

ÉTAT ACTUEL DE LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TURBO-MACHINES

par Ch. HANOCQ, Professeur à l'Université de Liège

INTRODUCTION

Par théorie élémentaire, nous entendons la théorie basée sur l'hypothèse des *tranches parallèles* qui permet de substituer à l'étude du mouvement de la masse fluide évoluant à travers le distributeur, la roue et le diffuseur de la turbo-machine, l'étude du mouvement d'un élément quelconque pris dans la masse; par cette hypothèse simplificatrice, en effet, tous les éléments d'une tranche prise à l'entrée du distributeur sont supposés parcourir le distributeur, la roue et le diffuseur en traçant des trajectoires identiques.

Cette hypothèse ne correspond à aucune réalité possible, même dans le cas le plus simple d'une turbo-machine radiale pure ou axiale pure, mais on conçoit que l'écoulement se rapproche du cas théorique envisagé lorsque le nombre d'aubes augmente; et nous serons amené à montrer par la voie expérimentale que l'angle moyen de sortie des éléments tend effectivement à se confondre avec l'angle des aubes quand le nombre d'aubes croît.

Quel que soit le reproche que l'on puisse faire à une théorie basée sur une telle hypothèse initiale, on peut affirmer qu'elle rend compte d'une manière remarquable des phénomènes *fondamentaux* dont les turbo-machines sont le siège, qu'elle permet de créer un fil conducteur assez sûr pour établir non seulement leurs propriétés fondamentales, mais encore pour analyser avec quelque précision, l'influence perturbatrice de certains facteurs importants tels que la vitesse à l'ouïe.

Ainsi, malgré l'extrême complexité des phénomènes que, dans l'état actuel de nos connaissances hydrodynamiques, il n'est pas possible d'étudier dans leur réalité, il apparaît que le *phénomène principal, fondamental, ne s'écarte pas essentiellement du phénomène schématisé par l'hypothèse des tranches parallèles*: la valeur de la théorie élémentaire réside donc non seulement dans sa simplicité relative, mais encore dans sa fécondité, comparée à celle de la *théorie hydrodynamique* d'ailleurs à peine esquissée à l'heure actuelle. Celle-ci s'appuie elle aussi sur une hypothèse qui pour être moins élémentaire, ne se rapproche pas davantage de la réalité, à savoir que les pertes peuvent être évaluées en fonction du coefficient de viscosité comme dans le *régime laminaire*. Si l'on objecte que l'on peut substituer au coefficient de viscosité vrai un coefficient de viscosité fictif pour tenir compte des pertes aux parois et des pertes par tourbillonnement, on peut

faire remarquer qu'une telle théorie appliquée à un *tuyau cylindrique droit* ne peut rendre compte en aucune manière des résultats expérimentaux les plus certains.

On serait tenté, il est vrai, pour sortir de cet embarras d'appliquer les équations de l'hydrodynamique simplifiées en admettant une viscosité nulle; tout effort dans cette voie doit conduire à une déception certaine, puisque de cette hypothèse des pertes nulles, découle inévitablement cette conclusion que toutes les turbo-machines *ont même rendement quelles que soient les conditions d'utilisation*, ce qui rend vaine la recherche des formes susceptibles de conduire à la solution optimum.

Or, le but essentiel, nous dirions volontiers unique, de la théorie, est de fournir au problème du calcul des dimensions, la solution rationnelle qui permet de réaliser le rendement maximum.

L'impuissance de la théorie hydrodynamique n'est peut-être que passagère: la complexité des calculs apparaît toutefois si grande que la théorie élémentaire que nous nous proposons de présenter dans ce qui va suivre, reste pratiquement la seule capable de servir de base à une classification rationnelle des types et au calcul des dimensions.

CHAPITRE PREMIER

Exposé des bases de la théorie élémentaire

Strictement parlant, la théorie élémentaire ne peut se concevoir que pour une turbo-machine du type radial pur ou du type axial pur. Nous ferons l'exposé en utilisant la coupe schématique (fig. 1) d'une turbo-pompe radiale centrifuge, les équations pouvant s'appliquer à une turbine centripète par un changement de signe de la hauteur H' et du travail T_1 par kilog de fluide. Les déductions tirées du cas particulier examiné, peuvent d'ailleurs être étendues au type axial pur par la simple introduction de la condition:

$$u_0 = u_1$$

c'est-à-dire en admettant que l'élément envisagé possède la même vitesse d'entraînement à l'entrée qu'à la sortie.

Nous désignerons dans les équations qui vont suivre

par c	la vitesse absolue,
u	la vitesse d'entraînement,
w	la vitesse relative,
p	la pression,
z	la position sur la verticale de l'élément considéré.

v le volume spécifique du fluide évoluant,

T_r la perte de charge (ou ce qui revient au même, le travail absorbé par kilog de fluide débité).

T_1 le travail recueilli sur l'arbre (abstraction faite des pertes internes) par kilog de fluide débité.

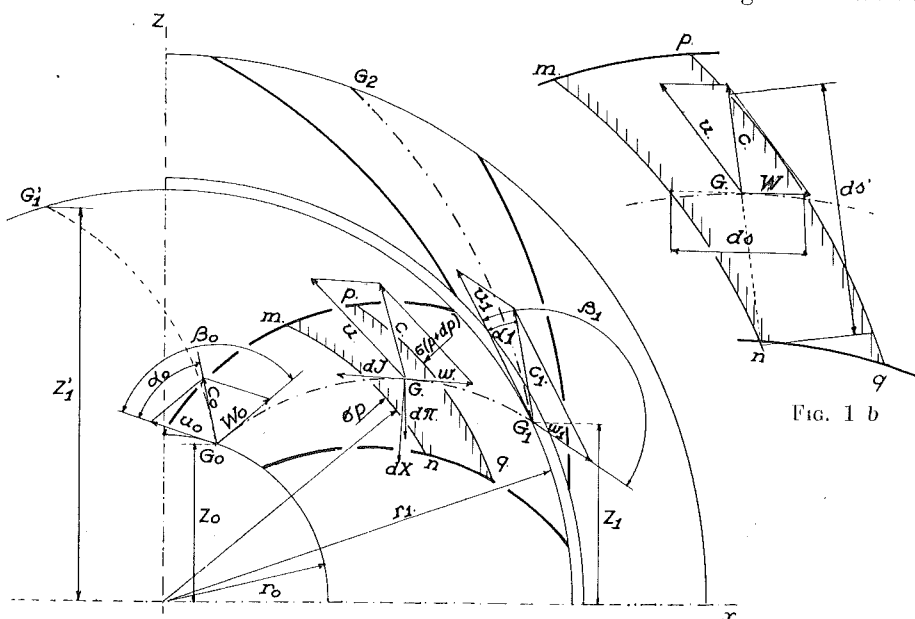


Fig. 1

Nous affecterons de l'indice 0 les valeurs particulières des vitesses, de la pression et de la hauteur qui se rapportent aux éléments pris à l'entrée de la roue; l'indice 1 se rapportera à la sortie de la roue et partant à l'entrée du diffuseur, tandis que l'indice 2 affectera les valeurs caractéristiques d'un élément pris à la sortie du diffuseur.

L'hypothèse des tranches parallèles ou des filets identiques permet de n'étudier que le filet moyen et d'appliquer à un élément de ce filet l'équation fondamentale de la mécanique :

$$\Sigma \vec{f} = m \vec{\varphi}$$

Les forces qui entrent en jeu sont ici :

la pesanteur $d\pi$,

l'action des pressions de part et d'autre de l'élément σp et $\sigma(p + dp)$,

l'action du frottement, tangentiel à la trajectoire et que nous désignerons par dJ ,

l'action de l'aube, normale à la trajectoire que nous désignerons par dX .

En projetant l'ensemble de ces forces sur la direction du mouvement absolu, nous pourrions écrire :

$$\Sigma f_c = \frac{d\pi}{g} \frac{dc}{dt}$$

d'où en multipliant par ds' puis en divisant par $d\pi$, une première équation différentielle qui transformée et intégrée donnera la valeur de

$$T_1 = 2g(c_1^2 - c_0^2) + (z_1' - z_0) + \int_0^1 v dp + T_r \quad (1)$$

ds' (fig. 1 b) représente l'épaisseur de la tranche dans la direction de la vitesse c .

Cette relation ne traduit rien d'autre que le principe de la conservation de l'énergie, l'indice 1 désignant l'état du fluide à l'extrémité de la trajectoire du mouvement absolu.

En projetant l'ensemble des forces sur la direction du mouvement relatif et en tenant compte du théorème de Coriolis, nous obtenons une deuxième relation

$$\Sigma f_w = \frac{d\pi}{g} \frac{dw}{dt} - \frac{d\pi}{g} \frac{u^2}{r} \cos(wr)$$

qui, explicitée, puis transformée en multipliant tous les termes par ds et en divisant par $d\pi$, conduit à la valeur de $\int_0^1 v dp$.

Ecrite de la manière suivante

$$\int_0^1 v dp + (z_1 - z_0) + \frac{1}{2g}(u_0^2 - u_1^2) = \frac{1}{2g}(w_0^2 - w_1^2) - T_r \quad (2)$$

on voit que cette nouvelle équation traduit encore le principe de la conservation de l'énergie pour 1 kilog de fluide passant à travers la roue, l'indice 1 se rapportant cette fois à l'état du fluide à l'extrémité de la trajectoire du mouvement relatif.

Comme la pression est la même en 1 et 1' on peut dire que $\int_0^1 v dp$ est égal à $\int_0^1 v dp$ et partant si l'on additionne membre à membre les deux équations (1) et (2) et que l'on conserve dans le premier membre le terme T_r , que l'on obtient

$$T_1 = \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_0^2) - \frac{1}{2g}(w_1^2 - w_0^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_0^2) + (z_1' - z_1) \quad (3)$$

valeur indépendante des pressions et de T_r .

Appliqué à l'ensemble des éléments d'une turbine à injection totale, le terme $(z_1' - z_1)$ disparaît, car il est égal et de signe contraire pour deux filets symétriquement disposés par rapport à l'axe vertical.

Cette relation peut se ramener à l'équation bien connue d'Euler en utilisant les relations fournies par les triangles des vitesses d'entrée et de sortie.

Remarquons que l'équation (1) fournit la rela-

tion de Bernoulli comme cas particulier, car si on imagine que la roue reste fixe

$$T_1 = \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_0^2) + (z_1 - z_0) + v(p_1 - p_0) = 0 \quad (4)$$

Dans les relations ci-dessus, T_r désigne la perte de charge : ce terme apparaît dans les équations explicites, comme ayant la valeur suivante :

$$T_r = \int_0^1 \frac{dJ}{d\pi} ds$$

dJ représentant la résistance qui s'oppose à l'écoulement de l'élément fluide de poids $d\pi$ de section σ et de périmètre m .

Or, si l'on admet comme en hydraulique, que la résistance croît comme le carré de la vitesse et proportionnellement au poids spécifique δ et à la surface mouillée mds , on pourra calculer que T_r est égal à

$$T_r = \int_0^1 k \frac{\delta}{d\pi} m ds w^2 ds$$

et en observant que $d\pi = \sigma \cdot ds \cdot \delta$

$$T_r = k \int_0^1 \left(\frac{m}{\sigma}\right) w^2 ds \quad (5)$$

On conçoit que dans de tels calculs, l'approximation sera suffisante si au lieu de laisser subsister T_r dans les équations, sous la forme d'une intégrale qui rendra toute déduction impossible,

on fait sortir $k\left(\frac{m}{\sigma}\right)$ du signe intégral, en mettant

en facteur une valeur moyenne $k\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m$, et si on intègre $\int_0^1 w^2 ds$ en se donnant une loi de variation de

w en fonction de s telle que

$$w = w_0 + ks$$

c'est-à-dire en admettant que la vitesse varie progressivement depuis l'entrée jusqu'à la sortie de la roue suivant une loi linéaire.

Tous calculs faits, T_r se présentera alors comme une fonction des vitesses d'entrée et de sortie

$$T_r = \frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s \left[\frac{w_0^2}{2g} + \frac{w_0 w_1}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} \right] \quad (6)$$

le facteur en évidence étant un simple coefficient que nous représenterons par

$$\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) = \frac{2g}{3} k \left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s \quad (7)$$

De cette manière nous retrouverons comme cas particulier de la théorie générale, l'exposé classique des turbines à vapeur dans lequel entrent généralement deux coefficients φ et ψ auxquels ne s'attachaient d'ailleurs jusqu'à présent aucune signification physique bien précise. Cette manière d'opérer pour pouvoir poursuivre les calculs en tenant compte des pertes, aura l'avantage de per-

mettre de fixer une valeur limite au coefficient φ . Cette valeur limite correspondra aux pertes réalisées dans un canal droit de même section moyenne, valeur que les formules basées sur les recherches expérimentales très nombreuses peuvent faire connaître d'une manière très sûre.

Non seulement il sera possible de trouver une valeur limite à φ mais on pourra se rendre compte de l'influence du tracé et du nombre d'aubes sur la valeur de φ .

Pour la simplicité des calculs ultérieurs en même temps que pour faire apparaître d'une manière explicite le coefficient ψ de la théorie des turbines à vapeur, nous avons dans l'exposé présenté pour la première fois en 1909, proposé d'écrire :

$$T_r = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left[\frac{w_1^2}{2g} + \frac{w_0^2}{2g} (1 + n) \right]$$

le rapport $\frac{w_1}{w_0}$ pouvant être représenté par n

puisque pour un tracé de roue donné, il est égal au rapport inverse des sections d'entrée et de sortie, toujours dans l'hypothèse des filets parallèles.

Comme il existe une perturbation particulière à l'entrée de l'aubage, en raison de l'épaisseur finie des aubes, nous avons proposé d'ajouter à la perte par frottement sur les parois, la perte par choc à l'entrée, proportionnelle au carré de la vitesse d'entrée, ce qui peut être fait en introduisant le terme $k_1 \frac{w_0^2}{2g}$.

Dans ces conditions T_r peut s'écrire

$$T_r = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g} \quad (8)$$

si nous désignons par ψ la valeur fournie par la relation

$$\left(\frac{1}{\psi^2}\right) = \left(\frac{1}{\varphi_1^2}\right) (1 + n) + k_1 \quad (9)$$

Tout ce que nous venons d'exposer permet de déterminer en fonction de deux coefficients φ et ψ la loi de variation de la pression le long du chemin parcouru par le fluide dans l'aubage mobile dès que cet aubage a des formes déterminées.

Il faut, il est vrai, pour pouvoir effectuer l'intégrale $\int_0^1 v dp$ connaître la loi de variation de

v avec p , mais, même pour les fluides compressibles, et pour autant que les vitesses périphériques ne soient pas trop grandes, on peut sans erreur appréciable supposer v constant (égal à la valeur moyenne si v varie d'une manière appréciable).

Telles sont les bases de la théorie élémentaire qui vont nous permettre d'établir les propriétés caractéristiques des turbo-machines.

CHAPITRE II

Application des équations fondamentale à la recherche du coefficient manométrique M et du coefficient de puissance P

On désigne par hauteur manométrique H' la hauteur géométrique H augmentée des pertes de

charge dans les conduites d'aspiration et de refoulement s'il s'agit d'une pompe (diminuée des mêmes pertes s'il s'agit d'une turbine) (fig 2).

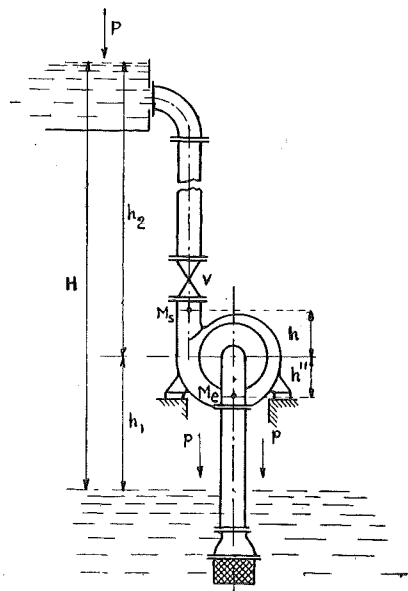


FIG. 2

On peut montrer aisément en appliquant l'équation de Bernoulli aux trajectoires à travers les tuyaux d'amenée et d'évacuation que

$$H' = \int_0^s v dp + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) \quad (10)$$

si e et s désignent les points d'entrée et de sortie, et pour autant que la distance verticale des points e et s puisse être négligée.

Cette expression peut être transformée aisément, si nous désignons par T_1 la perte de charge dans les canaux de distribution, on peut appliquer l'équation de Bernoulli (complétée comme nous le faisons ici pour tenir compte de la perte par frottement) :

$$\int_0^s v dp + T_0 + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) = 0$$

Le terme en z peut, en effet, être négligé lorsqu'on envisage l'écoulement à travers une turbine à injection totale, pour la raison déjà indiquée.

Aux canaux de la roue, la formule (2) est applicable et partant

$$\int_0^1 v dp = \frac{1}{2g} (w_0^2 - w_1^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_0^2) - T_r$$

Pour les canaux du diffuseur, et pour la volute, on pourra reprendre l'équation de Bernoulli (formule 4) et il viendra :

$$\int_1^2 v dp + T_1 + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) = 0$$

$$\int_2^3 v dp + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) = 0$$

en négligeant la perte dans la volute vis-à-vis des autres pertes.

Adjoignant membre à membre les trois équations ci-dessus, on obtiendra par un groupement convenable des termes :

$$H' = \int_0^s v dp + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_e^2) = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_0^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_0^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_0^2) - (T_0 + T_r + T_1) \quad (11)$$

formule qui n'exprime pas autre chose que le principe de la conservation de l'énergie pour 1 kilog passant de l'entrée à la sortie de la turbomachine, puisque l'ensemble des termes fonctions des vitesses représente d'après la formule (3), le terme T_1 et qu'ainsi :

$$H' = T_1 - (T_0 + T_r + T_1) \quad (12)$$

Remarquons que d'après la relation (8) les valeurs de T_1 , T_0 , T_r ne dépendent elles-mêmes que des vitesses et des coefficients φ , ψ ; φ_0 , ψ_0 ; φ_1 , ψ_1 .

Dans ces conditions, la valeur H' se ramène à une fonction des vitesses d'entrée et de sortie et des coefficients de perte. Pour ne pas trop compliquer les équations et introduire un trop grand nombre de coefficients, nous avons pensé qu'il suffirait de limiter la valeur de T_0 au premier terme

$$T_0 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c_0^2}{2g} \quad (13)$$

et la valeur de T_1 au second terme

$$T_1 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (14)$$

soit qu'on admette que c_0 est négligeable vis-à-vis de c_1 , et que c_s l'est également vis-à-vis de c_1 , soit qu'on donne à φ_1 et à ψ_1 des valeurs appropriées pour tenir compte du terme négligé.

En divisant tous les termes de l'équation (11) par u_1^2 et en les multipliant par $2g$, on peut obtenir une équation dont le second membre ne contient qu'une série de rapports de vitesses et des coefficients de perte.

Or, le premier membre $\frac{2g H'}{u_1^2}$ est le coefficient que l'on désigne généralement sous le nom de *coefficient manométrique* et que nous représenterons par la lettre M .

En opérant de la même manière sur la valeur de T_1 tirée de l'équation (3) on peut définir un second coefficient $\frac{g T_1}{u_1^2}$ que nous désignerons par P et que nous appellerons *coefficient de puissance*.

Les coefficients M et P étant connus, il est aisé d'en déduire le rendement indiqué qui, par définition, a pour valeur

$$\eta_i = \frac{\partial Q H'}{\partial Q T_1} = \frac{H'}{T_1} = \frac{1}{2} \frac{\frac{2g H'}{u_1^2}}{\frac{g T_1}{u_1^2}} = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (14)$$

Remarquons que nous pouvons calculer tous les rapports des vitesses qui entrent dans les valeurs de M et P en fonction d'un seul et même rapport arbitraire que nous choisirons égal à $\frac{w_1}{u_1} = x$ pour

l'étude des turbo-pompes et que nous appellerons coefficient de débit, le choix de ce rapport se justifiant parce qu'il est proportionnel au débit lorsque le nombre de tours est constant et que dans l'essai des pompes, la variable indépendante à considérer est précisément le débit.

Sans aller plus loin, et pour autant que nous admettions qu'il soit possible de ramener les différents rapports de vitesses à un seul, en introduisant les rapports de dimensions et les angles β_0 et β_1 d'entrée et de sortie, nous pourrions déjà conclure à l'existence des propriétés caractéristiques suivantes :

1° Le coefficient manométrique et le coefficient de puissance sont des fonctions du coefficient de débit, indépendantes des dimensions pour autant que l'on puisse considérer φ et ψ , φ_1 et ψ_1 comme indépendants des dimensions, ce qui n'est vrai qu'en première approximation car comme on peut facilement s'en rendre compte, les valeurs de φ et de ψ se rapprochent d'une valeur limite, lorsque les dimensions croissent.

2° Puisque les expressions ci-dessus des valeurs de M , de P et de η_i ne contiennent que des rapports de dimensions et les angles β_0 et β_1 , on peut également conclure que les courbes du coefficient de puissance et du coefficient manométrique ainsi que du rendement indiqué η_i sont uniques pour un type donné, quelles qu'en soient les dimensions (toujours avec la légère restriction ci-dessus concernant l'influence des dimensions sur les valeurs de φ , ψ , φ_1 , ψ_1 ; partant, on peut dire que ces courbes caractérisent un type donné, et cette conclusion qui découle nettement de l'exposé théorique élémentaire ci-dessus, est vérifiée d'une manière remarquable par la pratique.

On peut dire que dans les limites de vitesse de rotation du simple au quintuple, les courbes caractéristiques sont identiques à elles-mêmes rigoureusement parlant, du moment où l'on ne dépasse pas une certaine vitesse à l'ouïe ou une certaine dépression capable de produire le phénomène de la cavitation.

Lorsqu'on passe d'une dimension à une autre en conservant exactement les mêmes proportions, c'est-à-dire le même type, la constance n'est plus aussi parfaite, conformément d'ailleurs à ce qui vient d'être exposé, puisque les coefficients de pertes se rapprochent d'une valeur limite inférieure lorsque les dimensions grandissent.

A titre d'exemple et pour fixer les idées, en passant d'une turbine de 125 HP. à une turbine de 15.000 HP., géométriquement semblable, le rendement indiqué passe de 0,89 à 0,925.

Qualitativement on peut dire que l'on n'aurait osé espérer confirmation plus probante d'une théorie, que celle que l'on observe au cours d'es-

sais systématiques; mais le problème ne doit pas être envisagé simplement au point de vue qualitatif; le constructeur réclame, en effet, non pas des indications sur l'allure d'une courbe caractéristique, mais la possibilité d'en prédéterminer la forme avec une approximation relativement grande. Force est donc d'entrer dans une étude plus serrée du fonctionnement, de façon à pouvoir en déduire des équations explicites en fonction des rapports de dimensions,

rapport $m = \frac{r_0}{r_1}$ du rayon d'entrée au rayon de sortie;

rapport $\varepsilon = \frac{l_1}{r_1}$ de la largeur au rayon de sortie,

rapport $\nu = \frac{l_0}{l_1}$ de la largeur d'entrée à la largeur de sortie,

et des angles d'entrée et de sortie de la roue β_0 et β_1 .

CHAPITRE III

Recherche des valeurs explicites de M et de P

§ 1. Considérations générales sur les conditions de fonctionnement. — Pour pouvoir calculer les rapports des vitesses qui existent dans les relations de M et de P en fonction du coefficient de débit et rechercher les valeurs explicites de M et de P , force est d'examiner de très près le fonctionnement de la roue au point de vue de son alimentation à l'ouïe.

Pour suivre d'une manière précise la trajectoire d'un élément, imaginons tout d'abord le cas idéal d'une pompe qui serait munie d'un distributeur à l'ouïe et d'un diffuseur à la périphérie, constamment appropriés au débit: l'angle α devrait être réglé pour chaque débit réalisé de manière que l'angle β de la vitesse relative avec la vitesse d'entraînement u_0 soit égal à l'angle d'entrée β_0 de l'aubage, tandis qu'à la sortie de la roue, l'angle d'entrée du diffuseur devrait correspondre à l'angle α que fait la vitesse absolue c_1 avec la vitesse d'entraînement u_1 . Avec ces conditions théoriques de fonctionnement, les pertes relatives à la roue et au diffuseur seraient constamment réduites au minimum, et on pourrait considérer les coefficients φ et ψ qui traduisent les pertes propres à la roue comme constants, tandis que le coefficient ψ_1 qui tient compte des pertes propres au diffuseur devrait varier avec le tracé de celui-ci suivant une loi qui pourrait être recherchée par la voie expérimentale. Pour utiliser celle-ci, il suffit d'exécuter des tracés appropriés à différents angles α d'entrée, et de réaliser une série de diffuseurs normaux pour des débits croissants; par ce moyen en exécutant une série d'essais avec la même roue et les différents diffuseurs, on pourra tracer la courbe enveloppe de toutes les courbes obtenues pour le coefficient manométrique. Cette courbe enveloppe représen-

tera évidemment le résultat qui serait obtenu directement si on avait pu réaliser le cas idéal envisagé ci-dessus, d'un diffuseur approprié constamment au débit, quel que soit celui-ci.

Cette courbe enveloppe étant connue, il sera possible aisément de déterminer la valeur du coefficient ψ_1 en fonction de x , ce qui permettra de prédéterminer les courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge quelconque, tout au moins dans la région du fonctionnement normal puisque pour cette région, la courbe propre à un diffuseur calculé pour un débit donné, se confond avec la courbe enveloppe.

La question se présente autrement pour le distributeur, parce que dans la pratique celui-ci est, peut-on dire, toujours absent et que même si on n'avait en vue que les vérifications de la théorie, il serait difficile d'en introduire un, sans provoquer des perturbations à l'ouïe qui rendraient toutes les déductions très aléatoires au point de vue des applications industrielles.

On doit dès lors se demander avant de poursuivre le problème expérimental de la recherche de φ et de ψ , comment se comportent les filets à l'entrée de la roue, en l'absence de tout distributeur.

On peut admettre que les filets subissent un certain entraînement dans le sens de la rotation de la roue, par suite de la viscosité de l'eau, cette rotation tendant à rendre minimum les pertes propres à l'entrée par brusque déviation; on peut admettre aussi que celle-ci perdure tant que le débit reste inférieur à celui pour lequel l'angle β est égal à l'angle β_0 des aubes. Cet entraînement des filets dans le sens de la rotation que nous venons d'admettre provoque nécessairement une rotation de la masse à l'ouïe mais celle-ci va s'atténuant à mesure que l'on se rapproche du débit normal. On pourrait croire jusqu'à un certain point que cette manière de voir ne correspond à aucune réalité: les expériences de M. Doucet, réalisées avec un tuyau transparent droit d'une longueur suffisamment grande, que nous avons renouvelées dans notre Laboratoire, ont permis de montrer d'une manière particulièrement frappante l'existence de cette *prérotation* que l'intuition nous avait d'ailleurs fait prévoir, puisque la théorie que nous présentons ici date de 1919. Lorsque le débit est voisin de zéro on peut dire que la composante tangentielle de la vitesse à l'ouïe est maximum, mais qu'elle ne peut atteindre toutefois qu'une fraction de la vitesse d'entraînement u_0 , disons $(1-K')u_0$; cette composante doit forcément aller s'atténuant à mesure que le débit grandit pour devenir nulle au voisinage du débit pour lequel β est égal à β_0 . Nous admettons ainsi que tant que le débit est insuffisant pour amener l'égalité entre β et β_0 , il existe une discontinuité dans la trajectoire à l'entrée, correspondant à une brusque déviation, et que les filets tendent à s'incliner dans le sens de la rotation, de façon que la perte correspondant à cette brusque déviation, soit minimum.

Toute la question lorsqu'on veut donner aux équations de M et de P et partant de η_1 , des valeurs explicites en fonction du coefficient de débit, est

de pouvoir fixer d'une manière rationnelle la loi de variation du glissement tangentiel en fonction de x .

La théorie hydrodynamique, si elle pouvait être complétée, permettrait vraisemblablement de résoudre cette question, en introduisant la condition de la perte minimum, à l'entrée. Comme il n'est pas possible d'appuyer sur les équations simplifiées une telle étude, force est d'avoir recours à l'expérimentation pour lever l'indétermination. Il est inutile de dire que l'hypothèse admise par plusieurs auteurs que tout se passe comme si l'angle d'entrée α restait constamment égal à 90° quel que soit le débit, n'est pas défendable; sans doute on peut affirmer que s'il y a prérotation c'est par suite de l'influence de la viscosité et de l'action sur les filets des aubes de la roue, mais rien ne permet d'admettre que cette prérotation coûte le même travail à la roue que si les filets restaient orientés dans des plans radiaux jusqu'à leur pénétration dans la roue. On peut même dire qu'il ne pourrait en être ainsi en vertu du principe du travail minimum, et nous allons montrer comment nous nous y sommes pris pour sortir de cette indétermination.

§ 2. Relation nécessaire entre β , β_0 et x . Valeur explicite de P. — Les essais systématiques auxquels nous nous sommes livré pendant plus de dix ans sur la pompe du Laboratoire de Construction des Machines ont montré d'une manière indiscutable que le coefficient de puissance P peut être représenté en fonction du coefficient de débit par une équation du premier degré; c'est sur ce fait que nous nous appuyons pour éliminer l'indétermination que nous venons de signaler. Nous avons désigné par α et β les angles à l'entrée de la roue pour un débit déterminé; nous admettons que pour un nombre d'aubes nécessairement fini, l'angle réel β' de sortie diffère de l'angle β_1 et que cette différence est d'autant plus grande que le nombre d'aubes est plus petit. Nous aurons à tenir compte également de ce que la section réelle de sortie n'est pas

$$2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1'$$

mais

$$2\pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1'$$

le coefficient k' tenant compte de l'épaisseur des aubes, et le coefficient k'' de la contraction de la veine à la sortie.

Nous avons vu que l'équation qui donne P peut s'écrire

$$P = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{u_0}{u_1} \right)^2 - 1 \right] - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{w_0}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{w_1}{u_1} \right)^2 \right] \quad (15)$$

Ayant désigné $\frac{r_0}{r_1}$ par m nous pouvons poser

$$\frac{u_0}{u_1} = m$$

et de la relation de continuité (w_1 étant égal à xu_1),

$$2\pi r_0 l_0 c_0 \sin \alpha = 2\pi r_1 l_1 k' k'' \sin \beta_1' x u_1 \quad (16)$$

nous pouvons tirer :

$$\frac{c_0}{u_1} = \frac{1}{m} \frac{Bx}{\sin \alpha} \quad (17)$$

en désignant par B le coefficient :

$$B = \frac{1}{\gamma} k' k'' \sin \beta_1' \quad (18)$$

Pour éliminer α de la valeur ci-dessus nous disposons des relations

$$c_0 \sin \alpha = w_0 \sin \beta \quad (19)$$

$$c_0 \cos \alpha = u_0 + w_0 \cos \beta \quad (20)$$

qui donnent $\operatorname{tg} \alpha$

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\sin \beta} \left(\cos \beta + \frac{u_0}{w_0} \right) \quad (21)$$

puis

$$\sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \beta}{1 + 2 \frac{u_0}{w_0} \cos \beta + \left(\frac{u_0}{w_0} \right)^2} \quad (22)$$

Nous pouvons ramener la valeur de $\sin^2 \alpha$ à une fonction du coefficient de débit $x = \frac{w_1}{u_1}$ en remarquant que

$$\frac{u_0}{w_0} = \frac{u_0}{u_1} \frac{u_1}{w_0} = \frac{m}{\left(\frac{w_0}{u_1} \right)}$$

et en tirant de l'équation de continuité

$$2\pi r_0 l_0 \sin \beta w_0 = 2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1' k' k'' w_1$$

la valeur de

$$\left(\frac{w_0}{u_1} \right) \frac{1}{m} \frac{1}{\gamma} k' k'' \sin \beta_1' \frac{x}{\sin \beta} = \frac{B}{m} \frac{x}{\sin \beta} \quad (23)$$

Tous calculs faits, les rapports des vitesses qui entrent dans l'expression de P prendront les valeurs suivantes :

$$\left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 = \frac{1}{m^2} \frac{B^2 x^2}{\sin^2 \beta} + 2 Bx \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + m^2 \quad (24)$$

$$\left(\frac{w_0}{u_1} \right)^2 = \frac{B^2 x^2}{m^2 \sin^2 \beta}, \quad \left(\frac{u_0}{u_1} \right)^2 = m^2 \quad (25)$$

$$\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 = 1 + x^2 + 2x \cos \beta_1' \quad (26)$$

cette dernière étant tirée du triangle des vitesses à la sortie. En substituant dans la valeur de P et en effectuant les réductions, on obtient :

$$P = (1 - m^2) + \left(\cos \beta_1' - \frac{B}{\operatorname{tg} \beta} \right) x \quad (27)$$

Cette valeur résulte des principes de la mécanique, sans autre hypothèse que celle des tranches parallèles. Or, on peut considérer comme établi dans les limites des erreurs expérimentales que P est une fonction linéaire de x ; on peut donc en conclure que la théorie ne saurait rendre compte des faits expérimentaux que si le facteur $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta}$ est de la forme $\frac{B}{\operatorname{tg} \beta} = a_1 + \frac{b_1}{x}$ ou que

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Bx}{a_1 x + b_1} \quad (28)$$

Comment déterminer les constantes a_1 et b_1 . — Pour le débit nul, c'est-à-dire $x=0$ ou tout au moins très près de 0, les filets sont déviés tangentiellement d'une quantité telle que l'on peut poser :

$$c_0 \cos \alpha = u_0 + w_0 \cos \beta = (1 - K')u_0 \quad (29)$$

ce qui donne pour x voisin de 0

$$w_0 \cos \beta = -K'u_0$$

D'où

$$\frac{w_0}{u_0} = \frac{w_0}{u_1} \frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{m^2} \frac{Bx}{\sin \beta} = -\frac{K'}{\cos \beta}$$

et

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{Bx}{K'm^2} \quad (30)$$

Cette dernière relation conduit à $b_1 = -K'm^2$ si l'on veut qu'il y ait identité entre les valeurs (28) et (30) pour $x=0$.

Pour fixer la valeur de a_1 nous admettrons que pour le débit qui conduit à $\beta=\beta_0$, le glissement est voisin de 0, la seule force qui puisse provoquer le glissement tangentiel à ce moment étant, en effet, exclusivement la viscosité. Cherchant à traduire simplement cette condition, nous avons admis que pour $\beta=\beta_0$, nous réalisons

$$u_0 = w_0$$

ce qui donne à α une valeur assez voisine de 90° pour les angles β_0 généralement employés. Pour permettre de tenir compte éventuellement de l'influence de la viscosité du fluide sur le glissement nous proposons d'écrire que pour $\beta=\beta_0$

$$w_0 = K'' u_0$$

Il suffira d'adopter une valeur de K'' supérieure ou inférieure à l'unité pour tenir compte de la viscosité du fluide évoluant et exprimer ainsi la condition d'un certain entraînement dans le sens de la rotation.

Pour une certaine valeur de $x=x_0$

$$\frac{w_0}{u_0} = K'' = \frac{1}{m^2} \frac{Bx_0}{\sin \beta_0}$$

et comme pour $x=x_0$

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{Bx_0}{a_1 x_0 - K'm^2} \quad (31)$$

nous pourrons en déduire :

$$\sin^2 \beta_0 = \frac{B^2 x_0^2}{(K'' m^2)^2} = \frac{\text{tg}^2 \beta_0}{1 + \text{tg}^2 \beta_0} = \frac{B^2 x_0^2}{(a_1 x_0 - K' m^2)^2 + B^2 x_0^2} \quad (32)$$

D'où

$$(K'' m^2)^2 = (a_1 x_0 - K' m^2)^2 + B^2 x_0^2 = (a_1 x_0 - K' m^2)^2 + (K'' m^2)^2 \sin^2 \beta_0$$

ou encore

$$(K'' m^2) \cos \beta_0 = a_1 x_0 - K' m^2$$

et enfin

$$a_1 = \frac{B}{\sin \beta_0} \left[\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right] \quad (33)$$

Ainsi dans les conditions de fonctionnement que l'expérience révèle comme vraies, la relation suivante s'impose :

$$\frac{B}{\text{tg} \beta} = \frac{B}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) - \frac{K' m^2}{x} \quad (34)$$

ce qui donne à P la valeur suivante :

$$P = 1 - m^2 (1 - K') + \left[\cos \beta_0 + \frac{B}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) \right] x \quad (35)$$

Les coefficients K' et K'' étant à la fois fonctions de la viscosité et de l'angle β_0 , ne pourront toutefois être déterminés dans l'état actuel de la théorie, que par la voie expérimentale.

§ 3. Valeurs explicites de M et de M'. — D'après les formules (12) et (35) combinées, nous pouvons écrire :

$$M = \frac{2 g H'}{(u_1^2)^2} = 2 \left[1 - m^2 (1 - K') \right] + 2 \left[\cos \beta_0 + \frac{B}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) \right] x - \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) \left(\frac{w_1}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \left(\frac{w_0}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2 - \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1 \right) \left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2$$

Remarquons que :

$\left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2$ est donné par la formule (24)

$\left(\frac{w_0}{u} \right)^2$ par la formule (25), $\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2$ par la formule

(26) et que $\frac{w_1}{u_1} = x$

D'autre part en vertu de la formule (34)

$$\frac{1}{\text{tg} \beta} = \frac{1}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) - \frac{K' m}{B x / m}$$

ce qui permet de calculer en remplaçant

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} \text{ et } \frac{1}{\text{tg}^2 \beta}$$

dans les relations (24), (25) et (26), la valeur de M

$$M = A + B x + C x^2$$

avec

$$A = \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) - m^2 \left[1 + \frac{1}{\varphi_1^2} (1 - K) - K'^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right]$$

$$B = 2 \left\{ \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \cos \beta_0' - \frac{B}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) \left[\frac{1}{\varphi_1^2} [1 - K'] + K' \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right] \right\}$$

$$C = \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2} \right) - \left(\frac{B}{m \sin \beta_0} \right)^2 \left[1 + \frac{2 K'}{K''} \cos \beta_0 + \left(\frac{K'}{K''} \right)^2 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \right]$$

Nous désignerons par M' la valeur du coefficient $\frac{2 g v (p_1 - p_0)}{u_1^2}$ et nous calculerons $v(p_1 - p_0)$ en

partant de la formule (12) et en remplaçant T₁ par sa valeur (1) et T₀, T₁ par (13) et (14).

Nous trouverons ainsi :

$$M' = \frac{2 g H'}{u_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2 + \frac{1}{\varphi_1^2} \left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2$$

En substituant aux rapports $\left(\frac{c_1}{u_1} \right)^2$ et $\left(\frac{c_0}{u_1} \right)^2$ les valeurs ci-dessus, la valeur de M' se présentera sous la forme d'une équation du second degré en x

$$M' = A' + B' x + C' x^2$$

avec les valeurs suivantes pour A', B' et C'

$$A' = 1 - m^2 \left[1 - K'^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right]$$

$$B' = -2 \frac{B}{\sin \beta_0} \left(\cos \beta_0 + \frac{K'}{K''} \right) \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) K'$$

$$C' = -\frac{1}{\varphi^2} + \left(\frac{B}{m \sin \beta_0} \right)^2 \left[1 + \frac{2 K'}{K''} \cos \beta_0 + \left(\frac{K'}{K''} \right)^2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2} \right) \right]$$

CHAPITRE IV.

Vérification expérimentale de la théorie et détermination des coefficients

Il résulte très nettement, sans discussion possible, de toutes les expériences que nous avons effectuées pendant près de vingt ans, que le coefficient de puissance P peut être regardé comme une fonction linéaire de x.

Pour établir ce fait, nous avons utilisé une pompe spécialement étudiée par nous dès 1909 pour le Laboratoire de Mécanique de l'Université de Liège (fig. 3) (1) et nous avons soigneusement déterminé au préalable les pertes absorbées par les frottements externes : frottement de l'arbre dans

(1) La pompe telle que la représente cette photographie récente est montée avec le tuyau transparent qui permet de suivre le phénomène de la prérotation.

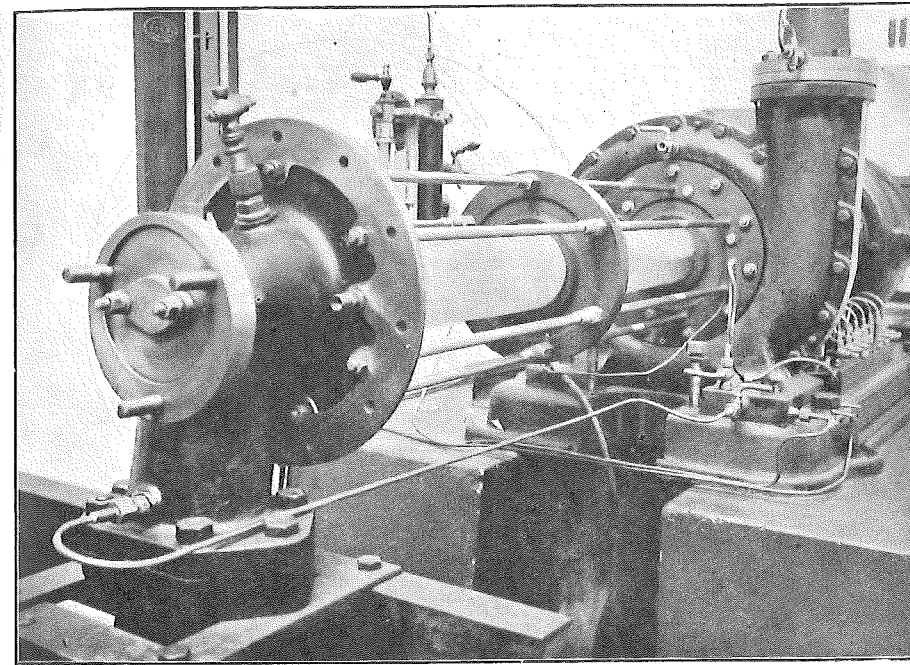


FIG. 3

ses paliers et bourrages, frottement des flasques de la roue dans le fluide évoluant.

Cette puissance que nous désignerons par N₀ étant déterminée en fonction du nombre de tours, il nous était possible de déduire de la puissance effective N_e mesurée aux essais, la puissance indiquée

$$N_1 = N_0 - N_e$$

et partant

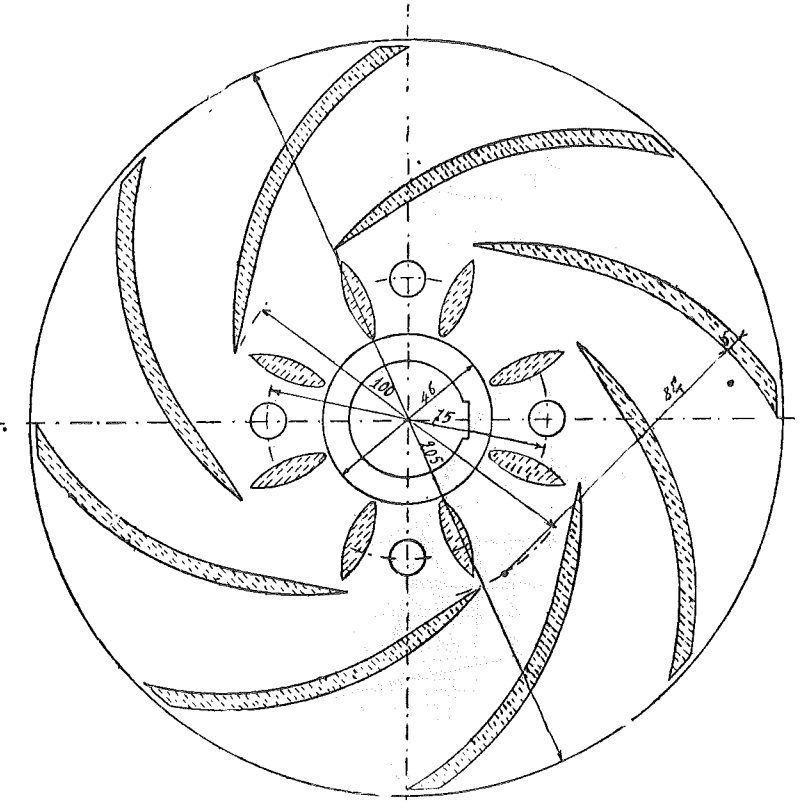
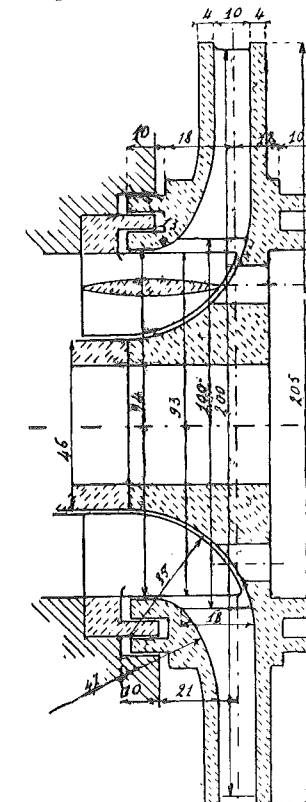


FIG. 4.

$$T_1 = \frac{75 N_1}{\delta Q}$$

Q désignant ici non le débit extérieur Q' mais le débit total

$$Q = Q' + F$$

F représentant les fuites aux joints, fuites que nous avons eu soin de fixer expérimentalement pour les différents nombres de tours utilisés, en fonction de la différence des pressions entre la sortie de la roue et l'ouïe.

De la valeur de T₁, il était aisé de déduire

$$P = \frac{g T_1}{u_1^2}$$

pour chaque point observé, et de tracer la courbe de P en fonction de x.

Dans l'impossibilité toutefois de connaître à priori

la valeur de K'' et de β_1' , nous avons déterminé la valeur apparente de x en écrivant :

$$w_1 = \frac{Q}{2\pi r_1 l_1 K' \sin \beta_1}$$

puis

$$x_a = \frac{w_1}{u_1}$$

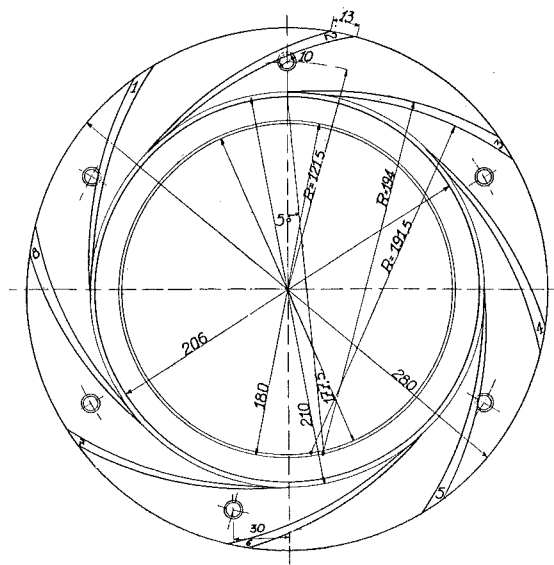


FIG. 5

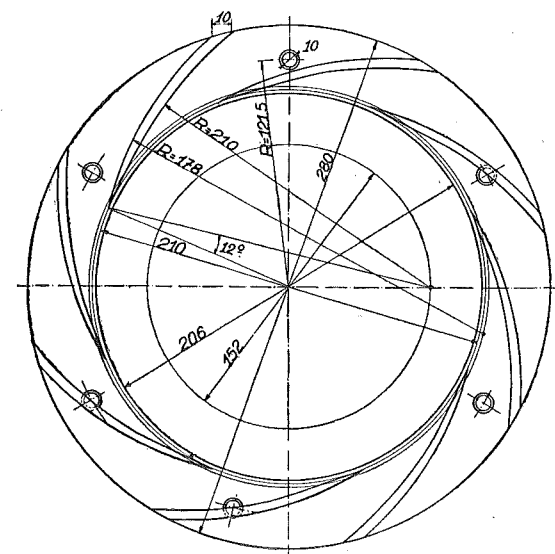


FIG. 6

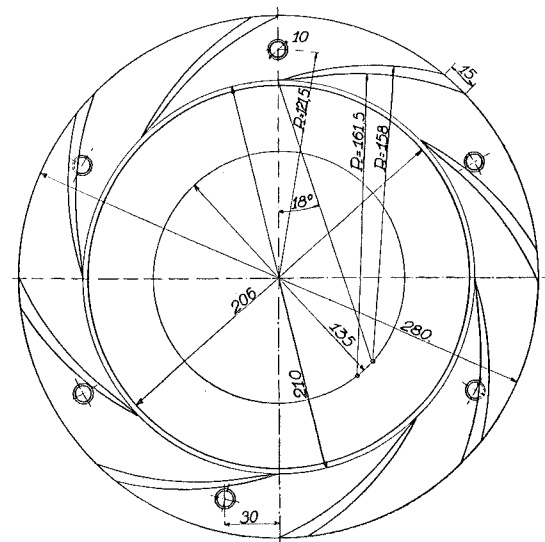


FIG. 7

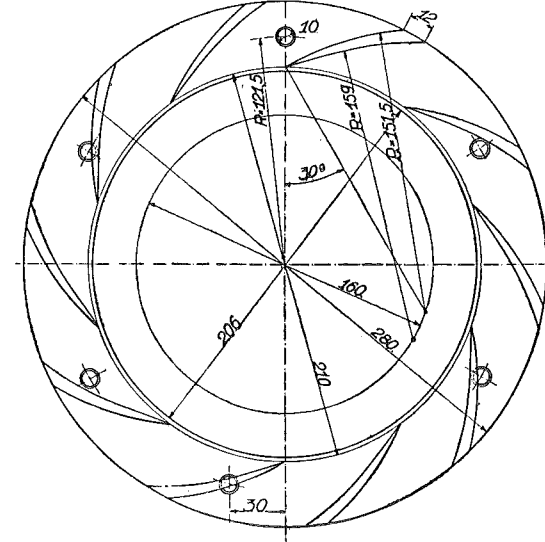


FIG. 8

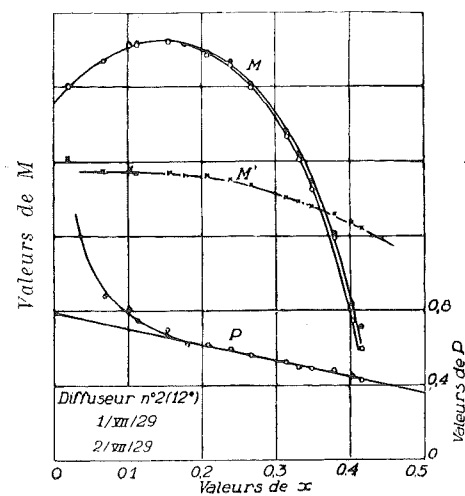


FIG. 9

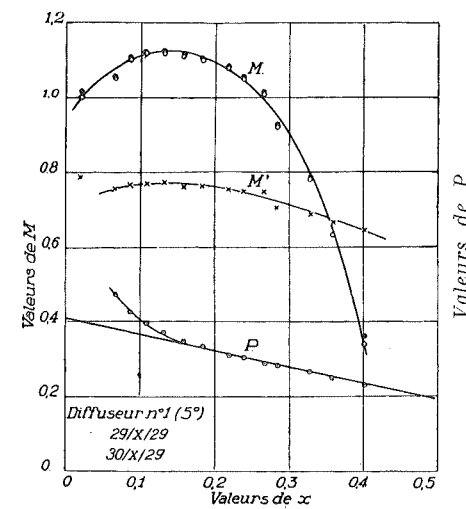


FIG. 10

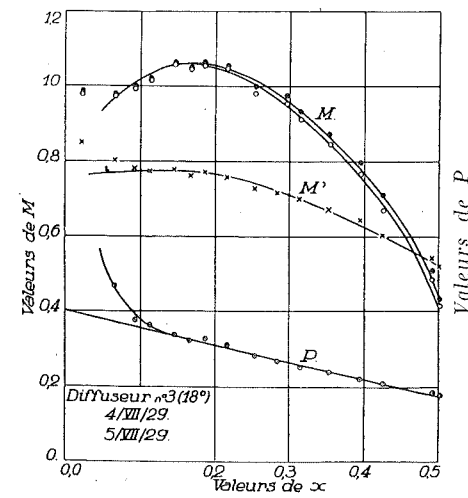


FIG. 11

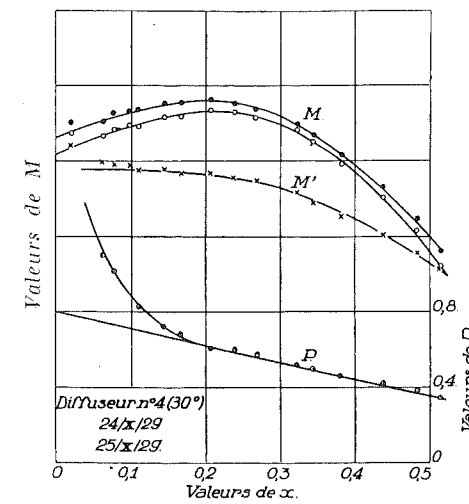


FIG. 12

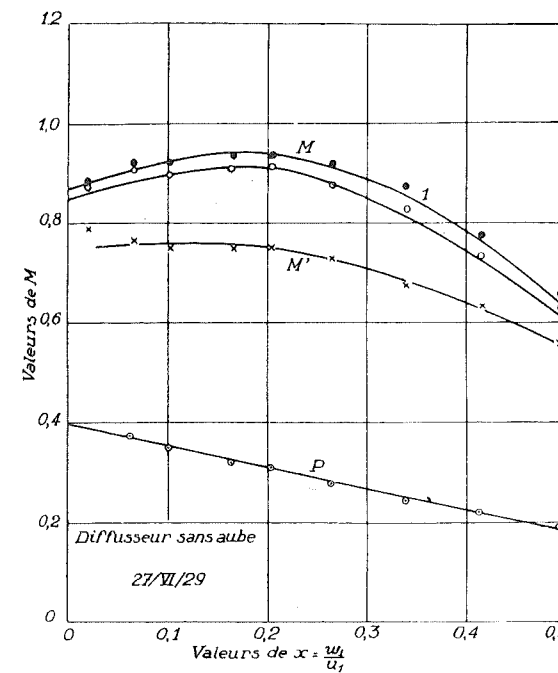


FIG. 13

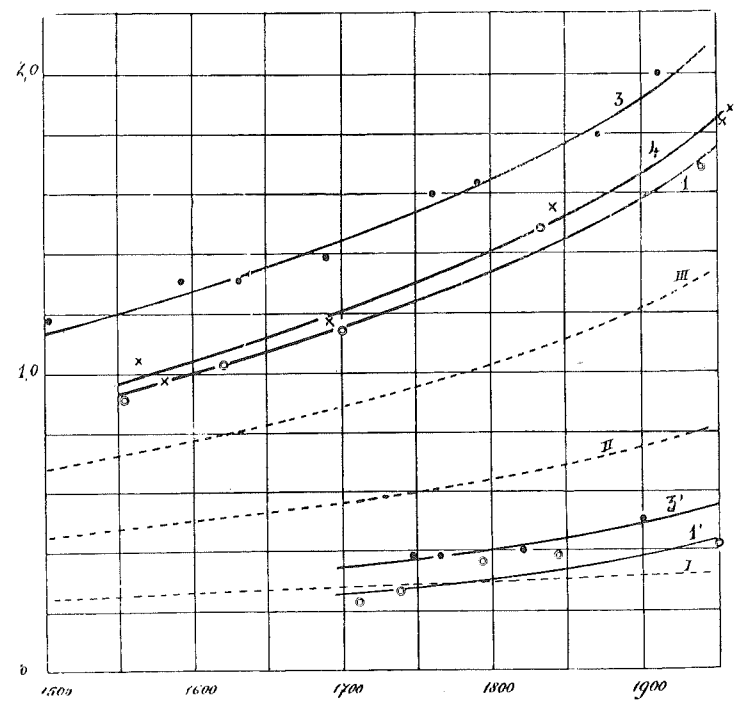


FIG. 14.

A titre d'exemple, nous donnons la totalité des points obtenus dans les essais effectués récemment sur la roue normale de 205 mm. (fig. 4) ⁽¹⁾ de diamètre, 10 mm. de largeur à la périphérie, $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$ $\beta_0 = (180^\circ - 26^\circ)$ essayée successivement avec quatre diffuseurs représentés figures 5, 6, 7, 8, ainsi qu'avec le diffuseur sans aubes constitué par deux parois parallèles.

Si on examine très attentivement les différents points correspondant aux différents diffuseurs (fig. 9, 10, 11, 12, 13) on peut se rendre compte que ceux obtenus avec le diffuseur sans aubes sont plus réguliers et situés sur la courbe moyenne jusqu'à des valeurs de x extrêmement faibles : cela s'explique aisément si on se représente que pour obtenir N_1 nous avons soustrait de N_0 la valeur de N_0 obtenue en opérant avec une roue bouchée à la périphérie, c'est-à-dire dans des conditions telles que l'extrémité de ses aubes ne subisse l'influence d'aucun choc ; on conçoit que cette puissance soit accrue par la présence d'aubes au diffuseur pour tous les débits en dehors du débit normal approprié à l'angle du diffuseur et que la valeur de N_0 constitue une limite inférieure. Pour ramener les points les plus éloignés de la courbe pour les valeurs de x égales à environ 0,07 il suffirait d'adopter pour N_0 une valeur 1,3 N_0 lorsqu'on opère avec le diffuseur à aubes.

Or, lorsqu'on opère, vanne fermée, avec un diffuseur à aubes, on obtient une courbe de puissance telle que la courbe 4 ou la courbe 1 (fig. 14) pour le diffuseur sans aubes, et si on en déduit la

⁽¹⁾ La roue telle qu'elle est représentée n'a qu'un diamètre de 200 ; mais nous avons effectué les essais dont il est question en ce moment, avec les aubes allongées de 2 1/2 mm. Le distributeur à l'ouïe figuré n'a pas été employé dans ces essais.

puissance absorbée par le fonctionnement de la pompe au débit correspondant aux fuites f , donnée par la différence entre la courbe pointillée III et la courbe II, il reste pour la puissance absorbée totale environ 1,6 N_0 à 2,0 N_0 , chiffres plus grands que celui cité ci-dessus, mais qui explique ce dernier par le fait que la différence doit aller s'atténuant rapidement dès que le débit grandit.

Pour le diffuseur sans aubes on remarquera d'ailleurs que le point correspondant à $x=0,07$ est encore nettement sur la courbe; or, la courbe de puissance, vanne fermée, pour le diffuseur sans aubes, est plus voisine de la courbe théorique comme on peut le voir figure 14 (courbe 1). Nous avons reporté figure 15 l'ensemble des courbes obtenues tant pour P que pour M avec les différents diffuseurs et nous avons tracé la courbe enveloppe des différentes courbes M.

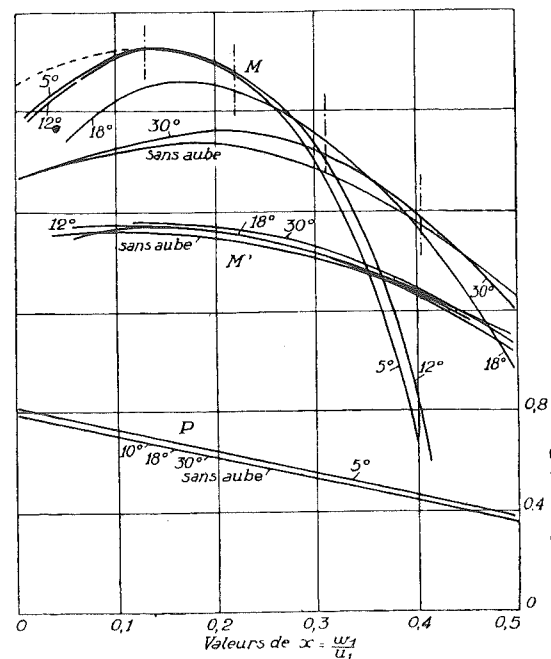


FIG. 15

L'affirmation que l'expérience établit d'une manière indubitable la loi linéaire de P en fonction de x , ne paraît donc pas exagérée; si avec les diffuseurs à aubes les points s'écartent de la droite dans la région des valeurs de x inférieures ou très supérieures à celle pour laquelle le diffuseur a été tracé, c'est qu'il apparaît alors des phénomènes de chocs sur le dos des aubes, dont les équations théoriques ne peuvent évidemment tenir compte. On peut ajouter que la courbe de P est unique pour les diffuseurs de 12, 18 et 30° et qu'elle est légèrement plus élevée mais parallèle pour l'angle de 5°. Pour faire coïncider la courbe théorique avec la courbe expérimentale, il faut admettre que K' soit égal à 0,12, ce chiffre étant fourni par la condition qu'à la valeur de $x=0$ doit correspondre

$$P = 1 - m^2(K' - 1) = 0,79.$$

En faisant coïncider un second point de la

courbe expérimentale, avec la courbe théorique fournie par l'équation (35), dans laquelle on a remplacé x par

$$x = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_1'} \frac{1}{k''} x_a,$$

pour tenir compte de ce que les valeurs portées en abscisses sont les valeurs apparentes, on obtient

$$k'' \operatorname{tg} \beta_1' = -0,384$$

Cette relation laisse indéterminé l'angle β_1' , mais une vérification existe tout au moins approximative: il faut, en effet, que l'angle de la vitesse absolue de sortie u_1 , corresponde à l'angle du diffuseur, pour la valeur de x_a qui marque le point de tangence de la courbe enveloppe avec la courbe expérimentale. C'est en effet pour ce point que la perte est minimum et l'on peut admettre que cette perte minimum est réalisée quand le flux sortant de la roue, s'engage dans le diffuseur suivant une trajectoire tangente au dos de l'aube.

En adoptant pour $\beta_1' = 180^\circ - 25^\circ$ on trouve $k'' = 0,825$ et $x = 1,43 x_a$. Les tracés des triangles

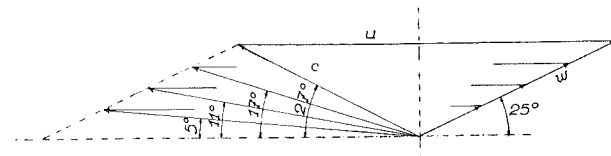


FIG. 16

des vitesses à la sortie (fig. 16), correspondent aux valeurs de x relevées sur la courbe enveloppe, pour les points de tangence indiqués figure 15 par des traits mixtes verticaux.

On voit que la correspondance des angles ainsi calculés avec les angles mesurés sur les diffuseurs, est pour les 4 diffuseurs, satisfaisante.

Connaissant à présent K' , K'' , k'' et β_1' , nous pouvons calculer M' , coefficient fourni par la roue seule. En adoptant $\frac{1}{\varphi_2} = 1,05$ et en déduisant de la

relation (9) $\frac{1}{\psi^2}$ on trouve pour celui-ci 1,15, si l'on prend pour coefficient de choc à l'entrée $k_1 = 0,05$. Avec ces chiffres la courbe théorique obtenue et tracée en trait faible sur la figure 17, coïncide sensiblement avec la courbe moyenne obtenue aux essais, pour les différents diffuseurs, courbe que nous avons tracée en trait fort. Ces courbes de M ont été obtenues en prenant pour pression p_1 à la sortie de la roue, la pression dans l'enveloppe, à une distance de l'axe de rotation correspondant au rayon de la roue; les courbes expérimentales pour chacun des diffuseurs ont été tracées séparément sur la figure 15.

On voit que la courbe théorique tombe un peu plus vite que la courbe expérimentale; mais il ne faut pas perdre de vue que la pression que nous adoptons pour p_1 n'est pas la pression à la sortie de la roue, mais la pression relevée dans l'enveloppe et l'on comprend que cette pression

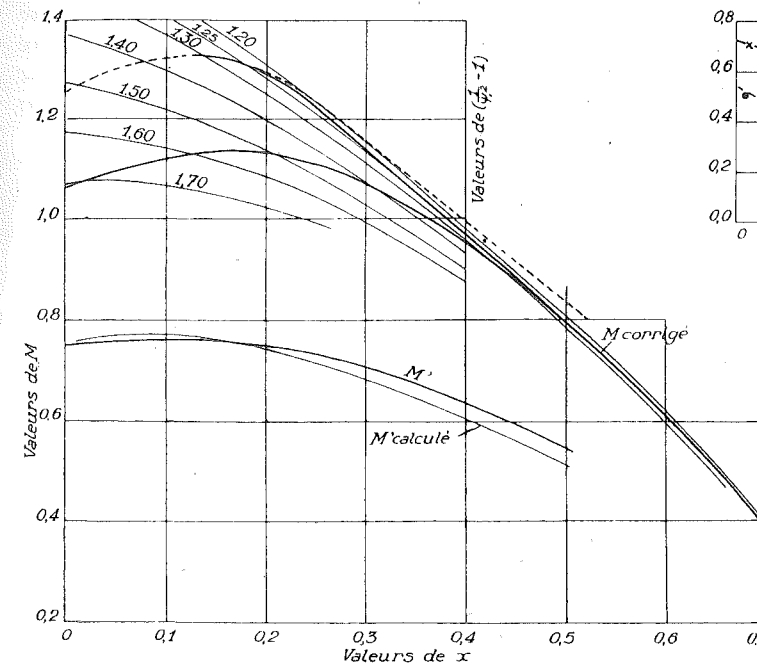


FIG. 17

puisse être légèrement différente de la pression moyenne à la sortie de la roue.

Bien que cette différence dans les grandes valeurs de x soit suffisamment justifiée par ce que nous venons de faire observer, nous avons répété l'essai avec la même roue, les parois de 10 mm. d'épaisseur formant le diffuseur sans aubes, étant enlevées: cette fois la courbe relevée pour $v(p_1 - p_0)$ traduite par le coefficient M' s'est trouvée nettement en dessous de la courbe calculée, ce qui confirme l'explication ci-dessus, que la pression p relevée à la périphérie dans l'enveloppe même, est influencée par le diffuseur et tend à se maintenir plus élevée que la pression de sortie de la roue lorsque le diffuseur fonctionne correctement.

Pour fixer les pertes dans le diffuseur, nous avons tracé sur la figure 17 les courbes théoriques calculées en donnant successivement à $\frac{1}{\psi^2}$ les valeurs 1,1; 1,2...

Aux points d'intersection de ces courbes avec la courbe enveloppe, de même qu'avec la courbe du diffuseur sans aubes, nous avons noté les abscisses et tracé en fonction des vraies valeurs

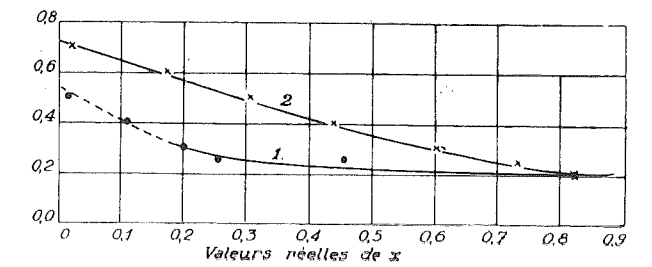


FIG. 18

de x (fig. 18), la courbe des valeurs correspondantes

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$$

qui donne la perte proportionnelle dans le diffuseur.

Pour trouver la courbe vraie de $\frac{2gH'}{u_1^2}$ nous avons dû toutefois corriger la courbe enveloppe indiquée en pointillé, telle qu'elle résulte de la figure 15,

d'un terme

$$\frac{1}{2g} (c_s^2 - c_0^2) = \frac{1}{2g} c_s^2 \left[1 - \left(\frac{c_0}{c_s} \right)^2 \right]$$

les courbes tracées sur les figures 9, 10, 11, 12

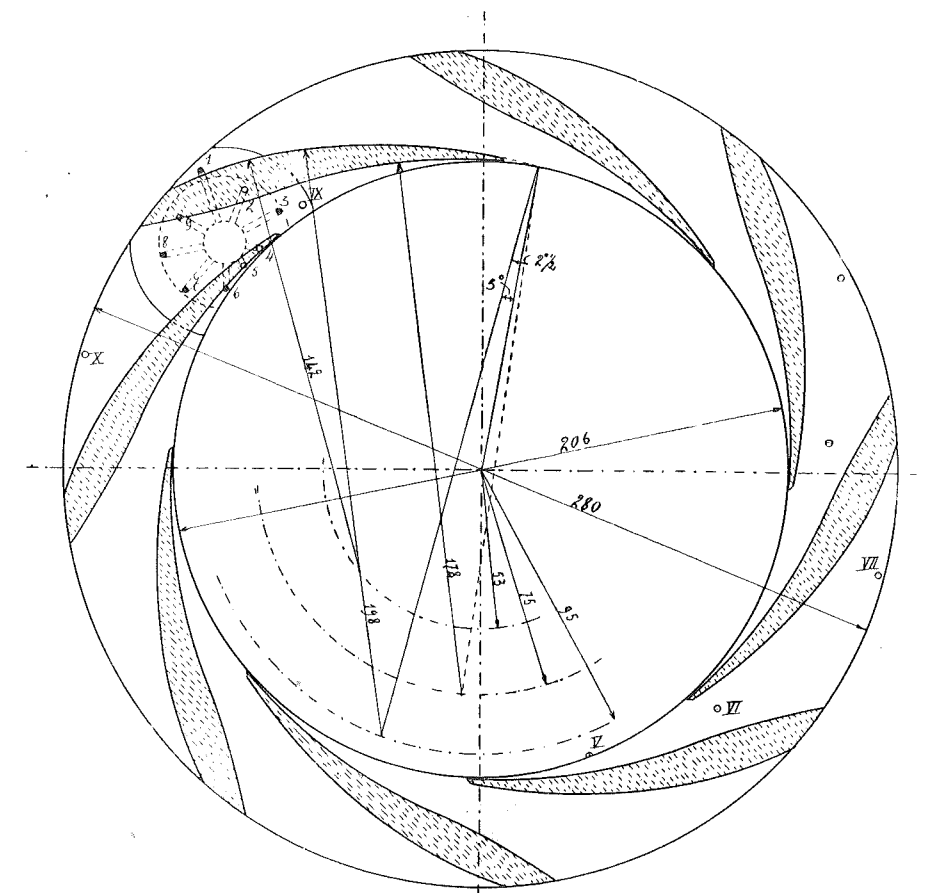


FIG. 19.

et 13 ayant été calculées en prenant pour H' ,

$$H' = v (p_s - p_0)$$

au lieu de

$$H' = v (p_s - p_0) + \frac{1}{2g} (c_s^2 - c_0^2)$$

en vertu de la relation (10).

Sur la figure 17, la courbe tracée en trait fort, pour le diffuseur sans aubes, est la courbe corrigée.

On voit que $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ avec le diffuseur à aubes est voisin de 0,22 dans la région d'utilisation et que cette valeur n'est réalisée avec le diffuseur sans aubes que pour de grandes valeurs de x .

La partie tracée en pointillé de la courbe correspondant au diffuseur à aubes a été déterminée en prolongeant la courbe enveloppe de sentiment, aucun essai n'ayant été exécuté avec un diffuseur d'angle inférieur à 5° , c'est-à-dire correspondant à une valeur de x inférieure à 0,16.

En 1912 et 1913 nous avons exécuté des essais avec des diffuseurs analogues, le diffuseur de 5° ayant toutefois un tracé différent correspondant au dessin de la figure 19.

Les courbes de $\left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right)$ obtenues avec les diffuseurs anciens sont indiquées figure 20 et com-

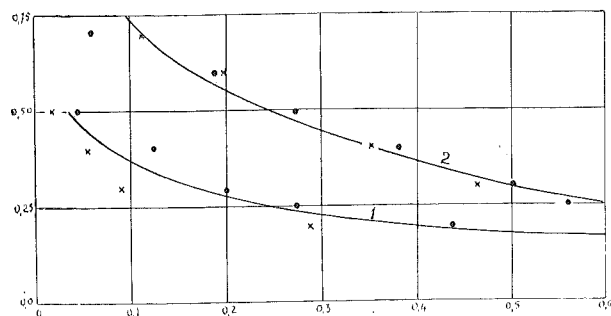


FIG. 20

me on peut s'en rendre compte, elles sont sensiblement identiques à celles de la figure 18. Or, ces courbes représentent une moyenne obtenue pour deux roues très différentes, l'une présentant un angle de sortie $\beta_1 = 180^\circ - 30^\circ$, l'autre présentant un angle de $\beta_1 = 180^\circ - 60^\circ$, chacune des roues ayant en outre été expérimentée avec un nombre d'aubes double du nombre primitif [16 pour $(180^\circ - 30^\circ)$ et 20 pour $(180^\circ - 60^\circ)$].

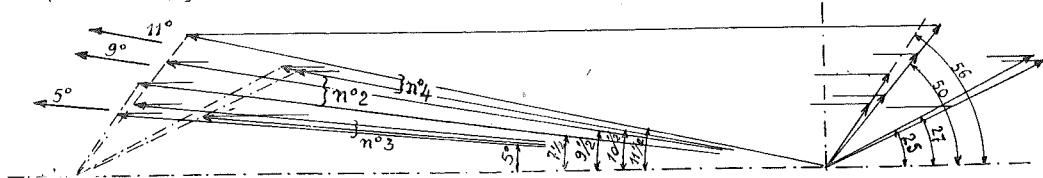


FIG. 21.

Sur la figure 21 nous avons indiqué les tracés des triangles des vitesses à la sortie pour les différentes roues étudiées et l'on voit que les angles du diffuseur correspondent assez bien avec les angles trouvés par la méthode décrite plus haut.

Nous avons d'ailleurs eu l'occasion d'établir avec une grande précision les courbes caractéristiques de pompes de plus grandes dimensions,

de tracés différents, et nous pouvons dire que nous avons retrouvé avec des différences de l'ordre des erreurs d'expériences, les mêmes courbes pour des tracés géométriquement semblables de diffuseurs.

Ayant opéré avec des nombres d'aubes différents ⁽¹⁾ dans les deux roues de 30° et de 60°

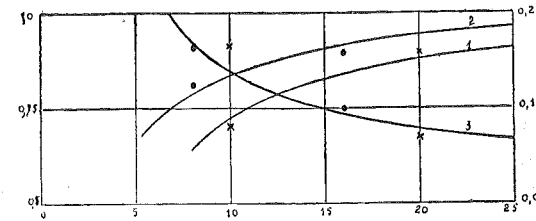


FIG. 22

nous avons pu nous rendre compte par la méthode expérimentale que nous venons d'exposer, de l'influence sur k'' et β_1' du nombre d'aubes. Les courbes de la figure 22 donnent les points obtenus pour k'' et pour $\frac{\beta_1 - \beta_1'}{180^\circ - \beta_1}$ en fonction du nombre d'aubes :

la courbe 3 donnant cette dernière valeur tandis que

la courbe 2 donne k'' pour $180^\circ - \beta_1 = 60^\circ$

la courbe 1 donne k'' pour $180^\circ - \beta_1 = 30^\circ$.

On voit que k'' se rapproche de l'unité à mesure que le nombre d'aubes augmente ; que pour l'angle de 60° il faut pour obtenir le même coefficient k'' un nombre d'aubes plus grand.

On voit également que l'écart entre l'angle mesuré sur l'aube et l'angle moyen des filets, est d'autant plus faible que le nombre d'aubes est plus grand.

CONCLUSIONS

Nous croyons pouvoir conclure de la théorie élémentaire que nous venons d'exposer, en tenant compte de la prérotation à l'ouïe :

1° Que les phénomènes qui se passent dans la roue et le diffuseur, si complexes soient-ils, ne s'écartent pas essentiellement du phénomène simple que la théorie envisage ;

2° Qu'en tenant compte de la circulation par un coefficient de contraction (dont nous avons pu estimer la valeur) et de l'incurvation à la sortie (qui rend l'angle des filets plus faible que l'angle mesuré) il est possible de prédéterminer d'une manière satisfaisante les courbes caractéristiques ;

3° Que les pertes dans la roue et le diffuseur varient comme le carré de la vitesse, les coefficients de perte φ , ψ , φ_1 et ψ_1 devant toutefois être considérés comme légèrement variables avec les dimensions.

⁽¹⁾ Voir notre ouvrage sur les « Pompes centrifuges à haute pression » édité par Ch. Béranger (1921).

Congrès International de Mécanique Générale

Sous le Haut Patronage de S. M. le Roi des Belges

International Congress for General Mechanics
under the High Patronage of H. M. the King of Belgium

Internationaler Maschinenbau-Kongress
unter dem Hohen Protektorat S. M. des Königs der Belgier

LIÈGE, 31 AOUT - 5 SEPTEMBRE 1930

II

Machines motrices et opératrices **Prime movers and motors** **Kraft- und Arbeitsmaschinen**

Secrétariat - Secretary - Sekretariat :
INSTITUT DE MÉCANIQUE
Boulevard de la Constitution, 32
LIÈGE (Belgique)

[1931]

ÉTAT ACTUEL DE LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TURBO-MACHINES

par CHARLES HANOCQ

Professeur à l'Université de Liège.

Il est possible d'établir une théorie élémentaire des turbo-machines, en supposant que le fluide qui traverse le distributeur, la roue et le diffuseur, se déplace *par tranches parallèles*.

Quel que soit le reproche que l'on puisse faire à une théorie basée sur une telle hypothèse, on peut remarquer qu'elle rend compte d'une manière remarquable des phénomènes *fondamentaux* dont les turbo-machines sont le siège.

Après avoir repris l'exposé synthétique de la théorie élémentaire et déterminé en fonction du coefficient de vitesse ou du coefficient de débit, les courbes caractéristiques, l'auteur applique les équations trouvées à l'étude des pompes centrifuges, pour lesquelles des essais systématiques très nombreux lui ont fait connaître les courbes caractéristiques expérimentales. Il montre qu'en l'absence d'un distributeur à l'ouïe, il est nécessaire, pour faire coïncider les résultats théoriques avec les résultats expérimentaux, d'admettre une prérotation à l'ouïe.

Les courbes caractéristiques établies de manière à tenir compte de cette prérotation, contiennent des coefficients de perte propres à la roue et au diffuseur ; confrontant les résultats trouvés par une expérimentation systématique avec les courbes théoriques, l'auteur parvient à fixer les valeurs de ces coefficients en fonction du tracé et des dimensions.

L'auteur termine son exposé en montrant que l'on peut établir pour chaque type un coefficient caractéristique, du moment où l'on s'impose la condition du rendement maximum, conclusion qui conduit tout naturellement à une classification rationnelle des types.

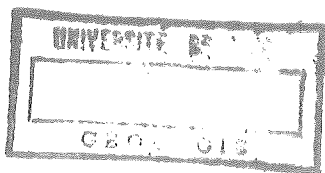
note

LIÈGE 1930

**Congrès International
de Mécanique Générale**

**International Congress
General Mechanics**

**Internationaler
Maschinenbau Kongress**



1930.1

o. Ap

[Résumés]

ENCODÉ

24 JUL 1986