 0,5$$

$m = 0,04$; $R = 0,25 \text{ kg. : mm}^2$; $\delta = 10^{-6} \text{ kg. : mm}^3$

Les courbes 1 et 2 se rapportent à $\frac{N}{N'} = 4$ et $N = 600$ pour la petite poulie.

Les courbes 1 et 3 se rapportent à

$$\frac{N}{N'} = 1 \text{ et } N = 150.$$

On voit que pour $m = 0,04$, $v = 22,6$ et $23,8 \text{ m. : sec.}$ respectivement.

Avec $m = 0,02$ nous aurions obtenu pour le premier cas $v = 21,7 \text{ m. : sec.}$

Ainsi la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'installation est aux environs de

$$v = 22 \text{ m. : sec.}$$

lorsqu'on tient compte du prix courroie-poulies.

C'est la vitesse que l'on adopte généralement lorsque rien ne s'oppose au point de vue de l'encombrement, au choix d'une vitesse aussi élevée. On remarquera que si le prix courroie-poulies passe par un minimum, c'est parce que le poids de la poulie augmente quand la vitesse augmente.

Lorsqu'on a affaire à un volant-poulie, il faut remarquer que pour un PD^2 donné, le poids du volant croît au contraire à mesure que la vitesse diminue.

C'est dire que cette vitesse la plus favorable de 22 m. : sec. n'a plus aucun sens, et que, si la difficulté de réaliser le PD^2 avec 25 m. : sec. se présente, il est logique d'aller résolument vers des vitesses plus élevées de 30 et même de 35 m. : sec.

Cette solution est d'autant plus indiquée que les diamètres des poulies devenant alors très grands, la valeur de m devient très faible et la fatigue d'incurvation très petite.

Le taux de travail total dont nous parlerons dans la suite, se rapproche du taux de travail à la traction R ce qui permet d'adopter pour celui-ci une valeur dépassant 25 kg. : cm^2 . Nous ne voudrions pas clore ce chapitre sans faire remarquer que dans tout cet exposé il n'a pas été question de la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'exploitation et pour cause: c'est que la question est extrêmement complexe et que ces frais étant fortement influencés par la valeur du taux de travail total λ , les données scientifiques manquent pour pouvoir aborder clairement la question. Nous voudrions également faire remarquer que la première relation d'équilibre ci-dessus peut conduire à la valeur de la pression normale p .

$$p = \frac{dN}{l r d\alpha} = \frac{\theta}{l r} \frac{e \delta v^2}{r g}$$

d'où

$$p = \frac{e}{r} \left[\frac{\theta}{\sigma} - \frac{\delta v^2}{g} \right] \quad (10)$$

La pression maximum est donc donnée par $\theta = T$ d'où

$$p_m = \frac{e}{r} \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right)$$

Avec $\frac{e}{r} = 0,03$ et $\frac{\delta v^2}{g} = 4$ et $R = 20$

ce qui correspond à des conditions moyennes d'utilisation

$$p_m = 0,03 (20 - 4) = 0,48 \text{ kg. : cm}^2$$

Il est probable que les essais du Laboratoire des Arts et Métiers ont été faits dans des conditions telles que p corresponde à 0,4 à 0,5 kg. : cm².

CHAPITRE II

Influence de la raideur et de l'élasticité

A. Influence de la raideur

Dans ce qui précède, la raideur a été négligée. Nous allons examiner l'influence de cet élément sur les valeurs des efforts T et t .

Il est aisé de comprendre que le rayon de courbure ne peut passer instantanément de la valeur infinie à la valeur r et que partant la valeur de l'angle embrassé réel α_r est plus petit que l'angle théorique.

M. Berthelieir avait examiné cette question au Congrès de 1922 et nous allons indiquer comment

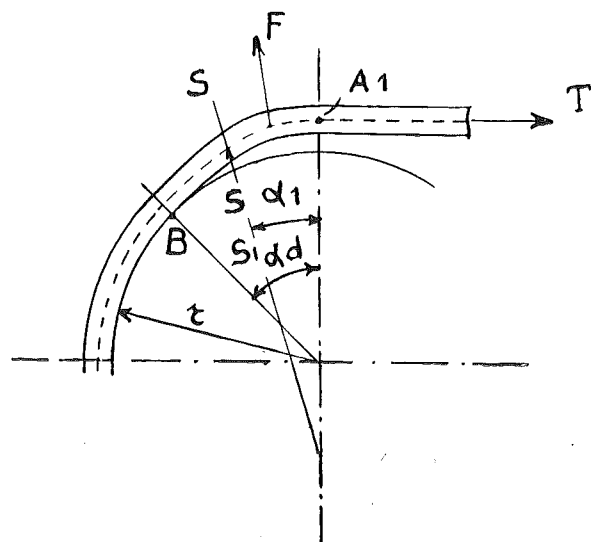


FIG. 9

il a pu évaluer la diminution $2\alpha_d$ de l'angle total embrassé.

Alors que dans le cas limite d'une courroie sans raideur et sans poids, le point de contact eût été réalisé sous A_1 (fig. 9), en raison de la raideur ce contact ne se fait qu'en B .

En admettant que la tangente à la fibre moyenne déformée est horizontale au point A_1 situé sur la verticale passant par A , on peut écrire la condition d'équilibre en projetant le système des forces en jeu sur ss . En désignant par C l'effort tranchant dans la section ss , il viendra

$$C = T \sin \alpha_1 - \int_0^{\alpha_1} \sigma \rho \, d\alpha \frac{\delta v^2}{g} \cos(\alpha_1 - \alpha)$$

ou

$$C = T \sin \alpha_1 - \frac{\sigma \delta v^2}{g} \sin \alpha_1 \quad (11)$$

En remarquant que $C = \frac{dM}{ds}$, M étant le moment de flexion dans la section définie par l'angle α_1 , on obtient

$$C = \frac{dM}{ds} = \frac{EI}{\rho} \frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{ds}$$

d'où l'équation

$$-\frac{1}{\rho^3} d\rho = \frac{1}{EI} \left(T - \frac{\sigma \delta v^2}{g} \right) \sin \alpha_1 \, d\alpha_1$$

qui intégrée, fixe la valeur de α_1

$$\frac{1}{\rho^2} = -\frac{1}{EI} \left(T - \frac{\sigma \delta v^2}{g} \right) \cos \alpha_1 + c_1 \quad (12)$$

la constante d'intégration étant déterminée par la condition

$$\text{pour } \alpha_1 = 0 \quad \rho = \infty$$

d'où

$$\frac{1}{\rho^2} = (1 - \cos \alpha_1) \frac{2}{EI} \left(T - \frac{\sigma \delta v^2}{g} \right)$$

La valeur de α_d sera donnée en exprimant la condition que pour

$$\alpha_1 = \alpha_d \quad \rho = r$$

$$\cos \alpha_d = 1 - \frac{EI}{2r^2} \frac{1}{T - \frac{\sigma \delta v^2}{g}} \quad (13)$$

En remplaçant I par $\frac{e^3 l}{12}$ et $T - \frac{\sigma \delta v^2}{g}$ par sa valeur (5), la valeur α_d sera fixée en fonction des données.

On pourra déduire de là, la diminution de l'angle embrassé $2\alpha_d$ puis l'accroissement relatif de la tension exprimée par $\frac{dT}{T}$ tiré de l'équation (5)

$$\frac{dT}{T} = -\frac{f}{e^{f\alpha} - 1} d\alpha \quad (14)$$

Les tableaux I et II donnent les valeurs de $2\alpha_d$ et $\frac{dT}{T}$ en % pour une vitesse de 20 m. : sec.

et pour un angle embrassé moyen $\alpha = 160^\circ$ et différents rapports de $m = \frac{e}{r}$ ainsi que différents coefficients d'élasticité —, les valeurs de R , δ et f étant $R = 25$ kg. : cm², $\delta = 965$ kg. : m³ et $f = 0,30$. On peut se rendre compte que les accroissements de tension résultant de ce fait ne sont pas négligeables.

B. Influence de l'élasticité

La courroie étant éminemment extensible, il y a lieu de tenir compte dans le fonctionnement de son élasticité.

Quand la courroie arrive sur la poulie réceptrice, ses éléments passent progressivement de la tension t à la tension T , en s'allongeant proportionnellement à l'effort par unité de section qui lui est appliqué.

Il en résulte forcément un glissement de la courroie sur la poulie dont nous allons déterminer la vitesse w .

TABLEAU I

Valeurs de $2\alpha_d$ ($v = 20$ m. : sec.)

E kg/cm ²	$\frac{e}{r} = 0,01$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07'	0,08
1.200				9°40'	12°20'	14°50'	17°30'	20°
1.600		6°	8°20'	12°	14°20'			
2.400	3°35'	7°10'	10°50'	14°20'				

TABLEAU II

Valeurs de $\frac{dT}{T}$ % ($v = 20$ m. : sec.)

E kg/cm ²	$\frac{e}{r} = 0,01$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
1.200				3,87	4,94	5,94	7,03	8,00
1.600		2,40	3,34	4,80	5,74			
2.400	1,43	2,87	4,33	5,74				

Un élément $r \, d\alpha$ passant de la tension t à la tension $\theta + d\theta$ s'allonge de

$$r \, d\alpha \frac{d\theta}{\sigma E}$$

Cet allongement se produisant dans un temps égal à $\frac{rd\alpha}{v}$ la vitesse relative w de glissement croîtra de dw

$$dw = \frac{d\theta}{\sigma \times E} v \quad (15)$$

La vitesse w de glissement en un point où la tension est égale à θ sera donnée, pour la poulie réceptrice par

$$w = \int_0^{\theta} dw = \frac{v}{\sigma E} \int_t^{\theta} d\theta = \frac{v}{\sigma E} (\theta - t) \quad (16)$$

et pour la poulie motrice par

$$w = \int_0^{-w} dw = \frac{v}{\sigma E} \int_T^{\theta} d\theta = \frac{v}{\sigma E} (T - \theta) \quad (17)$$

La vitesse maxima correspond à $\theta = T$ dans le premier cas ou $\theta = t$ dans le second ; elle s'exprime donc dans les deux cas par la relation

$$w = \frac{v}{\sigma E} \times Q. \quad (18)$$

Cette formule a été vérifiée indirectement par les expériences de M. Auclair et directement par la méthode stroboscopique utilisée par M. Swynedauw et par M. Nowsky. Les allongements

mesurés au repos pour des tensions égales à celles appliquées pendant la marche, se sont montrés toutefois plus grands que les allongements en fonctionnement, ce qui peut s'expliquer, étant donné le temps très faible pendant lequel la variation a lieu.

Si nous admettons que les poulies tournent avec une vitesse à la jante égale à la vitesse du premier élément de courroie pris à l'entrée, nous aurons, en désignant par v la vitesse périphérique de la poulie motrice et par $v' = v - w$ celle de la poulie réceptrice

$$\frac{v'}{v} = \frac{2\pi r' N'}{2\pi r N} = 1 - \frac{Q}{\sigma E}$$

d'où

$$\frac{N'}{N} = \frac{r}{r'} \left(1 - \frac{Q}{\sigma E} \right) \quad (19)$$

au lieu de $\frac{N'}{N} = \frac{r}{r'}$ obtenu en faisant abstraction

de l'élasticité. Avec $\frac{Q}{\sigma} = 14$ kg. : cm² $E = 1.200$ kg. : cm², valeurs normales, on a

$$1 - \frac{Q}{\sigma E} = 0,99$$

La perte de vitesse et partant de puissance transmise est donc de 1 %. Nous ajouterons que la valeur calculée représente une limite :

1° tout d'abord parce que nous avons supposé que la poulie motrice aussi bien que la poulie réceptrice prennent la vitesse périphérique du premier élément qui entre en contact avec elles ;

2° ensuite parce que nous avons admis que le phénomène de l'allongement et du raccourcissement est instantané alors que les expériences de Nowsky montrent que le raccourcissement continue à se faire le long de la partie rectiligne du brin mou, de même que l'allongement se poursuit à la sortie de la poulie réceptrice jusqu'à l'entrée de la poulie motrice si la vitesse est considérable.

En général, le glissement élastique en marche s'est montré plus faible que le glissement théorique donné par (18) et d'autant plus que la vitesse était plus grande. En moyenne, on peut dire que le

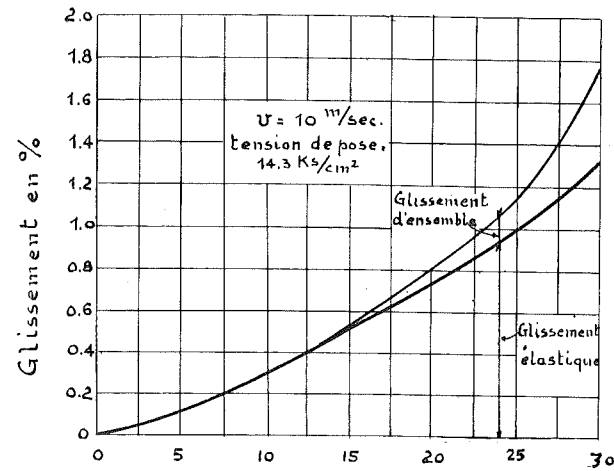


FIG. 10

glissement n'atteint que les 3/4 de la valeur fournie par la formule (18).

La figure 10 montre les courbes de glissement observées par M. Nowsky pour une courroie en cuir, pour $v=10$ m. : sec. et différentes valeurs de la tension utile.

Le glissement d'ensemble n'apparaît comme on le voit, qu'à partir d'une tension $\frac{Q}{\sigma} = 15$ kg. : cm² pour une tension de pose de 14,3 kg. : cm², soit une tension dans le brin conducteur de

$$\frac{T}{\sigma} = 21,8 \text{ kg. : cm}^2.$$

M. Swyngedauw a étudié très minutieusement le phénomène du glissement proportionnel. Le but de notre étude étant avant tout de montrer l'état actuel du problème fondamental de la détermination des dimensions, nous nous bornerons dans ce qui va suivre à analyser l'influence sur les valeurs de T et t, du glissement proportionnel dont nous avons fait abstraction jusqu'à présent.

CHAPITRE III

Variation du coefficient de frottement le long de l'arc embrassé. Calcul du coefficient de frottement moyen f_m .

La loi de variation du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement w étant nettement

traduite par la formule (3), nous proposons d'adopter la méthode suivante pour en tenir compte.

Cas de la poulie réceptrice

En combinant les formules (3) et (18) on obtient

$$f = a - \frac{b}{\frac{v}{\sigma E} (\theta - t) + c} \quad (20)$$

Le coefficient f varie donc avec la tension sur l'arc d'enroulement et pour calculer la valeur moyenne de f , il suffira de multiplier les deux membres par $d\theta$ et d'intégrer entre les limites T et t; il viendra après simplification en remplaçant $T - t = Q$

$$f_m = a - \frac{b E \sigma}{v Q} \lg_n \frac{v Q}{E \sigma} + c \quad (21)$$

En introduisant dans cette valeur de f_m la valeur de $\frac{Q}{\sigma}$ déduite de la formule classique (5)

$$\frac{Q}{\sigma} = \frac{e f_m \alpha}{e f_m \alpha - 1} \left[R - \frac{\delta v^2}{g} \right] \quad (22)$$

nous pourrions déduire la valeur de f_m en fonction des données du problème

- Q — effort transmis,
- v — vitesse périphérique admise,
- α — angle embrassé réel,
- R, δ , E — valeurs caractéristiques de la courroie,
- et
- a, b, c — résultant de la loi du coefficient de frottement pour la courroie en question.

Cas de la poulie motrice

La formule (20) devient dans ce cas

$$f = a - \frac{b}{\frac{v}{\sigma E} (T - t) + c}$$

et l'intégration conduit à une équation identique à la précédente. Le coefficient moyen de frottement peut donc se calculer d'après la relation (21) à la condition d'y introduire pour α l'angle embrassé sur la plus petite poulie qu'elle soit motrice ou réceptrice.

Nous estimons que par ce procédé nous tiendrons compte d'une façon suffisamment rigoureuse de la variation de f , plus rigoureuse en tout cas qu'en utilisant la loi approchée proposée par MM. Molinghen et Houben de manière à pouvoir résoudre directement les équations différentielles qui en résultent.

Il importe toutefois pour rendre utilisable cette méthode de donner une solution graphique de l'équation (21); en posant

$$Z = \frac{b E}{v} \frac{1}{R - \frac{\delta v^2}{g}} \frac{e f_m \alpha}{e f_m \alpha - 1} \times \lg_n \frac{v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right) \frac{e f_m \alpha - 1}{e f_m \alpha} + c}{c} \quad (23)$$

il sera possible de trouver f_m à l'intersection de la courbe de Z avec la droite représentant la fonction $(a - f_m)$.

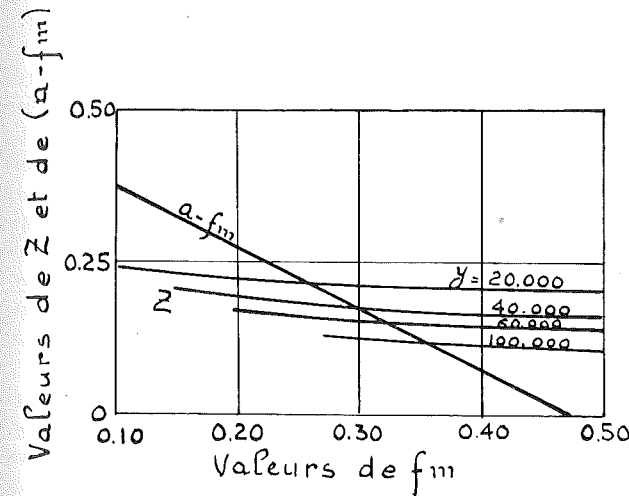


FIG. 11

Dès que l'on se fixe l'angle α et les valeurs E, a, b, c des coefficients correspondant à un matériau déterminé, on peut en posant

$$\frac{e f_m \alpha}{e f_m \alpha - 1} = x \quad (24)$$

et

$$v \left(R - \frac{\delta v^2}{g} \right) = y \quad (25)$$

tracer les courbes de Z donné par

$$Z = \frac{b E}{y} x \lg_n \frac{y}{E x} + c \quad (26)$$

La figure 11 donne les courbes de Z et de $(a - f_m)$ pour le cuir français tanné au chêne pour lequel $E=2.409$ kg. : cm² et le coefficient de frottement est donné par la figure 4.

Comme on peut vérifier que les valeurs de f_m sont peu influencées par l'angle α , dans les limites normales de variation tout au moins, nous avons fait tous les calculs pour $\alpha = \pi$.

En relevant les points d'intersection avec la droite donnant $(a - f_m)$, nous avons pu tracer un diagramme des valeurs de f_m en fonction de y (fig. 12).

Si sur le même diagramme nous traçons les valeurs de y en fonction de la vitesse v pour diffé-

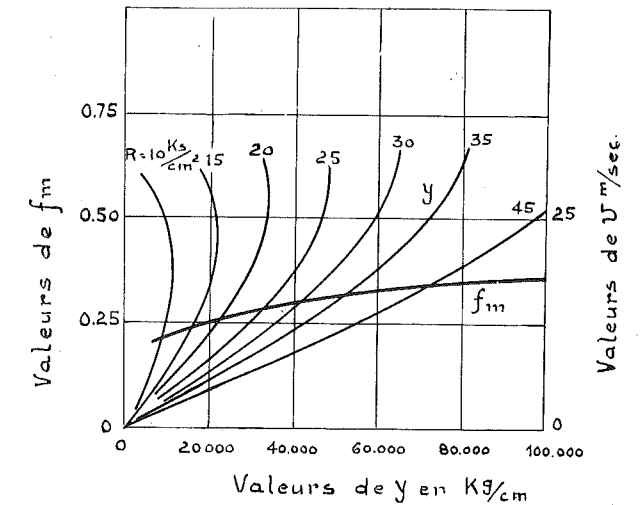


FIG. 12

rentes valeurs de R, nous pourrions trouver directement pour une vitesse donnée et une valeur de R admise, les valeurs de y et puis de f_m .

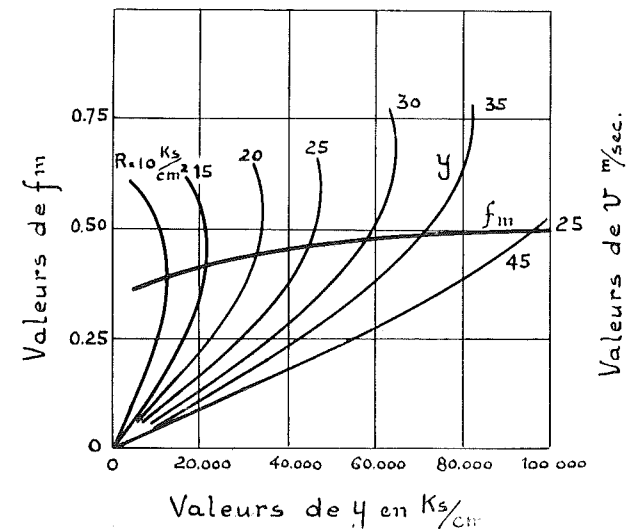


FIG. 13

La figure 13 donne un diagramme identique pour le cuir français chromé caractérisé par $E=1.200$ kg. : cm² et par un coefficient de frottement représenté par la figure 5.

CHAPITRE IV

Choix de la valeur de la tension totale. Détermination de la section par cheval transmis

L'application des formules principales pour la détermination de la section de la courroie suppose connues les valeurs de

$$a, b, c, \delta, E \text{ et } R.$$

Les valeurs de a, b, c varient dans des limites étendues avec la nature de la courroie.

Nous avons indiqué pour quelques types de courroies des valeurs que l'on peut à défaut de renseignements plus précis, prendre comme valeurs moyennes pour la courroie projetée. En ce qui

concerne la valeur de E qui s'exprime par le coefficient angulaire de la tangente à la courbe des allongements en fonction de la charge (fig. 14 tirée du mémoire de M. Auclair), on voit que E varie au début de l'application de la charge, pour prendre après un certain nombre de mises en charge

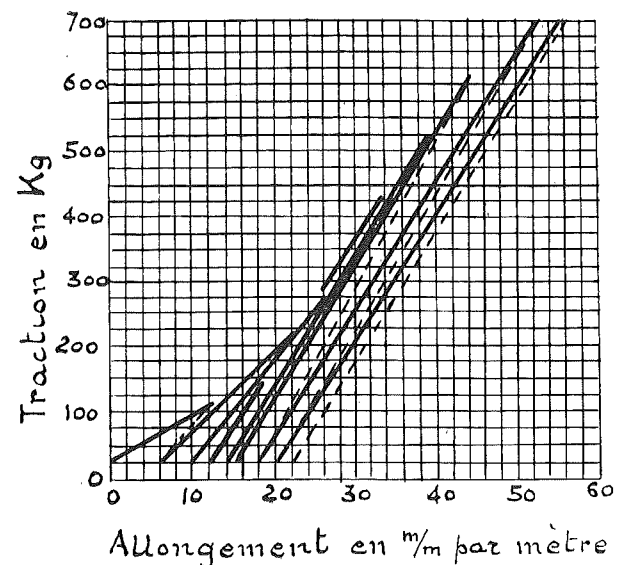


Fig. 14

une valeur constante. C'est cette valeur constante qu'il convient d'introduire dans les calculs. Si l'on supprime complètement la charge pendant un temps plus ou moins long, l'allongement permanent qu'avait pris la courroie au début de l'application disparaît plus ou moins complètement. C'est ce qui explique pourquoi il convient, lorsque la courroie est neuve, d'augmenter la tension de pose ou de la soumettre à une certaine charge permanente avant de la placer sur la poulie.

Il y aurait lieu de signaler que les résultats trouvés pour E sont influencés par la charge spécifique; les expériences de Leloutre (1) et d'Auclair ainsi que celles de Skutoch (2) montrent que E croît avec la charge jusqu'à une certaine valeur de celle-ci, d'environ 60 kg. : cm² à partir de laquelle E commence à décroître pour augmenter à nouveau assez rapidement jusqu'à la rupture.

C'est en partant de l'ensemble de ces considérations expérimentales que nous avons choisi parmi les données fournies par les expériences de M. Auclair les valeurs de E inscrites dans le tableau I et qui, croyons-nous, correspondent le mieux aux valeurs à utiliser dans les calculs.

Valeur de R.

Il faut tout d'abord observer que R désigne la tension de traction et non la tension totale.

Pour pouvoir fixer R, il convient de déduire de la tension totale λ admissible la valeur de R_t, ten-

sion de flexion résultant de l'incurvation de la courroie sur les poulies que l'on peut évaluer à

$$R_t = \frac{M}{I/v} = \frac{E I/r}{I/e/2} = \frac{E}{2} \times \frac{e}{r} \quad (27)$$

La fixation de λ est des plus délicates, car il est connu que la durée de la courroie dépend essentiellement de la valeur de λ comme nous allons le montrer par les expériences de Leloutre et de Taylor.

Nous avons calculé les valeurs de R, R_t et λ pour une série de courroies signalées par Leloutre avec toutes les données et les observations auxquelles elles avaient donné lieu. On peut constater que pour toutes les courroies qui se sont bien comportées, la tension totale λ n'a pas dépassé 50 kg. : cm² et R_t, une valeur de 15 kg. : cm².

Pour la courroie soumise à des débrayages fréquents, la durée de bon fonctionnement a été extrêmement courte malgré la faible valeur de λ; il y a lieu toutefois de remarquer que R_t atteignait 27 kg. : cm². Tous ces calculs sont basés sur la valeur du f_m déduite de nos calculs en supposant pour a, b, c des valeurs expérimentales relevées par M. Auclair sur des courroies paraissant se rapprocher comme qualité de celles employées par Leloutre et en comptant sur un arc de réserve de 30° en moyenne.

Les essais de Taylor (1) ont porté sur 42 courroies observées minutieusement pendant neuf ans. Toutes les courroies choisies parmi les meilleurs types connus pouvaient être classées en deux grandes catégories: courroies d'embrayage, allant de la transmission principale aux poulies fixes et folles des renvois de mouvement et courroies de cône allant du renvoi à la machine.

Les résultats acquis par l'expérience de neuf années ont permis à l'auteur de conclure à la supériorité des courroies d'embrayage sur les courroies de cône à tous les points de vue. Les courroies d'embrayage étaient après neuf ans de service en presque aussi bon état qu'à leur mise en service et l'auteur estime qu'elles pouvaient encore durer le double de ce qu'elles ont duré déjà; tandis que les courroies de cône étaient déjà pour la plupart hors service et celles qui restaient encore en fonctionnement étaient presque entièrement usées.

Les interruptions dans le travail de fabrication nécessitées par les réparations et les retentions des courroies ont été à peu près sept fois plus fréquentes pour les courroies de cône que pour celles d'embrayage et l'auteur évalue le coût total d'entretien et de réparation à 30,4 % du prix initial pour les courroies d'embrayage après huit à neuf ans d'existence et à une fois et demi la valeur du prix initial pour les courroies de cône ayant servi pendant six à sept ans.

En cherchant la raison pour laquelle les courroies d'embrayage se sont montrées beaucoup plus

(1) F.-W. TAYLOR, La direction des Ateliers, Trad. franç. de L. Descroix. Paris, 1923, Ed. Dunod.

TABEAU III. — Courroies observées par Leloutre.

Nos	Designation des courroies	Puissance max. effective HP.	Dimensions en mm.				Vitesse périphérique v m.:sec.	Arc ailt α	L D+D' 2	Caractéristiques de la matière			e/r	Conditions de résistance			R ₀ /λ	Résistance à la rupture R ₀ kg.:cm ²	Temps écoulé depuis la mise en train Mois	Observations	
			Largeur l	Épaisseur e	Longueur L'	Distance entre axes L				D' mm.	D mm.	N'		N	R = T/σ	R _t kg.:cm ²					λ kg.:cm ²
I	Courroie double, collée et cousue, sans toile superposée.	81	230	13	28.69	8.720	5.000	2.000	14.398	125°	2,5	1.000	2.400	0,30	29,2	5,6	44,8	4,02	180	30	Pas de traces de fatigue. On retend la courroie tous les 10 mois.
II	Courroie en caoutchouc à 8 plis de toile.	66	300	13	21.718	7.211	2.800	1.900	24.188	138	3,07	1.750	1.600	0,30	20,6	10,98	31,6	5,67	179	48	Courroie en très bon état; on la retend tous les 8 ou 10 mois.
III	Courroie ordinaire à simple épaisseur.	42	300	5	19.000	4.785	3.600	2.405	11,31	134	4,6	1.000	2.100	0,30	38	5	43	5,17	222,1	54	Courroie en très bon état retendue tous les 10 mois.
IV	Deux courroies triples collées et chevillées et 2 toiles à voiles interposées.	624	2x665	17	34.076	9.117	6.907	2.760	44.465	105	4,9	1.000	2.400	0,315	31,7	14,76	49,46	3,10	153,4	18	La courroie marche comme le premier jour; aucune trace de fatigue. On ne l'a pas retendue depuis plusieurs mois.
V	Deux courroies doubles, collées et chevillées avec toile à voile interposée.	153	2x360	13	19.174	5.204	3.200	2.400	20.100	137	4,86	1.000	2.400	0,27	16,95	13	29,95	6,43	192,5	30	Aucune trace de fatigue; les courroies sont encore très propres. On ne les retend que tous les 10 mois.
VI	Une courroie double, collée et cousue avec du fil de cuivre rouge, toile à voile interposée.	153	320	13	19.474	5.204	3.200	2.400	20.100	137	4,86	1.000	2.400	0,33	34,45	13	47,45	4,23	200,5	2,5	La courroie n'a travaillé que pendant 2 1/2 mois; elle n'a jamais glissé. Pas de traces de fatigue.
VII	Courroie double, collée et chevillée, sans toile à voile interposée.	256	380	12	15.313	4.400	2.375	1.757	18,03	137	4,0	1.000	2.400	0,35	47	16,42	63,42	2,76	175	6	À la fin de ce temps elle présente de nombreuses gerçures à sa surface extérieure.
VIII	Courroie simple en cuir ordinaire; transmission pour ventilateur.	12	140	5	13.745	4.850	2.260	170	12,421	107	4,0	1.000	1.600	0,35	23,2	47,2	70,4	3,455	222,1	12	La courroie doit être remplacée au bout de ce temps.
IX	Courroie simple en cuir sec jaune dit de Paris pour transmission de métier à filer renvideur.	3,33 moy.	85	6	6.772	2.500	756	350	7,916	131	4,52	1.000	1.600	0,285	13,4	27,4	40,8	—	—	6	La courroie est débrayée brusquement 6 à 8 fois par minute des poulies fixes à la poulie folle. Elle est à remplacer tous les six mois.

(1) G. LELOUTRE, Les transmissions par courroies. Paris, 1884

(2) M. u. F., Heft 120, 1912. — Voir également BACH, Maschinenelemente.

satisfaisantes que les courroies de cône l'auteur acquiert la conviction que la durée de la courroie, les frais d'entretien et de réparation dépendent plus que de toute autre condition, de la charge totale à laquelle la courroie est soumise.

Les données fournies par Taylor sont malheureusement insuffisantes pour qu'on puisse calculer avec certitude la valeur des tensions en suivant la méthode exposée ci-dessus. Il manque non seulement les données fondamentales sur la propriété du cuir utilisé, mais même les dimensions des poulies et les nombres de tours.

Nous pourrions toutefois, moyennant quelques suppositions plus ou moins vraisemblables, tirer des conclusions très intéressantes du travail statistique de Taylor.

Du tableau de résultats établi par Taylor nous déduisons les valeurs moyennes suivantes :

A. Courroies d'embrayage
courroie en cuir, double $e=7,9$ mm.

$$v = 5,8 \text{ m. : sec.} \quad \frac{T+t}{2\sigma} = 6,30 \text{ kg. : cm}^2$$

$$\frac{T-t}{\sigma} = 5,9 \text{ kg. : cm}^2 \quad \text{d'où } R = \frac{T}{\sigma} = 9,25 \text{ kg. : cm}^2$$

B. Courroies de cône
courroie en cuir, double $e=7,9$ mm.

$$v = 2,95 \text{ m. : sec.} \quad \frac{T+t}{2\sigma} = 10,60 \text{ kg. : cm}^2$$

$$\frac{T-t}{\sigma} = 14,7 \text{ kg. : cm}^2 \quad \text{d'où } R = \frac{T}{\sigma} = 17,95 \text{ kg. : cm}^2$$

Les valeurs des tensions étant trouvées par mesure directe, elles tiennent évidemment compte de l'angle de réserve, très grand au moment de la mise sous tension, (la tension initiale étant de $16,70 \text{ kg. : cm}^2$) et dont la valeur allait en diminuant à mesure que la courroie s'allongeait.

En moyenne la valeur de l'angle de réserve peut être admise à 30° environ.

Pour fixer la valeur de la tension totale λ il faut évaluer le taux du travail à la flexion $R_r = \frac{E}{2} e/r$. En remarquant que la poulie de la courroie de cône montée sur l'arbre de renvoi devait avoir un diamètre deux fois plus faible que celui de la poulie de la courroie d'embrayage montée sur le même arbre, leurs vitesses périphériques étant dans le rapport du simple au double, nous devons conclure que le travail à la flexion des courroies de cône était au moins le double de celui des courroies d'embrayage.

En évaluant, d'autre part, R_r pour les courroies d'embrayage à 15 kg. : cm^2 correspondant à des valeurs normales pour les dimensions des poulies et le coefficient d'élasticité de la matière, nous arriverons à admettre pour les courroies d'embrayage

$$R = 9,25 \quad R_r = 15 \quad \lambda = 24,25 \text{ kg. : cm}^2,$$

durée de la courroie 20 à 25 ans ;

pour les courroies de cône

$$R = 17,95 \text{ kg. : cm}^2 \quad R_r = 30 \quad \lambda = 47,95 \text{ kg. : cm}^2,$$

durée de la courroie 7 à 8,5 ans.

Sans vouloir donner une valeur absolue aux considérations ci-dessus, nous croyons intéressant

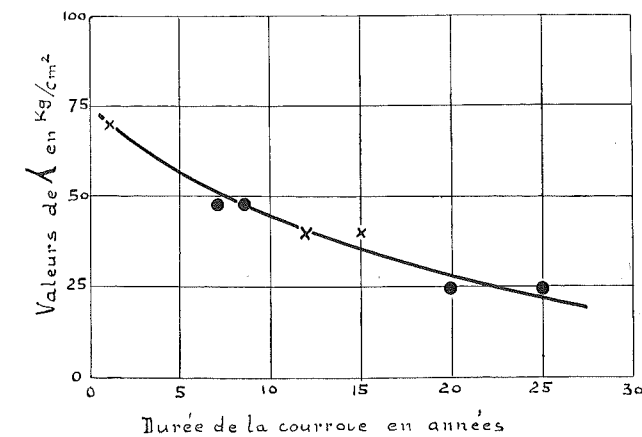


Fig. 15.

de porter dans la figure 15 les tensions totales λ en fonction de la durée de la courroie. Les points se rapportent aux conclusions de l'étude de Taylor et les croix aux valeurs que nous pouvons tirer de l'examen du tableau des courroies de Leloutre. Pour les dernières, nous pouvons dire que pour une tension totale de 70 kg. : cm^2 , la durée de la courroie ne dépasse pas un an, alors que pour la tension totale de 40 kg. : cm^2 en moyenne, on peut prévoir une durée de 12 à 15 ans.

En résumé, ce diagramme montrerait que pour assurer à la courroie une durée de 15 à 20 ans, il faudrait ne pas dépasser une tension totale de $\lambda = 30 \text{ kg. : cm}^2$.

Pour une durée de 10 à 15 ans, on pourrait admettre $\lambda = 40 \text{ kg. : cm}^2$.

Telles sont les conclusions qui nous paraissent ressortir des travaux statistiques de Taylor et Leloutre.

Détermination de la section par cheval transmis

La valeur de R étant à présent fixée en se plaçant au point de vue de la durée de la courroie, il est possible d'aborder le calcul de la section par cheval. Il suffit d'appliquer la formule (6) en y remplaçant f par f_m et α par α' — l'angle embrassé actif, que l'on obtient en décomptant de l'angle α la valeur $2\alpha_d$ dû à la raideur, augmenté de l'angle de réserve.

La valeur de l'angle de réserve qu'il est utile de prévoir pour éviter des glissements en cas de surcharge ainsi que pour éviter de fréquentes mises sous tension, peut être choisie en moyenne égale à 30° .

Nous aurons ainsi

$$\frac{\sigma}{N_0} = \frac{75}{v(R - \frac{\delta v^2}{g})} \cdot \frac{e^{f_m \alpha'}}{e^{f_m \alpha'} - 1}$$

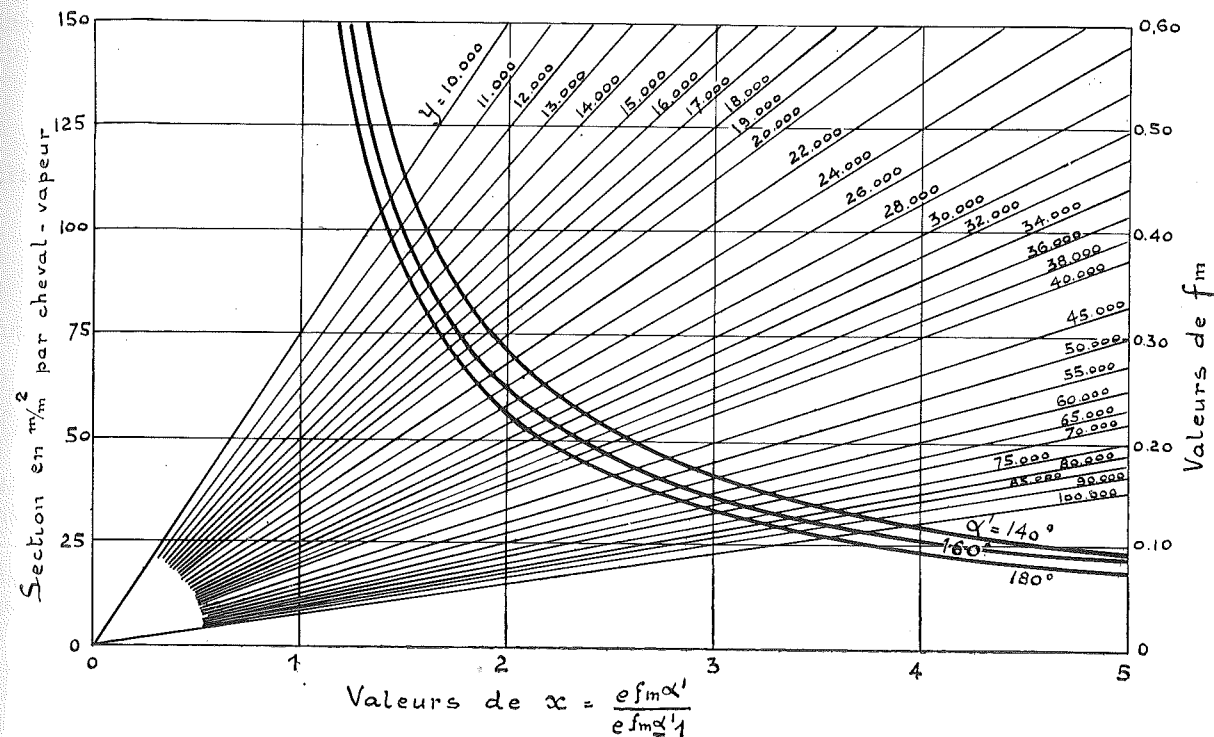


Fig. 16.

ou avec nos notations

$$\frac{\sigma}{N_0} = \frac{75}{y} \times x \quad (28)$$

L'abaque de la figure 16 permet de résoudre très simplement le problème de la détermination de la section à adopter par cheval transmis.

Il suffit de chercher sur l'axe des ordonnées la valeur de f_m , de mener une horizontale jusqu'à l'intersection avec la courbe correspondante donnant α' . L'abscisse du point trouvé fixera x et la verticale prolongée jusqu'à l'intersection avec la

courbe y donnera en ordonnée la valeur de $\frac{\sigma}{N_0}$ en mm^2 par cheval.

Pour la détermination de la valeur de f_m et de y connaissant v et R , il suffit de s'en rapporter aux diagrammes tirés des caractéristiques de la courroie, tels que ceux donnés par les figures 12 et 13.

CHAPITRE V

Tension de pose. Influence de la distance d'entre-axes et du poids propre de la courroie

On entend par *tension de pose* la tension θ_0 qu'on donne à la courroie au moment de la mise en place. C'est la tension que la courroie prend en tout point au repos, ou lorsqu'elle tourne à vide, sur deux poulies dont la résistance à la rotation est négligeable.

Aussitôt que la courroie transmet une certaine puissance, la tension cesse d'être la même sur toute la longueur développée, pour varier en chaque point suivant les lois que nous avons établies plus haut.

Pour que l'adhérence de la courroie rende possible le fonctionnement sans glissement d'ensemble, il faut nécessairement que l'angle actif le long duquel se fait le passage de t à T soit inférieur (à la limite égal) à l'angle réellement embrassé. Comment déterminer les tensions réelles qui existent dans les deux brins d'une courroie en marche en fonction de la tension de pose et s'assurer que l'angle actif est plus petit que l'angle embrassé réel ?

Toutes les expériences importantes dont les premières sont déjà très anciennes, ont confirmé le fait très curieux que la tension moyenne $\frac{T+t}{2}$

augmente constamment avec l'effort utile transmis. On attribuait généralement ce fait à l'accroissement du coefficient d'élasticité E avec la charge ce qui doit conduire évidemment à une augmentation de la tension moyenne

$$\frac{T+t}{2} > \theta_0$$

si l'on admet que la longueur totale de la courroie reste toujours la même. Cette explication n'était pourtant pas suffisante pour justifier les valeurs observées expérimentalement.

M. Auclair en analysant les expériences de Kammerer relativement à ce phénomène, a cherché à expliquer l'accroissement des tensions par le fait de la répartition irrégulière de la tension le long de la courroie.

La figure 17 montre, en effet, que la tension moyenne d'une courroie développée qui doit être égale à la tension de pose, peut s'exprimer par

$$\theta_0 = \frac{1}{L'} \int_0^{L'} \theta dl = \frac{T+t}{2} - \frac{2A}{L'} \quad (29)$$

dans laquelle A est l'aire hachurée sur le diagramme, provenant du fait que la loi de passage de t à T n'est pas linéaire mais exponentielle.

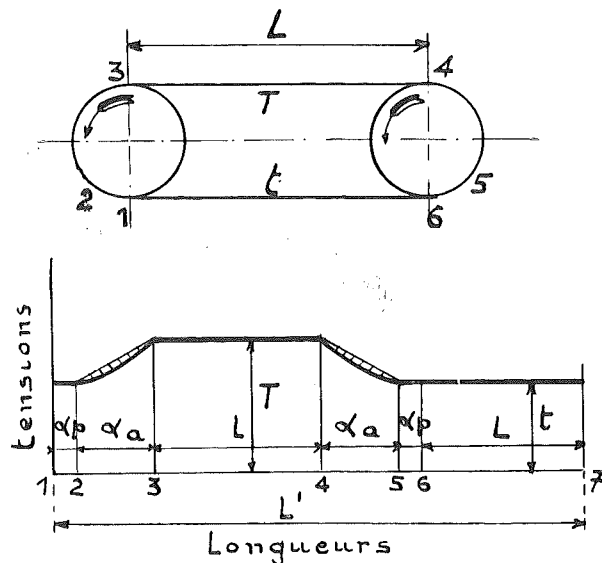


FIG. 17.

Ce raisonnement montre bien qu'en marche

$$\frac{T+t}{2} > \theta_0$$

mais il conduit également à des écarts beaucoup plus faibles que ceux observés.

L'explication rationnelle du phénomène se trouve dans la considération du poids propre de la courroie et de sa vraie longueur en fonction de la tension; elle a été indiquée par M. Swift (1) dans son compte rendu des expériences effectuées à la station d'essai du Collège Technique de Bradford.

Considérons, en effet, le cas simple d'une courroie réunissant deux poulies de même diamètre d , distantes de L et ayant leurs centres au même niveau. Sous l'action du poids propre de la courroie, le brin prend une certaine flèche, maximum au milieu, et la vraie longueur du brin devient différente de celle de la tangente commune aux deux poulies.

En désignant par s la vraie longueur du brin, par f la flèche maxima, par θ la tension du brin et par γ le poids d'une unité de longueur, nous pourrons écrire en utilisant les propriétés de la parabole

$$s = L \left(1 + \frac{8f^2}{3L^2} \right) \quad (30)$$

$$f = \frac{\gamma L^2}{8\theta}$$

d'où

$$s = L \left(1 + \frac{\gamma^2 L^2}{24\theta^2} \right)$$

Supposons qu'au repos la courroie se trouve

(1) *Engineering*, 23 nov. 1928, p. 661.

sous une tension uniforme θ_0 , la longueur réelle du brin sera

$$2s = 2L \left(1 + \frac{\gamma^2 L^2}{24\theta_0^2} \right)$$

En marche, les longueurs respectives des brins soumis aux tensions T et t deviendront

$$L \left(1 + \frac{\gamma^2 L^2}{24T^2} \right) \text{ et } L \left(1 + \frac{\gamma^2 L^2}{24t^2} \right)$$

La longueur totale de la courroie aura varié ainsi de la quantité

$$x = \frac{\gamma^2 L^3}{24} \left[\frac{1}{T^2} + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{\theta_0^2} \right] \quad (31)$$

D'autre part, cette variation de la longueur totale de la courroie peut se déduire de considérations sur la déformation élastique.

Si l_1 , l_2 et l_0 sont les allongements spécifiques correspondant aux tensions T , t et θ_0 , on pourra écrire avec une approximation suffisante, en admettant que la courroie se trouve à la tension T sur la moitié de la poulie et à la tension t sur l'autre moitié

$$x = \left(L + \frac{\pi d}{2} \right) (l_1 + l_2 - 2l_0)$$

En égalant les deux expressions de x , nous aurons

$$\frac{\gamma^2 L^3}{24} \left[\frac{1}{T^2} + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{\theta_0^2} \right] = \left[L + \frac{\pi d}{2} \right] (l_1 + l_2 - 2l_0)$$

ou

$$\left[\frac{1}{T^2} + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{\theta_0^2} \right] = \frac{24}{\gamma^2 L^2} \left[L + \frac{\pi d}{2} \right] (l_1 + l_2 - 2l_0) \quad (32)$$

En admettant que E puisse être considéré comme indépendant de la tension, on pourra écrire

$$l_1 = \frac{T}{\sigma E}; \quad l_2 = \frac{t}{\sigma E} \text{ et } l_0 = \frac{\theta_0}{\sigma E}$$

L'équation (32) deviendra alors, en y remplaçant γ par le produit du poids spécifique δ et de la section σ

$$\frac{1}{T^2} + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{\theta_0^2} = \frac{24}{\delta^2 \sigma^2 L^2} \left(1 + \frac{\pi d}{2L} \right) \frac{1}{\sigma E} (T + t - 2\theta_0) \quad (33)$$

et en y ajoutant l'égalité

$$T - t = Q \quad (34)$$

nous pourrons déterminer les valeurs réelles de T et t pour un effort utile donné et pour une tension au repos θ_0 également donnée.

La figure 18 donne les valeurs observées par M. Swift sur une courroie mixte (cuir-coton) correspondant aux caractéristiques suivantes:

$$l = 50,8 \text{ mm. } \quad e = 10,68 \text{ mm. } \quad \delta = 1170 \text{ kg. : cm}^3 \text{ et } L = 4 \text{ m. } 572.$$

Les points expérimentaux se rapportent à trois

séries d'essais la tension au repos étant respectivement

$$\frac{\theta_0}{\sigma} = 5, 10 \text{ et } 15 \text{ kg. : cm}^2$$

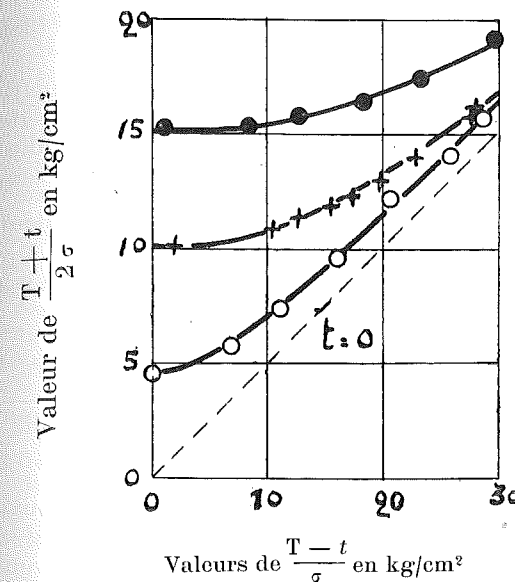


FIG. 18.

Les courbes en trait plein ont été calculées par la méthode exposée ci-dessus. Pour tenir compte toutefois de la variation de E avec la tension, M. Swift a utilisé pour ces calculs le diagramme des allongements en fonction de la tension, établi expérimentalement sur la courroie d'essai, recherchant graphiquement les valeurs de T et t qui satisfont aux équations (32) et (34).

La concordance des valeurs trouvées par cette méthode avec celles observées est parfaite.

La valeur de la tension moyenne $\frac{T+t}{2}$ augmente donc très rapidement avec la puissance transmise et d'autant plus vite que θ_0 est plus faible.

Toutes les courbes sont asymptotiques à la droite pointillée correspondant à $t=0$, la condition $t=0$ représentant, en effet, le maximum d'effort utile possible pour une tension moyenne donnée.

Pour mieux faire ressortir l'influence favorable du phénomène que nous venons d'analyser sur le fonctionnement de la courroie nous prendrons pour variable indépendante $\frac{Q}{\theta_0} = x$

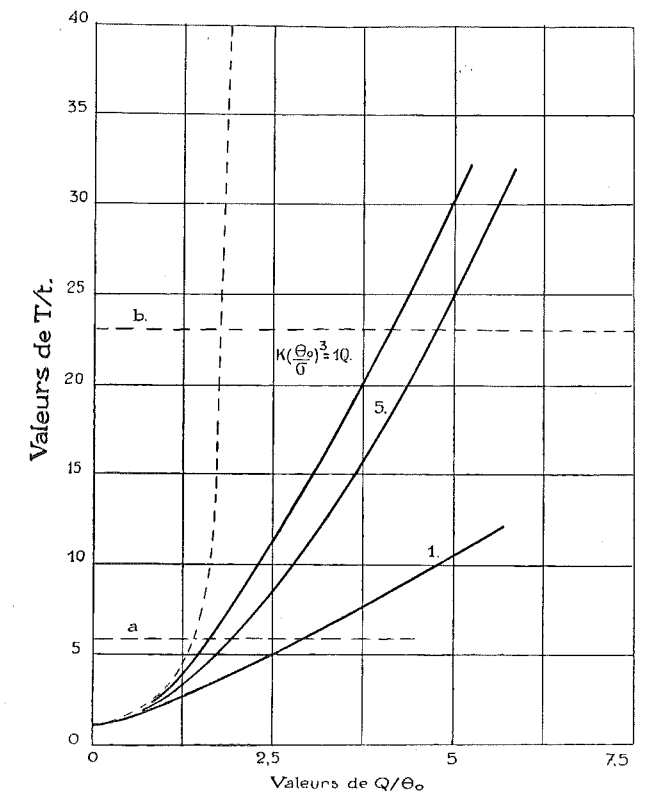
et désignerons $\frac{T}{t} = y$

L'équation (33) deviendra alors

$$\frac{(y-1)^2}{x^2 y^2} + \frac{(y-1)^2}{x^2} - 2 = K \left(\frac{\theta_0}{\sigma} \right)^3 \left(x \frac{y+1}{y-1} - 2 \right) \quad (35)$$

avec

$$K = \frac{24}{\delta^2} \left(\frac{d}{L} \right)^2 \frac{1}{d^2} \left(1 + \frac{\pi d}{2L} \right) \frac{1}{E} \quad (36)$$



Valeurs de Q/θ_0

FIG. 19.

La figure 19 donne les valeurs de $y = T/t$ en fonction de $x = \frac{Q}{\theta_0}$ pour différentes valeurs de

$$K \left(\frac{\theta_0}{\sigma} \right)^3 = 1, 5 \text{ et } 10 \text{ kg. : cm.}$$

On voit que pour une valeur de T/t donnée, on peut transmettre un effort utile Q/θ_0 d'autant plus grand que le produit $K \left(\frac{\theta_0}{\sigma} \right)^3$ est plus petit. Or, c'est du rapport T/t que dépend la limite de puissance que l'on peut transmettre avec une courroie donnée. En effet, nous pouvons écrire, abstraction faite de la force centrifuge

$$T/t = e^{f\alpha}$$

et comme le coefficient f ne peut pas dépasser une certaine valeur correspondant à l'asymptote de la courbe de f en fonction de la vitesse de glissement (voir fig. 4 et 5) et que α ne peut pas dépasser la valeur de l'angle géométrique compte tenu de l'accroissement de l'angle embrassé dû à la flèche prise par la courroie, il est évident que la limite de fonctionnement possible d'une courroie sera donnée par la relation $T/t = e^{f\alpha}$ dans laquelle f et α correspondent aux valeurs limites. On pourra donc, toutes choses égales, transmettre une force d'autant plus grande que la valeur T/t limite correspondra à une valeur de Q/θ_0 plus grande. Or, nous voyons que Q/θ_0 sera d'autant plus grand pour une même valeur de T/t , que le produit $K \left(\frac{\theta_0}{\sigma} \right)^3$ sera plus petit, c'est-à-dire que

la courroie sera plus lourde, que le rapport $\frac{d}{L}$ sera plus petit, que le diamètre des poulies sera plus grand et la tension au repos plus petite.

Si nous supposons à présent des conditions telles que l'influence du poids propre de la courroie puisse être négligée, c'est-à-dire le cas que la théorie élémentaire envisage, nous aurons à écrire les deux relations

$$\frac{T+t}{2} = \theta_0 \quad \text{et} \quad T-t = Q$$

d'où

$$\frac{T}{t} = \frac{2+Q/\theta_0}{2-Q/\theta_0} \quad (37)$$

Cette loi de variation de T/t avec Q/θ_0 est représentée par la courbe en pointillé de la figure 19 qui tend vers une asymptote d'abscisse $Q/\theta_0 = 2$.

Envisageons à présent une courroie dont le coefficient de frottement peut atteindre à la limite 0,56 (voir fig. 5) et admettons comme limite d'angle embrassé actif, la valeur $\alpha = \pi$; la valeur limite deviendra $T/t = e^{\pi} = 5,82$ correspondant à la droite horizontale (a).

Dans le cas d'une courroie légère et souple, d'une distance d'entre-axes relativement faible, l'influence du poids pourra être négligée et la valeur limite de Q/θ_0 sera fixée par la courbe pointillée, soit 1,40. Avec un rapport $\frac{L}{d}$ calculé de façon à porter $K (\theta_0/\sigma)^3$ à 10, 5 et 1 en kg. : cm., nous pourrions atteindre toutes choses égales respectivement $Q/\theta_0 = 1,60, 1,90$ et 2,90.

Si le coefficient de frottement pouvait atteindre à la limite $f=1,00$ avec $\alpha = \pi$, nous aurions comme valeur limite de $\frac{T}{t} = e^{\pi} = 23,00$ représentée par la droite b (fig. 19); et ces mêmes valeurs limites atteindraient $Q/\theta_0 = 1,75$ pour la courroie sans poids, tandis que en réalisant $K (\frac{\theta_0}{\sigma})^3 = 10, 5$ et 1 nous pourrions obtenir respectivement avec la même matière $Q/\theta_0 = 4,1, 4,75$ et 9,00.

Les différences entre les valeurs de Q/θ_0 avec et sans poids propre de la courroie sont en réalité encore plus grandes, car l'angle embrassé supposé égal à π et qui reste égal à π quelle que soit la puissance transmise dans l'hypothèse d'un poids nul ou négligeable, peut grandir très sensiblement à mesure que la puissance croît, si le poids intervient et si la distance d'entre-axes est grande, pour autant bien entendu que l'on ait pris soin de faire en sorte que le brin mou soit placé au-dessus.

Les chiffres que nous venons de déduire du calcul montrent assez l'avantage qu'on peut tirer d'une distance d'entre-axes relativement grande et d'une courroie d'un poids spécifique élevé, puisque avec la même tension de pose, on peut transmettre des puissances qui ont respectivement dans le premier cas 1,14 — 1,36 — 1,80 de la puissance limite pour le cas théorique de la courroie sans

poids, et dans le second cas 2,33 — 2,72 et 5,12 de cette même puissance limite.

Nous ferons observer en outre que si la pratique a fixé la distance d'entre-axes à

$$L = 3 \text{ à } 3,5 \frac{d+d'}{2} \quad (38)$$

soit dans notre cas de poulies d'égal diamètre $L=3$ à $3,5 d$, l'équation (36) montre que cette règle ne peut pas être valable pour tous les diamètres. En effet, la valeur de K dépend non seulement du rapport $\frac{d}{L}$ mais encore de la valeur

absolue de d de sorte que le rapport $\frac{d}{L} = 0,3$ adopté généralement, est insuffisant pour les petites poulies alors qu'il peut être dépassé pour les poulies de très grand diamètre.

Nous pouvons montrer à titre d'exemple que pour une poulie de 40 cm. avec $\frac{d}{L} = 0,3$ $E=2400$ kg. : cm² et $\delta=0,001$ kg. : cm³, on trouve $K=0,828$ en kg. : cm. ce qui avec une valeur de la tension initiale normale de $\theta_0/\sigma = 7,5$ kg. : cm² conduit à $K (\frac{\theta_0}{\sigma})^3$ égal à 348.

L'influence du poids propre est donc négligeable dans ce cas et les valeurs de Q/θ_0 qu'on pourra atteindre seront faibles et suivront à peu près la courbe en pointillé de la figure 19.

Si, au contraire, avec le même rapport $\frac{d}{L} = 0,3$ appliqué à une poulie de $d=2,00$ m. on conserve les mêmes caractéristiques, K devient 0,03315 et $K (\theta_0/\sigma)^3 = 14$. Les valeurs de Q/θ_0 que l'on pourra atteindre seront donc dans ce cas beaucoup plus grandes.

Il faudrait pour se retrouver dans une situation analogue avec la poulie de 40 cm. adopter un rapport $\frac{d}{L}$ de 0,07 au lieu de 0,3, ce qui, de toute évidence, ne serait pas normal.

En s'en tenant à 0,15 à 0,20, on devra retenir que l'on se trouvera encore dans une situation plus défavorable pour les petits diamètres que pour les grands, surtout au point de vue de l'allongement en marche qui fait tomber la valeur de la tension au repos et fait croître par conséquent le rapport Q/θ_0 .

L'allure des diagrammes pour les différentes valeurs de $K (\theta_0/\sigma)^3$ montre que les raccourcissements devront être d'autant plus fréquents que K sera plus grand pour une même tension initiale θ_0/σ .

Conclusions

A l'heure actuelle, ainsi que nous l'avons déjà fait ressortir, tous les faits établis par la pratique, sont expliqués d'une façon scientifique par les recherches de laboratoire sur le coefficient de frottement, sur le glissement proportionnel et sur la

valeur des tensions en marche. De plus on peut affirmer que les calculs établis en tenant compte de l'élasticité, de la raideur et du poids propre de la courroie conduisent à des résultats remarquablement concordants avec ceux fournis par l'expérience.

La réduction de l'angle théorique embrassé, par l'effet de la raideur et de la force centrifuge, pourrait atteindre 14 à 15° au maximum. En tenant compte d'un angle de réserve de 30°, on peut hardiment appliquer le calcul que nous proposons, basé sur la valeur du coefficient de frottement vrai, variable avec la vitesse de glissement, et la connaissance du coefficient d'élasticité.

En ce qui concerne le choix du coefficient de résistance total λ , nous croyons pouvoir proposer la loi fournie par la courbe de la figure 15, en tenant compte des expériences de Leloutre et de Taylor, à défaut de recherches systématiques plus satisfaisantes.

Ce dont il conviendrait en tout cas de se persuader, c'est que le seul problème d'ordre vraiment technique qui se pose aux chercheurs dans ce domaine, est à l'heure actuelle celui de la détermination du taux de travail à admettre pour le calcul d'une courroie.

C'est, en effet, du choix de ce taux de travail que dépendront les frais d'entretien et la durée de la courroie, et la solution du problème fondamental de la *détermination de la section la plus économique au point de vue des frais d'exploitation* reste partant intimement liée à la recherche de la loi de la durée de la courroie en fonction du taux de travail.

Il n'est pas impossible de concevoir des dispositions de laboratoire qui permettraient avec une dépense d'énergie réduite, de mettre en service pendant plusieurs années des courroies identiques dans des conditions de service très différentes, de façon à pouvoir observer toutes les particularités qui se présenteraient dans la vie des courroies essayées.

On pourrait ainsi juger à la fois l'importance des interventions pour raccourcissement, les causes d'infériorité de certaines d'entre elles et la limite pratique d'utilisation.

Ces recherches seraient forcément de longue durée mais il faut se persuader que si l'ingénieur manque de données sur cette question, c'est à peu près exclusivement sur ce point tout particulier, les écarts entre les chiffres proposés pouvant aller du simple au double.

Congrès International de Mécanique Générale

Sous le Haut Patronage de S. M. le Roi des Belges

International Congress for General Mechanics

under the High Patronage of H. M. the King of Belgium

Internationaler Maschinenbau-Kongress

unter dem Hohen Protektorat S. M. des Königs der Belgier

LIÈGE, 31 AOUT - 5 SEPTEMBRE 1930

I

Éléments de machines. Machines-outils

Machine Elements. Machine Tools

Maschinenelemente. Werkzeugmaschinen

Secrétariat - Secretary - Sekretariat :

INSTITUT DE MÉCANIQUE

Boulevard de la Constitution, 32

LIÈGE (Belgique)

[1931]

ÉTAT ACTUEL DE NOS CONNAISSANCES SUR LE CALCUL DES TRANSMISSIONS PAR COURROIE

par CH. HANOCQ

Professeur à l'Université de Liège.

Après avoir montré comment les recherches de ces quinze dernières années sur le coefficient de frottement des courroies ont permis d'expliquer d'une manière satisfaisante un certain nombre de faits établis par la pratique, et de calculer d'une manière sûre les tensions réelles dans les deux brins de la courroie, l'auteur reprend dans un premier chapitre, l'exposé classique en y ajoutant la recherche de la vitesse la plus économique au point de vue des frais d'installation, lorsqu'on tient compte non seulement du volume de la courroie, mais encore du poids des poulies.

Dans un second chapitre, l'auteur étudie l'influence de la raideur sur l'angle réel embrassé, et de l'élasticité sur le glissement et sur le rapport des vitesses de rotation.

Pour tenir compte de la variation du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement, l'auteur propose d'employer la formule classique dans laquelle f serait remplacé par f_m , valeur calculée en fonction de la tension utile $\frac{Q}{\sigma}$ et de la vitesse v .

Grâce au tracé d'un abaque, il est possible d'appliquer cette méthode nouvelle pour trouver la section par cheval transmis, avec la même facilité et la même rapidité que la méthode ancienne, pour autant bien entendu que les coefficients caractéristiques de la courroie envisagée soient connus.

La question du choix du taux de travail normal λ en tenant compte de la tension de flexion, fait l'objet d'une étude particulière; l'auteur montre comment les expériences de Leloutre et de Taylor paraissent conduire à des conclusions assez formelles à cet égard.

Dans un dernier chapitre la question de l'influence du poids spécifique et de la distance d'entre axes sur la tension de pose, est examinée et la cause de ce phénomène connu de l'accroissement en marche de la tension ($T+t$) est établie d'une manière définitive.

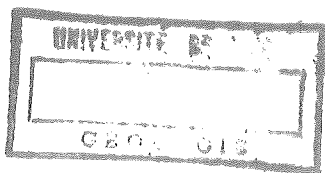
note

LIÈGE 1930

**Congrès International
de Mécanique Générale**

**International Congress
General Mechanics**

**Internationaler
Maschinenbau Kongress**



1930.1

o Ap

[Résumés]

ENCODÉ

24 JUL 1986