

U. 2672 C

UNIVERSITÉ de LIÈGE  
—  
FACULTÉ TECHNIQUE

Edité par la Société Coopérative de l'Association des Elèves  
des Ecoles Spéciales

# COURS DE CONSTRUCTION DES MACHINES

— SUPPLÉMENT —



Note sur l'étude du frottement et la théorie  
du graissage.

1<sup>re</sup> année



Notes de cours publiées avec l'autorisation  
de Monsieur le Professeur Ch. HANOCQ.  
Revues par Cyp. DEMARS, Chef de Travaux-Répétiteur.

MAISON DESOER  
21, rue Ste-Véronique  
— LIÈGE —

## APPENDICE

### Note sur l'Étude du Frottement et la Théorie du Graissage.

#### A... FROTTEMENT IMMÉDIAT OU FROTTEMENT SEC.

\*\*\*

Le frottement immédiat ou frottement sec est celui qui se réalise entre deux surfaces planes normalement polies, pressées directement l'une contre l'autre par l'action d'un effort normal (fig.1). On constate, en effet, que le déplacement relatif exige l'application d'une force tangentielle dite force de frottement, dont la valeur  $F$  est fonction de l'effort normal  $P$ . On appelle coefficient de frottement  $f$  la valeur du rapport

$$f = \frac{F}{P} \quad (1)$$

Cette valeur de  $f$  ainsi définie, se présente comme indépendante de  $p$ , pression spécifique définie par la relation

$$p = \frac{P}{S} \quad (2)$$

$S$  étant la surface de contact. Elle se présente également comme indépendante de  $V$  tout au moins quand on n'envisage que des faibles valeurs de  $V$  inférieures à 0,50 m/sec. pour fixer les idées.

La première loi implique toutefois que la pression n'atteigne pas une valeur supérieure à 10 kg/cm<sup>2</sup> ainsi que le fait ressortit le diagramme de la fig.2 donnant  $f$  en fonction de  $1/p$  pour le frottement fonte acier.-

Le coefficient de frottement  $f$  dans le régime sec, dépend de la nature des matériaux en présence, dans la région des valeurs de  $p$  supérieures à 10 kg/cm<sup>2</sup>.-

C'est ainsi que pour le frottement du laiton sur le fer les points nettement en dessous de la courbe correspondent au frottement de la fonte sur l'acier.-

Lorsque les vitesses sont élevées, le coefficient de frottement  $f$  diminue avec la vitesse ainsi que l'indique le diagramme de la fig.3 pour le cas du frottement des sabots de freins en fonte sur les bandages en acier.-

B.- FROTTLEMENT SEMI-FLUIDE.

\*\*\*

Si entre les deux surfaces frottantes nous introduisons une mince couche de matière lubrifiante, nous constatons que les lois de frottement que nous venons d'indiquer, sont totalement modifiées.-

Plus complexes, elles sont en cela moins bien connues.-

A l'heure actuelle pourtant, un grand pas en avant a été fait en partant des recherches entreprises par M. Bodart au Laboratoire de Construction de Machines de Liège et de l'analyse des essais effectués par P. Planiol au Laboratoire de Mécanique de la Sorbonne à Paris.

L'appareil qui a servi aux essais à l'Ecole de Liège est représenté schématiquement par la fig.4; il permet de mesurer le couple dû au frottement des palettes sur le stator rendu mobile autour de son axe: ce couple peut, en effet, être équilibré par un poids q approprié. L'effort sur les palettes résulte de l'action de pistons supportant une pression déterminée par cm². de surface. Bien entendu à cet effort dû à la pression appliquée aux pistons, doit s'ajouter l'action de la force centrifuge dont il faut nécessairement tenir compte.-

Pour un effort total P, sur les palettes qui est connu, on peut déterminer le couple C correspondant à une vitesse de rotation déterminée. On peut poser, en effet,

C = P x f x r (3)

r étant le rayon du stator: f est donc connu par la mesure de C. L'instabilité du phénomène autour d'une valeur moyenne, exige toutefois un grand nombre de mesures: c'est en utilisant les valeurs moyennes trouvées pour chacune des pressions p envisagées

p = P/S

S étant la surface totale des palettes, que le diagramme de f en fonction de la vitesse tangentielle V a été tracé fig.5.

Tous les essais ont été effectués avec une seule huile et à une seule température, de façon à ne pas faire intervenir l'influence du coefficient de viscosité. On peut distinguer quatre phases:

- 1.- une première allant de 0 à 0,50 m/sec. f diminue avec V
2.- une seconde allant de 0,50 à 5,5 m/sec. f augmente avec V (linéairement) et la valeur du coefficient angulaire de la droite représentant f en fonction de V, varie avec p;
3.- une troisième phase qui se déclenche dès que la vitesse atteint 5,5 m/sec. au cours de laquelle f diminue avec V et dépend de moins en moins de p.
4.- enfin, une quatrième phase au cours de laquelle f grandit très rapidement avec V phase au cours de laquelle le grippage tend à se produire.

Il apparaît que le phénomène est extrêmement complexe, plus particu-

lièrement quand les vitesses dépassent 5,50 m/sec.

Heureusement que dans l'étude des machines alternatives, les vitesses linéaires moyennes atteignent rarement plus de 5,5 m/sec. Si l'on se borne à l'étude de la seconde phase, il est possible d'opérer une synthèse extrêmement satisfaisante ainsi que le fait ressortir l'étude des résultats expérimentaux de Mr. Planiol.

Quand on a affaire à des surfaces parallèles, on peut admettre que le déplacement de l'une par rapport à l'autre détermine un glissement des couches élémentaires du lubrifiant l'une sur l'autre fig.6. La loi de Newton-Navier conduit à écrire que la force F est proportionnelle à la surface S et au gradient de vitesse par rapport à la normale

F = mu S dw/dy (4)

mu le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient de viscosité absolu.-

Si nous imaginons que la température est la même en tous les points de l'épaisseur de la couche d'huile, et que partant le coefficient de viscosité absolu mu reste constant, le gradient de vitesse doit rester constant; le principe de l'égalité de l'action et de la réaction implique qu'il en soit ainsi. Dans ces conditions, la vitesse w varie linéairement de 0 qu'elle est à la paroi fixe à la valeur V réalisée à la paroi mobile et la force de frottement résultant du glissement a donc pour valeur

F = mu S dw/dy = mu S V/a (5)

D'où la valeur du coefficient de frottement défini par le rapport

f = F/P = mu S/p x V/a = mu V/p a (6)

L'expérience démontre toutefois que cette relation doit être complétée d'un terme constant indépendant en tout cas de p et de V pour exprimer la valeur de f en régime non hydrodynamique

f = A(mu) + mu V/p a (7)

Nous verrons que A n'est pas totalement indépendant de mu et de p. Interprétant à la fois les résultats expérimentaux de Mr. Bodart et de Mr. Planiol, nous avons pu déduire de cet ensemble de recherches:

a) en premier lieu a = m/(p + 10^n) (8)

avec m = 1,6 et n = 5,2 valeurs tirées des expériences de Mr. Bodart.

b) en second lieu m = a\_1 \* sqrt(mu) (9)

a\_1 variant avec la nature du lubrifiant, a\_1 étant en moyenne de l'ordre de 20, comme conséquence de l'analyse des essais effectués par Mr. Planiol sur le moteur à gaz fonctionnant à vide et à différentes vitesses de rotation N

Handwritten notes and diagrams on the right page, including sketches of fluid layers and mathematical derivations.

avec des huiles de natures différentes et des températures de régime différentes;

c) en troisième lieu  $A(\mu) = f_1 + \Delta f_1 + 0,2 \sqrt{\mu}$

f1 dépendant de l'état de poli de la paroi et ne tombant pas en dessous de 0,008 dans les expériences analysées; Δf1 peut atteindre des valeurs 0,02 à 0,04 suivant la nature des matériaux en présence et semble-t-il, comme cela résulte des mesures faites sur le moteur à gaz fonctionnant à différentes charges, de la température de la paroi.

On doit donc écrire pour le régime semi-fluide que nous étudions en ce moment

f = f1 + Δf1 + 0,2 √μ + (√μ / a1) V [1 + (10^4 n / p)] (11)

On conçoit que la connaissance de Δf1 qui est dépendant de la nature des matériaux et de l'état de la paroi, ne puisse être établie avec une grande précision. En l'absence de recherches systématiques sur cette question, rendues difficiles si pas impossibles par suite de l'absence d'une définition scientifique de ce que l'on est amené à appeler la rugosité relative, on peut prendre pour

Δf1 = 0,03

ce qui conduirait pour le terme indépendant de p et de V à prendre pour valeur normale

f1 + Δf1 + 0,2 √μ = 0,008 + 0,03 + 0,2 √μ (12)

soit avec μ = 0,006 par exemple

f1 + Δf1 + 0,2 √μ = 0,038 + 0,015 = 0,053

en chiffres ronds 0,05.

Ainsi pour le frottement semi-fluide, il résulte des expériences systématiques exécutées dans deux laboratoires distincts avec des méthodes très différentes et au prix d'un effort poursuivi pendant de nombreuses années, que avec un état de paroi normal

f = 0,04 + 0,2 √μ + (√μ x V / a1) (1 + (10^4 n / p)) (13)

avec n = 5,2 et a1 = 20.

a1 dépendant de la nature du lubrifiant et pouvant varier avec la nature de celui-ci entre 17 et 23 pour fixer les idées.-

Le coefficient a1 n'est pas sans dimensions: pour rendre la formule homogène, il faut admettre que a1 est proportionnel à une longueur, à la racine carrée d'une vitesse et à la racine carrée du poids spécifique du lubrifiant.

FROTTLEMENT FLUIDE.

\*\*\*

1.- Cas des surfaces planes.

Lorsque les surfaces frottantes au lieu d'être parallèles sont légèrement inclinées l'une par rapport à l'autre, on démontre fig.7 en partant des lois de l'écoulement hydrodynamique en régime laminaire, que l'épaisseur de la couche de lubrifiant à la sortie qui était dans le cas précédent dépendante exclusivement de

μ et p

ainsi que le montrent les formules (8) et (9) dépend cette fois de μ, p et de V.

C'est ainsi que l'on démontre que hs/l est proportionnel à la racine carrée de μ V/P

hs/l = C √(μ V / P) (14)

P désignant l'effort par unité de profondeur de telle façon que

P = p x l (15)

lorsque le point d'articulation du blochet est fixe C est une constante.

Quant au coefficient de frottement, la théorie établit que

f = A √(μ V / P) (16)

A étant une constante lorsque le point d'articulation du blochet est fixe.-

On peut également démontrer que:

tg α = B √(μ V / P) (17)

La théorie établit que les facteurs A, B, C qui sont constants quand δ/l est constant sont en réalité des fonctions de l/L (voir fig. 8). Lorsqu'on connaît la loi qui lie δ/l à l/L, on peut déterminer immédiatement A, B, C.

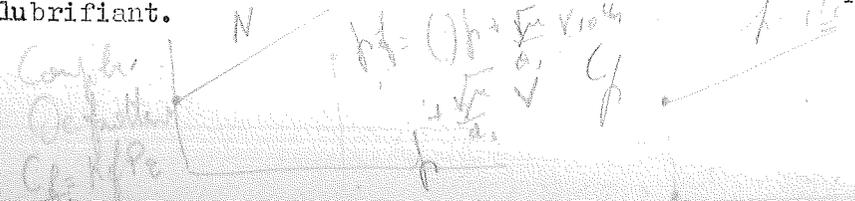
Le diagramme de la fig.8 fait connaître ces valeurs de A, B, C en fonction de l/L ainsi que la valeur de δ/l. En examinant les courbes qui fixent A, B, C en fonction de l/L on s'aperçoit que A et partant la valeur de f passe au minimum, tandis que C passe par un maximum à peu près pour la même valeur, ce qui signifie que pour δ/l = 0,10

f est minimum et hs/l maximum.

Dans la construction des paliers de butée utilisant le dispositif du blochet articulé, on est donc conduit à réaliser δ/l = 0,1. Mais il existe des butées modernes réalisées en utilisant un plateau dans lequel on a obtenu par grattage de la surface des plages inclinées qui forment l'équivalent

Voilà ce qui est marqué en rouge 115 116 117 118

A Handson surface plane.



d'une série de blochets non articulés (fig.9), l'angle  $\alpha$  réalisé doit être de l'ordre de 6' à 10'. On peut montrer qu'il doit en être ainsi pour réaliser des valeurs de  $f$  voisines du minimum.-

Nous avons indiqué (fig.10) les valeurs de  $f$  et de  $h_s/\ell$  réalisées pour un angle  $tg \alpha$  de 0,002; ces diagrammes ont été obtenus en se donnant une série de valeurs de  $\mu V/P$ ; à chacune d'elle correspond,  $tg \alpha$  étant une donnée, une valeur de

$$B = \frac{tg \alpha}{10^4 \sqrt{\mu V/P}} \quad (18)$$

et partant une valeur de  $\ell/L$ ; à la valeur de  $\ell/L$  correspondent des valeurs de  $A$  et de  $C$  qui permettent de calculer respectivement la valeur de  $f$  et la valeur de  $h_s/\ell$  correspondante (diagramme de la fig.10 *voir fig. 8.*)

On peut voir que  $f$  et  $h_s/\ell$  croissent à peu près proportionnellement pour des valeurs de  $10^4 \sqrt{\mu V/P}$

comprises entre 25 et 50

et que le coefficient de frottement reste compris entre 0,005 et 0,0075.

Si l'on cherche à comparer le coefficient de frottement dans le régime semi-fluide au coefficient de frottement dans le régime fluide, on voit que, en s'en tenant au second terme celui qui dépend de  $\mu, V, p$  dans le frottement semi-fluide, ce rapport prend la valeur

$$\frac{f - f_1}{f_1} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\mu V}{P}} (p + 10^4 n) \frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{p}} \sqrt{V} = \frac{1}{a A} \sqrt{V} \left( \frac{p + 10^4 n}{\sqrt{p}} \right) \sqrt{\ell} \quad (19)$$

Or si nous cherchons à exprimer le rapport  $a/h_s$ , nous voyons que ce rapport a pour valeur

$$\frac{a}{h_s} = a \frac{\sqrt{\mu}}{p + 10^4 n} \times \frac{1}{C \sqrt{\frac{\mu V}{P} \times \ell}} = \frac{a}{C} \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{\sqrt{p}}{p + 10^4 n} \frac{1}{\sqrt{\ell}} \quad (20)$$

De cette relation nous pouvons tirer

$$\sqrt{V} \frac{p + 10^4 n}{\sqrt{p}} \sqrt{\ell} = \frac{h_s}{a} \frac{a}{C} \quad (21)$$

et en remplaçant dans la relation 19, elle peut s'écrire

$$\frac{f - f_1}{f_1} = \frac{1}{A \times C} \frac{h_s}{a}$$

Pour  $10^4 \sqrt{\frac{\mu V}{P}} = 39$   $f = 0,0075$  d'où  $A = \frac{75}{39} = 1,93$

Pour  $10^4 \sqrt{\frac{\mu V}{P}} = 50$   $\frac{h_s}{\ell} = 0,002$  d'où  $C = \frac{20}{50} = 0,40$

De là  $\frac{f - f_1}{f_1} = \frac{1}{0,772} \times \frac{h_s}{a} = 1,29 \frac{h_s}{a}$

On voit par cette relation que abstraction faite du terme constant  $f_1$  dans l'expression du frottement en régime semi-fluide, le rapport des deux valeurs croît comme  $h_s/a$  et se rapproche d'autant plus de l'unité que  $a$  est plus voisin de  $h_s$ .

Les calculs montrent malheureusement que  $a$  est beaucoup plus faible toutes choses égales, que  $h_s$ ; par exemple pour

$p = 10 \times 10^4 \text{ kg/m}^2$   $V = 1 \text{ m/sec}$   $\ell = 0,050$

d'après la formule (19)

$$\frac{f - f_1}{f_1} = \frac{1}{20 \times 1,93} \sqrt{1} \frac{10 + 5,2}{10^2 \sqrt{10}} 10^4 \sqrt{0,050} = 2,8$$

Cela conduit à  $\frac{h_s}{a} = \frac{2,8}{1,29} = 2,17$

c'est-à-dire que  $h_s$  dans le régime hydrodynamique est 2,17 fois plus grand que l'épaisseur de la couche d'huile dans le régime semi-fluide. Avec les données ci-dessus

$$h_s = \ell C \sqrt{\frac{\mu V}{P}} = C \sqrt{\frac{\mu V}{P}} \sqrt{\ell} = \frac{0,40}{10^2} \sqrt{\frac{1}{10}} \times 0,22 \sqrt{\mu}$$

soit  $h_s = 0,00028 \sqrt{\mu}$  ou avec  $\mu = 0,006$   $h_s = 0,022 \text{ mm}$   
et partant  $a = 0,006 \text{ mm}$ .

On voit que  $a$  descend à 6 microns, alors qu'avec des blochets non articulés d'inclinaison 7' de largeur  $\ell = 50 \text{ mm}$ , la valeur de  $h_s$  ne descend pas en dessous de 22 microns.

La plus petite valeur constatée pour  $f$  en régime hydrodynamique est 0,0008, alors qu'en régime semi-fluide la valeur du premier facteur seulement de la formule (13) ne descend pas en dessous de 0,008.

Cette valeur 0,0008 pour le régime hydrodynamique correspond évidemment au minimum constaté et réalisé avec des surfaces parfaitement rodées.-

On peut calculer la valeur de l'épaisseur  $a$  correspondant à  $0,5 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\mu = 0,001$  dans le régime semi-fluide, formule 8 et 9.

$$a = \frac{20 \sqrt{\mu}}{(0,5 + 5,2) \cdot 10^4} = 0,011 \cdot 10^{-3}$$

C'est-à-dire 1,1 centième de millimètre. C'est précisément cette valeur que l'on admet pour calculer la valeur de  $\mu V/P$  minimum dans le régime hydrodynamique

$$h_s = C \sqrt{\frac{\mu V}{P}} = 0,01 \times 10^{-3}$$

les unités étant le kg, le mètre, la seconde.

On trouve ainsi pour un blochet de 0,050 m. de longueur, avec  $\delta/\ell = 0,1$  valeur la plus favorable

$$10^6 \frac{\mu V}{P \ell} = 25 \quad (23)$$

Lorsque les conditions de fonctionnement de la butée à plages inclinées correspondent à  $\delta/\ell = 0,25$

$$10^3 \frac{\mu V}{P \ell} \geq 180 \quad (24)$$

Les conclusions ultimes seraient donc les suivantes:

1.- Pour une même valeur de l'épaisseur de la couche fluide, le coefficient de frottement ramené au terme dépendant de  $\mu p$  et  $V$  est le même qu'il s'agisse du frottement en régime hydrodynamique ou du régime semi-fluide; si l'on tient compte que 1,29 h. représente approximativement la valeur moyenne de l'épaisseur de la couche lorsque le blochet est incliné.

2.- Pour le régime semi-fluide la valeur du terme indépendant de  $p$  et de  $V$  peut s'écrire

$$f_0 + \Delta f_0 + 0,2 \sqrt{\mu}$$

Le terme en  $\mu$  déduit des expériences sur le moteur à gaz pouvant s'interpréter en faisant intervenir l'idée que le déplacement alternatif du piston et des cercles de piston, le reflux d'huile accroché à chacune des discontinuités en mouvement peut provoquer une résistance qui dépend de la viscosité de l'huile et varie comme  $\sqrt{\mu}$ .

Quant à  $\Delta f_0$ , il dépend essentiellement de l'état de poli de la paroi et de l'épaisseur de la couche d'huile.

§ 2.- Cas de surfaces cylindriques.

Lorsqu'on envisage le cas de deux surfaces cylindriques et concentriques, c'est-à-dire le cas de l'arbre tournant dans son coussinet, le frottement hydrodynamique est toujours réalisé autant que la valeur du terme suivant soit plus grande que 18,5

$$10^5 \frac{\mu V}{\sqrt{P} d \ell} \geq 18,5 \quad \text{soit} \quad 10^5 \frac{\mu V}{\sqrt{P}} \frac{\ell^{\frac{1}{2}}}{d^{\frac{1}{2}}} \geq 18,5 \quad (25)$$

$\ell$  et  $d$  représentant respectivement la longueur et le diamètre du coussinet, -  $P$  étant l'effort appliqué à l'unité de longueur du coussinet.

Cette valeur critique à partir de laquelle le régime change a été mise en évidence par les expériences de M. Leloup effectuées sur des paliers présentant des rapports  $\ell/d$  variant de 1 à 3, des viscosités allant du simple au décuple, des pressions  $p$  allant de 3 à 30 kg/cm<sup>2</sup>.

Comment se fait-il que le régime hydrodynamique soit toujours réalisé dans les limites que nous venons d'indiquer; c'est que dès que l'arbre

se met en mouvement, son centre se déplace par rapport au centre du coussinet et la formation du "coin d'huile" se réalise (fig.11).

A mesure que  $V$  croît, ou plus exactement à mesure que  $\mu V/P$  croît, le centre  $O$  de l'arbre tend à se rapprocher de  $O'$ , centre du coussinet, si bien qu'à la limite les deux centres sont coïncidents.-

Examinons tout d'abord ce cas limite fig.12. Soit l'effort de frottement appliqué à l'arbre. La résistance qui s'oppose au glissement de deux couches fluides l'une par rapport à l'autre est donnée par la formule déjà utilisée

$$F = \mu (\pi d \times \ell) \frac{V}{a} \quad (26)$$

Le coefficient de frottement  $f$  peut donc s'évaluer par la relation suivante,  $P$  étant l'effort total appliqué au palier.

$$f = \pi \frac{\mu V}{p} \frac{1}{a} \quad (27)$$

ou en fonction de  $N$  t/sec.

$$f \frac{r}{a} = 2 \pi^2 \frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \quad (28)$$

La théorie mathématique complète montre que  $f \frac{r}{a}$  est une fonction de

$$\frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \quad (29)$$

La droite qui représente la valeur de  $f \frac{r}{a}$  que nous venons de trouver en fonction de

$$\frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

est l'asymptote à la courbe réelle I qui est représentée fig.13.

La courbe pointillée II donne la valeur de  $f_0$  tirée de la théorie mathématique que nous pourrions appeler coefficient de frottement au coussinet,  $f_0$  étant défini par la relation

$$f_0 = \frac{M_c}{P \times r} \quad (30)$$

$M_c$  étant le couple mesuré au coussinet,  $P$  la charge correspondante

$$P = p (\ell \times d) \quad (31)$$

$f_0$  se rapproche comme on le voit des valeurs fournies par l'asymptote, même dans les petites valeurs de

$$\frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

Comment expliquer physiquement la différence entre le coefficient de frottement  $f$  évalué d'après le couple appliqué à l'arbre

$$f = \frac{M}{P \times r}$$

*Usure parfaite*  
(32)

et le coefficient de frottement  $f_c$ .

En consultant la fig.11, on voit que  $P$  étant la résultante de toutes les forces ( $p.r.d\varphi$ ) appliquées au coussinet, le moment  $M$  pris par rapport au centre  $O$  de l'arbre est égal à

$$M = M_c + P e \sin \psi = P r f_c + P e \sin \psi$$

d'où

$$f = f_c + \frac{e \sin \psi}{r}$$

La coïncidence des deux valeurs ne se produit que pour  $e = 0$ , ou  $\sin \psi = 0$ , c'est-à-dire pour  $\psi = 0$  ou  $\psi = 180^\circ$

$$\frac{\mu N}{P} = \infty \quad \text{ou} \quad \frac{\mu N}{P} = 0$$

Nous avons vu toutefois que dès que  $\mu N/p$  atteignait une certaine valeur fixée par la relation (25), le régime hydrodynamique cessait d'exister. A partir de cette limite, le coefficient de frottement au lieu de diminuer avec  $\mu V$ , augmente au contraire assez rapidement lorsque  $\mu V$  diminue.

Ce régime pendant lequel le coefficient de frottement croît pour tendre vers la valeur maximum correspondant au frottement sec peut être appelé régime onctueux.

Lorsqu'on examine comment il faut écrire l'équation d'équilibre pour le blochet articulé, représenté figure 7, on voit que si  $F$  désigne la force tangentielle au plateau et  $F_b$  la force tangentielle au blochet (fig.7),  $F$  et  $F_b$  sont liés par la relation:

$$F = F_b + P \operatorname{tg} \alpha$$

puisque la réaction normale à la surface du blochet doit nécessairement donner une composante horizontale  $P \operatorname{tg} \alpha$  et que  $F \cos \alpha$  peut être confondu strictement avec  $F_b$ , étant donné que l'angle ne dépasse pas  $10'$  ou  $15'$ .

En divisant les termes par  $P$ , on voit que

$$f = f_b + \operatorname{tg} \alpha$$

$\operatorname{tg} \alpha$  n'étant pas négligeable vis-à-vis de  $f_b$ , mais de l'ordre de 30% de la valeur totale  $f$ .

L'égalité des deux valeurs n'existe que pour le cas limite  $\operatorname{tg} \alpha = 0$ .

Pour le blochet comme pour le palier, le coefficient de frottement à partir d'une certaine valeur de  $\mu V/P$  cesse de décroître pour commencer à croître, c'est-à-dire qu'au régime hydrodynamique se substitue le régime onctueux.

### § 3.- Méthode expérimentale employée pour déterminer $f$ et $f_c$ .

La méthode expérimentale antérieurement employée consistait à déterminer le couple au coussinet: on était ainsi conduit à confondre  $f$  avec

$f_c$  et à faire une erreur considérable.

Pour mesurer  $M_c$  qui conduit à  $f_c$  nous avons porté le coussinet sur deux roulements à billes et rendu ainsi possible son déplacement en rotation autour de son axe propre. L'application d'un poids  $q$  à un plateau de balance attaché à une distance  $\lambda$  de l'axe permettait d'écrire (fig.14)

$$M_c = q \times \lambda$$

Pour la mesure du couple  $M$  nous avons employé la méthode par ralentissement: l'arbre porté par deux paliers identiques (fig.15) est chargé par l'action de un ou de deux volants. Si  $C$  est le couple total provoquant le ralentissement, on pourra écrire,  $I$  étant le moment d'inertie d'un des deux volants

$$2 \times \frac{I}{2} [\omega^2 - (\omega + d\omega)^2] = C \omega dt$$

d'où

$$C = 2 I \frac{d\omega}{dt}$$

Le tracé de la tangente à la courbe de ralentissement donnera à un facteur constant près, la valeur (fig.15) de  $d\omega/dt$  et partant de  $C$  pour chaque valeur de  $N$ .

Entre  $C$  et  $M$  moment appliqué à l'arbre, on pourra écrire

$$C - C_1 = 2 M$$

puisque'il y a deux paliers et que pour avoir le couple  $M$  correspondant à l'un des paliers, il faut déduire de  $C$  la valeur de  $C_1$  couple dû au frottement des volants dans l'air.

Le calcul de  $C_1$  est aisé en partant des formules établies et du coefficient de frottement de la paroi du volant dans l'air, bien connu par des expériences souvent répétées.

Lorsqu'on porte en abscisse  $\mu N/p$  en kg.m.sec ( $r/a$  étant constant, on peut porter  $\mu N/p$  au lieu de  $\mu N/p (r/a)$ ),  $f$  et  $f_c$  en ordonnées, on obtient le diagramme de la fig.16.

Pour obtenir la courbe de  $f_c$  on a tenu compte du rapport  $f/f_c$  porté en ordonnée (fig.17) en fonction de  $\mu N/p$ .

Les points de ce diagramme correspondent aux résultats d'essais effectués simultanément par les deux méthodes:

- 1) La méthode de ralentissement qui fournit la valeur de  $f$ ;
- 2) la méthode de la mesure du couple au coussinet qui fournit directement la valeur de  $f_c$ .

Les points ainsi trouvés peuvent se grouper sur deux courbes distinctes: c'est ainsi que tous les points obtenus pour des pressions de  $5 \text{ kg/cm}^2$  et moins se groupent sur la courbe en trait plein, tandis que les points obtenus pour des pressions supérieures à  $5 \text{ kg/cm}^2$  se groupent sur la courbe en traits pointillés.

La courbe 2 de la figure 16 a été obtenue en partant de la courbe expérimentale de  $f_c$ , en utilisant les rapports  $f/f_c$  fournis par la courbe en trait plein de la fig.17.

C'est donc une courbe qui n'est valable que pour les pressions p très faibles inférieures à 5 kg/cm².

La courbe I au contraire que nous avons donnée fig.13 a été obtenue en utilisant les rapports f/f₀ fournis par la courbe de la fig.17 en trait pointillé. Cette courbe est donc valable pour les pressions spécifiques de 5 kg/cm² et plus.

Nous avons considéré comme courbe expérimentale de f₀ la courbe I en trait plein. C'est bien celle qui correspond aux points expérimentaux jusqu'à l'abscisse 500 environ. A partir de cette abscisse les points expérimentaux se groupent sur la courbe pointillée très différente.

Comment expliquer cet écart?

Pour trouver une explication il faut d'abord remarquer que les points trouvés au delà de l'abscisse 500 ont été obtenus alors que le palier n'était pas en régime. Quand il en est ainsi, la température de l'huile du palier que nous mesurons au thermomètre plongé dans le bain et que nous considérons comme la température du palier n'est pas la température du film d'huile. Or, c'est évidemment la température du film qui permet de déterminer la valeur de la viscosité μ à introduire dans le calcul de μN/p.

En réalité, la température du film est d'autant plus éloignée de la température du bain que la température du bain est plus éloignée de la température tr observée en régime. Il en résulte que si nous pouvions connaître l'écart entre ces deux températures, nous pourrions déterminer en fonction de la température tb du bain la température tr du régime, et calculer la vraie valeur de μ.

Pour ramener les points expérimentaux sur la courbe théorique, il faudrait admettre des écarts de température fournis par la courbe moyenne en trait plein de la fig.16b; les abscisses donnent les différences entre la température de régime et la température du bain, au moment de l'expérience.

On voit que ces écarts atteignent de 4 à 5° ou 6° ce qui est admissible et confirmé d'ailleurs par des expériences effectuées en Angleterre ou l'on a relevé simultanément les températures du bain et les températures du film.

Il faut donc considérer que les expériences effectuées au laboratoire donnent une vérification très satisfaisante des valeurs tirées de la théorie.

A mesure que le rodage s'améliore et se rapproche de la limite, les points expérimentaux se rapprochent de la courbe théorique pour se confondre finalement avec elle.

Deux restrictions sont à faire:

1.- Lorsque le jeu relatif a/r descend en dessous de 1/500 à 1/700, le coefficient de frottement théorique se trouve augmenté d'une quantité constante croissant proportionnellement à (r/a)³

$$f = f_{th} + 10^{-13} \times 2,66 \times \left(\frac{r}{a}\right)^3$$

*f dépend de la nature de l'huile*

2.- Lorsque le rapport l/d descend en dessous de l/d = 0,8, le coefficient de frottement théorique doit être augmenté d'une quantité qui va croissant à mesure que l/d diminue.

Enfin il convient de rappeler que les valeurs théoriques ne sont vraies que si la valeur de μN/p est plus grande que celle qui résulte de l'application de la formule (25)

Pour les valeurs de l/d comprises entre 1 et 2, cela conduit respectivement à

$$10^9 \frac{\mu N}{p} = \frac{6000}{d^{3/4} p^{3/4}} \quad 10^9 \frac{\mu N}{p} = \frac{5000}{d^{3/4} p^{3/4}}$$

On peut considérer comme une approximation suffisante pour l'évaluation de f jusqu'à X = 0,03

$$f = 7,2 \sqrt{\frac{\mu N}{p}}$$

et au delà de X = 0,03

$$f = k_1 + k_2 \frac{\mu N}{p}$$

avec  $k_1 = 0,72 \frac{a}{r}$   $k_2 = 16,3 \frac{r}{a}$

X étant mis pour  $\frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2$

*Ce régime hydrodynamique est caractérisé par le fait que le régime est établi et que le palier est en régime. On le voit et on le sent sur le palier, par la valeur de μN/p.*  
3 4.- Loi de dissipation de la chaleur du palier.

Lorsqu'on porte en abscisse la différence (tr - ta) (tr étant la température de régime du palier et ta la température ambiante) et en ordonnée les valeurs de p f V proportionnelles à la quantité de chaleur apportée dans le palier par seconde et par unité de surface du coussinet par l'action du frottement, on trouve une courbe de allure de la fig.18.

On peut dire, en effet, que quand le régime est établi il y a égalité entre la quantité de chaleur produite par les frottements et la quantité de chaleur dissipée par conductibilité par convection et par rayonnement dans le même temps.

Or la quantité de chaleur dissipée est fonction de la différence entre la température de l'huile à l'intérieur du palier tr et de la température ambiante ta. Donc lorsqu'on...

Les essais que nous avons entrepris en utilisant une chambre à température ta constante de façon à saisir bien exactement le moment où le régime est établi, c'est-à-dire le moment où la température tr reste constante ont conduit aux conclusions suivantes:

- 1) La surface extérieure du palier S' seule intervient.
- 2) Quand les liaisons entre le coussinet et le corps du palier sont largement établies, l'activité de la circulation d'huile est sans influence,

au point que l'on peut supprimer cette circulation et remplacer l'apport d'huile au coussinet obtenu par bague de graissage par un graisseur compte-gouttes pour autant bien entendu que l'alimentation du film (qui demande une très faible quantité d'huile au surplus) reste toujours suffisante.

Si on cherche à mettre en équation les résultats obtenus sur les différents paliers étudiés et qui sont analogues à ceux fournis par la courbe de la fig. 14, on peut écrire:

ou 
$$A P f V = A k_0 S'(t_r - t_a) + A R_0' S'(t_r - t_a)'$$
  
$$A P f V = A k_0 \frac{S'}{S} (t_r - t_a) + A R_0' \frac{S'}{S} (t_r - t_a)'$$

La valeur de  $k_0$  dans cette formule peut être prise égale à 3, en utilisant les unités: kg, m et sec, pour les paliers présentant une forte liaison entre le coussinet et le corps du palier et à 2 lorsqu'il n'en est pas ainsi.

Pour ce qui concerne  $k_0'$  sa valeur est faible et paraît varier peu; nous pourrions la prendre égale à 0,0004 lorsque nous ne la négligerons pas.

Le chiffre 3 proposé ci-dessous correspond à un coefficient de transmission de 25 environ.

Lorsque l'air ambiant est animé d'une vitesse  $v$  on peut admettre que le coefficient de transmission grandit, le terme supplémentaire étant proportionnel à  $\sqrt{v}$

$$R = 25 + 15 \sqrt{v}$$

95.- Calcul d'un palier.

La loi de dissipation de la chaleur étant connue, on peut aborder le calcul du palier.

Les données essentielles sont:

- La charge  $P$
- Le nombre de tours par seconde  $N$
- La température ambiante  $t_a$
- La courbe de viscosité  $\mu$

$$\mu = \frac{a}{t^n}$$

$a$  et  $n$  caractérisant l'huile employée dans la région d'utilisation.

Les trois valeurs cherchées sont respectivement

$$l, d \text{ et } t_r$$

la portée  $l$ , le diamètre  $d$  et la température de régime  $t_r$ .

On s'impose généralement que celle-ci soit inférieure à 50 ou 55°. Pour un palier surveillé on peut aller un peu plus haut 60 ou 65°.

Les 3 équations auxquelles il faut satisfaire sont les suivantes:

1) 
$$p f V = k_0 \frac{S'}{S} (t_r - t_a) \quad I$$

En négligeant le second terme relativement faible pour simplifier et accroître la sécurité,  $S$  ayant comme valeur

$$S = 2 \times d$$

2) 
$$10^5 \frac{\mu N}{V p} 2 d^4 = C \quad II$$

Limite acceptée pour garder une sécurité suffisante en restant assez éloigné du point critique

3) 
$$\frac{M_t}{R_f} = \frac{\pi d^3}{32} \quad III$$

Cette dernière équation exprimant la condition de résistance aux efforts extérieurs,  $R_f$  étant généralement pris égal à 4 kg/mm<sup>2</sup>.

Pour le tourillon d'extrémité fig. 19 qui n'est pas soumis à la torsion, on peut tirer de cette dernière:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \sqrt{k' P/R_f} \sqrt{l/d}}$$

$k'$  représentant le rapport  $l'/l$  que l'on peut prendre normalement égal à 1,75.

Si on résoud ce système de 3 équations, on constate que les valeurs de  $l$  et  $d$  sont très faibles et conduisent à des rapports  $l/d$  très inférieurs à 0,8.

Or, la théorie a été établie dans l'hypothèse d'un rapport  $l/d$  infini et l'expérience montre que quand  $l/d < 0,8$  les pertes latérales amènent une augmentation notable du coefficient de frottement.

Dans ces conditions il convient de procéder autrement: on se donne un rapport  $l/d = 1$  pour fixer les idées, supérieur en tout cas à 0,8 et inférieur à 1,5 et dès lors la troisième équation fait connaître  $l$  et  $d$  d'où l'on peut déduire  $p$ .

Il ne reste plus qu'à établir la température de régime  $t_r$  et à s'assurer que l'on reste au dessus du point critique.

Supposons pour fixer les idées que  $X$  soit plus petit que 0,3 (on peut s'en assurer tout calcul fait); la valeur de  $f$  peut être donnée dans ce cas par la relation

$$f = 7,2 \sqrt{\frac{\mu N}{p}}$$

et dès lors de la relation I, on peut tirer:

$$(t_r - t_a) t_r^n = \frac{7,2 \pi P^{\frac{1}{2}} N^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}}}{k_0 \left(\frac{S'}{S}\right) \sqrt{l/d}}$$

$\sqrt{\frac{P}{p}} = f$   
 $P \propto d$   
 $d = f(l/d)$   
 $\text{Donc } l = f \times d$

$\mu^2$  étant remplacé par  $a^2 / t_n^{n/2}$

Si on connaît  $k_0$  et  $S'/S$  pour le type de palier adopté, on voit que le second membre est déterminé.

En traçant les courbes de  $(t_r - t_a) t_r^{n/2}$  pour différentes valeurs de  $t_a$  et pour la valeur de  $n$  qui correspond à l'huile utilisée, on voit que  $t_r$  peut être déduit immédiatement et partant que  $\mu$  est connu. On en déduira

$$X = \frac{\mu N}{p} \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

pour s'assurer que  $X$  est plus petit que 0,03 s'il n'en était pas ainsi on devrait adopter la valeur

*Handwritten notes:  $\times p/v$ ,  $P_2$  prend  $P$ ,  $\frac{1}{a^2}$*

$$f = 0,72 \frac{a}{r} + 16,3 \frac{\mu N}{P} \frac{r}{a}$$

au lieu de

$$f = 7,2 \sqrt{\frac{\mu N}{r}}$$

pour le calcul de  $f$ .

Enfin, connaissant  $\mu$  il faudra se servir de la relation II qui ne contient que des valeurs connues, pour établir que  $C$  est supérieur à la valeur critique  $\delta$  cette valeur ayant été déduite elle-même de la condition

$$10^5 \frac{\mu V}{\sqrt[4]{P} \sqrt{\frac{a}{l}}} = 18,5$$

tirée des expériences de Mr. Leloup.

Pour la valeur  $a/r$  qui s'introduit dans le calcul de  $X$  on peut adopter dans les paliers de transmission 1/300. Pour les paliers à grande vitesse on adopte les valeurs de 1/500 à 1/700 et dans les paliers soumis à efforts alternés, on est conduit à prendre des valeurs plus faibles de l'ordre de 1/1200.

*un peu supérieur de palier*

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*

*Requiemment*

$$V = \sum \left\{ 180 \left[ 1 + \frac{1}{n_1^2} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right] k (t_r - t_a) + 24,11 \cdot 10^6 k^4 (t_r - t_a) \right\}$$

*l'ord. un peu supérieur de diamètre*

*1/2 98*

*Après de palier qu'on et les diamètres*

$$d_1 = 2,7 \text{ cm}, n_1 = \frac{d_2}{d_1}$$