

# LES TURBINES A VAPEUR

PAR

**Ch. HANOCO,**

Ingénieur, Assistant à l'Université de Liège.

---

Note communiquée à l'Association des Ingénieurs sortis de l'Ecole de Liège (Section de Liège) le 2 décembre 1906.

---

## Introduction.

L'idée de faire tourner une roue, au moyen d'un jet de vapeur dirigé sur des aubes fixées à sa périphérie, est vieille de plusieurs siècles ; la réalisation pratique d'un moteur fonctionnant sur ce principe date à peine de vingt ans ! C'est qu'il fallait, pour résoudre industriellement le problème, atteindre une consommation comparable à celle de la machine à vapeur à piston, et pour cela adopter, comme l'a montré plus tard la théorie, de très grandes vitesses périphériques. De là, la nécessité de faire usage de matériaux pouvant résister aux tensions excessives résultant de la force centrifuge ; de là aussi des difficultés d'ordre mécanique, qui ne pouvaient être surmontées qu'en disposant de l'outillage perfectionné d'aujourd'hui.

D'ailleurs les vitesses angulaires auxquelles on était conduit, limitaient l'emploi de tels moteurs à des applications spéciales comme l'attaque directe de ventilateurs,

de pompes centrifuges et de dynamos. La réussite commerciale était donc, en définitive, liée à la généralisation des applications de l'électricité dans l'industrie.

C'est en 1884 que l'ingénieur anglais *Parsons* réalisa, sur les idées émises en 1853 par le savant français *Tournaire*, la première turbine qui ait fonctionné industriellement; cette turbine tournait à la vitesse angulaire de 18.000 tours par minute et commandait une dynamo de la puissance de 10 chevaux. En 1889, *de Laval*, ingénieur suédois, parvint, après de nombreux tâtonnements, à mettre sur pied une turbine tournant à la vitesse effrayante de 30.000 tours et attaquant, au moyen d'un engrenage, une dynamo à la vitesse de 3000 tours.

C'est donc à ces deux hommes ingénieux et tenaces que l'on doit la réalisation pratique des idées émises bien longtemps avant eux, et indiquées dans de nombreux brevets.

En présence de ces succès, *Rateau* en France, *Curtis* en Amérique, et à leur suite de nombreux constructeurs, s'ingénierent à modifier et à perfectionner le nouveau moteur. Ils créèrent de nombreux types que nous allons chercher à classer et à décrire.

## CHAPITRE I.

### Classification des différents types de turbines.

On peut diviser les différents types de turbines à vapeur, en deux grandes catégories :

A. *Les turbines d'action* dans lesquelles la vapeur se détend entièrement dans des aubages *fixes*.

B. *Les turbines à réaction* dans lesquelles la vapeur se détend, soit entièrement dans des aubages *mobiles*, soit, *en partie* dans des aubages *fixes*, *en partie* dans des aubages *mobiles*.

Chacune de ces catégories peut comporter :

a) *Des turbines axiales* où la vapeur suit depuis son entrée jusqu'à sa sortie, un chemin parallèle à l'axe de rotation ;

b) *Des turbines radiales* où la vapeur suit un chemin perpendiculaire à l'axe de rotation.

Comme chaque ailette doit être parachevée de manière à éviter toute rugosité de surface qui entraînerait une perte par frottement considérable, on n'a pas réalisé de turbines avec aubes à surface gauche.

Suivant que la vapeur est injectée sur tout le pourtour des roues mobiles, ou seulement sur une partie, on dit que la turbine est à :

a) *Injection totale*,

ou b) *Injection partielle*.

On pourrait aussi distinguer :

a) *Les turbines à axe horizontal*,

b) *Les turbines à axe vertical*.

### Description schématique et fonctionnement des différents systèmes de turbines à vapeur.

#### A. — Turbines d'action ou d'impulsion.

1) *Turbine à disque simple*. — La fig. 1 donne une coupe schématique d'une turbine de ce système, qui n'est autre que la turbine *de Laval*; la roue mobile est projetée verticalement; nous avons montré en *c* la section des aubes disposées *radialement* à la périphérie. Nous avons donné (fig. 2) une vue perspective d'une roue *de Laval* avec ses quatre tuyères placées symétriquement, afin de bien faire comprendre la disposition des aubes et des tuyères dans une turbine *axiale*.

La vapeur venant de la chaudière en *a* (fig. 1) se détend

entièrement jusqu'à la pression du condenseur, dans la tuyère fixe *ab*; elle acquiert ainsi une vitesse d'environ 1200 mètres par seconde, pour une pression d'amont de

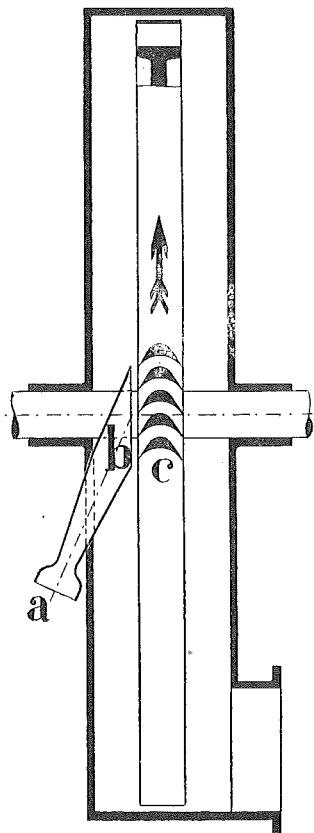


Fig. 1.

10 atmosphères. Le jet de vapeur est dévié par les aubes, et de cette déviation d'un fluide en mouvement, résulte une poussée et, par conséquent un couple qui, s'il est supérieur au couple résistant, entraîne la roue dans la direction de la flèche. A mesure que la vitesse périphérique de la roue augmente, le travail sur l'arbre augmente et la vitesse absolue de sortie du fluide diminue, comme le montre l'application du théorème de la composition des vitesses (1). Le travail maximum récupéré sur l'arbre correspond évidemment à une vitesse absolue de sortie minimum; or ce résultat est atteint pour une vitesse périphérique égale environ au tiers de la vitesse d'injection, soit 400 mètres. Pour atteindre cette vitesse périphérique, avec un disque de petit diamètre, 0<sup>m</sup>40 par exemple, il faut adopter une vitesse angulaire de rotation de 18.000 tours par minute.

(1) Nous rappelons ce théorème page 157 et nous en montrons l'application page 169.

Pour ramener cette vitesse à un nombre de tours acceptable, il faut nécessairement employer un engrenage.

La solution si simple d'une turbine à un disque, se complique donc d'un harnais réducteur qui en diminue le rendement, tout en augmentant les frais de construction et d'entretien.

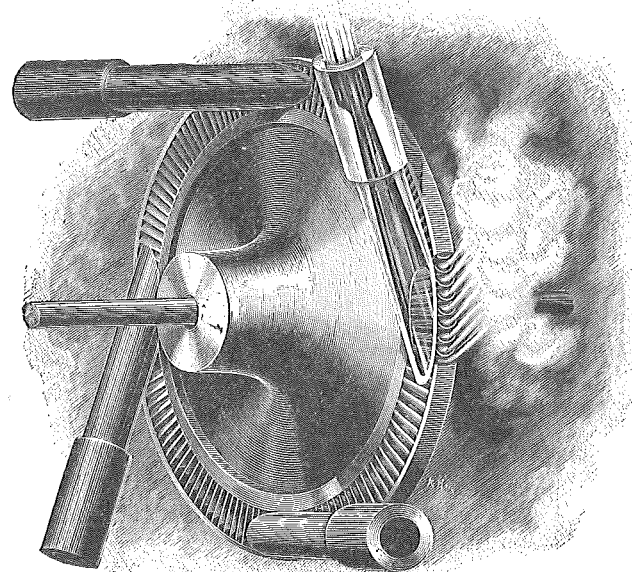


Fig. 2.

On a donc cherché à diminuer la vitesse périphérique, de manière à permettre l'attaque directe avec des disques de diamètre relativement faible, tournant à 3000 ou 4000 tours, pour les petites puissances.

Avec les turbines d'action, on peut y arriver de deux manières différentes, en fractionnant *a*) la chute de vitesse ou *b*) la chute de pression.

2) Turbine à chutes de vitesse. — On emploie une vitesse périphérique plus petite que dans la turbine à disque

simple, et comme la vitesse de sortie de l'aubage *c* (fig. 3) est alors *plus grande*, on dirige le jet de vapeur sur un *second aubage e*, fixé à la périphérie de la même roue; la vitesse absolue finale est alors plus faible et le rendement de l'ensemble est augmenté.

La fig. 3 représente la coupe schématique d'une turbine de ce système, en projection verticale. Les aubes *d* qui renvoient la vapeur sur le second aubage *e*, sont fixées à l'enveloppe; nous les avons néanmoins montrées en coupe pour la compréhension du système.

Une telle turbine est dite à deux chutes de vitesse, mais on peut avoir une turbine à trois et même quatre chutes. Le calcul montre que le *rendement maximum* est atteint pour une vitesse périphérique d'autant plus *petite*, que le nombre de chutes est plus grand; mais ce rendement maximum est d'autant plus faible qu'il y a plus de chutes de vitesse, puisque le chemin parcouru par

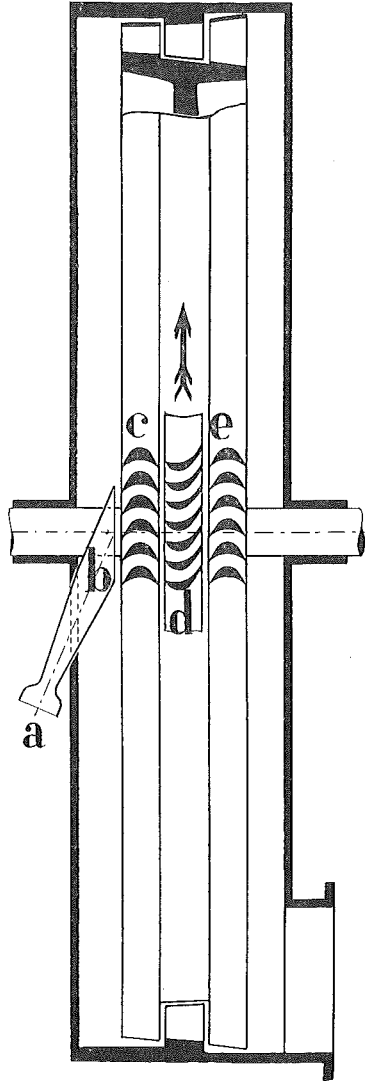


Fig. 3.

la vapeur croît proportionnellement au nombre de chutes et que les pertes par frottement sont, toutes choses égales, proportionnelles au chemin parcouru.

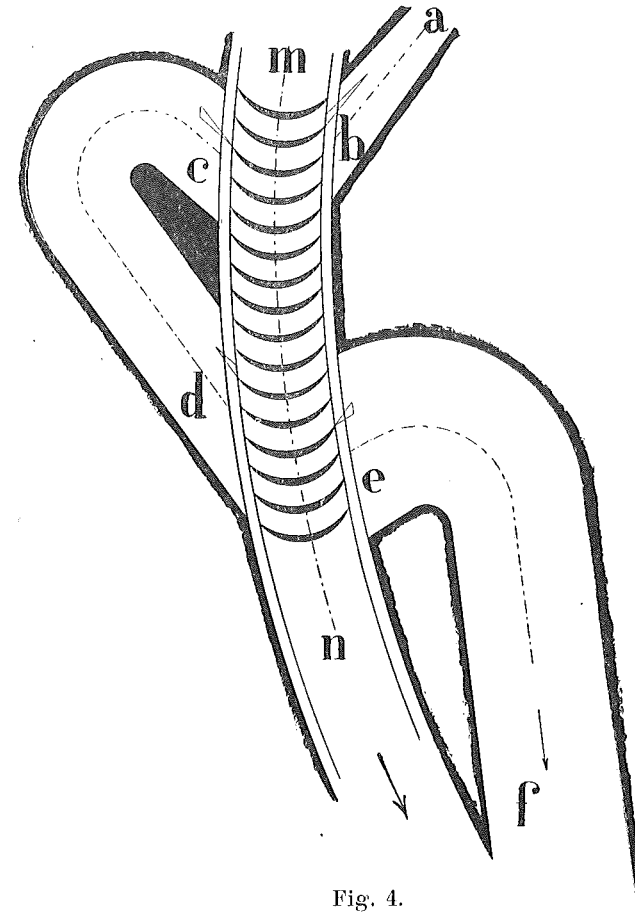


Fig. 4.

La fig. 4 montre comment, dans la turbine *Kolb*, on a réalisé plusieurs chutes de vitesse en renvoyant la vapeur sur un même aubage. La disposition adoptée est la disposition *radiale*, c'est-à-dire que la vapeur est dirigée

suivant  $ab$  et circule dans l'aubage perpendiculairement à l'axe.

La figure montre la coupe des aubes qui sont fixées à la périphérie du disque mobile  $mn$  perpendiculairement au plan de ce disque.

La vapeur suit le chemin  $abcdef$ , et la roue tourne dans le sens de la flèche.

3) Turbine à chutes de pression. — Le second moyen de réduire la vitesse périphérique, est de fractionner la chute totale de pression dont on dispose.

La fig. 5 représente une turbine à trois chutes de pression; les roues mobiles 1, 2, 3 sont projetées verticalement et les groupes d'aubes fixes  $a, b, c$  sont disposés symétriquement à la périphérie. Ce schéma donne le principe des turbines *Rateau* et *Zoelly* qui comportent 10 et jusque 20 chutes.

La vapeur se détend dans un premier aubage fixe  $a$  de la pression de la chaudière, 10 atmosphères par exemple, à une pression de 2,5 atmosphères; la vapeur acquiert ainsi une vitesse de 700 mètres environ, au lieu de 1200 mètres, comme dans le cas de la détente *en une seule fois*.

Le fonctionnement de la roue 1 est le même que dans le cas de la turbine à roue unique. La vapeur à la sortie se détend dans l'aubage fixe  $b$  de la pression de 2,5 atmosphères à la pression de 0,5 et acquiert encore une vitesse d'environ 700 mètres.

On voit donc que l'on a de cette manière plusieurs cellules et plusieurs roues calées sur un même arbre, chacune de ces roues fonctionnant de la même manière que le disque d'une turbine *de Laval*. La différence est que, pour un *même rendement*, la vitesse périphérique peut être réduite ici dans le rapport  $\frac{700}{1200}$ .

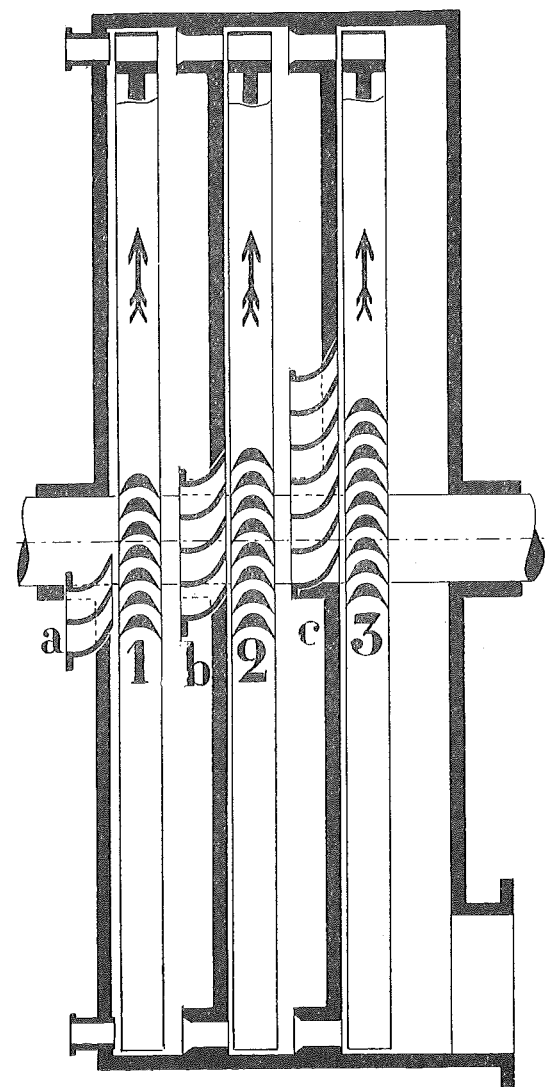


Fig. 5.

La répartition des pressions dépend des rapports entre les sections des aubages fixes *a*, *b*, *c*.

Nous verrons au chapitre suivant comment on calcule ces sections.

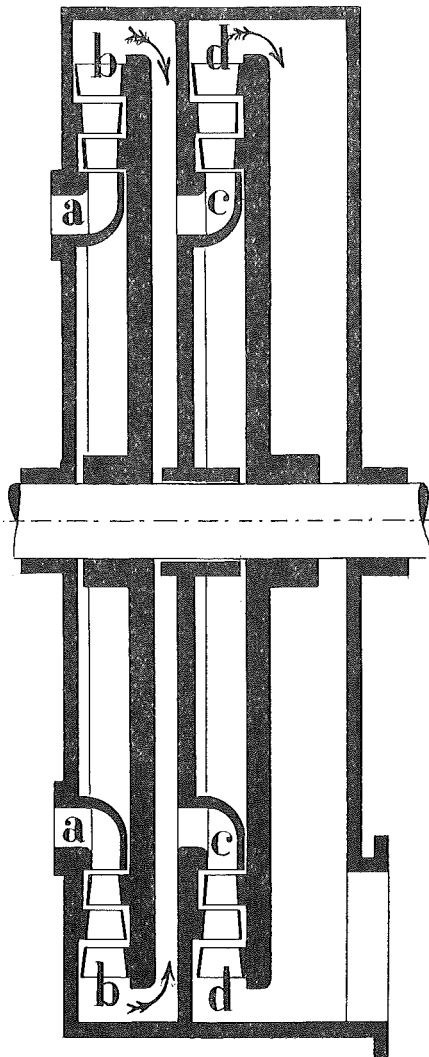


Fig. 6.

Le chemin parcouru par la vapeur est trois fois plus grand que dans le cas d'une roue unique, mais la vitesse maximum est de 700 mètres, au lieu de 1200 mètres. Comme les pertes sont proportionnelles au chemin parcouru et au carré de la vitesse, le rendement de l'ensemble est plutôt supérieur à celui d'une turbine à roue unique.

4) Turbine à chutes de pression et chutes de vitesse. — On peut employer dans chaque cellule, une roue à deux ou trois chutes de vitesse. On a ainsi un système combiné qui participe des avantages des deux précédents, simplicité du

système à chutes de vitesse, bon rendement du système à chutes de pression.

C'est sur ce principe que repose la construction des turbines *Curtis* et des turbines de l'*A. E. G.*

La fig. 6 représente une turbine à deux chutes de pression et deux chutes de vitesse par chute de pression. La disposition est celle d'une turbine *radiale*; la vapeur entre en *a* et sort en *b*, rentre en *c* et sort en *d*. On voit qu'avec cette disposition radiale, la vapeur doit faire un parcours *bc* beaucoup plus grand qu'avec la disposition axiale; c'est pour cette raison que les constructeurs adoptent plus particulièrement celle-ci.

En résumé, les turbines d'action sont caractérisées par la détente totale dans la partie fixe et par conséquent par l'égalité des pressions de part et d'autre de la roue mobile, ce qui entraîne les conséquences suivantes :

- 1) Il n'y a pas de poussée sur l'axe.
- 2) Il n'y a pas de fuites possibles sur le pourtour de la roue; on peut laisser un jeu de plusieurs millimètres entre la partie fixe et la partie mobile.
- 3) La section d'entrée de l'aubage mobile est égale à la section de sortie, ou un peu plus grande.
- 4) On peut employer l'injection partielle.

Ces turbines d'action se divisent en turbines :

- a) A disque simple (*de Laval*) (fig. 1 et fig. 2).
- b) A chutes de vitesse (*Kolb*) (fig. 3 et fig. 4).
- c) A chutes de pression (*Rateau, Zoelly*) (fig. 5).
- d) A chutes de pression et chutes de vitesse (*Curtis, A. E. G.*) (fig. 6).

## B. — Turbines à réaction.

1) **A réaction totale.** — La fig. 7 représente la coupe schématique d'une turbine fonctionnant sur ce principe, qui n'est autre que le principe du tourniquet hydraulique.

La vapeur pénètre en *a* à travers l'axe et sort par l'ajutage *b*, en se détendant depuis la pression de la chaudière jusqu'à la pression du condenseur. La vapeur

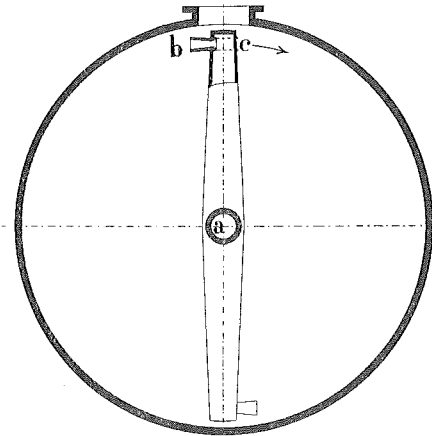


Fig. 7.

exerce sur la portion de paroi *c*, opposée à l'ajutage, une *poussée qui n'est pas équilibrée* et qui tend à faire tourner la roue dans le sens de la flèche.

Le travail produit augmente à mesure que la vitesse périphérique croît ; le maximum est atteint pour une vitesse égale à la vitesse de

sortie de la vapeur, puisqu'alors la vitesse absolue de sortie est nulle.

La vapeur, comme on le voit, *se détend entièrement dans la partie mobile*, et cette détente a lieu que l'ajutage soit *en mouvement ou non*. Aucune turbine de ce système n'a été réalisée industriellement, mais sa description permet de faire comprendre plus aisément le fonctionnement de la turbine à *réaction partielle*.

2) **A réaction partielle.** — Une telle turbine est ordinairement réalisée avec *un grand nombre de chutes de pression*. Dans la coupe schématique (fig. 8), il n'y a que

trois chutes. Pour comprendre sa description, il est préférable d'imaginer une turbine à une seule chute de pression ; il suffit de supposer que les aubes *c* de la fig. 1 sont

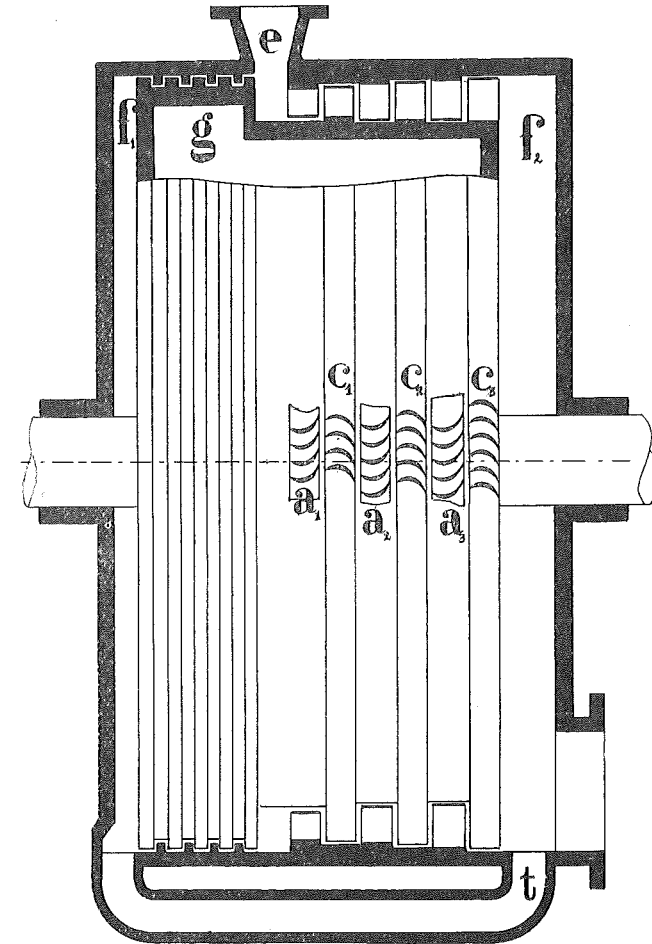


Fig. 8.

remplacées sur toute la périphérie par des aubes ayant la forme *c<sub>1</sub>* (fig. 8) et que la tuyère *ab* est remplacée par des aubes fixes telles que *a<sub>1</sub>* disposées sur tout le pour-

tour. Les jets de vapeur sortant alors des ajutages fixes  $a_1$  étant déviés par les aubes mobiles, exercent une poussée comme dans le cas des roues à action; mais comme la section des aubes  $c$  va *décroissant*, il y a nécessairement *accroissement de vitesse* et par conséquent *détente*. Par suite de cette détente, il y a, comme dans le cas de la fig. 7, une *réaction non équilibrée* qui elle aussi tend à faire tourner la roue. Ainsi dans ce cas la partie mobile tend à se déplacer par *impulsion* et par *réaction*.

Il est maintenant facile de comprendre le schéma (fig. 8); il y a trois séries d'aubes fixes  $a_1, a_2, a_3$ , et trois séries d'aubes mobiles  $c_1, c_2, c_3$ .

La vapeur se détend depuis l'entrée en  $e$  jusqu'à la sortie en  $f_2$ , de telle manière que la vitesse à l'extrémité de chaque aubage mobile ou fixe soit la même ou aille en croissant. On arrive à ce résultat, en proportionnant convenablement les hauteurs des aubes, et nous verrons au chapitre III, qu'on est obligé d'adopter un tambour à plusieurs diamètres, pour ne pas être amené à réduire la hauteur des premières aubes à une fraction de millimètre.

Pour équilibrer la poussée sur l'axe, qui résulterait de la différence des pressions de part et d'autre du tambour, on met en relation, au moyen d'un tuyau  $t$ , les extrémités  $f_1$  et  $f_2$  et on emploie un joint en labyrinthe  $g$  pour diminuer la fuite.

En résumé, les turbines à réaction sont caractérisées par la détente *totale* ou *partielle dans la partie mobile*, et par conséquent *par une différence de pression de part et d'autre des aubes mobiles*, ce qui entraîne les conséquences suivantes :

- 1) Il y a une poussée sur l'axe qu'il faut équilibrer.
- 2) Il faut, pour réduire la fuite sur le pourtour de la roue, diminuer le jeu entre celle-ci et la partie fixe.
- 3) L'emploi de l'*injection partielle* est impossible, parce

qu'elle entraînerait une dispersion des jets de vapeur sortant des aubes fixes; en effet la vapeur, par suite de la différence de pression existant de part et d'autre de la roue, chercherait à passer sur tout le pourtour de celle-ci. On est donc forcé, avec les turbines à réaction, d'employer l'*injection totale*.

4) La section d'entrée de l'aubage mobile est nécessairement plus grande que la section de sortie.

Nous verrons plus loin, au chapitre III, les différences de construction que ces nécessités entraînent.

Les turbines à réaction se divisent en turbines :

- a) A *réaction totale* (non réalisée) (fig. 7).
- b) A *réaction partielle*  $\left\{ \begin{array}{l} \text{à un disque (non réalisée).} \\ \text{à plusieurs chutes de pression} \\ \text{(Parsons) (fig. 8).} \end{array} \right.$

REMARQUE I. — On appelle *degré de réaction* le rapport de l'énergie dépensée dans l'aubage mobile, à l'énergie totale dépensée dans l'aubage fixe et l'aubage mobile.

Nous verrons pourquoi on adopte ordinairement  $1/2$  comme degré de réaction.

REMARQUE II. — Pour un même nombre de chutes de pression, la *vitesse maximum de la vapeur* est moindre dans les turbines à réaction, puisque la détente se fait à la fois dans l'aubage fixe et dans l'aubage mobile. Il en résulte que les pertes par frottements sont, toutes choses égales, plus petites et par conséquent que le rendement est plus élevé.

Cette description générale étant faite, nous pouvons aborder la théorie et le calcul des turbines; mais auparavant, il nous a paru utile de rappeler quelques notions fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique.



## CHAPITRE II.

## Rappel de quelques notions fondamentales.

On appelle *vitesse*  $v$  d'un corps en mouvement le rapport du chemin  $ds$  parcouru par ce corps, au temps  $dt$  employé à le parcourir. On a donc :

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

La vitesse est complètement déterminée dans l'espace, quand on connaît la direction, le sens et la valeur algébrique  $v = \frac{ds}{dt}$ . On peut donc représenter une vitesse par un vecteur.

Si un corps se déplace sur une trajectoire AB (fig. 9) et que cette trajectoire se déplace elle-même dans l'espace,

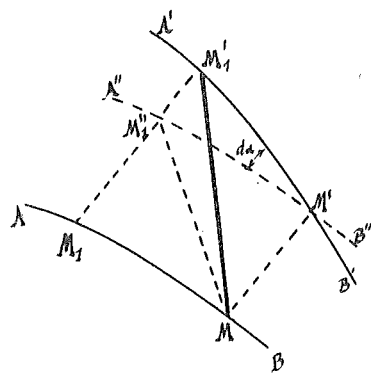


Fig. 9.

on peut considérer la vitesse sur la trajectoire ou *vitesse relative*  $v_r$ , la *vitesse d'entraînement*  $v_e$  de la trajectoire, et chercher la relation  $v_r$ ,  $v_e$  et  $v$ , vitesse absolue dans l'espace.

Supposons qu'après le temps  $dt$  (fig. 9), le point M soit venu  $M_1$ , sur la trajectoire AB. Pendant ce temps  $dt$  la trajectoire AB est venue en  $A'B'$  et nous pou-

avons supposer qu'elle a été amenée dans cette position par une translation en  $A''B''$ , et une rotation de  $A''B''$  en  $A'B'$ .

Après le temps  $dt$ , le point M sera donc venu en  $M'_1$  et le chemin parcouru dans l'espace  $MM'_1$  est égal, en

négligeant  $M''_1M'_1$  qui est une quantité infiniment petite par rapport à  $MM'_1$  :

$$\overline{MM'_1} = \overline{MM_1} + \overline{M_1M''_1}.$$

Donc on a la relation :

$$\overline{v} = \overline{v_e} + \overline{v_r} \quad (1)$$

et l'on voit que les vitesses se composent comme les forces.

On appelle *accélération*  $\varphi$  d'un corps en mouvement rectiligne, le rapport de la variation de vitesse  $dv$ , au temps  $dt$  pendant lequel se produit cette variation ;  $\varphi$  est donc égal par définition, à

$$\varphi = \frac{dv}{dt}.$$

Dans le cas où le mouvement est curviligne, fig. 10, l'accélération est une quantité géométrique représentée par

$$\varphi = \lim \frac{m'm''}{\Delta t}$$

$mm''$  étant menée égale et parallèle à la vitesse  $(v + \Delta v)$  au point infiniment voisin  $m_1$ .

On peut décomposer  $\varphi$  suivant la tangente et la normale à la trajectoire au point  $m$ , et l'on démontre que

$$\varphi_t = \lim \frac{m'm''}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

$$\varphi_n = \lim \frac{m''m''}{\Delta t} = \frac{v^2}{\rho} \quad (3)$$

$\rho$  représentant le rayon de courbure en  $m$ .

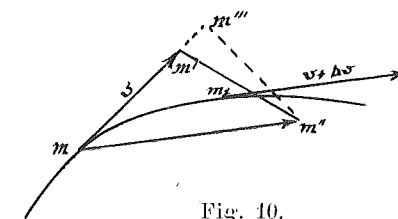


Fig. 10.

Pour un mouvement composé, on démontre que

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c \quad (4)$$

$\bar{\varphi}_r$  et  $\bar{\varphi}_e$  étant respectivement l'accélération du mouvement relatif et du mouvement d'entraînement,  $\bar{\varphi}_c$  étant appelé l'accélération complémentaire, et ayant pour valeur (fig. 9) :

$$\bar{\varphi}_c = \frac{2 M_1'' M_1'}{dt^2}$$

L'accélération complémentaire est *perpendiculaire*, comme on le voit sur la fig. 9, à la trajectoire du mouvement relatif.

Si l'on fait agir successivement sur un même corps des forces  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$ , on constate que ce corps prend des mouvements différents, *uniformément accélérés*, tels que si  $\varphi'$ ,  $\varphi''$ ,  $\varphi'''$  sont les accélérations correspondantes :

$$\frac{f'}{\varphi'} = \frac{f''}{\varphi''} = \frac{f'''}{\varphi'''} = m.$$

Le rapport  $m$  ne dépend que de la nature du corps et de ses dimensions et est appelé la *masse* du corps; si on fait agir la pesanteur sur ce corps, on trouve pour accélération une valeur  $g$ , telle que,  $P$  étant le poids,

$$\frac{P}{g} = m.$$

On constate que la valeur de  $g$  est constante, quelle que soit la *nature du corps*, pour un même point de la terre.

Il résulte de là que l'on peut écrire, pour un système de forces concourantes, agissant sur un corps de poids  $P$  :

$$\bar{R} = \bar{\Sigma F} = m \bar{\varphi} = \frac{P}{g} \bar{\varphi}$$

$g$  étant égal à environ 9<sup>m</sup>81.

S'il s'agit d'un mouvement composé :

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c.$$

D'où :

$$\bar{\Sigma F} = \frac{P}{g} (\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c). \quad (5)$$

Rappelons maintenant quelques notions de *thermodynamique*.

Soit 1 kg. d'eau à la température de 0° contenu dans un récipient cylindrique (fig. 11), fermé par un piston idéal (*étanche* et sans *frottements*), piston qui supporte une pression de  $p$  kg. par unité de surface. Nous pouvons supposer que la section du cylindre est égale à l'unité de surface.

Soit  $\sigma$  le volume occupé par l'eau à 0°. Si on chauffe, le volume augmente, mais très peu, jusqu'à la température  $t$ , qui est la température de vaporisation sous la pression  $p$ . À partir de ce moment, en effet, l'eau commence à se transformer en vapeur et la température reste *constante*; le volume de vapeur augmente rapidement, tandis que le volume d'eau diminue. Soit  $v_x$  le volume total, lorsqu'il y a  $x$  % d'eau vaporisée; nous aurons :

$$v_x = \sigma + xu.$$

$u$  représentant l'augmentation du volume (déplacement du piston) lorsqu'il ne reste plus d'eau; si l'on suppose que le mélange des deux fluides est intime et homogène, nous aurons pour poids de l'unité de volume  $\delta_x$ , lorsque le *titre* est  $x$  :

$$\delta_x = \frac{1}{v_x}$$

puisqu' $v_x$  représente le volume de 1 kg.

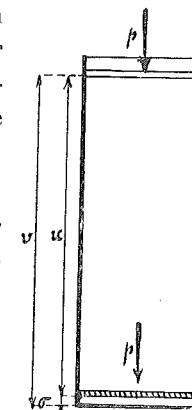


Fig. 11.

La quantité de chaleur fournie, lorsque l'eau a complètement disparu peut se décomposer en trois parties :

1) La quantité  $q$  nécessaire pour élever la température du kg. d'eau de 0 à  $t$  ;

2) La quantité  $\rho$  correspondant au travail des forces moléculaires ;

3) La quantité  $Apu$  correspondant au travail extérieur du piston,  $A$  étant l'énergie calorifique équivalente à 1 kgm. et étant égal, comme on le sait, à  $\frac{1}{425}$  calorie.

La chaleur totale de vaporisation  $\lambda$  a donc pour valeur

$$\lambda = q + \rho + Apu.$$

Lorsque le titre est  $x$ , on a

$$\lambda_x = q + x\rho + Apxu. \quad (6)$$

Si l'eau a complètement disparu, et si l'on continue à chauffer à pression constante, le volume augmente en même temps que la température ; la vapeur est alors surchauffée ; la quantité totale de chaleur fournie est alors égale à

$$\lambda' = \lambda + c_p (t' - t) \quad (7)$$

$t'$  étant la température de la vapeur,

$t$  étant la température de vaporisation,

$c_p$  la chaleur spécifique de la vapeur surchauffée qui est variable avec la température, d'après les expériences de Lorenz, mais que l'on regarde ordinairement comme constante et égale à 0,485.

On a adopté les notations suivantes :

$$q + \rho = U \quad \text{chaleur interne} \quad (8)$$

$$\rho + Apu = r \quad \text{chaleur latente.} \quad (9)$$

On peut remarquer, et cela est vrai pour tous les corps, que si l'on se donne  $p$  et  $v_x$ , la pression et le volume spécifique (c'est-à-dire le volume de l'unité de poids), l'état de la vapeur est complètement déterminé ; en effet,

le volume  $v_x$  détermine la position du piston, la pression  $p$  détermine la valeur de  $t$  et de  $u$  ; on connaît donc  $x$  et  $\lambda_x$ .

On peut donc représenter l'état de la vapeur par un point A dans un système d'axes rectangulaires (fig. 12) où l'on porte  $p$  en ordonnée et  $v$  en abscisse.

Si on diminue la pression sur le piston, *petit à petit*, de manière qu'il y ait à chaque instant équilibre entre la pression extérieure  $p$  et la pression intérieure, le volume ira augmentant suivant une certaine loi représentée par la courbe AB ; si l'on augmente la pression petit à petit, dans les mêmes conditions, on repassera par les mêmes états successifs, c'est-à-dire qu'on aura la même courbe caractéristique BA. L'opération est dite *réversible*. Le travail extérieur est représenté par  $\int_{v_1}^{v_2} p dv$ , c'est-à-dire par la surface hachurée.

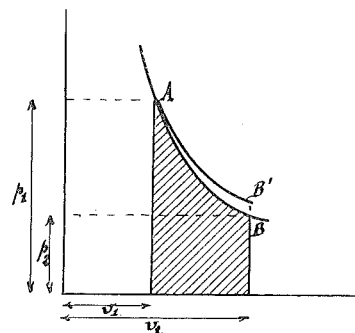


Fig. 12.

Dans le cas où l'on ne cède ni ne soustrait de chaleur, on dit que l'opération est *adiabatique* et l'on démontre que pour les gaz parfaits, l'équation de la courbe AB est

$$pv^\gamma = \text{constante, avec } \gamma = 1,41.$$

Pour les vapeurs, on peut prendre

$$pv^{\mu} = \text{constante} \quad (10)$$

et prendre pour  $\mu$  une valeur qui dépend du titre moyen

$$\mu = 1,035 + 0,1 x.$$

Si on fournit pendant l'opération la quantité de chaleur nécessaire pour maintenir la température constante, on a



La surface hachurée représente la quantité de chaleur  $\lambda_x$  fournie pour passer de  $T_A$  à  $T$ , et du titre  $o$  au titre  $x$ ; la courbe  $EE_1$  représente la courbe *limite*, séparant la région de vapeur saturée de la région de vapeur surchauffée (1).

(1) Si l'on passe, par détente adiabatique, de la pression  $p_0$  à la pression  $p_1$ , la quantité de chaleur transformée en travail est égal à la surface  $C, C' BB_1$ , puisque l'entropie reste constante et que la quantité de chaleur  $\lambda_B$ , correspondant à l'état B, est représentée par  $OC BB'$ . Si donc on trace des courbes reliant les points pour lesquels  $\lambda = \lambda_B$  et  $\lambda = \lambda_{B_1}$ , on pourra lire directement sur le diagramme la quantité de chaleur transformée en travail, dans une détente adiabatique, entre deux pressions quelconques  $p_0$  et  $p_1$ .

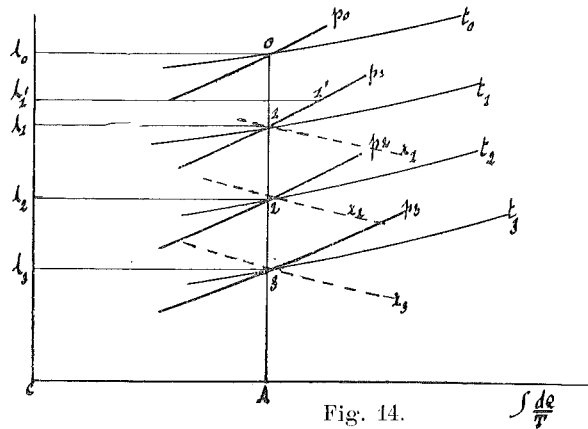


Fig. 14.

M. Mollier a donné un autre moyen de représenter les variations de l'état de la vapeur (fig. 14) en portant la chaleur totale  $\lambda$  en ordonnée, et  $\int \frac{dQ}{T}$  en abscisse. Par un point tel que O, correspondant à  $\lambda_0$  et à l'entropie CA, il fait passer une courbe de pression constante  $p_0$ , une courbe de température constante  $t_0$  et une courbe de titre constant  $x_0$ , si le point est dans la région de vapeur saturée. (Nous avons supposé que le point O se trouve dans la région de vapeur surchauffée.)

Si, par détente adiabatique, on passe de  $p_0$  à  $p_1$ , la température est donnée par la courbe passant par l'intersection de OA avec la courbe  $p_1$ . Le titre  $x_1$  est également donné par la courbe  $x_1$ . La quantité de chaleur  $(\lambda_0 - \lambda_1)$  correspond au travail extérieur.

Quand le point 1 ne se trouve pas sur les courbes tracées, on calcule les valeurs  $p_1, t_1, x_1$  par interpolation.

**Théorie des turbines à vapeur.**

Une *turbo-machine*, — génératrice comme une turbine, ou réceptrice comme une pompe centrifuge, — peut être considérée comme constituée par un ensemble de canaux tels que  $abcd$ , mobiles autour d'un axe fixe  $oo_1$ , ces canaux étant traversés par un fluide dirigé, ou non, à l'entrée et à la sortie par des *canaux fixes*.

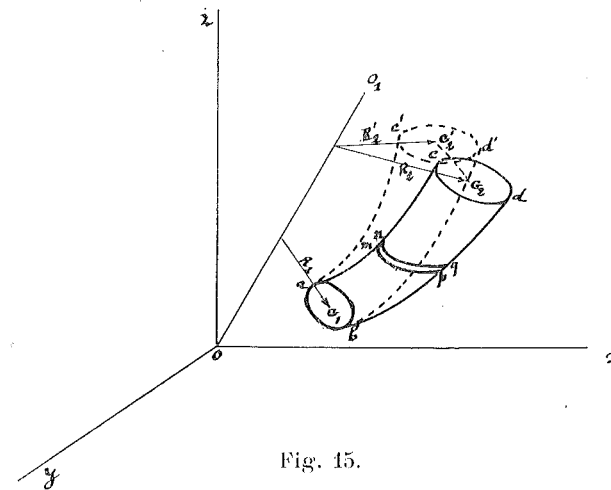


Fig. 15.

Rapportons  $oo_1$  à trois axes rectangulaires  $ox, oy, oz$ ,  $oz$  étant vertical (fig. 15).

Considérons une tranche élémentaire  $mnpq$  (fig. 16), déterminée par deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$ , perpendiculaires à l'axe de rotation.

Soient  $dl$  l'épaisseur,  $\sigma$  la section,  $\delta$  le poids de l'unité de volume du fluide,  $p$  et  $p + dp$  les pressions de part et d'autre de la tranche, par unité de surface. Appelons  $d\pi$  le poids de l'élément, nous aurons :

$$\sigma dl \delta = d\pi. \tag{1}$$

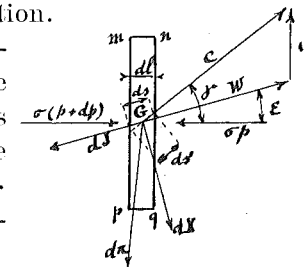


Fig. 16.

Soient  $c$  la vitesse *absolue* de l'élément,  $\omega$  la vitesse *relative*,  $u$  la vitesse *d'entraînement*; cette vitesse  $u$  étant perpendiculaire à l'axe de rotation, est parallèle à l'élément  $mnpq$ .

Supposons que toutes les forces qui sollicitent l'élément soient appliquées au centre de gravité  $G$  de la tranche élémentaire, nous aurons :

- 1)  $\sigma(p + dp) - \sigma p = \sigma dp$  perpendiculaire à  $mnpq$ ;
- 2)  $dX$  réaction de l'aubage normale à  $\omega$ ;
- 3)  $dJ$  résistance due aux frottements, dirigée en sens inverse de  $\omega$ ;
- 4)  $d\pi$  poids de l'élément, parallèle à  $oz$ .

**Formule I.** — Considérons d'abord le mouvement absolu de l'élément  $mnpq$  dans l'espace; l'enveloppe des positions successives est un canal fictif  $abc'd'$  dont la section initiale est  $\sigma_1$  et la section finale est  $\sigma'_2$ , telle que

$$\sigma'_2 = \sigma_2.$$

L'équation vectorielle

$$\overline{\Sigma F} = \frac{P}{g} \overline{\varphi},$$

que nous avons rappelée plus haut, donne comme équation algébrique, si l'on projette le système des forces  $F$  sur la direction de la vitesse  $c$ ,

$$\Sigma \text{proj. } F = \frac{P}{g} \frac{dc}{dt}$$

et, dans notre cas,

$$[\sigma(p + dp) - \sigma p] \cos \gamma - d\pi \cos(cd\pi) - dX \cos(cdX) - dJ \cos(c dJ) = \frac{d\pi}{g} \frac{dc}{dt}. \quad (2)$$

Divisons les deux membres par  $d\pi$  et multiplions par  $\frac{dl}{\cos \gamma}$ ; remarquons que

$$d\pi = \sigma dl \delta = \frac{\sigma dl}{v}$$

et que, si nous appelons  $ds'$  la portion de la trajectoire du mouvement absolu interceptée par les deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$ , nous aurons :

$$dl = ds' \cos \gamma \quad \text{et} \quad c = \frac{ds}{dt}.$$

L'équation (2) pourra s'écrire :

$$v dp - ds' \cos(cd\pi) - \frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX) - \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(c dJ) = \frac{1}{g} \frac{dc}{dt} ds'.$$

$$\text{Or,} \quad \begin{aligned} ds' \cos(cd\pi) &= dz, \\ \frac{dX}{d\pi} ds' \cos(cdX) &= dT_i, \\ \frac{dJ}{d\pi} ds' \cos(c dJ) &= dT_f. \end{aligned}$$

$dT_i$  et  $dT_f$  étant respectivement le *travail moteur* et le *travail de frottement* par kilogramme de fluide, pour un déplacement infiniment petit  $ds'$  sur la trajectoire  $c$ .

Donc :

$$v dp - dz - dT_i - dT_f = \frac{1}{g} \frac{dc}{dt} ds' = \frac{1}{g} d \left( \frac{c^2}{2} \right).$$

En intégrant entre les limites 1 et 2' correspondant à la section initiale et à la section finale, nous trouvons :

$$(1) \int_1^{2'} v dp - (z_2' - z_1) - T_i - T_f = \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) \quad (1)$$

Dans cette équation :

$v$  est le volume spécifique ;

$z_2'$  et  $z_1$  sont les hauteurs correspondant à l'entrée et la sortie du canal fictif  $abc'd'$ ;

(1) Les limites doivent être renversées pour l'intégrale du premier terme, puisque celle-ci donnerait un résultat négatif, alors que le terme  $v dp$  correspond à un terme positif dans l'équation (2).

$T_i$  le travail moteur fourni par kgr. de fluide ;  
 $T_f$  » de frottement correspondant.

**Formule II.** — Si au lieu de projeter les forces sur la direction  $c$ , nous les projetons sur la direction  $\omega$ , nous aurons,  $\bar{\varphi}$  étant égal à  $\bar{\varphi}_e + \bar{\varphi}_r + \bar{\varphi}_c$ ,

$$\begin{aligned} \tau dp \cos \varepsilon - d\pi \cos(\omega d\pi) - dX \cos(\omega dX) - dJ &= \\ &= \frac{d\pi}{g} \frac{d\omega}{dt} - \frac{d\pi}{g} \omega^2 R \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$\theta$  étant l'angle que fait le rayon  $R$  avec la direction  $\omega$ . En effet,  $\varphi_e$  étant perpendiculaire à  $\omega$ , sa projection est nulle; le mouvement d'entraînement étant uniforme, l'accélération  $\varphi_e$  se ramène à

$$\frac{u^2}{R} = \omega^2 R.$$

Multiplions par  $\frac{dl}{\cos \varepsilon}$  et divisons par  $d\pi$  les deux membres de l'équation (3); remarquons que si nous appelons  $ds$  la portion de la trajectoire du mouvement relatif interceptée par les deux plans infiniment voisins  $mn$  et  $pq$ , nous aurons :

$$dl = ds \cos \varepsilon \quad \text{et} \quad \omega = \frac{ds}{dt}.$$

Nous aurons l'équation :

$$\begin{aligned} \tau dp - ds \cos(\omega d\pi) - \frac{dX}{d\pi} ds \cos(\omega dX) - \frac{dJ}{d\pi} ds &= \\ &= \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} ds - \frac{1}{g} \omega^2 R ds \cos \theta. \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} ds \cos(\omega d\pi) &= dz \\ \frac{dX}{d\pi} ds \cos(\omega dX) &= 0 \\ \frac{dJ}{d\pi} ds &= dT_f. \end{aligned}$$

Donc, l'équation peut encore s'écrire :

$$\tau dp - dz - dT_f = \frac{1}{g} \frac{d}{dt} \left( \frac{\omega^2}{2} \right) - \frac{1}{g} \omega^2 R dR.$$

En intégrant entre les limites 1 et 2, il vient :

$$\begin{aligned} \int_2^1 \tau dp - (z_2 - z_1) - T_f &= \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \\ &- \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2). \end{aligned} \quad (II)$$

**Formule III.** — Si nous soustrayons membre à membre les équations (I) et (II), il vient, en remarquant que les valeurs de  $T_f$  et de  $\int_2^1 \tau dp$  sont les mêmes dans les deux équations :

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + \\ &+ (z_2 - z_1). \end{aligned} \quad (III)$$

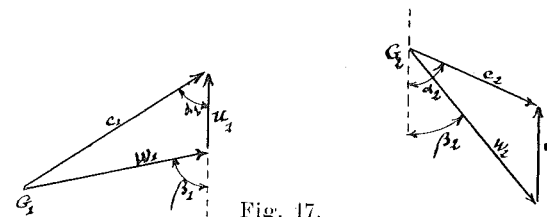


Fig. 17.

Cette formule peut être transformée en remarquant que dans les triangles des vitesses, relatifs à l'entrée en  $G_1$  et à la sortie en  $G_2$ , tracés (fig. 17) :

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 + 2u_2 c_2 \cos \alpha_2 \\ \omega_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 + 2u_1 c_1 \cos \alpha_1 \end{aligned}$$

ou en soustrayant :

$$\begin{aligned} \omega_2^2 - \omega_1^2 &= (c_2^2 - c_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) + \\ &+ 2(u_2 c_2 \cos \alpha_2 + u_1 c_1 \cos \alpha_1). \end{aligned}$$

Il vient alors :

$$T_i = - \frac{1}{g} (u_2 c_2 \cos \alpha_2 + u_1 c_1 \cos \alpha_1) + (z_2 - z_1) \quad (III_1)$$

REMARQUE. — Cette équation se simplifie encore, lorsqu'il s'agit de turbines à axe vertical ou de turbines à axe horizontal, à injection totale ou à injection symétrique, le terme  $(z_2 - z'_2)$  étant alors nul, comme on peut le voir aisément.

L'équation (III') est donc absolument identique à l'équation établie par M. Rateau, en se basant sur le théorème des moments des quantités de mouvement.

La méthode que nous donnons ici pour la démonstration de cette formule fondamentale a l'avantage de ne nécessiter que le rappel d'un seul théorème de la mécanique :

$$\Sigma \bar{F} = m \bar{\varphi}.$$

De plus elle permet de bien préciser les hypothèses que sa démonstration entraîne.

Formule IV. — Si nous projetons le système de forces sur la normale à  $\omega$  (fig. 16), nous aurons, dans l'hypothèse d'une turbine axiale, où la trajectoire du mouvement relatif est parallèle à l'axe :

$$dX - d\pi \cos(d\pi dX) = \frac{d\pi}{g} \frac{\omega^2}{\rho}$$

puisque la projection de l'accélération centripète  $\frac{u^2}{R}$  est nulle, de même que la projection de  $\varphi_c$ .

Donc, en négligeant  $\pi \cos(d\pi dX)$ ,

$$\frac{dX}{d\pi} = \frac{1}{g} \frac{\omega^2}{\rho} \quad (\text{IV})$$

Ces formules étant établies d'une manière générale, voyons comment elles se simplifient dans le cas, qui nous occupe, des turbines à vapeur.

On peut négliger le terme en  $z$  relatif au travail de la pesanteur, qui est négligeable, quand il s'agit d'un fluide comme la vapeur.

Le terme  $\int_2^1 v dp$  représente le travail de détente dans le canal  $abcd$ .

Si nous traçons (fig. 18) la courbe de détente *adiabatique* AB, ce travail est égal à la surface hachurée.

Remarquons pourtant que le travail de frottement se transforme en chaleur et que, si nous appelons  $\lambda_2$  la chaleur totale de la vapeur correspondant à la pression  $p_2$ , après une détente adiabatique, et  $\lambda'_2$  la chaleur

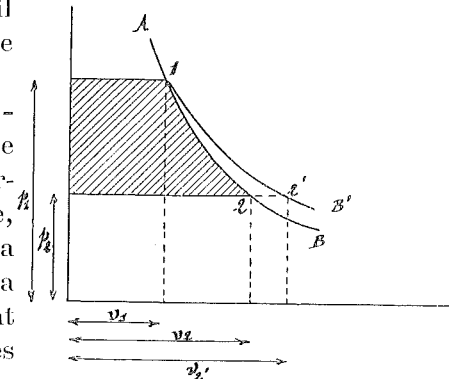


Fig. 18.

totale après une détente avec frottement, nous aurons :

$$\Delta T_f = \lambda'_2 - \lambda_2 = \int (d\lambda' - d\lambda) = \int (dU' - dU) + \int p(dv' - dv) \quad (4)$$

Cet accroissement de  $\lambda$  a pour conséquence un accroissement de volume spécifique ( $v'_2 - v_2$ ); la courbe de détente avec frottement est donc 1 2', et le travail de détente est représenté par

$$\int_2^1 v' dp = \int_2^1 v dp + \int_2^1 p (dv' - dv). \quad (5)$$

On doit donc remplacer dans les équations I et II  $T_f$  par  $\frac{1}{\Lambda} \int (dU' - dU)$  et  $\int_2^1 v dp$  par  $\int_2^1 v' dp$ .

En tenant compte de ces remarques, les équations ci-dessus deviennent :

$$\int_2^1 v' dp - T_i - \frac{1}{\Lambda} \int_2^1 (dU' - dU) = \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2), \quad (\text{I})$$



$$\int_2^1 v' dp - \frac{1}{A} \int_2^1 (dU' - dU) = \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) \quad (II')$$

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{2g} (\omega_2^2 - \omega_1^2) - \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) - \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2) = \\ &= \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 + u_2 c_2 \cos \alpha_2). \end{aligned} \quad (III')$$

La première formule (I') donne la valeur du travail extérieur  $T_i$  par kilogramme de vapeur en fonction du travail de détente dans l'aubage  $\int_2^1 v' dp$ , de l'accroissement d'énergie interne  $\int_1^2 (dU' - dU)$  et de la variation d'énergie cinétique  $\frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2)$ .

La deuxième formule (II') donne la variation de l'énergie cinétique dans le canal mobile, en fonction du travail de détente et de la variation d'énergie interne.

La troisième formule donne le travail indiqué en fonction des variations d'énergie cinétique.

#### Écoulement de la vapeur dans une tuyère.

La formule (I') peut s'appliquer au cas d'écoulement dans un canal fixe ; il suffit de faire  $T_i = 0$ .

Si nous supposons que la vitesse initiale  $c_1$  est nulle,

$$c_2^2 = 2g \left[ \int_2^1 v' dp - \frac{1}{A} \int_2^1 (dU' - dU) \right] \quad (a)$$

A. **Écoulement adiabatique.** — Dans le cas de l'écoulement adiabatique

$$c_2^2 = 2g \int_2^1 v dp \quad (b)$$

C'est l'équation de *Saint-Venant* ; elle donne la vitesse d'écoulement en un point d'une tuyère, si l'on connaît la

pression d'amont  $p_1$ , la pression en ce point  $p_2$  et la loi de détente qui relie  $p$  à  $v$  ; or, pour une détente adiabatique, on peut prendre la relation :

$$p v^\mu = \text{constante}$$

$\mu$  variant avec le titre  $x$ ,

$$\mu = 1,035 + 0,100x.$$

Ainsi la formule (b) détermine la vitesse  $c_2$  dans le cas théorique de l'écoulement sans frottement. Cette équation peut être transformée de la manière suivante : puisque dans une détente adiabatique on ne fournit pas de chaleur,

$$d\lambda = dU + A p dv = 0$$

et comme on démontre en analyse que

$$\int v dp = p v - \int p dv,$$

on a donc

$$\int v dp = p v + \frac{1}{A} \int dU$$

et par conséquent

$$\begin{aligned} c_2^2 &= 2g \int_2^1 v dp = 2g \left( p v + \frac{1}{A} \int dU \right)_2^1 = \\ &= 2g \left[ p_1 v_1 - p_2 v_2 + \frac{1}{A} (U_1 - U_2) \right] \end{aligned}$$

ou

$$c_2^2 = 2g \frac{1}{A} (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (b_1)$$

On voit par cette formule que la variation d'énergie cinétique est égale à la variation d'énergie calorifique.

PROBLÈME I. — Calculons maintenant une tuyère pouvant débiter 0,1 kil. de vapeur par seconde en fonctionnant entre une tension d'amont de 13 kil. par centimètre carré et une tension d'aval de 0,07, la vapeur étant surchauffée à 260°.

Supposons que la section de la tuyère soit circulaire et appliquons la formule (b<sub>1</sub>). Nous pouvons déterminer λ<sub>1</sub> ; on a :

$$\lambda_1 = 606,5 + 0,305 t_1 + 0,485 (t'_1 - t_1) = 698,4$$

t<sub>1</sub> étant la température de vaporisation égale à 190°,57,  
t'<sub>1</sub> » » de la vapeur surchauffée 260°.

Pour déterminer λ<sub>2</sub>, il nous faut connaître l'état de la vapeur à la fin de la détente.

Comme nous supposons l'écoulement adiabatique, l'entropie reste constante et l'on a la relation :

$$\varphi_1 + \frac{r_1}{T_1} + \int_{r_1}^{r'_1} \frac{dQ}{T} = \varphi_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} \quad (6)$$

où le terme

$$\int_{r_1}^{r'_1} \frac{dQ}{T} = 0,485 l \frac{T'_1}{T_1} = 0,0715$$

représente l'augmentation de l'entropie due à la surchauffe, si T<sub>1</sub> représente la température absolue de vaporisation et T'<sub>1</sub> la température absolue de surchauffe.

Les tables de vapeur donnent φ<sub>1</sub>, φ<sub>2</sub>, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>.

On peut donc tirer de l'équation (6) la valeur de x<sub>2</sub> = 0,8, et par conséquent celle de

$$\lambda_2 = q_2 + x_2 r_2 + A p_2 x_2 u_2 = 502,8$$

et de  $v_2 = \sigma + x_2 u_2 = 16,88$ .

Ainsi

$$c_2 = \sqrt{\frac{2g}{A} (\lambda_1 - \lambda_2)} = 1275 \text{ m.}$$

La relation (1), qui exprime la continuité de l'écoulement,

$$\sigma dl \delta = d\pi$$

peut s'écrire d'une autre manière. Si on divise par dt les deux membres, et si on remarque que

$$c = \frac{dl}{dt} \quad \delta = \frac{1}{v} \quad \frac{d\pi}{dt} = Q$$

$$\text{on a} \quad \frac{\sigma c}{v} = \frac{d\pi}{dt} = Q$$

Q étant le poids débité par seconde.

Dans le cas particulier qui nous occupe, on a donc :

$$\sigma_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{Q \times v_2}{c_2} = \frac{0,1 \times 16,88}{1275} = 0^m00133.$$

$$\text{D'où} \quad d_2 = 0^m041.$$

Si nous cherchons la valeur de d, pour un point où la pression est p = 7,5 on trouve n > 1, ce qui montre que la vapeur est encore surchauffée.

On doit alors écrire :

$$\varphi_1 + \frac{r_1}{T_1} + 0,485 l \frac{T'_1}{T_1} = \varphi + \frac{r}{T} + 0,485 l \frac{T'}{T}$$

et tirer de là la valeur de T', qui permet de trouver la valeur de λ et par conséquent celle de d.

$$c = \sqrt{\frac{2g}{A} (\lambda_1 - \lambda)} = 470 \text{ m.}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{Q \times v}{c}$$

$$\text{D'où} \quad d = 0^m0083.$$

On constate, en faisant le calcul pour d'autres sections, que la tuyère doit être convergente d'abord, divergente ensuite.

Nous avons montré (fig. 19) la forme de la tuyère et le diagramme de la pression aux différents points ; on pourrait évidemment diminuer la longueur de la partie divergente, mais il convient, pour ne pas avoir de décollement de la veine fluide, d'adopter une inclinaison sur l'axe ne dépassant pas un certain angle. En cas de décollement, il y a des chocs qui se produisent entre les tranches successives, comme l'ont montré les belles expériences

de *Stodola*, et ces chocs entraînent une transformation d'énergie cinétique en énergie calorifique, par conséquent une perte de travail extérieur.

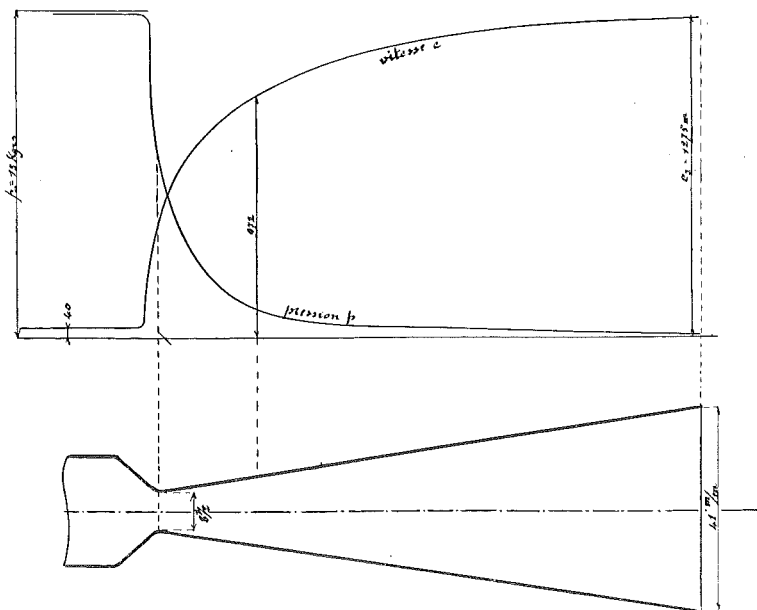


Fig. 19.

REMARQUE. — Le col de la tuyère correspond à une pression  $p$  telle que :

$$p = 0,58 p_1,$$

comme le montre la discussion des formules que l'on peut déduire de l'équation (b), en supposant :

$$p v^2 = \text{constante.}$$

B. Écoulement avec frottement. — L'équation (a) donnerait la valeur de  $c_2$  dans le cas d'un écoulement avec frottement, à la condition de connaître la loi qui lie  $U$  à  $p$  et  $v$ , et la valeur de  $AT_f$  en fonction de la vitesse  $c$  et

de la densité  $\delta$ . Or, l'on regarde ordinairement le frottement d'un fluide comme proportionnel au carré de la vitesse, à la densité et au rapport  $\frac{m}{\sigma}$ ,  $m$  étant le périmètre de la section  $\sigma$ ; on peut donc écrire :

$$T_f = \int k \delta \frac{m}{\sigma} c^2 dl.$$

D'autre part, nous pouvons supposer que :

$$U = a + b p v,$$

$a$  et  $b$  étant deux constantes.

Nous avons donc avec ces hypothèses :

$$\int_1^2 (dU' - dU) = \int_1^2 b p (dv' - dv)$$

et d'après la formule (4)

$$AT_f = A \int \frac{K \delta c^2}{m} dl = \int_1^2 (A + b) p (dv' - dv).$$

Comme on peut aussi écrire la formule (a)

$$\int_1^2 v' dp - \frac{1}{A} \int_1^2 b p (dv' - dv) = \frac{c_2^2}{2g} \quad (a_1)$$

et que par hypothèse :

$$\frac{\sigma c'}{v'} = Q \quad \text{et} \quad p v^2 = p_1 v_1^2,$$

on peut théoriquement résoudre le problème, c'est-à-dire trouver l'équation différentielle donnant  $c'$  en fonction de  $l$ , longueur de la tuyère.

Pratiquement, pour les calculs qui vont suivre, il suffira de supposer que la perte d'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne  $c$  et égale par conséquent à

$$K \frac{c^2}{2g},$$

$K$  étant un coefficient constant.

On aura, dans cette hypothèse, pour vitesse réelle :

$$\frac{c'^2_2}{2g} = \frac{c^2_2}{2g} - K \frac{c^2}{2g}$$

et comme on peut toujours poser :

$$c^2 = K' c^2_2$$

$$c'_2 = c_2 \sqrt{1 - KK'} = \varphi c_2.$$

Les expériences de *Stodola* et de *Rateau* montrent que  $\varphi$  varie entre 0,90 et 0,97.

PROBLÈME II. — Déterminer la vitesse réelle et le diamètre final de la tuyère, fonctionnant dans les conditions indiquées au problème I, en supposant  $\varphi = 0,95$ .

La vitesse sera :

$$c'_2 = 0,95 \times 1275 = 1211 \text{ m.}$$

et la section sera donnée par la relation :

$$\sigma'_2 = \frac{Q \times v'_2}{c'_2}$$

à la condition de connaître  $v'_2$ .

Pour déterminer  $v'_2$ , on a la relation

$$\begin{aligned} \frac{c^2_2}{2g} - \frac{c'^2_2}{2g} &= (1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} = \int_2^1 v dp - \int_2^1 v' dp + \\ &+ \frac{1}{A} \int_1^2 bp (dv' - dv) \end{aligned}$$

obtenue en soustrayant l'équation (a<sub>1</sub>) de l'équation (b); cette équation peut aussi s'écrire, en remarquant que (fig. 18) :

$$\begin{aligned} \text{surface}(1, 2, 2') &= \int_2^1 v dp - \int_2^1 v' dp = - \int_1^2 p (dv' - dv), \\ (1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} &= \int_1^2 \left( \frac{b}{A} - 1 \right) p (dv' - dv). \end{aligned} \quad (6)$$

Comme on a l'équation de la courbe (1, 2),

$$p v^\mu = p_1 v_1^\mu$$

et que l'on peut toujours poser pour équation de la courbe (1, 2')

$$p v'^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'},$$

l'équation (6) donne

$$(1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} = \left( \frac{b}{A} - 1 \right) \int_1^2 p_1 \left[ v_1^{\mu'} \frac{dv'}{v'^{\mu'}} - v_1^\mu \frac{dv}{v^\mu} \right]$$

ou

$$(1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} = \left( \frac{b}{A} - 1 \right) p_1 \left[ \frac{v_1^{\mu'}}{-\mu'+1} (v_2^{\mu'-\mu'+1} - v_1^{\mu'-\mu'+1}) - \frac{v_1^\mu}{-\mu+1} (v_2^{-\mu+1} - v_1^{-\mu+1}) \right],$$

ou encore, en remarquant que

$$p_1 v_1^{\mu'} = p_2 v_2^{\mu'} \quad (7)$$

$$p_1 v_1^\mu = p_2 v_2^\mu$$

$$(1 - \varphi^2) \frac{c^2_2}{2g} = \left( \frac{b}{A} - 1 \right) \left[ \frac{p_2 v_2^{\mu'} - p_1 v_1^{\mu'}}{-\mu'+1} - \frac{p_2 v_2^\mu - p_1 v_1^\mu}{-\mu+1} \right] \quad (8)$$

Les équations (7) et (8) permettent de déterminer  $\mu'$  et  $v'_2$ .

Lorsqu'on connaît  $\mu'$ , on peut tracer la courbe de détente réelle donnée par l'équation

$$p v^{\mu'} = \text{constante}$$

et chercher graphiquement, au moyen de la méthode de *M. Boulvin*, les différentes sections de la tuyère.

#### Écoulement de la vapeur dans un aubage.

La formule (II') donne la vitesse à la sortie :

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + (u_2^2 - u_1^2) + 2g \int_2^1 v' dp - \frac{2g}{A} \int_1^2 (dU' - dU).$$

Pour le cas des turbines axiales  $u_2 = u_1$ , car le rayon initial  $R_1$  du canal mobile est égal au rayon final  $R_2$ .

Pour le cas des turbines radiales, on peut dans la plupart des cas négliger  $(u_2^2 - u_1^2)$ .

Ainsi la formule peut être remplacée d'une manière générale par

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2g \int_2^1 \rho' dp - \frac{2g}{A} \int_1^2 (dU' - dU).$$

A. Écoulement adiabatique. — Dans le cas de l'écoulement adiabatique :

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2g \int_2^1 \rho dp = \omega_1^2 + \frac{2g}{A} (\lambda_1 - \lambda_2).$$

Si, comme dans les turbines d'action, la pression de part et d'autre de l'aubage est la même,

$$\omega_2^2 = \omega_1^2,$$

puisque

$$\int_2^1 \rho dp = 0.$$

B. Écoulement avec frottement. — Considérons un aubage d'une roue d'action ; nous avons vu que la section finale est égale à la section initiale. La fig. 20 représente un tel aubage.

La vapeur est dirigée suivant AB avec une vitesse réelle

$$c_1 = \varphi c_0,$$

$c_0$  étant la vitesse d'écoulement sans frottement.

La vitesse  $c_1$  peut se décomposer en deux composantes AC et CB.

Comme l'aubage est sup-

posé animé d'une vitesse  $u_1 = BD$ , la vitesse du jet de vapeur par rapport à la roue en mouvement est  $\omega_1 = AD$ .

Si le dos de l'aube est profilé suivant AD, les filets ne seront pas déviés à l'entrée et il n'y aura de choc que sur l'arête E. Il importe donc de rendre cette arête très vive, de profiler le dos de l'aube suivant la direction  $\omega_1$  et de

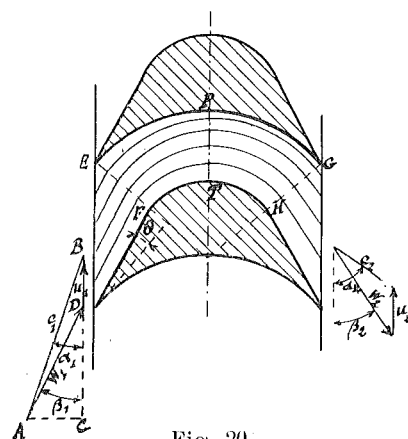


Fig. 20

rendre l'angle  $\theta$  aussi petit que possible. Les différents filets sont déviés à partir de la ligne EF, par suite de la réaction de l'aube EG.

On peut supposer qu'à partir de PT, les filets deviennent des cercles de centre  $o$ .

Par suite de l'inertie du fluide en mouvement et de la réaction de l'aubage, la pression varie dans une section transversale PT.

Les frottements et le choc à l'entrée ont pour effet de réduire la vitesse  $\omega_2$ , et si l'on suppose que ces pertes sont proportionnelles au carré de la vitesse moyenne  $\omega$ , nous aurons :

$$\frac{\omega_1^2}{2g} - \frac{\omega_2^2}{2g} = K \frac{\omega^2}{2g}$$

et comme on peut poser

$$\omega^2 = K' \omega_1^2,$$

$$\omega_2 = \omega_1 \sqrt{1 - KK'} = \psi \omega_1.$$

A cause du choc à l'entrée, de la valeur élevée de  $K'$ , de la déviation du jet de vapeur dans un canal à forte courbure, la valeur de  $\psi$  est plus grande que celle de  $\varphi$  ; on peut prendre

$\psi = 0,85$  à  $0,80$  pour des vitesses de 100 à 700 m.  
et  $\psi = 0,80$  à  $0,75$  pour des vitesses de 700 à 1200 m.

Dans le cas d'un aubage d'une roue à réaction (fig. 21), on peut garder les coefficients et les introduire dans l'équation

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2g \int_2^1 \rho dp.$$

Pour cela, remarquons que la perte relative à la vitesse  $\omega_1$  peut être représentée par  $(1 - \psi^2) \frac{\omega_1^2}{2g}$

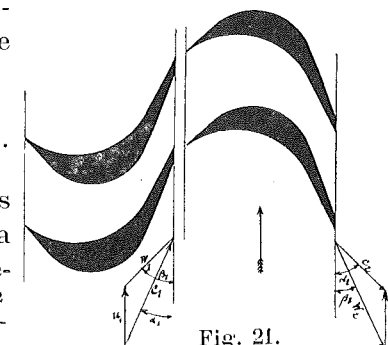


Fig. 21.

puisque, comme dans la roue d'action, il y a choc et frottement. La perte correspondant à la détente dans l'aubage, peut par contre, être comparée à celle constatée dans une tuyère fixe; sa valeur sera donc :

$$(1 - \varphi^2) \int_2^1 v dp.$$

Par conséquent, dans le cas d'un écoulement avec frottement dans un aubage à réaction :

$$\omega_2^2 = \psi^2 \omega_1^2 + \varphi^2 2g \int_2^1 v dp.$$

En assimilant à l'énergie gravifique, l'énergie correspondant à la détente d'un kg. de fluide, on pourra appeler hauteur de chute et désigner par  $h$  la valeur

$$h = \int_2^1 v dp.$$

On aura avec cette notation

$$\omega_2^2 = \psi^2 \omega_1^2 + \varphi^2 2g h.$$

### Rendement indiqué des différents systèmes de turbines.

Nous appellerons *rendement indiqué*  $\eta_i$  le rapport du travail moteur  $T_i$  déduit de la formule (III'), à l'énergie totale disponible dans la chute de pression  $p_0 - p_2$ ,  $p_0$  représentant la pression à l'entrée de l'aubage fixe,  $p_2$  la pression à la sortie de l'aubage mobile.

#### A. — Systèmes d'action.

1) *Turbine à un disque.* — La fig. 22 représente la tuyère fixe d'un tel système, tuyère qui est convergente-divergente, si nous supposons que la pression  $p_1$  à la sortie est inférieure à  $0,58 p_0$ ; la composition des vitesses à l'entrée et à la sortie de l'aubage d'une telle roue est

donnée sur la figure. Les triangles des vitesses peuvent être réunis, comme il est indiqué sur la fig. 22a, si l'on suppose  $\beta_1 = \beta_2$ , ce qui est le cas plus fréquent.

On a par hypothèse,

$$c_1 = oa = \varphi c_0$$

$$\omega_2 = oe = \psi \omega_1.$$

D'après la formule (III'), le travail par kg. de fluide est égal à

$$T_i = \frac{1}{g} (u_1 c_1 \cos \alpha_1 + u_2 c_2 \cos \alpha_2).$$

Si nous supposons que nous avons à faire à une turbine axiale, on aura

$$u_1 = u_2 = u;$$

et comme on a

$$ei = \psi u$$

$$ef = (1 + \psi) u$$

et par conséquent

$$\psi c_1 \cos \alpha_1 = (1 + \psi) u + c_2 \cos \alpha_2,$$

on peut écrire

$$T_i = (1 + \psi) \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 - u).$$

L'énergie disponible dans la chute, par kg. de fluide, est, en supposant que la vitesse de sortie  $c_2$  soit complètement perdue,

$$T_0 = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}.$$

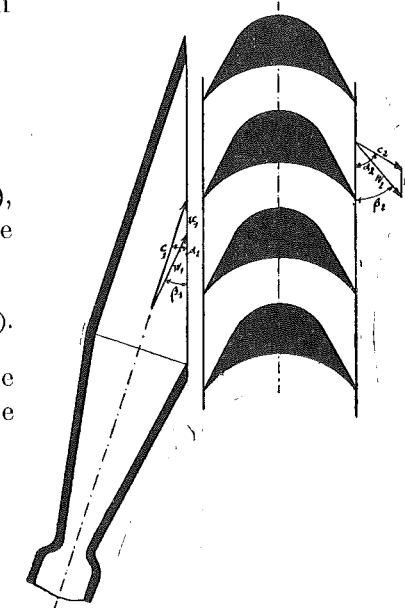


Fig. 22.



Fig. 22a.

Le rendement indiqué  $\eta_i$  a donc pour valeur dans ce cas :

$$\eta_i = \frac{T_i}{T_0} = 2\varphi^2 (1 + \psi) \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{c_1^2}.$$

En posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , on aura

$$\eta_i = 2\varphi^2 (1 + \psi) x (\cos \alpha_1 - x),$$

formule qui donne le rendement en fonction du rapport  $\frac{u}{c_1}$ .

Le rendement maximum correspond à  $\frac{d\eta_i}{dx} = 0$ , c'est-à-dire à  $x = \frac{\cos \alpha_1}{2}$ , et par conséquent il a pour valeur :

$$(\eta_i)_{\max.} = \varphi^2 (1 + \psi) \frac{\cos^2 \alpha_1}{2}.$$

Cette formule du rendement indiqué qui tient compte des frottements dans la tuyère et dans l'aubage, a été indiquée pour la première fois par *M. Banki*.

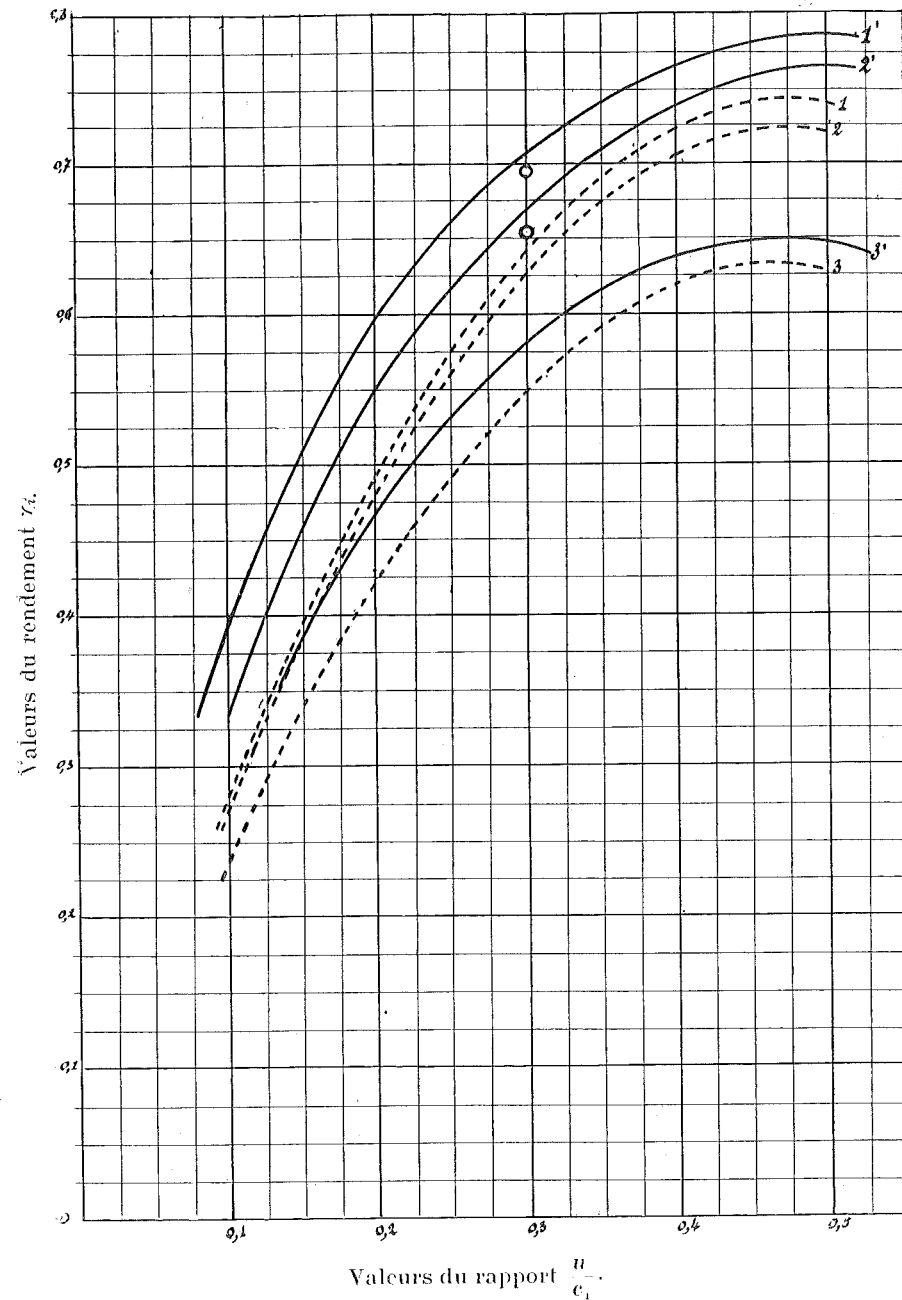
En adoptant les valeurs suivantes :

1°	$\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,85$
2°	$\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,80$
3°	$\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,90$	$\psi = 0,75$

nous avons obtenu les courbes 1, 2, 3 qui montrent la variation du rendement  $\eta_i$  en fonction de  $x = \frac{u}{c_1}$ , que nous avons porté en abscisse (fig. 23).

On voit par les différences qui existent entre les valeurs de  $\eta_i$  pour une même valeur de  $\frac{u}{c_1}$ , l'importance de réduire les frottements, dans la tuyère particulièrement. Pour diminuer la valeur de  $\psi$ , on profilera les aubes de manière que le dos ait la direction de  $\omega_1$ ; on rendra l'arête aussi vive que possible, en prenant un angle  $\theta$  très petit (fig. 20), égal à  $12^\circ$ , par exemple.

Fig. 23.



2) Turbine à plusieurs chutes de pression. — Nous avons vu que le fonctionnement de chacune des roues dans sa cellule (fig. 5) était le même que celui d'une roue de Laval.

Seulement, dans le cas de plusieurs chutes de pression, la vitesse de sortie de la première et de la seconde roue, s'il y a trois chutes, n'est pas complètement perdue; il en résulte une différence au point de vue du rendement, qui nous conduit à examiner deux cas.

1<sup>er</sup> CAS. — La vitesse de sortie  $c_2$  de la première roue (fig. 24) est dirigée dans l'aubage fixe suivant; une partie de l'énergie disponible à la sortie  $K \frac{c_2^2}{2g}$  peut être ainsi récupérée.

L'énergie utilisée réellement dans la chute a alors pour valeur :

$$T_0 = \frac{c_0^2}{2g} - K \frac{c_2^2}{2g}.$$

Remarquons que nous pouvons prendre pour  $K$  la valeur  $\psi$ , puisque pour passer au second aubage mobile, et être utilisé dans la seconde chute, le fluide doit subir un choc à l'entrée de l'aubage fixe suivant et des frottements comparables à ceux constatés dans l'aubage mobile; nous supposons d'ailleurs, comme le montre la fig. 24, que les aubes

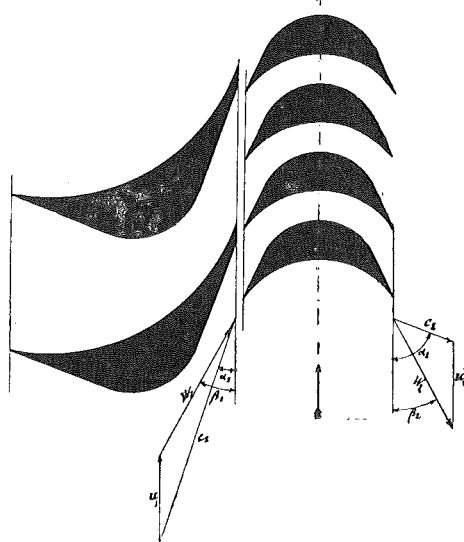


Fig. 24.

fixes ont des arêtes vives et qu'elles sont travaillées et polies comme des aubes mobiles.

Dans ce cas, on a donc pour rendement :

$$\eta_i = 2\varphi(1 + \psi)u \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{c_1^2 - \varphi^2 \psi^2 c_2^2}.$$

Pour éliminer  $c_2^2$ , nous avons dans le triangle  $oif$  (fig. 22a) :

$$c_2^2 = \psi^2 c_1^2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2u c_1 (1 + \psi) \psi \cos \alpha_1.$$

En posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , et en remplaçant  $c_2^2$  par cette valeur :

$$\eta_i = 2\varphi^2(1 + \psi)x \frac{\cos \alpha_1 - x}{(1 - \varphi^2 \psi^2) - x^2(1 + \psi^2)\varphi^2 \psi^2 + 2x(1 + \psi)\varphi^3 \psi^2 \cos \alpha_1}$$

Le rendement maximum est atteint quand  $\frac{d\eta_i}{dx} = 0$ , c'est-à-dire pour une valeur de  $x$  donnée par la relation :

$$x^2(1 - \psi^2)\varphi_2 \psi^2 \cos \alpha_1 - 2x(1 - \varphi^2 \psi^4) - (1 - \varphi^2 \psi^4) \cos \alpha_1 = 0$$

En adoptant les valeurs précédentes :

1° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,85$
2° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\varphi = 0,95$	$\psi = 0,80$
3° $\alpha_1 = 19^\circ$	$\psi = 0,90$	$\varphi = 0,75$

nous avons trouvé les courbes tracées (fig. 23) en traits pleins 1', 2', 3'; on voit qu'en disposant les aubages fixes de la seconde chute, de telle façon que le fluide sortant puisse y pénétrer directement, on peut gagner 5 à 6%. Mais cela n'est pas toujours possible, comme nous le verrons au chapitre III, et pratiquement cette disposition n'est applicable que dans le cas où les roues sont à injection totale.

Il y a une autre cause d'augmentation de rendement dans les turbines à plusieurs roues.



En effet, soit AB' B<sub>2</sub> B'<sub>3</sub> (fig. 25) la courbe de détente avec frottement, donnée par l'équation

$$p v'^{\mu'} = c' = \text{constante.}$$

Pendant le passage de la vapeur dans l'aubage mobile, la pression reste constante et égale à p<sub>1</sub>; l'énergie correspondant aux frottements et aux chocs, se transforme en chaleur, ce qui a pour conséquence une augmentation de volume (v<sub>1</sub> - v'<sub>1</sub>) à pression constante.

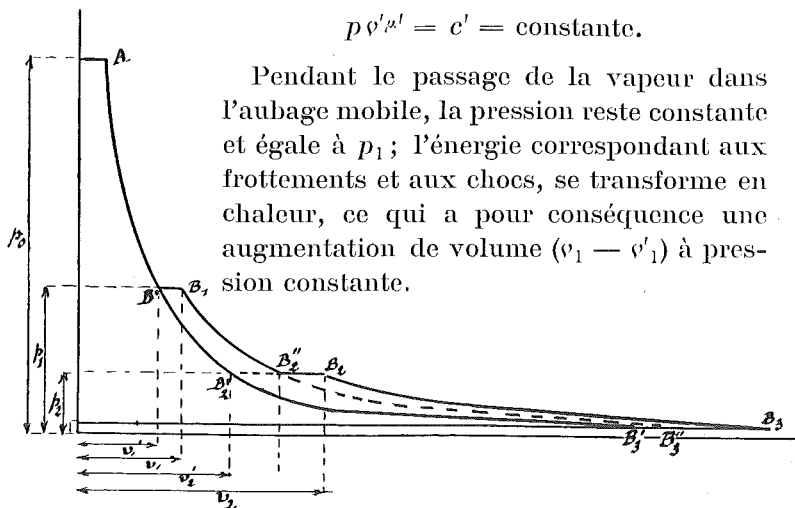


Fig. 25.

La courbe de détente est alors B<sub>1</sub> B'<sub>2</sub> B''<sub>3</sub> caractérisée par la même équation :

$$p v^{\mu} = c$$

où la constante c a une autre valeur égale à

$$p_1 v_1^{\mu'}$$

Le gain réel est égal au travail correspondant à la surface B'<sub>3</sub> B'<sub>1</sub> B<sub>1</sub> B''<sub>3</sub> multiplié par le rendement η'<sub>i</sub>.

Evaluons v<sub>1</sub>. La quantité de chaleur transformée en chaleur est égale à

$$(1 - \eta'_i) \frac{c_0^2}{2g}$$

diminuée de la quantité correspondant aux frottements

dans la tuyère, c'est-à-dire  $(1 - \varphi^2) \frac{c_0^2}{2g}$ .

Cette quantité correspond à l'augmentation de chaleur totale (λ'<sub>1</sub> - λ<sub>1</sub>), λ'<sub>1</sub> représentant la chaleur totale de la vapeur à l'état B' et λ<sub>1</sub> la chaleur totale à l'état B<sub>1</sub>. Dans le cas de la vapeur saturée, on a donc :

$$(1 - \eta'_i) \frac{c_0^2}{2g} - (1 - \varphi^2) \frac{c_0^2}{2g} = (\varphi^2 - \eta'_i) \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{A} (x_1 - x'_1) r$$

dans le cas de la vapeur surchauffée :

$$(\varphi^2 - \eta'_i) \frac{c_0^2}{2g} = \frac{1}{A} (1 - x') r + 0,485 (t'_1 - t_1)$$

t'<sub>1</sub> représentant la température de surchauffe, t<sub>1</sub> la température de vaporisation sous la pression p<sub>1</sub>.

Connaissant x<sub>1</sub> et par conséquent v<sub>1</sub>, tiré d'une de ces deux équations, nous pouvons évaluer le travail correspondant à la surface B'<sub>3</sub> B'<sub>1</sub> B<sub>1</sub> B''<sub>3</sub>; mais remarquons que dans une turbine à trois chutes, il y aura, dans la deuxième cellule, une augmentation de volume de B''<sub>2</sub> à B<sub>2</sub> et un accroissement de surface B''<sub>3</sub> B''<sub>2</sub> B<sub>2</sub> B<sub>3</sub>.

Nous pouvons évaluer le travail correspondant à B'<sub>2</sub> B'<sub>1</sub> B<sub>1</sub> B''<sub>2</sub> d'abord, puis celui correspondant à B'<sub>3</sub> B'<sub>2</sub> B<sub>2</sub> B<sub>3</sub>.

La surface limitée par la courbe B'<sub>1</sub> B'<sub>2</sub> a pour valeur :

$$S = \int_{p_2}^{p_1} v' dp = p_1^{\frac{1}{\mu'}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\mu'}}$$

puisque  $p v'^{\mu'} = p_1 v_1^{\mu'}$ .

La surface limitée par la courbe B<sub>1</sub> B''<sub>2</sub> a pour valeur :

$$\int_{p_2}^{p_1} v dp$$

avec la relation :

$$p v^{\mu} = p_1 v_1^{\mu}$$

La différence que nous représentons par  $s$  est donc égale à

$$s = p_1^{\frac{1}{\mu'}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\mu'}}} - p_1^{\frac{1}{\mu'}} v'_1 \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\mu'}}$$

ou

$$s = p_1^{\frac{1}{\mu'}} (v_1 - v'_1) \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{\frac{1}{\mu'}}$$

Le rapport  $\frac{s}{S}$  donne le gain théorique en ‰ et l'on a :

$$\frac{s}{S} = \frac{v_1 - v'_1}{v'_1}.$$

En multipliant par le rendement  $\eta'_1$ , nous aurons le gain réel; pour avoir le gain réel total, il suffira d'évaluer de la même manière la surface  $s'$  égale à  $B'_3 B'_2 B_2 B_3$  et de prendre le rapport :

$$\frac{s'}{S'} = \frac{v_2 - v'_2}{v'_2}.$$

$S'$  représentant la surface limitée par la courbe  $B'_2 B'_3$ .

2° Cas. — Lorsque la vitesse de sortie  $c_2$  est complètement anéantie par chocs et tourbillonnements, le rendement  $\eta_i$  est donné par les courbes en traits pointillés et la quantité d'énergie transformée en chaleur est alors :

$$(\varphi_2 - \eta_i) \frac{c_0^2}{2g}$$

au lieu de

$$(\varphi^2 - \eta'_i) \frac{c_0^2}{2g}.$$

On peut évaluer la différence qu'il y a, au point de vue du rendement total, entre les deux cas considérés, et c'est ce que nous allons faire, dans le problème suivant, pour le cas d'une turbine à trois chutes de pression.

REMARQUE. — Nous ne pouvons déterminer exactement la courbe

$$p v'^{\mu'} = c',$$

mais le rapport  $\frac{s}{S}$  a sensiblement la même valeur, si l'on suppose, dans les calculs, une détente adiabatique donnée par la relation :

$$p v^{\mu} = \text{constante}.$$

PROBLÈME. — Déterminer la répartition des pressions et le rendement dans une turbine à trois chutes, en supposant une tension initiale  $p_0 = 13$  kg. par centimètre carré et une tension finale 0,07 kg. avec une température de vapeur surchauffée  $t'_0$  de 260°.

Nous supposons que le rapport  $\frac{u}{c_1}$  choisisoit égal à 0,3; nous supposons aussi que l'angle d'entrée  $\alpha_1$  soit égal à 19°, et que les coefficients donnés par des expériences préalables soient :

$$\varphi = 0,95 \quad \text{et} \quad \psi = 0,80.$$

Les diagrammes 2 et 2' donnent pour  $x = 0,3$  :

$$\eta_i = 0,625 \quad \eta'_i = 0,672.$$

Nous allons supposer ici que l'on utilise dans chaque chute un tiers de l'énergie totale ( $\lambda_0 - \lambda_3$ ) disponible; nous verrons au chapitre III qu'il peut être avantageux d'adopter une autre répartition.

Dans cette hypothèse, nous aurons :

$$c_0 = \sqrt{\frac{2g}{A} \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3)} = 747 \text{ m.}$$

et

$$c_1 = \varphi c_0 = 700 \text{ m.}$$

Soient : 1)  $t'$ ,  $x'$ , et 2)  $t$ ,  $x$ , respectivement les valeurs de la température et du titre correspondant : 1) à une détente adiabatique ; 2) à la détente réelle, quand on tient

compte de ce que les frottements se transforment en chaleur.

Supposons la détente adiabatique; l'entropie reste constante et égale à CA, par exemple, si nous nous reportons à la fig. 14; pour trouver  $p_1$ , pression d'aval de la première tuyère, il suffira de remarquer que  $\lambda_1$  doit, par hypothèse, être tel que l'on ait

$$\lambda_0 - \lambda_1 = \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3)$$

En portant sur l'axe  $c\lambda_0$ , à partir de  $\lambda_0$ , la valeur de  $\lambda_0 - \lambda_1$ , on aura à l'intersection avec la droite  $oA$  d'entropie constante, le point 1' et par conséquent  $p_1$ .

On pourrait évidemment trouver  $p_1$  par le calcul, mais il faudrait résoudre le système des deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_0 - \lambda_1 &= \frac{1}{3} (\lambda_0 - \lambda_3) = \\ &= q_0 + r_0 + 0,485 (t'_0 - t_0) = q_1 + x_1 r_1 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\varphi_0 + \frac{r_0}{T_0} + 0,485 l \frac{T'_0}{T_0} = \varphi_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \quad (2)$$

en choisissant par tâtonnements une valeur de  $p_1$ , telle que les valeurs de  $r_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $x_1$  vérifient à la fois (1) et (2).

Ainsi en se servant du graphique de *Mollier*, on peut déterminer directement  $p_1$ ,  $t_1$ ,  $x_1$  et par conséquent  $v_1$ .

Pour déterminer les valeurs  $t'_1$ ,  $x'_1$ , remarquons que la quantité d'énergie transformée en chaleur est égale à

$$(\varphi^2 - \eta_i) \frac{c^2_0}{2g} = 17,9 \text{ cal.}$$

Comme nous savons que cette transformation se fait à pression constante, il suffira de porter  $\lambda_1 \lambda'_1 = 17,9$  et de mener l'horizontale passant par  $\lambda'_1$  jusque l'intersection avec la courbe  $p_1$  en 1'; nous aurons ainsi les valeurs  $t'_1$ ,  $x'_1$ , données par les courbes passant par 1'.

En procédant de même pour les deux autres chutes, nous pourrions dresser le tableau suivant, dans lequel la colonne 2 donne le volume spécifique, lorsque le titre est égal à l'unité; la colonne 3 la température  $\theta$  de saturation; la colonne 7 le volume :

$$v = x (u + \sigma), \text{ ou } v = \frac{273 + t}{273 + \theta} (u + \sigma),$$

si la vapeur est surchauffée; la colonne 8 le volume :

$$v' = x' (u + \sigma) \text{ ou } v' = \frac{273 + t}{273 + \theta} (u + \sigma),$$

si la vapeur est surchauffée.

La somme des deux premières valeurs de la colonne 9 divisé par 3, donne en % l'augmentation théorique de la surface du diagramme de détente, lorsque le rendement est  $\eta_i$ ; le gain réel est donc

$$0,053 \times \eta_i = 0,032.$$

Lorsque le rendement est  $\eta_i'$  égal à 0,672, on a pour augmentation du rendement en % :

$$0,034 \times \eta_i' = 0,0228.$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$p'$	$u + \sigma$	$\theta$	$t$ ou $\sigma$	$t'$ ou $\sigma'$	$\Delta(\varphi^2 - \eta_i) \frac{c^2_0}{2g}$	$v$	$v'$	$\frac{v' - v}{v}$
0	13	0,153	190,6	—	—	—	—	—	—
1	3,32	0,587	135,2	0,97	140	17,9	0,568	0,595	0,0475
2	0,6	2,76	85,5	0,822	0,942	17,9	2,36	2,61	0,106
3	0,07	21,11	38,8	0,802	0,883	17,9	16,95	18,7	0,106
0	13	0,153	190,6	—	—	—	—	—	—
1	3,32	0,587	135,2	0,97	0,988	14,8	0,568	0,578	0,0175
2	0,6	2,76	85,5	0,882	0,932	14,8	2,36	2,56	0,0845
3	0,07	21,11	38,8	0,802	0,873	14,8	16,95	18,45	0,0950

Nous avons porté sur la fig. 23 le rendement total pour l'exemple choisi, dans le cas où la vitesse  $c_2$  est utilisée et dans le cas où elle ne l'est pas. Nous voyons qu'il y a une différence de 3,8 %.

3) Turbine à deux chutes de vitesse. — Nous pouvons examiner deux cas, celui où la vapeur est renvoyée sur le second aubage sous un angle  $\alpha'_1 = \alpha_1$ , fig. 26, et celui où la vapeur est renvoyée sous un angle  $\alpha'_1 = \alpha_2$  (fig. 27).

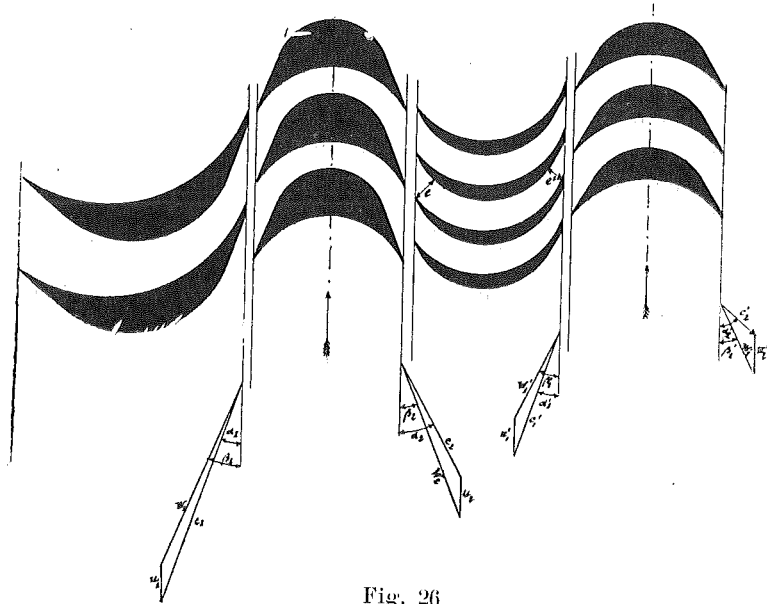


Fig. 26

1<sup>er</sup> CAS. — Nous supposons ici encore que  $\beta_1 = \beta_2$  et  $\beta'_1 = \beta'_2$ ; nous pourrions ainsi réunir les triangles des vitesses comme cela est indiqué fig. 26a.

Si la vitesse de sortie  $c'_2 = of''$  est anéantie par chocs et tourbillonnements,

$$T_0 = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g}$$

La valeur de  $T_i$  est égal à

$$T_i = \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2) + \frac{u}{g} (c'_1 \cos \alpha_1 + c'_2 \cos \alpha'_2)$$

Or,

$$\begin{aligned} c_2 &= of \quad c'_1 = \psi c_2 = ok = ow \\ c_2 \cos \alpha_2 &= \psi c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u \\ c'_2 \cos \alpha'_2 &= \psi (\psi c_2) \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u \end{aligned}$$

en supposant que la vitesse  $c'_1$ , à la sortie de l'aubage fixe intermédiaire, soit égale à  $\psi c_2$  par suite des frottements.

Donc :

$$\gamma_i = 2\varphi^2 (1 + \psi) u \frac{c_1 \cos \alpha_1 + \psi c_2 \cos \alpha_1 - 2u}{c_1^2}$$

ou en posant  $\frac{u}{c_1} = x$ , et en remarquant que dans le triangle  $oif$

$$c_2^2 = \psi^2 c_1^2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2u(1 + \psi)\psi c_1 \cos \alpha_1 = c_1^2 K \quad (1)$$

$$\gamma_i = 2\varphi^2 (1 + \psi) x [(1 + \psi\sqrt{K}) \cos \alpha_1 - 2x]$$

En prenant, comme précédemment,

$\alpha_1 = 19^\circ$   $\varphi = 0,95$  et  $\psi = 0,80$  (valeur moyenne), nous avons trouvé la courbe 1 (fig. 28).

Si la vitesse  $c'_2$  est récupérée en partie dans l'aubage suivant, nous pourrions comme pour le cas des turbines à une chute, poser :

$$T_i = \frac{1}{\varphi^2} \frac{c_1^2}{2g} - \psi \frac{c'_2{}^2}{2g}$$

Or, dans le triangle  $oif'$  :

$$c'^2_2 = \psi^4 c^2_2 + u^2 (1 + \psi)^2 - 2u(1 + \psi)\psi^2 c_2 \cos \alpha_1$$

et en remplaçant  $c_2$  par  $c_1\sqrt{K}$  et  $c^2_2$  par sa valeur (1) :

$$\gamma_i = 2\varphi^2 (1 + \psi) x \frac{(1 + \psi\sqrt{K}) \cos \alpha_1 - 2x}{(1 - \psi^4 \varphi^2) - x^2 \varphi^2 \psi^2 (1 + \psi)^2 (1 + \psi^4) + 2x(1 + \psi)\psi^4 \varphi^2 (\psi^2 + \sqrt{K}) \cos \alpha_1}$$

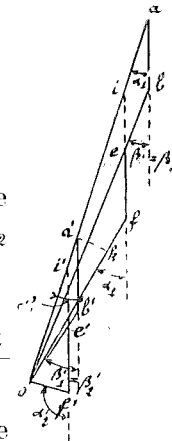


Fig. 26a.

Avec les mêmes valeurs que ci-dessus, nous avons trouvé pour  $\gamma_i$  en fonction de  $x = \frac{u}{c_1}$ , la courbe  $f'$ .

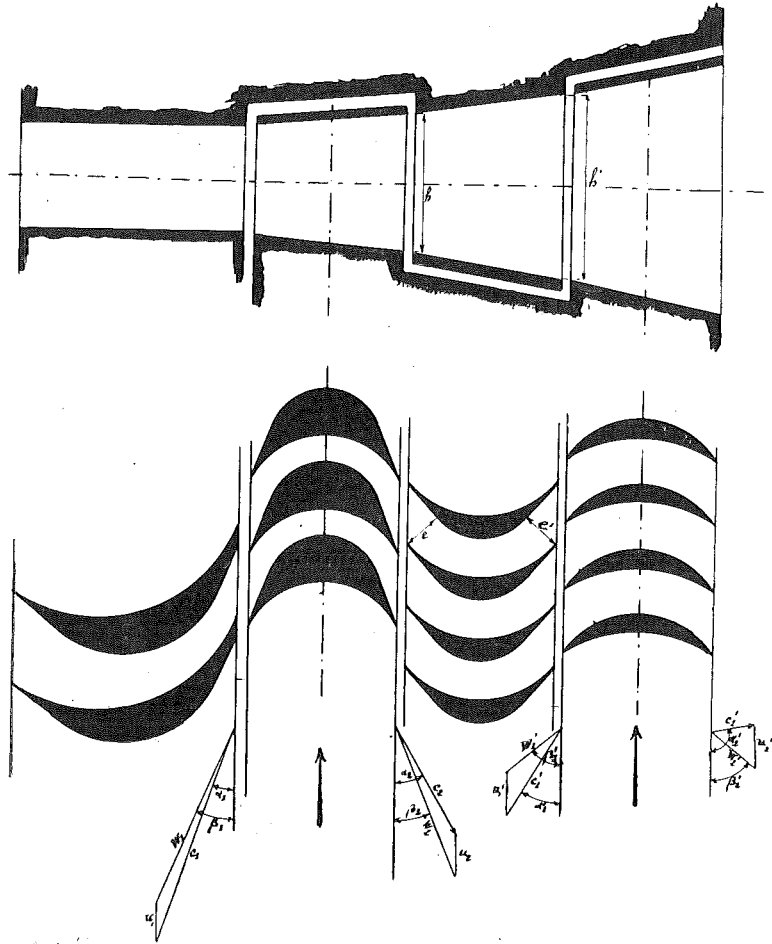
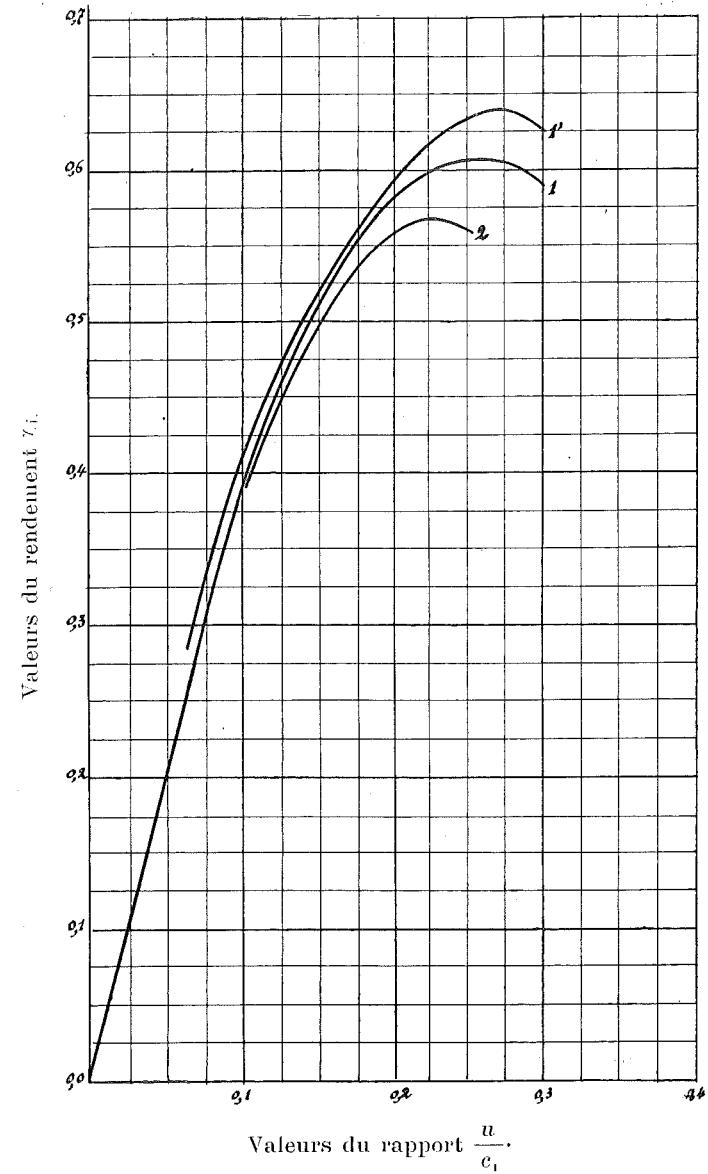


Fig. 27.

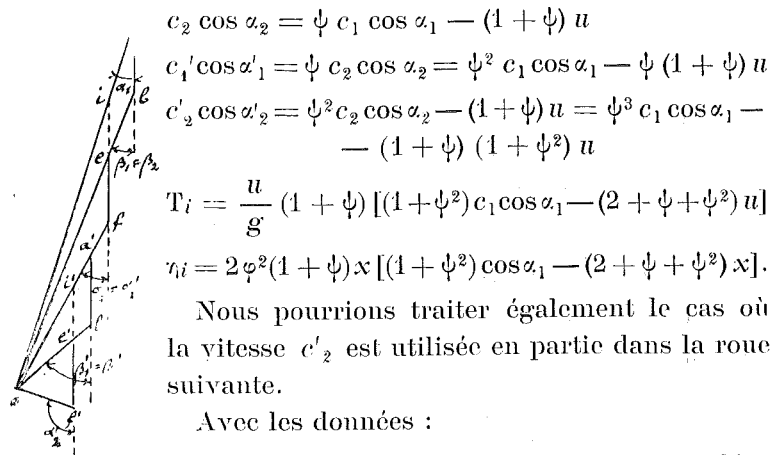
2<sup>e</sup> CAS. — Dans le cas où la vapeur est renvoyée dans le second aubage sous l'angle  $\alpha'_1 = \alpha_2$ , les aubes ont le

Fig. 28.



profil donné (fig. 27); les triangles des vitesses peuvent être réunis comme il est indiqué fig. 27a et l'on a :

$$T_i = \frac{u}{g} (c_1 \cos \alpha_1 + c_2 \cos \alpha_2) + \frac{u}{g} (c'_1 \cos \alpha'_1 + c'_2 \cos \alpha'_2)$$



$$c_2 \cos \alpha_2 = \psi c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) u$$

$$c'_1 \cos \alpha'_1 = \psi c_2 \cos \alpha_2 = \psi^2 c_1 \cos \alpha_1 - \psi (1 + \psi) u$$

$$c'_2 \cos \alpha'_2 = \psi^2 c_2 \cos \alpha_2 - (1 + \psi) u = \psi^3 c_1 \cos \alpha_1 - (1 + \psi) (1 + \psi^2) u$$

$$T_i = \frac{u}{g} (1 + \psi) [(1 + \psi^2) c_1 \cos \alpha_1 - (2 + \psi + \psi^2) u]$$

$$\eta_i = 2\psi^2(1 + \psi)x [(1 + \psi^2) \cos \alpha_1 - (2 + \psi + \psi^2)x].$$

Nous pourrions traiter également le cas où la vitesse  $c'_2$  est utilisée en partie dans la roue suivante.

Avec les données :

$$\alpha_1 = 19^\circ \quad \varphi = 0,95 \quad \text{et} \quad \psi = 0,80,$$

Fig. 27a.

nous avons trouvé la courbe 2.

On voit que ce dernier système procure un rendement moindre, puisque avec les mêmes hypothèses, nous avons obtenu dans le cas représenté fig. 28, la courbe 1. Ce dernier système a, par contre, l'avantage de ne pas obliger le constructeur à augmenter trop rapidement la hauteur  $h$  des aubes (fig. 27). En effet, on doit évidemment avoir dans les deux cas :

$$\frac{h \times e \times c_2}{\varphi} = q = \frac{h' \times e' \times c'_1}{\varphi'}.$$

Mais, comme on le voit, la valeur de  $e'$  est plus petite, dans le cas de la fig. 26, que celle de  $e$ ; il en résulte que  $\frac{h'}{h}$  doit être plus grand dans le premier cas que dans le second.

(A suivre.)

## SOMMAIRE.

	Pages.
1. La fabrication mécanique du verre, par EMILE FOURCAULT, ingénieur honoraire des mines. . . . .	117
2. Les turbines à vapeur, par CH. HANOCQ, ingénieur, assistant à l'Université de Liège. . . . .	141
3. Mécanique scolastique et mécanique rationnelle, par LUCIEN ANSPACH, professeur de mécanique rationnelle et appliquée à l'Université de Bruxelles . . . . .	199
4. Note sur le fonçage du puits Adolf des charbonnages Neue Abwehr, près de Mikultschütz (Haute-Silésie), par MAURICE BODART, ingénieur à Büderich, Kreis Mòrs (Prusse Rhénane). . . . .	217

## BULLETIN.

Note sur les conditions de la mise en exploitation du gisement houiller de Meurthe-et-Moselle, par L. FÈVRE, ancien ingénieur en chef des Mines . . . . .	231
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## BIBLIOGRAPHIE.

Principes de la construction des machines-outils, par JULES MÈROT, ingénieur-mécanicien, répétiteur du cours de construction des machines et chef des travaux d'atelier à la Faculté technique de l'Université de Liège. — L'Hygiène du travail dans les établissements industriels et commerciaux, par LOUIS GRILLET, inspecteur du travail dans l'industrie, membre des Conseils d'hygiène d'Ille-et-Vilaine et des Côtes-du-Nord. (Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoire.) — La Sécurité du travail dans les établissements industriels et commerciaux, par LOUIS GRILLET, inspecteur du travail dans l'industrie. (Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoire. — Les richesses minérales de l'Algérie et de la Tunisie, par PAUL-F. CHALON, ingénieur-conseil pour les mines . . . . .	243
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Pl. 4 à 6.

# REVUE UNIVERSELLE

DES 232 / 1

# MINES, DE LA MÉTALLURGIE

DES

TRAVAUX PUBLICS, DES SCIENCES ET DES ARTS

APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

51<sup>e</sup> ANNÉE. — QUATRIÈME SÉRIE

ANNUAIRE DE L'ASSOCIATION DES INGÉNIEURS SORTIS DE L'ÉCOLE DE LIÈGE  
CINQUIÈME SÉRIE

FEVRIER 1907

TOME XVII. — 2<sup>e</sup> NUMÉRO

LIÈGE

18, Rue Bonne-Femme, 13

PARIS

H. Le Soudier, 174, Boulevard Saint-Germain

ST-PÉTERSBOURG, C. RICKER. ODESSA, G. ROUSSEAU.

MADRID, FUENTES Y CAPDEVILLE. BERLIN, ERNST & KORN. LEIPZIG, ARTHUR FÉLIX.

FREIBERG (SAXE), ORAZ ET GERLACH. MILAN, ADMINISTRAZIONE DEL *Politecnico*.

LONDRES, WILLIAM ET NORGATE. TURIN, BOCCA FRÈRES.

REPRODUCTION INTERDITE

Le dépôt légal a été fait en France, en Belgique et en Angleterre.

REVUE UNIVERSELLE DES MINES, ETC., TOME XVII, 1907. — 2<sup>e</sup> NUMÉRO.