

# COURBES ET COEFFICIENTS CARACTÉRISTIQUES DES TURBO-MACHINES.

PAR

**Ch. HANOCQ**

Professeur à l'Université de Liège

## INTRODUCTION

L'honneur d'avoir mis en relief l'existence de *courbes caractéristiques* dans le fonctionnement des turbo-machines revient, sans conteste pensons-nous, à M. Rateau.

Dans un ouvrage paru en 1892, intitulé « Considérations sur les turbo-machines et particulièrement sur les ventilateurs », M. Rateau déduisait de considérations théoriques, la relation fondamentale suivante :

$$\frac{gH'}{u_1^2} = f \left( \frac{Q}{u_1 r_1^2}, \theta \right) \quad (1)$$

relation dans laquelle

$H'$  désigne la hauteur manométrique d'élévation,

$Q$  le débit,

$u_1$  la vitesse périphérique,

$r_1$  le rayon intérieur de la roue,

$\theta$  un symbole qui dépend des formes de la turbo-machine mais qui est indépendant des unités de longueur et de temps.

Cette relation montre, en effet, que le coefficient que M. Rateau a appelé *pouvoir manométrique*, reste le même quel que soit le débit  $Q$ , si l'on fait varier celui-ci proportionnellement à la vitesse périphérique  $u_1$ ; que pour une vitesse périphérique constante, ce coefficient est simplement fonction du débit.

Jusqu'à un certain point, il est possible d'en déduire également que la courbe du pouvoir manométrique en fonction de  $\frac{Q}{u_1 r_1^2}$  est valable

pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables, quel que soit le diamètre de la roue, et d'exprimer ainsi la loi de similitude qui régit la variation du pouvoir manométrique en fonction de la vitesse périphérique et du débit  $Q$ , pour un *type donné*.

La forme non explicite de la fonction (1) ne permet pas toutefois de conclure d'une manière absolument certaine à cet égard. Nous montrerons d'ailleurs dans le cours de cette étude, que cet énoncé ne peut constituer qu'une première approximation.

Grâce, en effet, à la méthode analytique que nous avons utilisée, nous avons pu établir la valeur explicite du coefficient  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  que nous désignons sous le nom de *coefficient manométrique*, ainsi que la valeur du coefficient  $\frac{gT_i}{u_1^2}$  que l'on peut appeler le *coefficient de puissance*,

$T_i$  désignant le travail fourni à la roue par kilogramme de fluide débité, abstraction faite des pertes externes.

Cette théorie, basée exclusivement sur les équations fondamentales de la mécanique du point, ne s'applique il est vrai avec rigueur qu'au cas limite d'une turbo-machine munie d'aubes infiniment rapprochées. Il n'en reste pas moins certain que les conclusions auxquelles elle conduit se vérifient d'une manière très satisfaisante dans des limites étendues ainsi que nous avons pu en faire la preuve au cours des essais effectués sur la pompe du Laboratoire de Mécanique de l'Université de Liège, à la condition toutefois d'introduire dans la formule du débit en fonction de la vitesse relative  $w_1$  de sortie de la roue, un coefficient de contraction variable avec l'angle de sortie de la roue et le nombre d'aubes.

La comparaison entre les résultats fournis par l'observation et les résultats obtenus par le calcul permet au surplus de se rendre compte de l'importance des « perturbations » provoquées par la présence d'un nombre fini d'aubes, qui entraîne une *différence de pression finie* de part et d'autre de chacune d'elles.

La prédétermination des courbes caractéristiques *exactes* se rapportant à un type donné, reste toutefois un problème inabordable sans le secours de l'expérience, le coefficient de contraction dont nous avons parlé plus haut ne pouvant être fixé que par l'analyse des essais effectués sur une machine du même type.

La discussion des résultats du calcul permet par contre d'énoncer toutes les propriétés caractéristiques des turbo-machines et de faire une classification rationnelle de celles-ci, ainsi que nous nous proposons de le montrer au cours de cette étude.

## CHAPITRE I

### FORMULES GÉNÉRALES.

Il est possible, en partant de la relation fondamentale de la dynamique

$$\bar{\Sigma} f = m \bar{\varphi} = m (\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c) \quad (1)$$

appliquée successivement au mouvement absolu et au mouvement

relatif d'une tranche  $m n p q$  de fluide circulant à travers l'aubage (fig. 1), d'établir deux formules primordiales sur lesquelles toute la théorie peut s'élever.

La démonstration suppose toutefois que le fluide se déplace par tranches parallèles et que les aubes sont suffisamment rapprochées pour que les forces appliquées aux différents éléments de la tranche puissent être considérées comme ayant leur résultante appliquée au centre de gravité G.

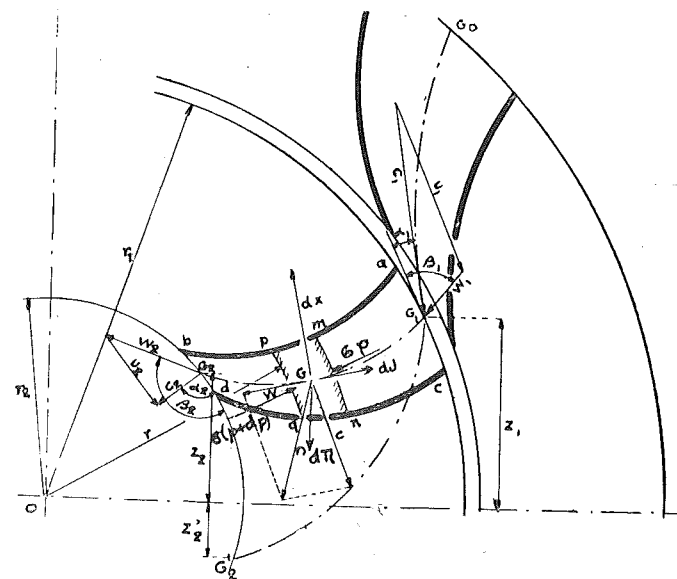


Fig. 1.

En désignant (fig. 1) par

$w$  la vitesse relative au point G

$c$  la vitesse absolue

$u$  la vitesse d'entraînement

par

$p$  la pression en ce point,

$v$  le volume spécifique correspondant,

$z$  l'ordonnée donnant la distance verticale du point G à l'axe ;

par

$T_f$  le travail dépensé pour vaincre les frottements par kg. de fluide débité ;

$T_i$  le travail fourni à l'aubage s'il s'agit d'une machine motrice, ou fourni par l'aubage s'il s'agit d'une machine réceptrice, par kg. de fluide débité ;

et en employant l'indice 1 pour tous les éléments qui se rapportent à l'entrée, et l'indice 2 pour tous les éléments qui se rapportent à la sortie, ces deux formules fondamentales peuvent s'écrire :

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 v dp - T_f \quad (I)$$

$$\frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 v dp = \frac{1}{2g} (w_2^2 - w_1^2) + T_f \quad (II)$$

En ajoutant membre à membre ces deux équations, on en trouve une troisième :

$$T_i = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + (z_2 - z_1) \quad (III)$$

que l'on peut mettre sous la forme plus connue (formule d'Euler)

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2) + (z_2 - z_1) \quad (III')$$

par l'introduction de relations existant entre les vitesses dans les triangles des vitesses tracés à l'entrée et à la sortie de la roue.

La formule I appliquée à un canal fixe donne, puisque  $T_i$  est alors nécessairement nul :

$$\frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) + (z_1 - z_2) + \int_2^1 v dp - T_f = 0 \quad (IV)$$

qui n'est autre que la formule de *Bernouilli*, lorsqu'on y introduit un terme supplémentaire pour tenir compte des pertes par frottement.

Pour pouvoir utiliser les formules ci-dessus à l'édification d'une théorie des turbo-machines capable de mettre en relief les conditions de meilleur rendement, il importe de pouvoir calculer le terme  $T_f$  défini par la relation

$$T_f = \int_1^2 \frac{dJ ds}{d\pi} \quad (2)$$

$dJ$  représentant la résistance de frottement opposée au déplacement de l'élément  $m n p q$  (dont nous représenterons la section par  $\sigma$  et le périmètre par  $m$ ),

$d\pi$  le poids de l'élément,

$ds$  l'épaisseur de l'élément mesurée dans la direction de l'axe du canal.

Dans l'hypothèse où le déplacement du fluide se fait par tranches parallèles, on peut admettre que la résistance  $dJ$ , qui est alors exclu-

sivement provoquée par le frottement du fluide sur la paroi, est proportionnelle

- 1) au poids spécifique  $\delta$
- 2) au carré de la vitesse  $w$
- 3) à la surface mouillée, c'est-à-dire à  $m d s$

$$dJ = k \delta (m ds) w^2 \quad (3)$$

La formule (2) fournit donc la relation

$$T_f = \int_1^2 k \left( \frac{m}{\sigma} \right) w^2 ds \quad (V)$$

formule classique dans laquelle  $k$  ne peut malheureusement être considéré comme constant puisque le fluide, même dans un tuyau cylindrique droit, ne se déplace pas par tranches parallèles.

Etant donné que  $k$  n'est pas constant, mais variable avec la vitesse  $w$ , la section  $\sigma$  et la viscosité  $\nu$  du fluide évoluant, qu'il dépend en outre de la rugosité des parois et n'est connu d'une façon un peu précise que pour les conduites cylindriques rectilignes de section constante, il apparaîtra comme légitime au point de vue de l'approximation possible, de calculer  $T_f$  par la formule

$$T_f = k \left( \frac{m}{\sigma} \right)_m \int_1^2 w^2 ds, \quad (4)$$

et d'effectuer l'intégration en se plaçant dans l'hypothèse la plus favorable, celle où la vitesse  $w$  irait croissant proportionnellement à  $s$  depuis l'entrée jusqu'à la sortie, avec la relation

$$w = w_1 + k's \quad (5)$$

Nous obtiendrons dans ces conditions, pour évaluer  $T_f$  en fonction des vitesses d'entrée et de sortie, la relation

$$T_f = \frac{2g}{3} k \left( \frac{m}{\sigma} \right)_m s \left[ \frac{w_1^2}{2g} + \frac{w_1 w_2}{2g} + \frac{w_2^2}{2g} \right] \quad (VI)$$

Remarquons que le facteur en évidence devant la parenthèse est un simple coefficient, que nous pouvons représenter par  $\left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right)$

$$\left( \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) = \frac{2g}{3} k \left( \frac{m}{\sigma} \right)_m s \quad (6)$$

de manière à retrouver comme cas particulier de la théorie générale la théorie des turbines à vapeur où apparaissent généralement deux coefficients  $\varphi$  et  $\psi$  de réduction auxquels ne s'attachait jusqu'à présent aucune signification physique bien précise.

Le calcul de  $\varphi$  est possible si l'on se donne un rapport entre l'épaisseur

moyenne  $e$  de la veine fluide comprise entre deux aubes voisines, et la longueur développée  $G_1G_2 = s$  du canal (fig. 2). Généralement le nombre d'aubes est choisi de telle manière que dans la relation

$$\bar{s} = k'' e \quad (7)$$

$k''$  soit compris entre 4 et 5.

Si nous supposons que la largeur moyenne  $l$  du canal soit donnée par la proportion

$$\frac{l}{e} = k'''$$

nous obtiendrons

$$\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m s = 2 \left(1 + \frac{1}{k'''}\right) k'' \quad (8)$$

valeur comprise entre 30 et 10 pour des valeurs limites

$$k'' = 5 \quad k''' = 0,5 \text{ d'une part}$$

$$k'' = 4 \quad k''' = 4 \text{ d'autre part.}$$

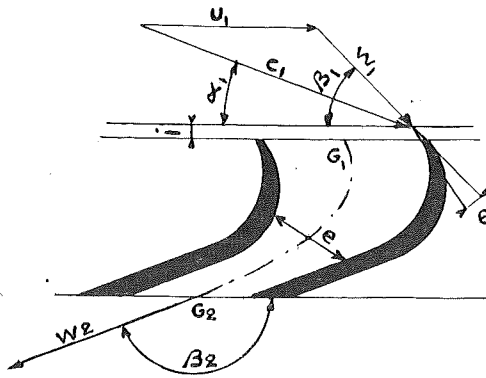


Fig. 2.

$$k = \frac{1}{4000} \left[ \frac{e 10^2}{3} + 2,4 + B \right] \sqrt{\alpha}$$

Dans cette formule

$e$  représente la base des logarithmes népériens

$\alpha$  le coefficient de Reynolds

(<sup>1</sup>) et (<sup>2</sup>) Voir Mémoires du Congrès : « Le calcul des pertes de charge » par V. Lebeau ; « Sur la valeur du coefficient de résistance et du coefficient de rugosité », par Ch. Hanocq.

B une fonction exponentielle de  $d \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$ ,  $d$  étant le diamètre de la conduite,  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}$  le rapport entre la rugosité d'un tuyau en fer à la rugosité du tuyau considéré.

Nous nous bornerons à indiquer comment dans ce cas simple les valeurs de  $k$  varient en fonction de la vitesse et du diamètre, les valeurs de  $k$  pour les canaux à forte courbure et à section rectangulaire variable étant nécessairement plus élevées et beaucoup moins influencées par les variations de  $\alpha$ .

Le tableau I ci-après, dressé pour l'eau, fait ressortir que la valeur de  $k$  dépend peu de la vitesse  $w$ , mais est par contre très fortement influencée par le diamètre de la conduite et la rugosité de la paroi.

Les valeurs fournies par le tableau II montrent que pour des tuyaux de même diamètre et de même rugosité, parcourus d'une part par de l'eau à la température de 15° et à des vitesses comprises entre 5 et 10 m/sec, et d'autre part par de l'air à des vitesses de 25 à 100 m/sec, dans des conditions moyennes définies par  $t = 40^\circ$ ,  $p = 1,3 \text{ kg/cm}^2$ , les pertes de charge sont sensiblement les mêmes.

Etant donné que l'on peut faire une remarque analogue si l'on compare les valeurs de  $k$  pour l'eau d'une part et pour la vapeur d'autre part, ( $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ ,  $t = 132^\circ$ ) à la condition d'envisager des vitesses vingt fois plus grandes, qui constituent les vitesses normales utilisées dans les aubages de turbines à vapeur, nous pourrions conclure : que si les canaux formés par l'aubage pouvaient être assimilés à des conduites rectilignes à section circulaire, la valeur de  $k$  serait comprise entre

0,00045 et 0,00035 pour des parois ayant la rugosité de la fonte

0,00035 et 0,00025 pour des parois ayant la rugosité du fer étiré

et cela pour des sections variant entre des limites étendues (3 cm<sup>2</sup> à 75 cm<sup>2</sup> pour fixer les idées) pour autant toutefois que l'on n'envisage que les vitesses qui puissent être considérées comme normales avec des différents fluides étudiés ici : eau, air, vapeur.

Ceci explique, ainsi que nous le ferons ressortir plus loin, comment les courbes caractéristiques sont à peu près complètement indépendantes de la nature du fluide évoluant dans les turbo-machines, comment également la courbe du coefficient manométrique tend à s'élever pour un même type, lorsque ses dimensions grandissent,  $k$  allant en décroissant avec la section moyenne des canaux ; comment enfin le rendement peut être amélioré quelque peu, par le parachèvement de l'aubage qui diminue la rugosité.

En adoptant pour les parois présentant la rugosité des tuyaux étiré en fer, le double des chiffres indiqués ci-dessus, pour tenir compte des perturbations apportées par la courbure des canaux et par leur variation

Tableaux	w	Fer			Fonte		
		d = 0,020	d = 0,100	d = 0,200	d = 0,020	d = 0,100	d = 0,200
I	5 10	Valeur de k pour l'eau à 15° δ = 1000 μ = 0,0131					
		0,000 375 0,000 345	0,000 250 0,000 238	0,000 193 0,000 203	0,000 470 0,000 440	0,000 320 0,000 305	0,000 280 0,000 270
II	25 50 100	Valeur de k pour l'air à 40°, p = 1,3 kg/cm² δ = 1,310 μ = 0,0002					
		0,000 440 0,000 400 0,000 370	0,000 280 0,000 260 0,000 245	0,000 235 0,000 223 0,000 210	0,000 530 0,000 490 0,000 463	0,000 355 0,000 330 0,000 317	0,000 300 0,000 290 0,000 275
III	100 200 400	Valeur de k pour la vapeur à 132° p = 3 kg/cm² δ = 1,646 μ = 0,000145					
		0,000 338 0,000 323 0,000 310	0,000 233 0,000 225 0,000 220	— — —	0,000 443 0,000 420 0,000 405	0,000 305 0,000 295 0,000 288	— — —

de section, nous pourrions considérer comme une valeur moyenne  
 $k = 0,0006$

En utilisant cette valeur de k, on obtient pour des chiffres compris entre 0,925 et 0,975 suivant les proportions du canal  $\left[\left(\frac{m}{\sigma}\right)_m\right]$  s restant compris entre 30 et 10.]

Le chiffre 0,95 doit donc être regardé comme une valeur moyenne, celui de 0,975 comme une valeur maximum qui ne peut être réalisée qu'avec des roues d'assez grand diamètre.

CHAPITRE II

VALEUR DU COEFFICIENT MANOMÉTRIQUE ET DU COEFFICIENT DE PUISSANCE.

Nous désignerons par H' l'énergie disponible dans 1 kg de fluide, à l'entrée s'il s'agit d'une turbo-motrice, à la sortie s'il s'agit d'une turbo-réceptrice.

§ I. — Calcul de H' en fonction des pressions.

1<sup>er</sup> cas : Le fluide est incompressible. — Dans cette hypothèse on remarquera que H'm désigne la hauteur utilisable à l'entrée de la turbine ou à la sortie de la pompe.

H désignant la hauteur géométrique, T<sub>f'</sub> et T<sub>f''</sub> les pertes de charge dans les conduites d'amenée et d'évacuation, s'il s'agit d'une turbine, d'aspiration et de refoulement s'il s'agit d'une pompe, nous pourrions poser par définition

$$H' = H - (T_{f'} + T_{f''}) \quad (10)$$

à la condition de considérer H et H' comme négatif dans le cas d'une pompe.

Pour déterminer H' en fonction des pressions relevées à l'entrée en e et à la sortie en s (fig. 3), il suffit d'appliquer aux conduites la formule (IV) qui pour un fluide incompressible, prend la forme

$$v(p_1 - p_2) + (z_1 - z_2) + \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - T_f = 0$$

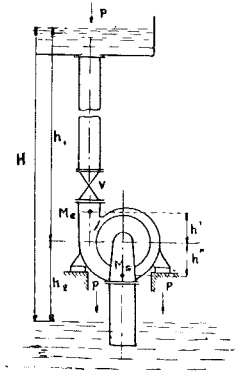


Fig. 3.

L'eau étant prise à la vitesse nulle au réservoir de mise en charge,

nous pourrons écrire, avec les notations indiquées sur la figure 3 :

$$v(p - p_e) + (h_1 - h') + \frac{1}{2g}(o - c_e^2) - T_f' = o \quad (11)$$

$c_e^2$  désignant la vitesse à l'entrée en  $e$ .

Pour le tuyau d'évacuation, on obtient

$$v(p_s - p) + [-h'' - (-h_2)] + \frac{1}{2g}(c_s^2 - o) - T_f'' = o \quad (12)$$

En ajoutant membre à membre, il vient par conséquent

$$v(p_s - p_e) + (h_1 + h_2) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) - (T_f' + T_f'') = o \quad (13)$$

ou, en groupant les termes représentant  $H'$

$$H' = (h_1 + h_2) - (T_f' + T_f'') = v(p_e - p_s) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (VII)$$

Si nous avons raisonné sur la figure 4 représentant schématiquement l'installation d'une pompe centrifuge, la valeur obtenue eut été la suivante :

$$-H' = v(p_e - p_s) - (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2)$$

ou

$$H' = v(p_s - p_e) + (h' + h'') + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_e^2) \quad (14)$$

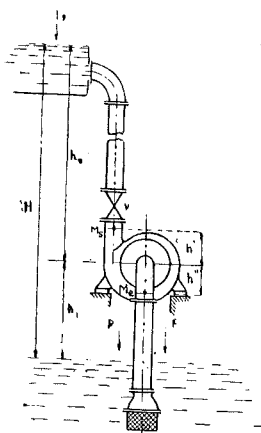


Fig. 4.

**2<sup>e</sup> cas :** Lorsque le fluide est compressible, et de faible densité comme c'est le cas pour la vapeur et pour le gaz, l'énergie totale disponible est représentée uniquement par le travail que le kg. de fluide peut développer en

se détendant adiabatiquement (ou qu'il faut développer pour le comprimer adiabatiquement s'il s'agit d'un compresseur) depuis l'état  $e$  jusqu'à l'état  $s$ , augmentée de la différence entre l'énergie cinétique à l'entrée et l'énergie cinétique à la sortie

$$H' = \int_s^e v dp + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \quad (VII)^b$$

Cette formule contient la précédente comme cas particulier, si l'on fait abstraction du terme  $(h' + h'')$  qui, avec la vapeur ou les gaz, est totalement négligeable vis-à-vis des deux autres.

Nous calculerons en conséquence  $H'$  en partant de cette dernière relation, et nous retiendrons qu'elle suppose implicitement que les pressions  $p$  et  $p_s$  sont relevées à la hauteur de l'axe de la turbomachine.

## § 2. — Calcul de $H'$ en fonction des vitesses.

Faisons rentrer dans le terme  $T_f'$  la perte de charge propre à la volute ; nous pourrions considérer  $p_e$  comme la pression qui s'exerce à l'entrée du distributeur. Appliquons aux canaux du distributeur la formule (IV).

En désignant par  $T_1$  la perte de charge dans ceux-ci, et en négligeant le terme en  $z$ , nous obtiendrons :

$$\int_1^e v dp - T_1 + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_1^2) = o \quad (15)$$

Pour déterminer la valeur du terme correspondant à la détente dans l'aubage mobile  $\int_e^1 v dp$ , appliquons la formule (II) aux canaux de la roue ; en désignant par  $T_f$  la perte de charge dans ces canaux, nous pourrions écrire

$$\int_2^1 v dp - T_f = -\frac{1}{2g}(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_2^2) \quad (16)$$

Appliquons de nouveau la formule (IV) aux canaux du diffuseur et désignons par  $T_2$  la perte de charge dans ceux-ci ; il viendra

$$\int_s^2 v dp + \frac{1}{2g}(c_s^2 - c_2^2) - T_2 = o \quad (17)$$

Ajoutons membre à membre les 3 équations ci-dessus ;

$$\begin{aligned} H' &= \int_s^e v dp + \frac{1}{2g}(c_e^2 - c_s^2) \\ &= \frac{1}{2g}(c_1^2 - c_2^2) - \frac{1}{2g}(w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g}(u_1^2 - u_2^2) + T_1 + T_f + T_2 \quad (VIII) \end{aligned}$$

Comme les trois premiers termes du second membre représentent  $T_i$  d'après la formule (III), nous pourrions écrire :

$$H' = T_i + T_f + T_1 + T_2 \quad (18)$$

relation évidente, si on l'interprète ainsi : que l'énergie disponible par kg est égale à l'énergie transmise à l'axe par kg, augmentée de l'énergie absorbée par les frottements dans le distributeur, la roue et le diffuseur <sup>(1)</sup>.

### § 3. — Recherche du coefficient manométrique.

Nous appellerons *coefficient manométrique* M, le coefficient défini par l'une des relations

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} \quad \text{ou} \quad \frac{2gH'}{u_1^2}$$

$c_1$  et  $u_1$  représentant respectivement la vitesse absolue et la vitesse d'entraînement du fluide à la périphérie de la roue.

Ces coefficients ainsi définis sont, comme nous allons le démontrer, des fonctions

$$\text{le premier du coefficient de vitesse } x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

$$\text{le second du coefficient de débit } x = \frac{w_1}{u_1}$$

La désignation adoptée pour chacun de ces coefficients se justifie aisément,  $x_1$  étant proportionnel à la *vitesse périphérique*, si la turbo-machine fonctionne sous une hauteur  $H'$  constante,  $x$  étant proportionnel *au débit* si la turbo-machine fonctionne sous un nombre de tours constant, puisque l'on peut poser

$$\delta_1 Q = 2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 w_1 \delta_1 \quad (19)$$

Nous envisagerons les deux cas limites suivants :

**1<sup>er</sup> cas : Valeur de M**  $= \frac{2gH'}{c_1^2}$  — Dans le premier cas envisagé le distributeur présente à la sortie un angle  $\alpha_1$  constant ; l'aubage de la roue est tracé avec un angle de sortie  $\beta_2$  constant, l'angle à l'entrée étant approprié à la vitesse périphérique  $u_1$  de façon que la vitesse  $w_1$  reste constant et tangente au dos des aubes.

Ce cas correspond à celui des turbines hydrauliques d'action, ainsi qu'à celui des turbines à vapeur, dans lesquelles le réglage se fait

<sup>(1)</sup> Pour les turbines le diffuseur est généralement remplacé par un tube de suction approprié qui joue le même rôle que lui.

en agissant sur le degré d'injection ou sur la pression d'admission, le distributeur gardant une forme invariable.

Il faut ajouter toutefois que l'angle  $\beta_1$ , dans la réalité, ne varie pas, mais que sa valeur est choisie de façon qu'à la vitesse  $u_1$  normale, la direction de la vitesse relative  $w_1$  soit tangente au dos de l'aube : *les courbes trouvées par le calcul doivent donc être tangentes aux courbes réelles pour l'abscisse correspondant à la vitesse périphérique normale.*

Nous adopterons pour l'étude de ce premier cas envisagé, comme variable indépendante, le rapport

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$$

Pour les facilités du calcul, nous rechercherons tout d'abord la valeur du coefficient manométrique M en fonction de  $x$  défini par la relation

$$x = \frac{u_1}{c_1}$$

Si nous partons de la formule (VIII), nous pourrions écrire

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} = \left[ 1 - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \right] - \left[ \left( \frac{w_1}{c_1} \right)^2 - \left( \frac{w_2}{c_1} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{u_1}{c_1} \right)^2 - \left( \frac{u_2}{c_1} \right)^2 \right] + 2g \left[ \frac{T_1}{c_1^2} + \frac{T_f}{c_1^2} + \frac{T_2}{c_1^2} \right] \quad (20)$$

Dans le triangle des vitesses à l'entrée, on trouve la relation

$$\left( \frac{w_1}{c_1} \right)^2 = 1 + \left( \frac{u_1}{c_1} \right)^2 - 2 \left( \frac{u_1}{c_1} \right) \cos \alpha_1 = 1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1 \quad (21)$$

En désignant par  $m$ ,  $\epsilon$ ,  $\nu$ , les coefficients de proportionnalité, constants par conséquent pour toutes les roues géométriquement semblables, et caractérisant ainsi entièrement un type donné

$$m = \frac{r_2}{r_1} \quad (22) \quad \epsilon = \frac{l_1}{r_1} \quad (23) \quad \nu = \frac{l_2}{l_1} \quad (24)$$

nous pourrions établir un certain nombre de relations qui permettront d'éliminer de l'équation (20) en fonction de  $x$ , les rapports des vitesses.

L'équation de continuité nous permet tout d'abord de tirer la valeur de  $\frac{w_2}{c_1}$  ; en effet, on peut écrire que

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 \delta_1 = 2 \pi r_2 l_2 \sin \beta_2 w_2 \delta_2$$

de laquelle on déduit directement :

$$\frac{w_2}{c_1} = \frac{r_1 l_1 \delta_1 \sin \alpha_1}{r_2 l_2 \delta_2 \sin \beta_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = n \quad (25)$$

La valeur de  $n$  ainsi définie est constante pour toutes les roues géométriquement semblables, si on suppose  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  constant. Pour les turbines hydrauliques et les pompes  $\frac{\delta_1}{\delta_2} = 1$ ; pour les turbines à vapeur et les ventilateurs  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  est peu différent de l'unité; nous pourrions de toute façon considérer  $n$  comme sensiblement constant. Dans ces conditions

$$\left(\frac{w_2}{c_1}\right)^2 = n^2, \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 = m^2, \left(\frac{u_1}{c_1}\right)^2 = x^2, \left(\frac{u_2}{c_1}\right)^2 = m^2 x^2;$$

et, comme dans le triangle des vitesses à la sortie :

$$\begin{aligned} c_2^2 &= w_2^2 + u_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2 \\ &= n^2 c_1^2 + m^2 u_1^2 + 2 m n u_1 c_1 \cos \beta_2, \end{aligned}$$

de laquelle on peut tirer

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 = n^2 + m^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2, \quad (26)$$

il sera possible de calculer  $M$  en fonction de  $x$  et des coefficients de proportionnalité, abstraction faite toutefois des termes relatifs aux pertes de charge.

Cherchons à évaluer ces termes en fonction des vitesses.

A) *Valeur de  $T_f$* . — En ce qui concerne  $T_f$  nous pouvons utiliser la relation (VI). Transcrite sous la forme

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left[ \frac{w_2^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right) \right]$$

nous voyons que nous pouvons en déduire une valeur qui ne dépend plus que des carrés des vitesses d'entrée et de sortie, des coefficients de proportionnalité et de  $x$  puisque

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{w_2}{c_1} \frac{c_1}{w_1} = \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}} \quad (27)$$

Pour tenir compte de la perte produite par les chocs et remous à l'entrée de la roue, nous proposons d'ajouter à  $T_f$  un terme proportionnel au carré de la vitesse d'entrée  $k_1 \frac{w_1^2}{2g}$ ; en posant pour simplifier les transcriptions,

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \left(1 + \frac{n}{\sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1}} + k_1\right) \quad (28)$$

nous pourrions représenter  $T_f$  par la relation

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} \quad (IX)$$

dans laquelle  $\varphi$  et  $\psi$  sont deux coefficients qui dépendent de  $k$  et  $k_1$ , des coefficients de proportionnalité et de  $x$ .

Si nous ne considérons que les valeurs de  $x$  voisines de celle qui correspond au rendement maximum de la turbo-machine considérée, nous pourrions regarder  $\varphi$  et  $\psi$  comme pratiquement indépendants de  $x$ .

Nous pourrions donc en déterminer les valeurs pour un type donné de dimensions connues. Comme nous avons vu que  $\varphi$  ne dépend des dimensions que par le fait de la variation du coefficient de résistance  $k$ , nous pourrions même conclure que  $\varphi$  et  $\psi$  peuvent être considérés dans une première approximation comme constants. Nous retiendrons toutefois que  $\varphi$  et  $\psi$  tendent à croître lorsque les dimensions croissent.

B) *Valeurs de  $T_1$  et  $T_2$* . — En raisonnant de la même manière pour les canaux fixes du distributeur et du diffuseur, nous pourrions déterminer les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  en fonction des vitesses d'entrée et de sortie. Nous nous contenterons de poser

$$T_1 = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1\right) \frac{c_1^2}{2g} \quad (X) \quad T_2 = \left(\frac{1}{\psi_1^2} - 1\right) \frac{c_2^2}{2g} \quad (XI)$$

en supposant que la vitesse d'entrée dans le distributeur d'une part, la vitesse de sortie dans le diffuseur d'autre part, soient négligeables vis-à-vis respectivement de  $c_1$  et  $c_2$ .

Il nous sera toujours possible de rechercher la valeur fictive qu'il conviendrait de donner à  $\varphi_1$  et  $\psi_1$  pour tenir compte des termes négligés.

Connaissant les valeurs de  $T_f$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  en fonction des vitesses, il sera possible de calculer en fonction de  $x$  et des coefficients constants pour un même type

$$\frac{T_f}{\frac{c_1^2}{2g}}, \quad \frac{T_1}{\frac{c_1^2}{2g}}, \quad \frac{T_2}{\frac{c_1^2}{2g}}.$$

En substituant les valeurs ainsi obtenues dans l'équation (20), nous pourrions écrire toutes simplifications faites :

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (XII)$$

A, B, C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité  $m$ ,  $n$ ,  $v$ , des angles  $\alpha_1$ , et  $\beta_2$  et des coeffi-



cients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$ , dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée

$$A = \frac{1}{\varphi_1^2} - \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) - n^2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2} - \frac{1}{\varphi^2}\right) \quad (29)$$

$$B = 2 \left[ \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) \right] \quad (30)$$

$$C = \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) - \left(3 - \frac{1}{\psi_1^2}\right) m^2 \quad (31)$$

Si on néglige la variation des coefficients  $\varphi, \psi, \varphi_1, \psi_1$ , avec les dimensions, on peut dire que

Le coefficient manométrique est une fonction du coefficient  $x = \frac{u_1}{c_1}$  absolument caractéristique d'un type donné, et indépendante des dimensions de ce type.

Remarque. — Pour une hauteur manométrique constante, remarquons que  $c_1$  varie avec  $u_1$  car la vitesse à la sortie du distributeur (ou à l'entrée du diffuseur dans les pompes) dépend de la quantité d'énergie transformée dans celui-ci ; or, cette quantité d'énergie est réglée comme nous le montrerons plus loin, par le rapport des sections d'entrée et de sortie de la roue, rapport qui dépend de  $\beta_1$  variable d'après notre hypothèse initiale, avec  $u_1$ .

Il convient donc de tracer la courbe du coefficient manométrique en fonction du coefficient de vitesse  $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  qui, pour une hauteur manométrique constante, est proportionnel à la vitesse périphérique  $u_1$ , ou ce qui revient au même, au nombre de tours.

Pour cela il suffit de déterminer  $c_1$  en fonction de  $H'$  et de  $x$  ; or, par définition, le coefficient manométrique  $M$  est égal à

$$M = \frac{2gH'}{c_1^2} ;$$

par conséquent

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M_1^2} \quad (32)$$

2<sup>e</sup> cas : Valeur de  $M = \frac{2gH'}{u_1^2}$ . — Dans le deuxième cas envisagé,

le distributeur est constitué par des aubes orientables de façon à pouvoir faire varier  $\alpha_1$  avec le débit depuis 0 jusqu'à une valeur maximum, les angles d'entrée et de sortie  $\beta_1$  et  $\beta_2$  étant supposés invariables.

Ce cas correspond à celui d'une turbine hydraulique à réaction munie d'un distributeur *Fink* ; il correspond également au cas des pompes et

compresseurs dans lesquels le diffuseur posséderait des aubes orientables. Nous supposons implicitement que la turbine est munie d'un diffuseur à aubes (d'un distributeur dans le cas d'une pompe), l'angle  $\alpha_2$  de celui-ci ( $\alpha_1$  dans le cas de la pompe) restant constamment approprié au débit.

Les sections d'entrée et de sortie de la roue restant constantes, il est possible de calculer très simplement  $\frac{w_2}{w_1}$  et partant  $T_f$ .

La relation de continuité donne en effet

$$2\pi r_1 l_1 \sin \beta_1 w_1 \delta_1 = 2\pi r_2 l_2 \sin \beta_2 w_2 \delta_2$$

de laquelle nous tirons

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \times \frac{1}{m} \times \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = n \quad (33)$$

$n$  étant constant si l'on néglige la faible variation du rapport  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  dans les turbines ou pompes à fluide compressible.

On peut donc poser comme précédemment

$$T_f = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_2^2}{2g} + \left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) \frac{w_1^2}{2g} \quad (IX)$$

avec  $\psi$  défini par la relation

$$\left(\frac{1}{\psi^2} - 1\right) = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) (1 + n) + k_1 \quad (34)$$

Les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  étant conservées, il nous restera pour déterminer  $M$ , à les introduire dans la relation déduite de la formule (VIII), et à éliminer  $c_2$  et  $c_1$  de façon à ne conserver que les vitesses  $w_1$  et  $u_1$ . Nous adopterons ici pour variable indépendante

$$x = \frac{w_1}{u_1}$$

que nous avons appelé *coefficient de débit*.

Pour faire l'élimination de  $c_2$  et  $c_1$  nous avons les relations

$$w_2 = n w_1 \quad u_2 = m u_1$$

$$c_2^2 = u_2^2 + w_2^2 + 2 u_2 w_2 \cos \beta_2 = u_1^2 (m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2) \quad (35)$$

$$c_1^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2 u_1 w_1 \cos \beta_1 = u_1^2 (1 + x^2 + 2x \cos \beta_1) \quad (36)$$

Mettant en évidence  $\frac{u_1^2}{2g}$  puis divisant par  $\frac{u_1^2}{2g}$  les deux membres, nous obtiendrons

$$M = \frac{2gH'}{u_1^2} = A + Bx + Cx^2 \quad (XII)^b$$

A, B, C étant des coefficients numériques qui ne dépendent que des coefficients de proportionnalité  $m, n, \nu$ , des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  et des coefficients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  dépendant de la rugosité des parois et des chocs à l'entrée:

$$A = \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + 1 \right) - \left( 3 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) m^2 \quad (37)$$

$$B = 2 \left[ \frac{1}{\varphi_1^2} \cos \beta_1 - \left( 2 - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \right] m n \cos \beta_2 \quad (38)$$

$$C = \left( \frac{1}{\varphi_1^2} + \frac{1}{\varphi^2} - 2 \right) - n^2 \left( 2 - \frac{1}{\psi^2} - \frac{1}{\psi_1^2} \right) \quad (39)$$

Si on néglige la variation des coefficients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  avec les dimensions, on peut dire que

Le coefficient manométrique est une fonction du coefficient de débit  $x = \frac{w_1}{u_1}$  absolument caractéristique d'un type donné, indépendant des dimensions de ce type.

Comme les valeurs de  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  dépendent du coefficient de résistance  $k$  et du coefficient de choc  $k_1$ , le coefficient manométrique croît légèrement, toutes choses égales, avec les dimensions.

#### § 4. — Recherche du coefficient de puissance.

Nous avons désigné par  $T_i$  le travail fourni ou absorbé par la roue, suivant qu'il s'agit d'une machine motrice ou réceptrice, par *kg débité*, dans l'hypothèse où les frottements externes pourraient être négligés.

Cherchons à exprimer  $T_i$  donné par la formule (III) en fonction de  $\frac{c_1^2}{2g}$  ou de  $\frac{u_1^2}{2g}$  et de  $x$ .

Nous appellerons *coefficient de puissance* le coefficient défini par l'une des relations

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{g T_i}{u_1^2}$$

Le premier sera déterminé en fonction de ce que nous avons appelé *coefficient de vitesse*, le second en fonction de ce que nous appelons *coefficient de débit*.

**1<sup>er</sup> cas : Valeur de  $P = \frac{g T_i}{c_1^2}$ .** — Remplaçons dans la relation (III)

$w_2, w_1$  et  $c_2$  par leur valeur tirée des relations (21) (25) et (26)

$$w_2^2 \text{ par } n^2 c_1^2$$

$$w_1^2 \text{ par } c_1^2 (1 + x^2 - 2x \cos \alpha_1)$$

$$c_2^2 \text{ par } c_1^2 (m^2 x^2 + n^2 + 2 m n x \cos \beta_2) ;$$

nous obtiendrons

$$T_i = \frac{c_1^2}{2g} (-2 m^2 x^2 - 2 m n x \cos \beta_2 + 2 x \cos \alpha_1)$$

et partant

$$P = \frac{g T_i}{c_1^2} = x (a - b x) \quad (\text{XIII})$$

avec

$$a = \cos \alpha_1 - m n \cos \beta_2 \quad (40)$$

$$b = m^2 \quad (41)$$

Comme on le voit le coefficient  $P$  ne dépend que des coefficients de proportionnalité et des angles, et partant garde la même valeur pour toutes les turbo-machines géométriquement semblables lorsque celles-ci tournent à des vitesses périphériques telles que  $x$  reste constant. Comme il est possible de tracer la courbe de  $P$  en fonction du coefficient de vitesse

$\frac{u_1}{\sqrt{2 g H}}$ , on peut donc affirmer que  $P$  est une fonction du coefficient de vitesse caractéristique d'un type donné, indépendante de ses dimensions.

**2<sup>e</sup> cas : Valeur de  $P = \frac{g T_i}{u_1^2}$ .** — Remplaçons dans la relation (III)

$w_2, u_2, c_2$  et  $c_1$  par leurs valeurs tirées des équations (22) (33) (35) et (36)

$$u_2 \text{ par } m u_1$$

$$w_2 \text{ par } n w_1$$

$$c_2^2 \text{ par } u_1^2 (m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2)$$

$$c_1^2 \text{ par } u_1^2 (1 + x^2 + 2 x \cos \beta_1)$$

nous obtiendrons :

$$T_i = \frac{u_1^2}{2g} \left[ (1 - m^2) + x (\cos \beta_1 - m n \cos \beta_2) \right]$$

et partant

$$P = \frac{g T_i}{u_1^2} = a + b x \quad (\text{XIII})_b$$

avec

$$a = (1 - m^2) \quad (43)$$

$$b = \cos \beta_1 - m n \cos \beta_2 \quad (44)$$

Nous pourrions donc conclure comme pour le cas précédent que le coefficient  $P$  est une fonction du coefficient  $x$  appelé ici *coefficient de débit*, indépendante des dimensions, entièrement déterminée lorsqu'on connaît les proportions. Cette fonction est caractéristique d'un type donné.

## CHAPITRE III

## VALEURS DU DEGRÉ DE RÉACTION ET DU RENDEMENT.

§ 1. — Evaluation du degré de réaction  $r$ .

Nous désignerons sous le nom de *degré de réaction*  $r$  le rapport de l'énergie potentielle de pression utilisée dans la roue à l'énergie potentielle de pression disponible

$$r = \frac{\int_2^1 v dp}{\int_s^e v dp} \quad (\text{XIV})$$

Cherchons à évaluer  $r$  en fonction de  $x$ ; formules (II) et (VIII) nous pouvons déduire :

$$\begin{aligned} \int_2^1 v dp &= -\frac{1}{2g} (w_1^2 - w_2^2) + \frac{1}{2g} (u_1^2 - u_2^2) + T_f \\ &= H' - \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) - T_1 - T_2 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\int_s^e v dp = H' - \frac{1}{2g} (c_e^2 - c_s^2) \quad (46)$$

Si nous faisons l'hypothèse souvent réalisée que la vitesse  $c_e$  au point où on relève la pression à l'entrée, est égale à  $c_s$ , vitesse à l'entrée du tuyau d'échappement, il viendra

$$r = \frac{H' - \frac{1}{\varphi_1^2} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} \left(2 - \frac{1}{\psi_1^2}\right)}{H'} \quad (47)$$

Nous aurons à distinguer comme précédemment deux cas; celui où nous prenons pour variable indépendante le coefficient de vitesse, et celui où nous adoptons pour  $x$  le coefficient de débit.

**1<sup>er</sup> cas :  $r$  en fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — En divisant le dénominateur et numérateur par  $\frac{c_1^2}{2g}$  puis en remplaçant  $\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2$  par  $m^2 x^2 + n^2 + 2 m n x \cos \beta_2$ ,

nous obtiendrons

$$r = \frac{M'}{M} \quad (48)$$

$M'$  désignant une fonction du second degré en  $x$

$$M' = A' + B' x + C' x^2 \quad (\text{XV})$$

avec

$$A' = \frac{n^2}{\varphi^2} \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \quad (49)$$

$$B' = 2 \left(2 - \frac{1}{\psi^2}\right) \cos \alpha_1 \quad (50)$$

$$C' = \frac{1}{\psi^2} - 1 - m^2 \quad (51)$$

**2<sup>e</sup> cas :  $r$  en fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ .** — En divisant le numérateur et le

dénominateur par  $\frac{u_1^2}{2g}$  et en remplaçant (équations 35 et 36)

$$\left(\frac{c_1}{u_1}\right)^2 \text{ par } 1 + x^2 + 2x \cos \beta_1$$

$$\left(\frac{c_2}{u_1}\right)^2 \text{ par } m^2 + n^2 x^2 + 2 m n x \cos \beta_2$$

nous obtiendrons la même expression que ci-dessus :

$$r = \frac{M'}{M} \quad (52)$$

mais avec des coefficients  $A' B' C'$  ayant les valeurs suivantes :

$$A' = (1 - m^2) \quad (53)$$

$$B' = 0 \quad (54)$$

$$C' = - \left[ \left(2 - \frac{1}{\varphi^2}\right) - \frac{n}{\psi^2} \right] \quad (55)$$

Ainsi comme on le voit  $r$  est une fonction de  $x$  indépendante des dimensions de la machine si l'on fait abstraction de la variation d'ailleurs faible des coefficients  $\varphi \psi \varphi_1 \psi_1$  avec les dimensions.

§ 2. — Evaluation du rendement indiqué  $\eta_i$ , du rendement organique  $\eta$  et du rendement effectif  $\eta_e$ .

Nous désignons sous le nom de *rendement indiqué*  $\eta_i$  d'une tubomachine motrice le rapport de la puissance qui serait disponible sur l'axe s'il n'existait d'autres pertes que les pertes internes, à la puissance utilisable à l'entrée  $N_u$

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_u} \quad (56)$$

S'il s'agit d'une turbo-machine réceptrice, le rendement indiqué sera donné par le rapport de la puissance utile disponible à la sortie, à la puissance qui aurait dû être fournie sur l'axe, s'il n'y avait d'autres pertes que les pertes internes :

$$\eta_i = \frac{N_u}{N_i} \quad (56)^b$$

Nous avons désigné par  $H'$  l'énergie disponible par kg débité. Si  $Q$  représente le débit en volume du fluide utilisé  $N_u$  sera égal à

$$N = \frac{\delta Q H'}{75} \quad (57)$$

D'autre part  $T_i$  désignant le travail produit ou absorbé par kg de fluide débité

$$N_i = \frac{\delta Q T_i}{75} \quad (58)$$

Partant, pour une turbo-motrice

$$\eta_i = \frac{T_i}{H'} = 2 \frac{\frac{g T_i}{c_1^2}}{2gH'} = 2 \frac{P}{M} \quad (XVI)$$

et pour une turbo-réceptrice

$$\eta_i = \frac{1}{2} \frac{M}{P} \quad (XVI)^b$$

Nous désignerons par *rendement organique*  $\eta_o$  d'une turbo-motrice, le rapport de la puissance effective  $N_e$  produite sur l'axe, à la puissance indiquée  $N_i$

$$\eta_o = \frac{N_e}{N_i} = \frac{N_i - N_o}{N_i} = 1 - \left( \frac{N_o}{N_i} \right) \quad (59)$$

en désignant par  $N_o$  la puissance absorbée par les frottements externes : frottements des flasques de la roue dans le fluide ( $N'_f$ ) et frottements de l'arbre dans les paliers et bourrages ( $N''_f$ ).

Nous désignerons par *rendement organique* d'une turbo-réceptrice, le rapport de la puissance indiquée à la puissance réellement fournie sur l'axe

$$\eta_o = \frac{N_i}{N_e} = \frac{N_i}{N_i + N_o} = \frac{1}{1 + \left( \frac{N_o}{N_i} \right)} \quad (59)^b$$

Connaissant le rendement indiqué  $\eta_i$  et le rendement organique  $\eta_o$ , il est possible de déterminer le *rendement effectif*  $\eta_e$ , rapport de la puissance fournie à l'axe à l'énergie disponible pour une turbo-motrice

ou de la puissance disponible à la puissance fournie sur l'axe s'il s'agit d'une turbo-réceptrice.

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_u} \quad (60) \quad \text{ou} \quad \eta_e = \frac{N_u}{N_e} \quad (60)^b$$

En effet ; en divisant et multipliant par  $N_i$  nous obtiendrons respectivement pour les deux cas

$$\eta_e = \frac{N_e}{N_i} \times \frac{N_i}{N_u} = \eta_o \times \eta_i \quad (61)$$

$$\eta_e = \frac{N_u}{N_i} \times \frac{N_i}{N_e} = \eta_i \times \eta_o \quad (61)$$

Le rendement effectif est donc égal au produit des deux rendements organique et indiqué, qu'il s'agisse d'une machine motrice ou d'une machine réceptrice.

Le rendement effectif ainsi défini, diffère de ce que nous appellerons *rendement total*  $\eta$  du fait que des fuites internes existent et que nous avons désigné par  $Q$  le débit traversant la roue.

Si nous désignons par  $f$  la fuite par les joints en labyrinthe qui séparent la périphérie de l'ouïe, fig. 5 nous pourrions dire que, pour une turbo-motrice

$$\eta = \eta_o \frac{\delta(Q-f) T_i}{75 N_u} = \eta_o \times \eta_i \left( 1 - \frac{f}{Q} \right) \quad (62)$$

tandis que pour une turbo-réceptrice

$$\eta = \eta_o \frac{\delta(Q-f) H'}{75 N_i} = \eta_o \times \eta_i \left( 1 - \frac{f}{Q} \right) \quad (62)^b$$

On voit donc qu'il est possible de calculer le rendement total d'une turbo-machine, en fonction d'une variable indépendante, le coefficient de vitesse ou le coefficient de débit, à la condition de pouvoir déterminer  $\frac{f}{Q}$  et  $\frac{N_o}{N_i}$  en fonction de celui-ci.

### § 3. — Calcul de $\frac{N_o}{N_i}$ .

Nous avons vu que  $N_o$ , puissance absorbée par les frottements externes comprend deux termes :

1° la puissance absorbée  $N'_f$  par les frottements des flasques de la roue dans le fluide remplissant l'enveloppe ;

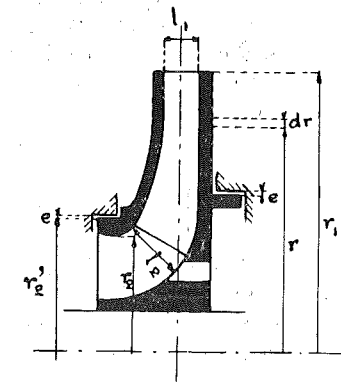


Fig. 5.

2° la puissance absorbée  $N_f''$  par le frottement de l'arbre dans les paliers et bourrages.

**Calcul de  $N_f'$ .** — Le calcul de  $N_f'$  peut se faire d'une façon assez sûre en fonction d'un coefficient de frottement  $k$  du fluide contre la paroi dont la valeur a été établie par Unwin pour l'eau et pour des parois de rugosités différentes.

Nous avons vu que la résistance provenant du frottement d'un fluide contre une paroi est proportionnelle à la surface mouillée, à la densité du fluide  $\delta$  et au carré de la vitesse relative de la surface par rapport au fluide; cette vitesse dans le cas considéré peut être évaluée à  $\omega r$  pour un élément circulaire de rayon  $r$  d'épaisseur  $dr$  (fig. 5); partant la puissance absorbée par cet élément aura pour valeur

$$\left[ k (2 \pi r dr)^1 \omega^2 r^2 \delta \right] \omega r = k 2 \pi \delta \omega^3 r^4 dr$$

En intégrant entre  $o$  et  $r_1$  rayon extérieur, et en tenant compte de ce qu'il y a deux flasques (la puissance allant en croissant comme la 5<sup>e</sup> puissance du rayon, on peut se rendre compte que l'erreur commise en adoptant pour la seconde flasque  $r_2 = o$  est négligeable).

$$N_f' = \frac{2}{75} \int_0^{r_1} k \delta 2 \pi \omega^3 r^4 dr = \frac{4}{5} \frac{\pi}{75} \delta k \omega^3 r_1^5 \quad (63)$$

**Calcul de  $N_f''$ .** — Le calcul de  $N_f''$  est beaucoup plus aléatoire. On peut admettre que la puissance absorbée par le frottement dans les paliers est proportionnelle au poids de la roue, à la vitesse périphérique des tourillons pour une turbine horizontale, à la vitesse moyenne des faces de la butée pour une turbine à axe vertical. Malheureusement, le coefficient de frottement pour les tourillons varie dans de très grandes limites avec les conditions de graissage et la température de régime des paliers; d'autre part, la résistance des bourrages, qui est prépondérante dans les petites unités, est essentiellement variable avec le serrage des presse-étoupe et l'état de plus ou moins grande pureté du fluide évoluant. Pour toutes ces raisons, il n'est guère possible d'évaluer  $N_f''$  qu'en fonction d'un coefficient  $K$  à déterminer expérimentalement dans chaque cas; si, en effet, nous admettons que le poids de la roue varie proportionnellement au carré du rayon extérieur  $r_1$  (1), nous pourrions calculer  $N_f''$  par la relation

$$N_f'' = \frac{1}{75} K r_1^2 \omega \frac{d}{2} \quad (64)$$

(1) Le poids varie un peu plus rapidement que  $r_1^2$  pour deux roues géométriquement semblables, mais en faisant cette hypothèse on tient compte implicitement de ce que la résistance des bourrages est indépendante du poids et partant de  $r_1$ .

$d$  désignant le diamètre moyen des deux tourillons, ou le diamètre moyen des disques de butée s'il s'agit d'une turbine verticale.

**Calcul de  $\frac{N_o}{N_i}$ .** — Connaissant les valeurs de  $N_f'$  et  $N_f''$  il est possible de déterminer  $\frac{N_o}{N_i}$  en fonction de  $x$

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{K r_1^2 \omega \frac{d}{2} + \frac{4}{5} k \delta \pi \omega^3 r_1^5}{\delta Q T_i} \quad (65)$$

Nous considérerons comme précédemment deux cas, suivant que nous adoptons comme variable indépendante le coefficient de vitesse ou le coefficient de débit.

**1<sup>er</sup> cas: En fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — Nous pouvons remplacer

$$T_i \text{ par } c_1^2 \frac{P}{g}$$

$$Q \text{ par } 2 \pi r_1 l_1 \sin \alpha_1 c_1 = 2 \pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 c_1;$$

il viendra après simplification

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left( \frac{d}{2r_1} \right) \frac{u_1}{c_1} \frac{1}{c_1^2} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P} \quad (66)$$

Remplaçons  $c_1^2$  par sa valeur tirée de la relation

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = M$$

de façon à n'avoir plus dans le second membre que des coefficients de proportionnalité et des termes fonction de  $x$

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{\frac{1}{2\pi} g \frac{K}{\delta} \left( \frac{d}{2r_1} \right) x \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} k g x^3}{\varepsilon \sin \alpha_1} \frac{1}{P} \quad (\text{XVII})$$

Même si l'on admet que  $\frac{d}{2r_1}$  est sensiblement constant pour un même type de turbine quelles qu'en soient les dimensions, on ne peut conclure, comme on le voit, que  $\frac{N_o}{N_i}$  soit une fonction de  $x$  indépendante des dimensions sous les réserves déjà faites, car le premier terme du numé-

rateur diminue comme on le voit, à mesure que la hauteur sous laquelle on utilise la turbo-machine est plus grande.

2<sup>e</sup> cas: En fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ . — En remplaçant

$$T_i \text{ par } u_1^2 \frac{P}{g}$$

$$Q \text{ par } 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

$$u_1^2 \text{ par } \frac{2gH'}{M}$$

nous obtiendrons, toutes simplifications faites

$$\frac{N_o}{N_i} = \frac{1}{2\pi} \frac{g}{g} \frac{K}{\delta} \left( \frac{d}{2r_1} \right) \frac{M}{2gH'} + \frac{2}{5} kg \frac{1}{x P} \quad (\text{XVII})_b$$

valeur qui, comme dans le 1<sup>er</sup> cas, dépend de la hauteur disponible.

*Remarque.* — Comme dans la formule (65)  $r_1$  désigne le rayon extérieur, il y a lieu d'observer que pour pouvoir appliquer les formules (XVII) et (XVII)<sup>b</sup> qui en dérivent, au type centrifuge, il faut multiplier le premier terme du numérateur par  $m^2$  et le second terme par  $m^5$ ,  $r_1$  désignant, dans ce type, non le rayon extérieur, mais le rayon à l'ouïe.

#### § 4. — Evaluation de $\frac{f}{Q}$ .

Nous pouvons chercher à déterminer les fuites en fonction du jeu  $e$  aux joints et du rayon moyen  $r'_2$  de celui-ci. En désignant par  $c$  la vitesse moyenne au joint (fig. 5) nous pourrions poser

$$f = 2\pi r'_2 e c. \quad (67)$$

et déterminer  $c$  au moyen de la formule (IV)

$$v(p_1 - p_2) + \frac{c^2}{2g} - T_f = 0 \quad (68)$$

en négligeant la vitesse initiale et en représentant par  $T$  la perte de charge.

Pour simplifier les notations, nous calculerons  $c$  comme si les frottements étaient nuls, quitte à multiplier la valeur trouvée par un coefficient de réduction  $k_2$ , que nous pourrions déterminer soit expérimentalement, soit par le calcul :

$$c = k_2 \sqrt{2g v (p_1 - p_2)} \quad (69)$$

Remplaçons  $v(p_1 - p_2)$  par  $r v(p_e - p_s)$  et multiplions par 2 la valeur ci-dessus pour tenir compte de ce qu'il y a généralement 2 joints de fuite à la même distance de l'axe, et nous obtiendrons,  $c_e$  étant égal à  $c_s$  :

$$1^{\text{er}} \text{ cas : } \frac{f}{Q} = 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \left( \frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\sin \alpha_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (\text{XVIII})$$

$$2^{\text{e}} \text{ cas : } \frac{f}{Q} = 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \left( \frac{e}{r_1} \right) \frac{1}{\sin \beta_1} k_2 \sqrt{Mr} \quad (\text{XVIII})_b$$

Comme on le voit, on peut conclure que si le jeu croît proportionnellement aux dimensions de la roue, ce qui est voisin de la réalité, le rapport  $\frac{f}{Q}$  est indépendant des dimensions, c'est-à-dire qu'il est représenté par une fonction de  $x$  caractéristique d'un type donné, quelle que soit la hauteur sous laquelle ce type fonctionne.

#### CHAPITRE IV

#### CONCLUSIONS. — VALEUR DU COEFFICIENT CARACTÉRISTIQUE D'UN TYPE DONNÉ.

##### § 1. — Conclusions.

Nous sommes en mesure de calculer pour chaque type de turbo-machine, qu'elle soit motrice ou réceptrice, les courbes caractéristiques donnant en fonction du coefficient de vitesse  $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  ou du

coefficient de débit  $x = \frac{w_1}{u_1}$  les valeurs indépendantes des dimensions (abstraction faite de la variation des coefficients  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\psi_1$ ,  $k$  et  $K$  avec les dimensions) variables avec les proportions et les angles,

- 1<sup>o</sup> du coefficient manométrique  $M$
- 2<sup>o</sup> » de puissance  $P$
- 3<sup>o</sup> du degré de réaction  $r$
- 4<sup>o</sup> du rendement indiqué  $\eta_i$
- 5<sup>o</sup> » organique  $\eta_o$
- 6<sup>o</sup> » effectif  $\eta_e$
- 7<sup>o</sup> » total  $\eta$

Ces courbes montrent que toutes les turbo-machines d'un même type ont même rendement (sous la réserve faite précédemment à propos du calcul de  $\frac{N_o}{N_i}$ ) lorsque

- 1<sup>o</sup> l'on fait croître la vitesse périphérique proportionnellement à  $\sqrt{H'}$ .

2° *l'on fait croître le débit proportionnellement à la vitesse périphérique.*

Si, conservant les mêmes dimensions, on fait fonctionner la turbomachine sous les hauteurs manométriques  $H'$  croissantes, on ne pourra conserver le même rendement que

1° *si on fait varier le nombre de tours  $N$  comme  $\sqrt{H'}$ ;*

2° *si on règle le débit de manière à le faire croître proportionnellement à  $N$ .*

Ces conclusions ressortent à la fois de l'examen des courbes caractéristiques en fonction du coefficient de vitesse et en fonction du coefficient de débit.

Si nous examinons les premières, en effet, nous voyons que pour maintenir le même rendement, il faut conserver la même valeur de

$\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  et partant faire varier  $u_1$  comme  $\sqrt{H'}$ ; mais il existe entre le

coefficient de vitesse et la valeur  $x = \frac{u_1}{c_1}$  une relation

$$\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = \frac{x}{M \frac{1}{2}}$$

qui implique que si le coefficient de vitesse reste constant,  $x$  doit garder la même valeur et partant  $c_1$  doit varier comme  $u_1$  ou, ce qui revient au même,  $Q$  doit varier comme  $u_1$  en vertu de la relation de continuité.

Si nous nous en rapportons aux courbes tracées en fonction du coefficient de débit, nous voyons que pour maintenir le rendement constant il faut conserver la même valeur de  $x$  c'est-à-dire faire varier  $w_1$  ou le débit  $Q$ , proportionnellement à  $u_1$ . Comme le coefficient manométrique  $\frac{2gH'}{u_1^2}$  a une valeur unique pour une même valeur de  $x$ , il en résulte que l'on doit faire varier  $\sqrt{H'}$  comme  $u_1$ .

*Remarques.* — Les courbes théoriques que l'on peut déduire des équations trouvées ne coïncident avec les courbes expérimentales que pour la région correspondant au fonctionnement normal pour lequel la machine a été calculée; en d'autres termes les courbes théoriques constituent les courbes enveloppes des courbes expérimentales que l'on pourrait obtenir en faisant varier l'angle  $\beta_1$  d'entrée de la roue, si les courbes sont tracées en fonction du coefficient de vitesse, l'angle d'entrée  $\alpha_1$  du distributeur ou du diffuseur si les courbes sont tracées en fonction du coefficient de débit.

## § 2. — Détermination du coefficient caractéristique d'un type donné.

Arrivé à ce point de la théorie, il nous est possible d'établir un *coefficient caractéristique d'un type donné* dont la valeur peut être calculée en fonction des trois quantités qui sont généralement les données mêmes du problème à résoudre :

1° Le débit  $Q$  en  $m^3/sec.$  que l'on doit utiliser ;

2° La hauteur  $H'$  ou l'énergie  $H'kgm$  disponible par kg de fluide utilisé ;

3° Le nombre de tours  $N$  qui sans être toujours imposé d'une façon absolue, ne peut varier souvent qu'entre d'étroites limites pour satisfaire aux conditions posées par le constructeur électricien.

L'existence d'un tel coefficient implique ceci d'important que pour répondre à un problème déterminé on doit agir non seulement sur les dimensions mais sur les proportions, et que pour donner une solution à tout problème posé, il faut trouver le moyen de réaliser une *valeur quelconque* du coefficient caractéristique, en faisant varier les proportions. Nous verrons que l'on ne peut dépasser certaines limites et que partant il existe des données pour lesquelles le problème se trouve sans solution possible.

**1<sup>er</sup> cas. En fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$ .** — Evaluons  $N_i$  en fonction de  $x = \frac{u_1}{c_1}$

$$N_i = \frac{\partial Q}{75} \frac{T_i}{g} = \frac{\partial Q}{75} \frac{g T_i}{c_1^2} c_1^2$$

Remplaçons dans cette équation,  $Q$  par sa valeur donnée par la formule (19) dans laquelle nous introduirons toutefois deux coefficients de réduction

$k'$  pour tenir compte de l'encombrement de la section, les aubes ne pouvant avoir une épaisseur négligeable ;

$k''$  pour tenir compte de réduction de la section d'écoulement par suite de la contraction de la veine à la sortie du distributeur.

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 k' k'' c_1$$

Remplaçons également  $r_1$  et  $c_1$  par leurs valeurs en fonction de  $N$  et de  $x$  tirées des relations

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 = x c_1$$

$$\frac{2gH'}{c_1^2} = M ;$$

nous obtiendrons

$$N_i = \frac{\delta \sqrt{60^2}}{2g} \frac{1}{75} \frac{1}{\pi} \frac{1}{N^2} \varepsilon k' k'' c_1 \sin \alpha_1 (2g)^{\frac{5}{2}} \frac{H'^{\frac{5}{2}}}{M^{\frac{5}{2}}} x^2 P \quad (70)$$

Groupons dans le premier membre les termes qui ne dépendent que des données et représentons ce premier membre par R

$$R = \frac{N N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{5}{2}}} = \frac{\sqrt{60^2}}{75} \frac{1}{\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2 P}{M^{\frac{5}{2}}} \quad (XIX)$$

Si nous remplaçons  $N_i$  par sa valeur en fonction de  $N_u$  et de  $\eta_i$ , il viendra

$$N_i = \eta_i N_u = \eta_i \frac{\delta Q H'}{75} \text{ pour les turbo-motrices,}$$

$$N_i = \frac{N_u}{\eta_i} = \frac{\delta Q H'}{75 \eta_i} \text{ pour les turbo-réceptrices et partant}$$

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{60^2}}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \alpha_1 \frac{x^2}{M^{\frac{3}{2}}} \quad (XX)$$

R et R', on le voit, sont des fonctions de  $x$ , des coefficients de proportionnalité et des angles. On peut donc dire que le coefficient

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ou} \quad R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}}$$

dont les valeurs sont déterminées quand les données

$$Q \quad H' \quad N$$

sont imposées, ne dépend que des proportions et de  $x$ .

Comme la valeur de  $x$  doit être choisie pour que la turbo-machine fonctionne aux environs du rendement maximum, on peut conclure que pour réaliser la valeur de R résultant des valeurs imposées pour les trois variables Q H' et N, on ne peut agir que sur les proportions et non sur les dimensions, et qu'ainsi à une valeur de R imposée correspond un type déterminé.

2<sup>e</sup> cas : R en fonction de  $x = \frac{w_1}{u_1}$ . — De la formule

$$Q = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 w_1 = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \beta_1 x u_1$$

nous pouvons éliminer  $r_1$  et  $u_1$  en fonction de N et de  $x$

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1 \quad \frac{2gH'}{u_1^2} = M,$$

nous obtiendrons, en groupant les termes qui dépendent de Q, H et N, dans le premier membre :

$$R' = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{60^2}}{2\pi} \varepsilon k' k'' \sin \beta_1 \frac{x}{M^{\frac{3}{2}}} \quad (XX)_b$$

$k'$  et  $k''$  désignant ici respectivement les coefficients d'encombrement de l'aubage et de contraction de la veine à l'entrée de la roue.

Nous arrivons donc aux mêmes conclusions que dans le cas précédent.

## CHAPITRE V

### CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE TURBO-MACHINES A RÉACTION.

Les formules que nous venons d'établir sont absolument générales et s'appliquent aussi bien aux turbines qu'aux pompes, à un fluide compressible qu'à un fluide incompressible, à un type axial qu'à un type hélico-centrifuge ou hélico-centripète, ou bien encore à un type centrifuge pur ou centripète pur. Il convient toutefois de remarquer qu'avec ces dernières, les valeurs de  $r_2$  sont parfaitement définies, tandis qu'avec le type hélico, le rayon  $r_2$  ne peut représenter qu'une valeur moyenne pour les différents filets.

Lorsqu'il s'agit de types hélico-centripètes ou hélico-centrifuges, il convient, pour serrer la vérité de plus près, de décomposer en turbines partielles (deux, trois ou quatre) la turbine donnée, (fig. 8 et 9) et d'appliquer à chacune d'elles les équations trouvées. La décomposition ne peut se faire, il est vrai, qu'en se laissant guider par le sentiment ; il est toutefois possible de se rapprocher par tâtonnements d'une décomposition rationnelle, ainsi que nous le montrerons dans l'étude que nous consacrons au tracé des aubes de turbines à grande vitesse spécifique (1).

Pour ce qui concerne le cas des turbines axiales à grande largeur  $l_1$  (fig. 10), il y a lieu d'en faire une étude spéciale, en intégrant par rapport à  $r$  les équations donnant M et P pour un élément de largeur  $dr$ . Cette question a été traitée par un de nos anciens élèves, M. Jadot, dans un mémoire présenté également dans le présent Congrès.

Tout ce qui se rapporte au coefficient caractéristique R ne s'applique qu'aux turbines à injection totale, puisque la relation fixant la valeur

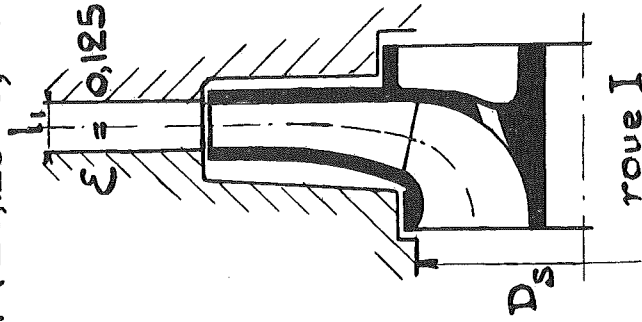
(1) Voir Mémoires du Congrès.



Classification des turbines hydrauliques

T. F. V.  
centripète

$R = 0,125 - 0,04$

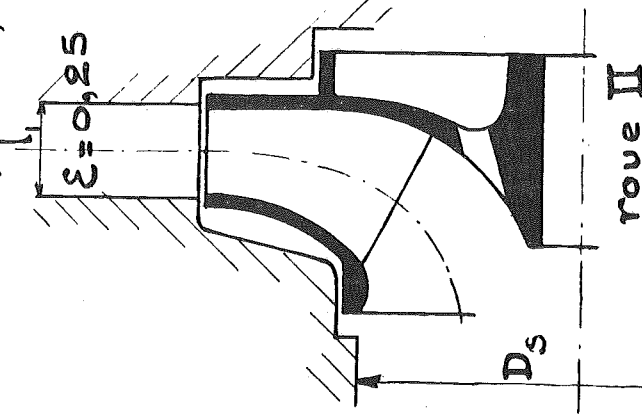


roue I

F. V.

hélico-centripète

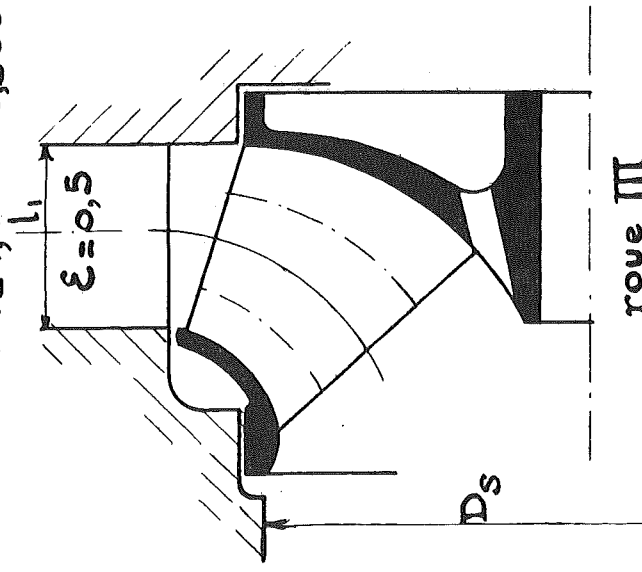
$R = 0,500 - 0,125$



roue II

M. V.

$R = 1,00 - 0,500$



roue III

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Classification des turbo-pompes

T. H. P.  
centrifuge  
 $R = 125 - 4$

H. P.

hélico-centripète

$R = 50 - 125$

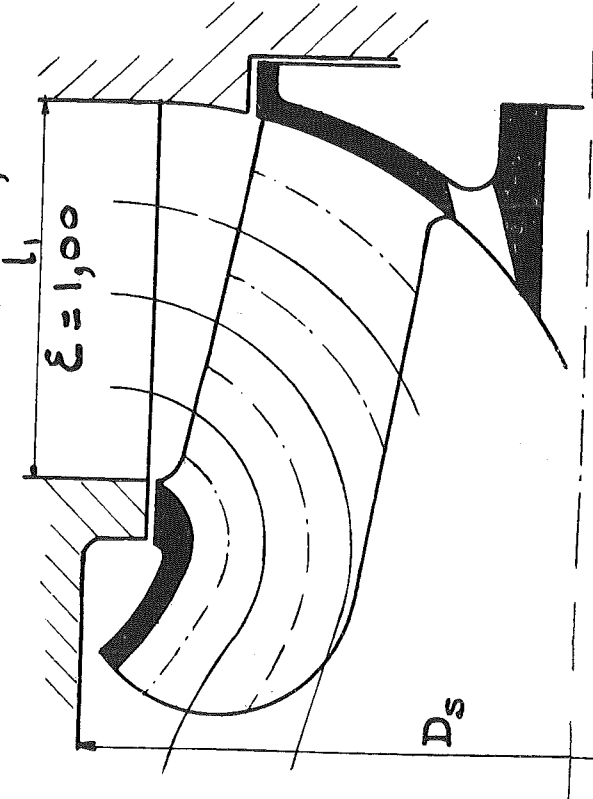
M. P.

$R = 100 - 50$

Classification des turbines hydrauliques

G. V.  
mixte

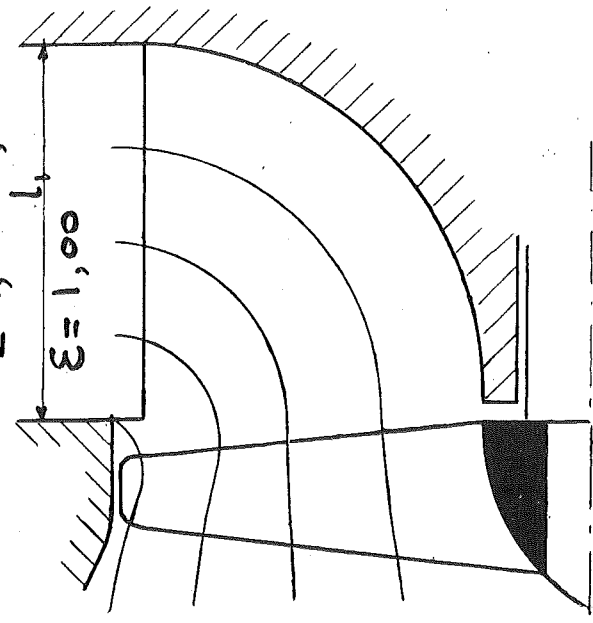
$R = 2,00 - 1,00$



roue IV

T. G. V.  
hélicoïde

$R = 4,00 - 2,00$



roue V

Fig. 9.

Fig. 10.

Classification des turbo-pompes

B. P.  
mixte  
 $R = 200 - 100$

T. B. P.

hélicoïde

$R = 400 - 200$

de ce coefficient n'a été établie qu'en s'appuyant sur la relation de continuité qui suppose implicitement l'existence d'un distributeur s'étendant sur toute la périphérie ; cette action est donc essentiellement particulière à l'étude des turbines à réaction qui constituent d'ailleurs la catégorie de beaucoup la plus importante des turbo-machines, qu'il s'agisse de machines motrices ou réceptrices. Sauf pour les turbines à vapeur et turbines hydrauliques à très hautes chutes, où l'on emploie les turbines d'action, on peut dire que toutes les turbo-machines construites à l'heure actuelle sont du type à réaction. On peut même ajouter qu'elles sont exclusivement du type hélico-centripète, ou hélicoïde, pour les turbines hydrauliques ; centrifuge, hélico-centrifuge et quelquefois hélicoïde pour les pompes et ventilateurs. La raison de l'exclusion des types centrifuge et hélico-centrifuge dans la construction des turbines hydrauliques modernes, tient aux facilités qu'offrent les types centripètes pour la réalisation d'un distributeur à aubes orientables et à la possibilité d'utiliser le tuyau d'évacuation comme transformateur d'énergie cinétique en énergie potentielle de pression, dans des conditions très simples et très efficaces.

L'étude que nous poursuivons peut donc se limiter, si l'on réserve la question des turbines à vapeur d'action et les turbines hydrauliques pour très hautes chutes, à rechercher les courbes caractéristiques des roues à réaction du type :

- 1° centripète, hélico-centripète, mixte et hélicoïde pour les turbines ;
- 2° centrifuge, hélico-centrifuge, mixte et hélicoïde pour les pompes (fig. 6 à 10).

Pour plus de clarté, nous examinerons séparément le cas des turbines hydrauliques et le cas des pompes.

#### A. — Turbines hydrauliques.

Dans les turbines hydrauliques le problème se présente généralement de la manière suivante : *réaliser la plus grande puissance  $N_i$  possible avec le plus grand nombre de tours  $N$  possible pour une hauteur de chute  $H'$  donnée.*

Cela revient à dire que pour résoudre le problème posé il faut concevoir des types capables de fournir des valeurs de  $R$  aussi élevées que possible. La formule (XIX) fait voir que dans ce but l'on doit faire croître l'angle sous lequel se fait la distribution du fluide ; comme  $P$  et  $M$  dépendent toutefois de  $\alpha_1$ , on ne peut conclure *a priori* : il importe donc de déterminer dans quelles limites on peut faire croître  $\alpha_1$  pour ne pas descendre en dessous d'une limite inférieure du rendement ; par contre  $\varepsilon$  n'entrant pas explicitement dans les valeurs de  $P$  et  $M$ , on peut affirmer qu'il y a intérêt en tout état de cause à faire croître  $\varepsilon$ .

Il est facile toutefois de se rendre compte que l'on ne peut agir sur  $\varepsilon$  sans augmenter le diamètre  $D_s$  du tuyau d'évacuation, et cela sous peine

d'accroître la perte d'énergie à la sortie au delà de limites acceptables : le rapport  $m = \frac{r_2}{r_1}$  est donc lié implicitement à la valeur de  $\varepsilon$ .

Pour pouvoir classer les différents types, il importe donc en tout premier lieu de rechercher comment  $D_s$  et  $m$  sont liés à la valeur de  $\varepsilon$ .

Il est rare que l'on descende en dessous de la valeur de  $\varepsilon = 0,1$  dans les turbines à haute chute de même que dans les pompes à haute pression, et cela à la fois pour éviter des difficultés d'exécution et des rendements trop faibles ; on peut donc considérer que  $\varepsilon$  reste compris entre 0,1 et 0,15 pour les roues les plus étroites.

Nous avons adopté pour le tracé du profil de la roue du type centripète pur (fig. 6) la valeur  $\varepsilon = 0,125$ , et nous avons choisi  $D_s$  égal à  $2r_2$ . Cela conduit à une vitesse axiale  $c_s$  dans le tuyau d'évacuation que nous pouvons évaluer en fonction de  $u_1$  et de  $m$  en appliquant la relation

$$Q = \frac{\pi D_s^2}{4} c_s = 2\pi r_1^2 \varepsilon \sin \alpha_1 \frac{u_1}{x}$$

On en tire, en effet,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{c_s}{u_1} \right) \left( \frac{D_s}{2r_1} \right)^2 x \frac{1}{\sin \alpha_1} = 0,125$$

qui pour  $D_s = 2r_2$  donne

$$\frac{c_s}{u_1} = 0,250 \sin \alpha_1 \frac{1}{x} \frac{1}{m^2} \quad (71)$$

Comme l'angle  $\alpha_1$  le plus favorable est environ de  $30^\circ$ , ainsi que cela ressortira des courbes calculées ultérieurement, et que la valeur de  $x$  qui conduit au maximum de rendement est aux environs de  $x = 1,6$ , il vient

$$\frac{c_s}{u_1} = \frac{0,078}{m^2}$$

ce qui avec  $m = \frac{r_2}{r_1} = 0,5$  valeur réalisée dans notre profil (fig. 6) conduit à

$$c_s \approx 0,31 u_1$$

Ainsi pour  $u_1 = 20$  m/sec,  $c_s$  atteindrait 6,2 m/sec ce qui reste acceptable.

Pour la roue hélico-centripète (fig. 7) dont la largeur est doublée de façon que  $\varepsilon = 0,250$ , nous avons adopté  $D_s 0,6 (2r_1)$  de telle sorte que

$$c_s \approx 0,43 u_1$$

valeur assez peu supérieure à la précédente.

Pour les calculs, nous pourrions décomposer la roue en deux, de largeur telle que

$$\varepsilon = 0,125$$

pour chacune ; le rayon  $r_2$  pourra être pris respectivement égal à  $0,5 r_1$  et  $0,6 r_1$ .

Dans la roue hélico-centripète plus large (fig. 8) qui correspond à  $\varepsilon = 0,5$ , la valeur de  $D_s$  a été choisie égale à  $0,85 (2 r_1)$  de manière à conserver

$$c_s \cong 0,43 u_1$$

identique à la précédente.

Pour les calculs nous considérerons cette roue comme constituée par deux roues partielles, présentant l'une une valeur de  $m$  voisine de  $0,5$  et l'autre une valeur de  $m$  voisine de  $0,7$ .

Dans la roue mixte de la figure 9 pour laquelle  $\varepsilon = 1,00$  nous avons adopté  $D_s = 1,3 (2r_1)$  ce qui conduit à

$$c_s \cong 0,37 u_1$$

La roue peut être décomposée en quatre roues partielles présentant des valeurs de  $m$  d'environ

$$0,5 \quad 0,6 \quad 0,9 \quad 1,1$$

Les profils des flasques pour les roues dessinées figures 6, 7, 8 et 9 ne pourraient guère être modifiés si l'on s'impose comme nous l'avons fait un diamètre  $D_s$  du tuyau d'évacuation suffisant pour limiter la vitesse  $c_s$  à une valeur relativement faible et l'on peut montrer expérimentalement pour les pompes en tout cas, qu'il importe de limiter cette vitesse si l'on veut éviter une chute sensible du coefficient manométrique et un abaissement du rendement.

Pour les deux premiers types, on pourrait à première vue semble-t-il faire croître la largeur  $l_2$  à la sortie mais on peut se rendre compte qu'un accroissement de  $l_2$  aurait pour conséquence de faire que la section à la sortie de l'aubage soit plus grande que celle existant à la sortie même de la roue, ce qui de toute évidence amènerait la formation de remous préjudiciables au bon fonctionnement et au rendement de la turbomachine.

Nous sommes donc amené à étudier les courbes caractéristiques des types représentés figure 6 à figure 9, décomposés en éléments caractérisés par les coefficients de proportionnalité

$m = 0,5$	$\nu = 1,6$	désigné sous le n° 1
$m = 0,6$	$\nu = 1,5$	» » 2
$m = 0,7$	$\nu = 1,3$	» » 3
$m = 0,9$	$\nu = 1,05$	» » 4
$m = 1,0$	$\nu = 1,00$	» » 5
$m = 1,10$	$\nu = 0,835$	» » 6

Pour ne pas être conduit à une valeur trop élevée du degré de réaction, nous adopterons pour angle  $\beta_2$  l'angle

$$\beta_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

et nous déterminerons les courbes caractéristiques pour 4 angles  $\alpha_1$  du distributeur

$$19^\circ \quad 24^\circ \quad 30^\circ \quad 36^\circ$$

Cette détermination ne peut se faire qu'à la condition d'adopter une valeur pour le coefficient  $\varphi$  et pour le coefficient  $k_1$ .

Nous prendrons pour  $\varphi$  ainsi que pour  $\varphi_1$  coefficient relatif au distributeur, la valeur limite  $0,975$ .

Pour  $k_1$  coefficient de choc à l'entrée nous adopterons  $0,05$  chiffre également très faible, en raison de ce que pour les roues à grande vitesse, on est conduit à des aubes très plates qui suppriment tout changement brusque de direction à l'entrée de l'aubage.

En ce qui concerne le coefficient  $\psi_1$  qui tient compte de la perte dans le diffuseur (constitué dans les turbines par le tuyau d'évacuation auquel on donne une forme évasée vers le bas) nous ne pouvons qu'adopter un chiffre moyen correspondant à une perte % souvent indiquée comme résultant de l'expérience,  $25\%$  c'est-à-dire

$$\frac{1}{\psi_1^2} = 1,25.$$

Pour le coefficient d'encombrement  $k'$  nous admettons qu'il varie avec  $\sin \alpha_1$  comme l'indique la formule ci-dessous

$$k' = \frac{s}{s + \frac{e}{\sin \alpha_1}} = \frac{120}{120 + \frac{7}{\sin \alpha_1}}$$

qui correspond à une épaisseur d'aube de  $7$  mm. et à une distance entre deux aubes voisines mesurées suivant l'arc à la périphérie, égale à  $120$  mm.

En ce qui concerne le coefficient de contraction nous adopterons la valeur invariable  $0,95$  bien que celui-ci doive dépendre dans une certaine mesure, de l'angle  $\alpha_1$ . Nous avons adopté pour le calcul du rendement organique

$$\frac{d}{2r_1} = 0,18 \quad \delta = 1000 \quad g = 9,81 \quad k = 0,00032$$

La valeur de  $k$  a été prise assez élevée : elle suppose des flasques relativement rugueuses, et elle tient compte dans une certaine mesure de ce que, par suite des remous qui se forment au passage des aubes mobiles en face des aubes fixes du distributeur, un couple supplémentaire

résistant intervient, donnant lieu à une puissance absorbée proportionnelle au cube de la vitesse périphérique.

Comme nous manquons de base pour évaluer le coefficient qui tient compte des frottements de l'arbre dans les paliers et dans les bourrages, nous avons admis comme normal pour  $H' = 7m50$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$   $x = 1,4$   $\varepsilon = 0,5$  la valeur  $\eta'_0 = 0,97$ ; nous en avons déduit

$$K = 600$$

que nous avons conservé pour tous nos calculs.

Nous avons donc déterminé sur les bases indiquées ci-dessus, le rendement effectif  $\eta_e$  et le coefficient caractéristique R en fonction du coefficient de vitesse  $x_1$  pour les valeurs de

$$19^\circ \quad 24^\circ \quad 30^\circ \quad 36^\circ$$

Nous avons recherché sur chacune des courbes de R les points correspondant à des rendements décroissants depuis 0,9 jusque 0,8, et relié tous les points de même rendement. Pour mieux saisir l'influence des rapports  $m$  et  $\nu$ , nous avons tracé les courbes dans l'hypothèse où  $\varepsilon$  pourrait garder la valeur constante  $\varepsilon = 0,5$ . Il en résulte que les chiffres relevés pour R sont 4 fois trop grands s'il s'agit du type centripète pur construit avec  $\varepsilon = 0,125$ , 2 fois trop grands s'il s'agit du type hélico-centripète pour lequel  $\varepsilon = 0,250$ : le rendement organique et partant le rendement effectif devront donc être réduits de plusieurs % ainsi que l'indique la formule (66).

Un premier examen d'ensemble des différents diagrammes donnant les résultats des calculs faits dans les conditions ci-dessus, permet de voir :

1° que la valeur de R croît avec  $\alpha_1$  pour une même valeur de

$$x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}};$$

2° que la valeur de R croît avec  $m$ ;

3° que la valeur de R peut être choisie d'autant plus élevée que l'on accepte un rendement maximum plus faible.

Si l'on examine les courbes de la fig. 11 se rapportant à la roue I, nous pouvons conclure qu'avec le type centripète pur et une largeur correspondant à 0,125, la valeur de R peut varier entre  $\frac{0,160}{4} = 0,04$

et  $\frac{0,500}{4} = 0,125$  sans que le rendement soit inférieur à 0,80, le chiffre indiqué 0,86 sur la figure 11 devant être réduit pour la raison indiquée ci-dessus.

Pour ce qui concerne la roue II que nous pouvons regarder comme constituée par deux roues partielles correspondant à  $m = 0,5$  et à  $m = 0,6$ ; la valeur de R correspondant à ce type peut donc être considérée comme la somme des valeurs de R relevées sur les fig. 11 et 12,

divisées par 4 puisque  $\varepsilon = 0,125$  pour chacune des turbines partielles.

Pour  $\alpha_1 = 30^\circ$   $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,78$  nous obtenons

$$R = \frac{0,460}{4} + \frac{0,540}{4} = 0,250$$

correspondant à un rendement 0,87 indiqué sur les figures 11 et 12 et 0,84 si l'on tient compte de la réduction de la valeur de  $\varepsilon$ .

N° 1.  $m = 0,5$   $\nu = 1,6$   $\varepsilon = 0,5$

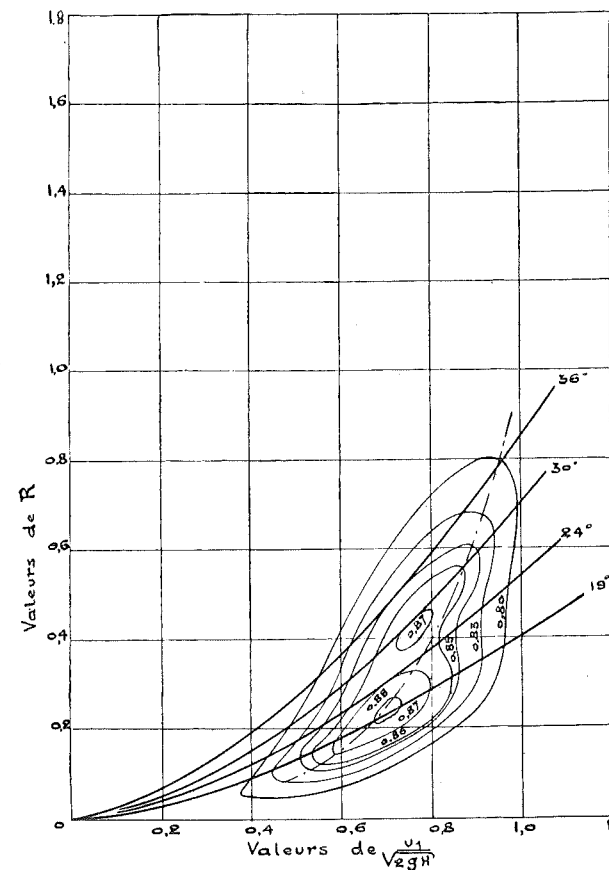


Fig. 11.

En passant à la valeur de  $\alpha_1 = 36^\circ$   $\frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 1,05$  on trouve

$$R = \frac{0,920}{4} + \frac{1,080}{4} = 0,500,$$

le rendement tombant à une valeur moyenne indiquée sur les figures 11 et 12, de 0,80, et passant dans la réalité à 0,775.

N° 2.  $m = 0,6$   $v = 15,$   $\epsilon = 0,5$

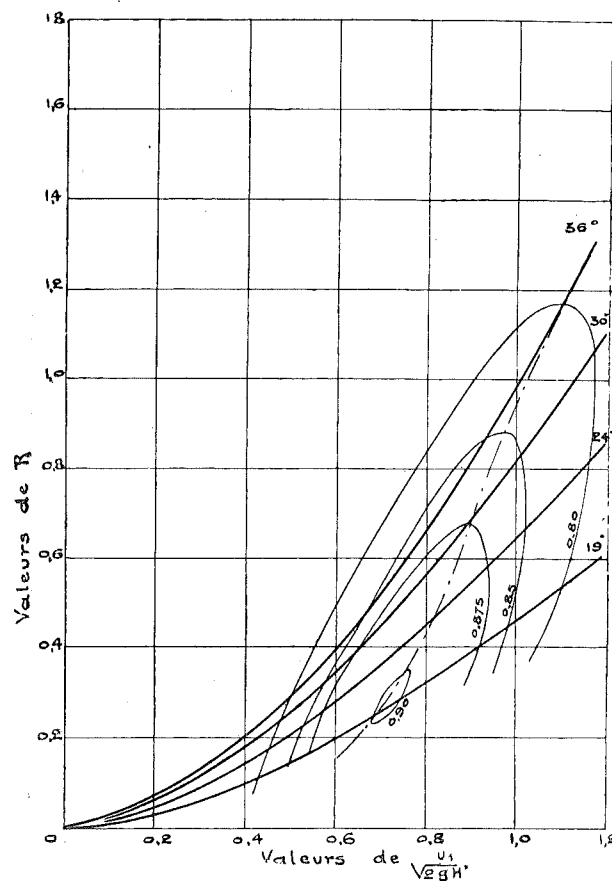


Fig. 12.

Avec la roue III pour laquelle nous pouvons adopter  $m = 0,5$  et  $m = 0,7$ , la valeur de R peut être prise égale à

$$R = \frac{0,55}{2} + \frac{0,45}{2} = 0,500$$

correspondant à

$$\alpha_1 = 30^\circ \quad \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 0,78 \text{ et } \eta = 0,87.$$

A la limite R peut prendre la valeur

$$R = \frac{1,10}{2} + \frac{0,90}{2} = 1,00$$

correspondant à

$$\alpha_1 = 36^\circ \quad \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}} = 1,03 \quad \eta = 0,800.$$

Enfin pour la roue IV, la valeur de R peut être considérée d'après l'examen des mêmes diagrammes, comme comprises entre 1,00 et 2,00 pour un rendement variant entre 0,89 et 0,825, les valeurs limites de  $u_1$  étant respectivement de 0,750 et 0,940, les valeurs de  $\alpha_1$  variant de 30 à 36°.

Nous ne dirons rien pour le moment de la roue V, si ce n'est qu'elle peut conduire à des valeurs de R comprises entre 2 et 4 pour des rendements compris entre 0,850 et 0,750.

Ainsi avec un nombre limité de types (cinq par exemple) on peut répondre à toutes les données, puisque l'on peut réaliser une valeur quelconque de R définie par la relation

$$R = \frac{N_i N^2}{\delta (2g)^{\frac{5}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}$$

pour autant que cette valeur ne dépasse pas 4, et que l'on accepte un rendement limite de 0,80 environ.

Nous proposons de désigner les cinq types représentés par les figures numérotées de 6 à 10, de la manière suivante :

- roue I type centripète pur à très faible vitesse : T F V,
- roue II type hélico-centripète (étroit) à faible vitesse : F V,
- roue III type hélico-centripète (large) à moyenne vitesse : M V,
- roue IV type mixte à grande vitesse : G V
- roue V type hélicoïde pur à très grande vitesse : T G V.

Si l'on compare les différents types construits pour fournir la même puissance sous la même hauteur de chute, on trouve en effet, d'après la formule

$$N^2 = \frac{\delta (2g)^{\frac{5}{2}} H'^{\frac{5}{2}}}{N_i} \times R$$

- que, pour la roue I le nombre de tours maximum étant N,
- » II » » sera .... 2 N,
  - » III » » » .... 2,83 N,
  - » IV » » » .... 4,00 N,
  - » V » » » .... 5,65 N,

Remarquons qu'il est possible de remplacer le type F V par un type double ouïe T F V de même que le type M V est équivalent au type double ouïe F V, et ainsi de suite.

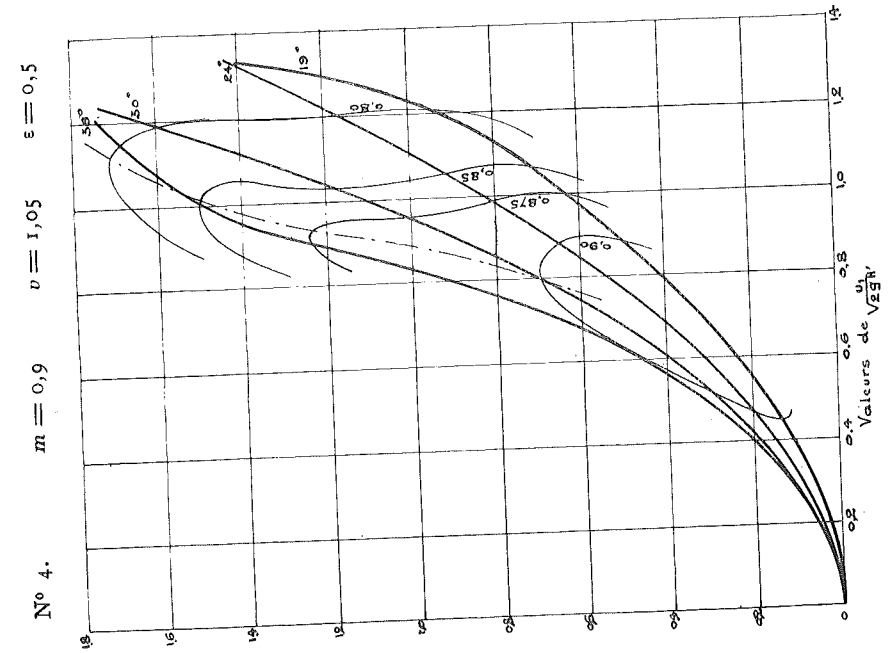


Fig. 14.

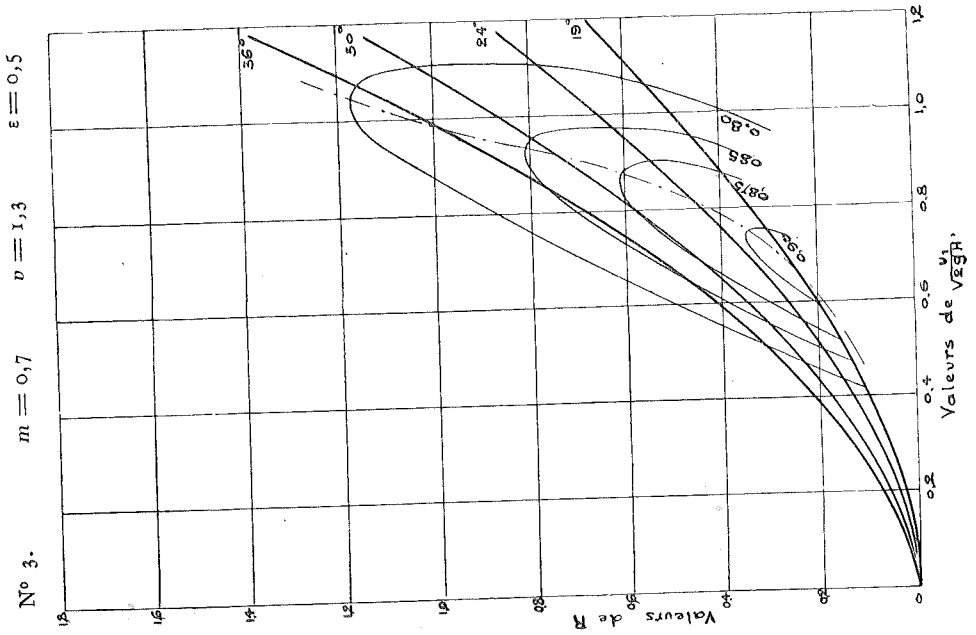


Fig. 13.

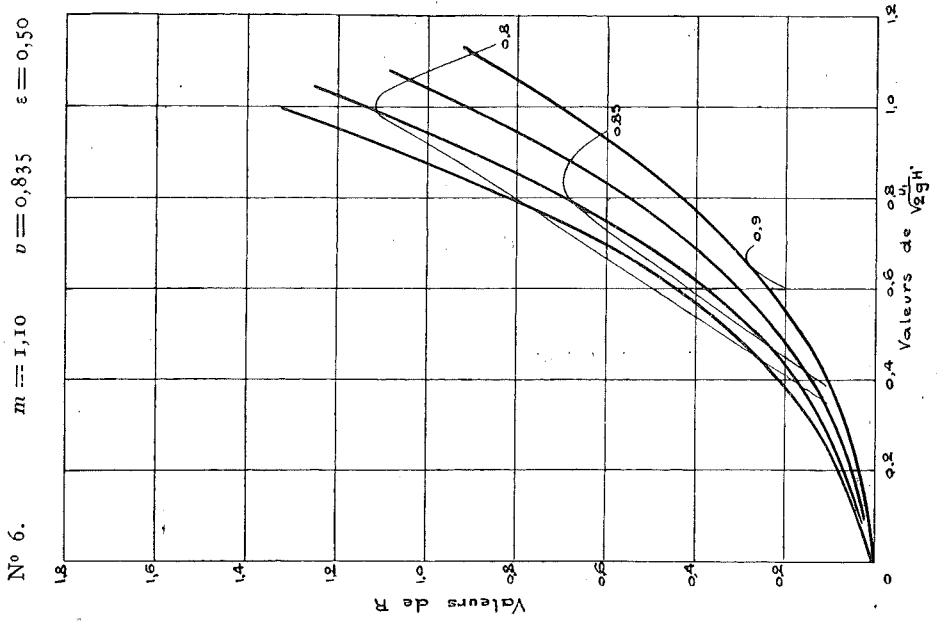


Fig. 16.

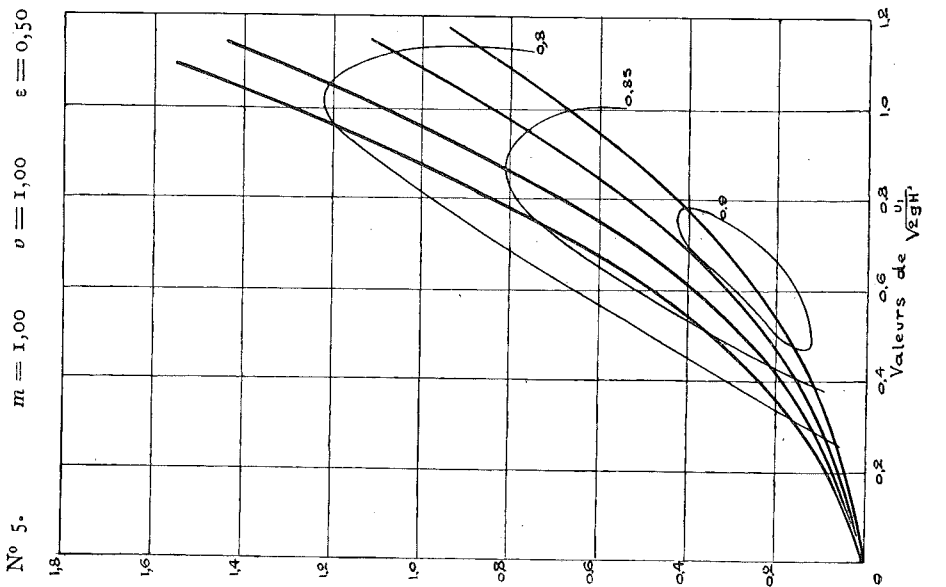


Fig. 15.

Avec les chutes moyennes pour lesquelles la turbine à enveloppe du type horizontal est fréquemment adoptée, on remplace souvent le type M V par le type F V double ouïe équivalent, et le type mixte G V par le type M V double ouïe. On évite ainsi la roue mixte qui est d'un tracé plus délicat : il faut en effet, pour assurer un bon fonctionnement faire en sorte que le degré de réaction soit le même pour toutes les roues « partielles » qui la composent, et l'on ne parvient à ce résultat qu'en faisant croître le rayon  $r_1$  de l'aubage et l'angle de sortie  $\beta_2$  depuis l'élément intérieur jusqu'à l'élément le plus extérieur, ainsi que nous nous sommes efforcé de le faire voir dans l'étude que nous consacrons au *Tracé des aubes des turbines à grande vitesse*.

Avec le type de turbine verticale particulièrement approprié pour les très basses et les basses chutes, on évite systématiquement le type à double ouïe qui conduit à des canaux d'évacuation compliqués de nature à augmenter le prix d'installation et les pertes à la sortie.

Comme d'autre part il y existe un grand intérêt à adopter la plus grande vitesse possible pour permettre l'attaque directe et réduire le prix de la turbine et de l'alternateur, on peut dire que les constructeurs s'en tiennent aujourd'hui au type G V et même depuis quelques années au T G V pour les très basses ou les basses chutes.

### B. — Pompes centrifuges.

Ce que nous venons d'exposer concernant les turbines hydrauliques nous permettra d'être bref pour ce qui regarde les turbo-pompes.

Des considérations analogues à celles que nous avons émises au sujet de la vitesse à l'ouïe dans les roues de turbines, permettent de montrer qu'il y a lieu de faire croître le diamètre  $D_s$  à l'ouïe avec la largeur de la roue, et partant d'adopter un rapport entre  $\varepsilon$  et  $m$ .

Les types proportionnés à ce point de vue sont ainsi représentés par les figures de 6 à 10 aussi bien pour les turbo-pompes que pour les turbines.

Comme dans les pompes la variable indépendante est généralement le débit, nous tracerons la courbe du coefficient R en fonction du coefficient de débit. Nous adopterons pour les coefficients les mêmes valeurs que pour les turbines

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_1^2} = 1,05 \quad \frac{1}{\psi^2} = 1,25 \quad k_1 = 0,05 \quad K = 600 \quad k' = 0,95$$

et pour l'angle de sortie la valeur invariable

$$180^\circ - \beta_2 = 30^\circ.$$

L'indice 1 correspondant cette fois à l'ouïe et l'indice 2 à la périphérie  $m$ ,  $\nu$   $\varepsilon$  et  $n$  sont donnés par les relations

$$m = \frac{r_1}{r_2} \quad \nu = \frac{l_1}{l_2} \quad \varepsilon = \frac{m}{\nu} \frac{l_2}{\nu_2}$$

$$n = \frac{1}{m} \frac{1}{\nu} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}$$

relations qui conduisent aux valeurs numériques suivantes pour les éléments que nous avons désignés antérieurement sous les numéros :

n° 1	$m = 2,00$	$\nu = 0,625$	$\varepsilon = 0,4$	$n = 0,650$
n° 2	1,67	0,667	0,625	0,730
n° 3	1,43	0,770	0,465	0,735
n° 4	1,10	0,950	0,290	0,717
n° 5	1,00	1,00	0,250	0,660
n° 6	0,910	1,20	0,189	0,475

la valeur  $\frac{l_2}{r_2}$  ayant été prise égale à 0,125 pour le n° 1 et 0,250 pour les autres.

En ce qui concerne l'angle d'entrée de la roue, nous avons adopté

180° — 24°	pour les éléments n° 1, 2 et 3
180° — 22°	pour l'élément n° 4
180° — 19°	» n° 5
180° — 15°	» n° 6

et cela afin de se rapprocher d'un même degré de réaction pour les valeurs normales de  $x$ .

La fig. 17 donne les valeurs de R pour les éléments désignés sous les numéros de 1 à 3 en fonction de  $x$  défini par la relation : rapport de la vitesse relative de sortie de la roue à la vitesse périphérique

$$x = \frac{w_2}{u_2} = \frac{n}{m} \frac{w_1}{u_1}$$

que nous appellerons coefficient de débit.

En reliant tous les points de même rendement effectif, on obtient les courbes de la figure 17 qui montrent que

1° la valeur de R croît avec  $m$  et  $\varepsilon$  pour une même valeur du coefficient de débit ;

2° la valeur de R ne peut descendre en dessous de 8 pour  $\varepsilon = 0,250$  et partant 4 pour  $\varepsilon = 0,125$  si l'on s'impose un rendement minimum 0,70 ;

3° la valeur de R peut passer à 57 pour  $\varepsilon = 0,250$  si l'on admet la même limite 0,70.

N° 1	$\frac{I}{m}$	= 0,5
» 2	$\frac{I}{m}$	= 0,6
» 3	$\frac{I}{m}$	= 0,7

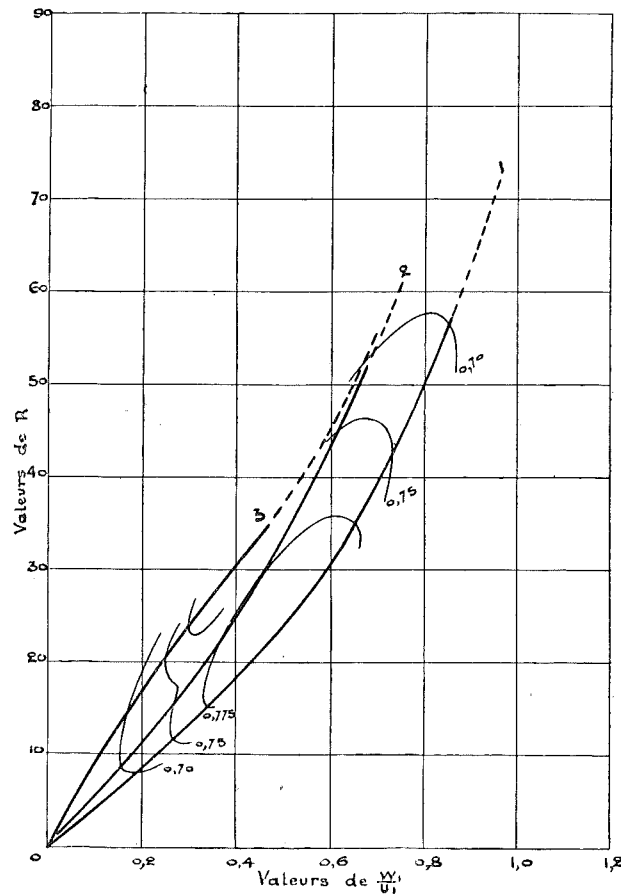


Fig. 17.

En tenant compte de ces diagrammes et de ceux que l'on peut tracer pour les éléments 4,5 et 6, on peut conclure qu'il est possible de réalliser avec la

Roue I	} R = 4 pour x = 0,18	}	$\eta = 0,70$
Roue II	} R = 12 <sup>5</sup> » x = 0,28	}	$\eta = 0,75$

Roue III	} R = 50 » x = 0,45 (moyenne)	}	$\eta = 0,78$
Roue IV	} R = 100 » x = 0,39	}	$\eta = 0,75$

Comme pour les turbines, nous concluons donc qu'il est possible avec cinq types de répondre à toutes les données qui conduisent à une valeur de R comprise entre 4 et 400 environ si l'on accepte comme rendement limite 0,70.

Nous proposons de désigner ces cinq types de la manière suivante :

- roue I type centrifuge très haute pression : T H P
- roue II type hélico centrifuge (étroit) haute pression : H P
- roue III type hélico centrifuge (large) moyenne pression : M P
- roue IV type mixte basse pression : B P
- roue V type hélicoïde pur très basse pression : T B P

Si l'on compare en effet, les différents types construits pour fournir le même débit sous le même nombre de tours, on constate d'après la formule

$$H^{\frac{3}{2}} = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}}} \times \frac{1}{R}$$

que pour la roue I la hauteur maximum étant H,

pour la roue II	la hauteur maximum sera seulement	0,185 H,
» » III	» » »	0,118 H,
» » IV	» » »	0,074 H,
» » V	» » »	0,047 H.

Comme pour les turbines, nous ferons remarquer qu'il est possible de remplacer le type H P par une roue double ouïe du type T H P, de même qu'au type M P on peut substituer le type H P construit en double ouïe.

Nous ajouterons qu'il est plus aisé de réaliser de bons rendements avec les types centrifuge ou hélico-centrifuge qu'avec les types mixte ou hélicoïde pur, en raison de la difficulté de tracer l'aubage de ces derniers pour assurer le même degré de réaction à tous les filets.

**CONCLUSIONS GÉNÉRALES.**

Tous les chiffres cités sont déduits exclusivement de la théorie que nous avons exposée et sont établis en adoptant des coefficients de frottement et de choc *invariables* pour toutes les roues.

Si comme nous le croyons, ces chiffres cadrent entièrement avec ceux déduits des résultats d'expériences, cela ne peut tenir au choix judicieux



des coefficients, puisque nous avons gardé ceux-ci invariables dans tous les calculs, mais à la valeur de la théorie.

Cette théorie permet donc non seulement d'expliquer les lois de similitude énoncées dans l'introduction à cette étude, mais encore de montrer :

1° que ces lois de similitude ne constituent qu'une première approximation puisque le rendement et le coefficient manométrique croissent dans des limites relativement restreintes il est vrai, avec les dimensions du type considéré ;

2° que chaque type peut être caractérisé par un nombre si l'on s'impose un rendement déterminé ;

3° que pour les turbines le nombre caractéristique R peut prendre toutes les valeurs depuis 0,04 jusque 4,00 si l'on admet que le rendement puisse varier entre les limites 0,875 et 0,775 environ ;

4° que pour les pompes le nombre caractéristique R défini par la relation

$$R = \frac{Q N^2}{(2g)^{\frac{3}{2}} H'^{\frac{3}{2}}}$$

peut varier entre 4 et 400 le rendement restant compris entre 0,80 à 0,70 en chiffres ronds.

Cette dernière conclusion reste vraie pour les ventilateurs puisque le poids spécifique du fluide n'intervient pas dans la formule, à la condition d'entendre par hauteur manométrique  $H'$  de refoulement, la hauteur exprimée en m. d'air, c'est-à-dire

$$H' = \frac{1000 h}{\delta}$$

$h$  représentant la dépression ou la surpression totale en mm. d'eau, et  $\delta$  le poids spécifique de l'air à la température et à la pression considérées.

Entre la valeur R donnée par la formule XIX et la valeur de  $n_s$ , que l'on désigne généralement dans la littérature technique sous le nom de nombre de tours spécifique, on a la relation

$$n_s = 295 \sqrt{R}$$

Nous ferons remarquer en terminant que la valeur de  $x_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2gH'}}$  étant connue, la valeur de  $u_1$  et partant de  $r_1$  s'en déduira directement en fonction de  $H'$  qui constitue l'une des données.

Si la valeur de  $M_2^2 = \sqrt{\frac{2gH'}{c_1^2}}$  est également fournie en fonction de  $x_1$ , on pourra en déduire  $x$  par la relation

$$x = \frac{u_1}{c_1} = x_1 M_2^2$$

et partant la valeur de  $c_1$  puis celle de  $\beta_1$  par le tracé des triangles des vitesses à l'entrée.

Ainsi les trois valeurs

$$\begin{array}{cccc} & N_i & H' & \text{et} & N \\ \text{ou} & Q & H' & \text{et} & N \end{array}$$

étant connues, il suffira de calculer R pour déterminer le type qui s'impose.

Les courbes caractéristiques de ce type étant connues, la détermination des dimensions et des angles à l'entrée et à la sortie se fera avec la plus extrême simplicité. On pourra toujours, en faisant varier légèrement  $\epsilon$  autour de la valeur moyenne correspondant à chaque type, se rapprocher de la valeur de  $x_1$  qui conduit au rendement maximum.

L'examen des courbes caractéristiques des turbines montre comment varie le rendement *en fonction de la puissance*.

Si nous menons, en effet, une verticale d'abscisse égale à  $x_1$ , cette verticale coupera les courbes de R en des points qui nous donneront R pour chacune des valeurs de  $\alpha_1$ . Or R est proportionnel à  $N_i$ , lorsque  $H'$  et N sont constants.

On peut voir que si la turbine est construite avec un angle  $\alpha_1 = 30$  ou  $36^\circ$  pour la puissance maximum, le rendement ira croissant légèrement tout d'abord jusqu'à 1/2 ou 3/4 charge, suivant la valeur adoptée pour  $x_1$  et l'allure des courbes caractéristiques.

Nous croyons pouvoir dire en terminant cette étude, que nous avons tiré tout ce qui était possible de la théorie élémentaire, et l'on conviendra que les lois que l'on en déduit se vérifient, « qualitativement » tout au moins, avec un ensemble remarquable. A l'heure actuelle où l'on tend à édifier une nouvelle théorie basée sur l'étude des tourbillons, il était nécessaire de mettre la première entièrement au point, ne fut-ce que pour mieux voir si les conclusions que l'on peut en déduire justifient les complications mathématiques auxquelles elle donne lieu.

B: 3187

Université de Liège Bât. B28  
B-4000 LIÈGE (Sart Tilman)  
Tél. 04 / 366.26.78 - 366.27.89  
Fax 04 / 366.28.73

# Congrès Scientifique International

placé sous le Haut Patronage du Roi

ORGANISÉ PAR

l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liège

A. I. Lg.

A L'OCCASION DU

75<sup>e</sup> ANNIVERSAIRE DE SA FONDATION

Liège : 18 au 24 Juin 1922

## Section de Mécanique

TOME I

Université de Liège  
BST - Sciences Appliquées et Mathématiques  
1, Chemin des Chevreuils; Bât. B28  
B-4000 LIÈGE

IMPRIMERIE H. VAILLANT-CARMANNE

4, PLACE SAINT-MICHEL, 4

1923