LES POMPES CENTRIFUGES

PAR

Ch. HANOCQ,

Ingénieur, Répétiteur à l'Université de Liége.

Communication faite à l'Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liége (Section de Liége), le 22 novembre 1908.

Suite et fin. — Voir tome XXV, page 244.

§ 10. — Rendement organique et rendement effectif.

Désignons par Q le débit en mètres cubes par seconde de la pompe, et appelons puissance indiquée, celle définie par la formule :

$$\boxed{N_i = \frac{1000\,Q}{75}\,T_i.} \qquad \text{(XV)}$$

Nous avons vu, en effet, que T_i représentait le travail théorique par kg de fluide débité ; le travail par seconde est donc bien représenté par 1000 QT_i lorque le fluide mis en mouvement est de l'eau, et la puissance en chevaux-vapeur par

$$\frac{1000\,Q}{75}\,T_i.$$

Si nous appelons N_o la puissance absorbée par les frottements de la roue contre le fluide et par les frottements de l'arbre dans ses paliers et dans les boîtes à bourrage, le *rendement organique* aura pour expression :

$$\boxed{\eta_o = \frac{N_i}{N_i + N_o}.} \qquad \text{(XVI)}$$

Cherchons à évaluer N_o et, tout d'abord, la puissance absorbée par les frottements des deux faces d'une roue contre le fluide ambiant, puissance que nous désignerons par N_f.

Considérons fig. 11, la face d'une roue de rayon r tournant avec une vitesse angulaire ω, autour de son axe o. Le frottement de la paroi contre le fluide étant proportionnel à la surface et au carré de la vitesse, le frottement relatif à un élément circulaire compris entre deux circonférences de rayon r et $r + dr$ sera égal à

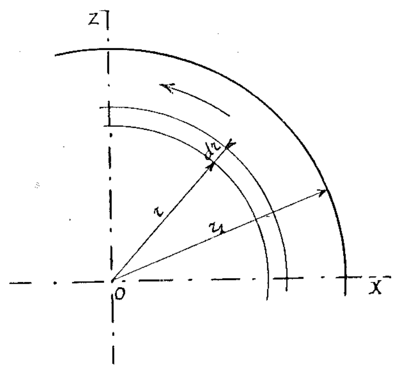

Fig. 11.

$$\mu\,(2\,\pi\,r\,dr)\,\omega^2\,r^2,$$

μ étant le coefficient de frottement. Le travail par seconde aura pour valeur

$$\mu\,(2\,\pi\,r\,dr)\,\omega^2\,r^2 \times \omega\,r$$

et, par conséquent, pour obtenir la puissance totale pour les deux faces, il suffira d'intégrer entre o et r_1, de multiplier par 2 et de diviser par 75, si l'on veut que le résultat soit exprimé en chevaux-vapeur. D'après celà :

$$N_f = \frac{4\,\pi\,\mu}{75}\,\omega^3\,\frac{r_1^{\,5}}{5}$$

où, en remarquant que $\omega^3 r^3 = u^3{}_1$,

$$N_f = \frac{4 \pi \mu}{75 \times 5} u^5{}_1 r^2{}_1. \qquad (24)$$

La valeur de μ dépend de la pression et de la nature du fluide.

Des expériences de *Unwin,* il résulte que pour l'eau, à la pression atmosphérique et dans les conditions normales de pureté, la valeur de μ est égale à 0,162.

En adoptant cette valeur, à défaut de données plus précises, nous aurons pour N_f

$$\boxed{N_f = 0{,}00543\, u^5{}_1 r^2{}_1.} \qquad (\text{XVII})$$

Pour déterminer la puissance absorbée par les frottements de l'arbre dans ses paliers et de l'arbre dans les boîtes à bourrage, nous établirons d'après *Lasche* la puissance absorbée dans les paliers, et, en l'absence de renseignements plus précis, nous doublerons le nombre trouvé pour tenir compte des frottements dans les bourrages.

Si nous désignons par μ le coefficient de frottement de l'arbre dans son coussinet, le travail absorbé par seconde sera égal à

$$\mu\, l d p c,$$

l désignant ici la longueur du tourillon en cm,

d son diamètre en cm,

p la pression par centimètre carré de surface projetée du tourillon,

c la vitesse périphérique de l'arbre en mètres.

Or, si nous désignons par t la température des surfaces glissantes, il existe, d'après Lasche, une relation très simple entre μ, p et t :

$$p \mu t = 2.$$

Adoptons pour valeur de la température t une valeur maximum 60° et désignons par N'_f la puissance absorbée

par les frottements de l'arbre dans ses deux paliers en chevaux-vapeur :

$$N'_f = \frac{4}{75} \frac{l d}{60} c.$$

Prenons pour rapport $\frac{l}{d}$ la valeur souvent adoptée de 3, et substituons au diamètre d supposé exprimé en cm, sa valeur exprimée en mètres; remplaçons, de plus c par sa valeur :

$$c = \frac{\pi d N}{60},$$

N désignant le nombre de tours de l'arbre. Nous aurons :

$$N'_f = \frac{120.000\, \pi d^5 N}{75 \times 60 \times 60} = 1{,}4\, d^5 N. \qquad (25)$$

Comme nous faisons l'hypothèse que cette valeur est doublée par les frottements dans les boîtes à bourrages :

$$\boxed{N'_f = 2{,}8\, d^5 N.} \qquad (\text{XVIII})$$

Ainsi, dans les conditions les plus favorables, la valeur de N_o est donnée par la formule :

$$N_o = 0{,}00543\, u^5{}_1 r^2{}_1 + 2{,}8\, d^5 N. \qquad (26)$$

Pour pouvoir déterminer η_o, il nous reste à évaluer N_i au moyen de la formule (XV), par conséquent à déterminer Q et T_i en fonction de x, de u_1 et des dimensions de la pompe.

Si nous représentons par e_1 l'épaisseur mesurée suivant la circonférence de l'une des aubes, par s_1 la distance mesurée suivant la circonférence, de deux aubes consécutives, la valeur de Q sera donnée par la relation :

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 \omega_1 = 2 \pi r_1 l_1 \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 x u_1. \qquad (27)$$

Cette relation n'est autre que celle donnée sous le numéro (18), lorsqu'on tient compte de la diminution de section qui résulte de la présence des ailettes.

En posant

$$c = \cos\beta_1 - mn\cos\beta_o, \qquad (28)$$

la formule (17) combinée avec l'équation (XV), nous permettra d'écrire :

$$\boxed{N_i = \frac{1000\,Q}{75}\,\frac{u^2{}_1}{g}\,(a - cx).} \qquad \text{(XIX)}$$

La discussion de la formule générale (XVI) dans laquelle nous aurions substitué à N_i et à N_o leurs valeurs ci-dessus, n'offrirait que peu d'intérêt, en raison du grand nombre d'éléments variables

$$\beta_1,\ r_1,\ N,\ l_1,\ d$$

qui entreraient dans la formule sans être liés entre eux.

Pour nous rendre compte de l'influence sur le rendement des valeurs de β_1 r_1 N et l_1, nous supposerons successivement :

1) Que les valeurs de r_1 N et l_1 étant connues, on donne à β_1 les valeurs 12°, 30°, 90° ;

2) Que le nombre de tours restant constant, de même que l'angle β_1 et que le rayon r_1, on fasse varier le rapport entre la largeur l_1 et le rayon r_1, et qu'on prenne successivement $\frac{l_1}{r_1}$ égal à 0,1, 0,15, 0,2 ;

3) Que l'angle β_1 étant pris égal à 30° et le nombre de tours N égal à 1450, on double le rayon r_1, tout en conservant les mêmes proportions de la roue, c'est-à-dire, en conservant les rapports

$$\frac{l_1}{r_1} = 0{,}1, \quad \frac{r_0}{r_1} = 0{,}4, \quad \frac{l_0}{l_1} = 1{,}75;$$

4) Que les dimensions de la roue restant invariables, on double le nombre de tours N de la roue, c'est-à-dire qu'on passe de 1450 à 2900 tours.

Nous pourrons ainsi nous rendre compte des valeurs qu'il conviendrait d'adopter pour l'angle de sortie β_1, pour le nombre de tours N, pour le rapport $\frac{l_1}{r_1}$, etc.

Avant de passer à l'application des formules, définissons ce que nous entendons par *rendement effectif* que nous représenterons par η_e. Le rendement effectif est évidemment le rapport de la puissance effective fournie par la pompe à la puissance totale absorbée. Or, la puissance fournie par la pompe en chevaux-vapeur est égale d'après ce que nous avons vu à

$$\frac{1000\,Q\,H'}{75},$$

H' étant la hauteur manométrique.

Comme la puissance absorbée totale est égale à $N_o + N_i$, le rendement effectif est donc représenté par

$$\eta_e = \frac{1000\,Q\,H'}{75\,(N_i + N_o)}. \qquad (29)$$

En divisant haut et bas par N_i, et en remarquant que, d'après la relation (XV),

$$N_i = \frac{1000\,Q\,T_i}{75},$$

nous aurons la formule :

$$\boxed{\eta_e = \frac{H'}{T_i}\,\frac{N_i}{N_i + N_o} = \eta'_i \times \eta_o.} \qquad \text{(XX)}$$

§ 11. — Courbes de rendement effectif.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. — Considérons le cas d'une roue de $0^{m}20$ de diamètre ayant les proportions des fig. 1, 2 (Pl. 6) et de la fig. 7, c'est-à-dire correspondant aux coefficients adoptés au paragraphe précédent pour le calcul du rendement indiqué :

$$m = 0{,}4 \qquad \frac{l_0}{l_1} = 1{,}75 \qquad \frac{l_1}{r_1} = 0{,}1.$$

Supposons que le nombre de tours soit de 1450 et que les angles prennent les valeurs :

$$\beta_1 = 12^\circ \qquad \beta_1 = 30^\circ \qquad \beta_1 = 90^\circ.$$

Calculons au moyen de la formule (27), la valeur de Q en fonction de x; nous aurons :

$$\text{pour } \beta_1 = 12^\circ \qquad \frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0{,}84, \qquad Q = 0{,}0166\, x.$$

$$\text{pour } \beta_1 = 30^\circ \qquad \frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0{,}87, \qquad Q = 0{,}0420\, x.$$

$$\text{pour } \beta_1 = 90^\circ \qquad \frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0{,}90, \qquad Q = 0{,}0860\, x.$$

Au moyen de la formule (XIX), déterminons la puissance N_i en fonction de x; nous obtiendrons :

$$N_i = 315\, Q\, (a - cx).$$

Enfin évaluons N_o avec la formule admise plus haut :

$$N_o = 0{,}00543\, u_1^3\, r_1^2 + 2{,}8\, d^5\, N\,;$$

en adoptant pour d, diamètre de l'arbre $0^{m}03$:

$$N_o = 0{,}19 + 0{,}11 = 0{,}30.$$

Nous pourrons dresser pour chacune des valeurs de β_1 un tableau analogue à celui ci-dessous.

Tableau I. — $\beta_1 = 12^\circ$.

x	$a-cx$	Q	N_i	η_o	η'_i		η_e		H'	
					$\psi'=0$	$\psi'=0{,}9$	$\psi'=0$	$\psi'=0{,}9$	$\psi'=0$	$\psi'=0{,}9$
0,00	0,84	0,000	0,00	0,00	0,404	0,890	0,000	0,000	8,00	17,54
0,10	0,768	0,00166	0,402	0,572	0,470	0,900	0,268	0,514	8,45	16,25
0,20	0,696	0,00332	0,727	0,707	0,524	0,905	0,373	0,640	8,58	14,75
0,40	0,550	0,00664	1,150	0,794	0,607	0,882	0,482	0,700	7,88	11,42
0,60	0,406	0,00996	1,275	0,810	0,616	0,800	0,498	0,648	5,87	7,65

Nous avons dans les diagrammes fig. 12 et 13, porté Q en abscisse, H' et η_e en ordonnée.

Les courbes de la fig. 12 correspondent à l'hypothèse où $\psi' = 0{,}9$, par conséquent au cas des pompes avec diffuseur bien construit; les courbes de la fig. 13 sont relatives au cas où $\psi' = 0$, c'est-à-dire où il n'existe ni diffuseur ni canal en volute.

Les courbes 1, 2 et 3 se rapportent respectivement aux cas

$$\beta_1 = 12^\circ \qquad \beta_1 = 30^\circ \qquad \beta_1 = 90^\circ.$$

La hauteur manométrique est donnée par les courbes pointillées et le rendement effectif par les courbes en trait plein.

Avant d'étudier ces courbes, il y a lieu de remarquer que la puissance maxima de la pompe correspondant à $\beta_1 = 12^\circ$ est d'environ 1,5 cheval; tandis que la puissance de la pompe construite avec l'angle $\beta_1 = 90^\circ$ est de 5,5 chevaux. Il conviendrait donc pour faire la comparaison au point de vue des angles de sortie, de déterminer la hauteur et le rendement de la même roue de $0^{m}20$ de diamètre ayant également un angle de sortie $\beta_1 = 12^\circ$, mais ayant une largeur plus grande de manière que la puissance normale soit d'environ 3 chevaux. En choisissant la largeur $l_1 = 20$ mm au lieu de 10 mm, nous avons trouvé à peu près cette valeur et nous avons tracé les courbes de la hauteur manométrique et du rendement sur les fig. 12 et 13 en les désignant par la notation (1′).

En comparant les courbes (1′), 2 et 3 de la fig. 12 qui se rapportent au cas des pompes avec diffuseur, nous voyons que :

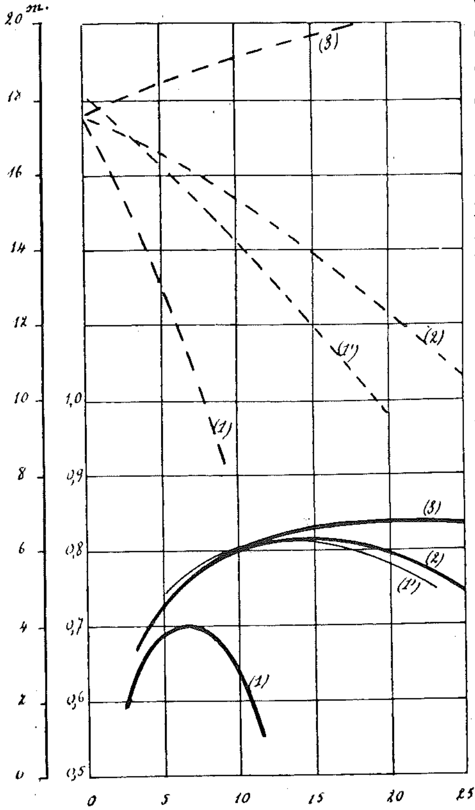

Fig. 12.

a) Le rendement effectif des pompes de même puissance, dépend peu de l'angle β_1 de sortie.

Il convient, cependant, de faire remarquer que, comme nous l'avons déjà dit, plus l'angle est grand, plus grande est la vitesse absolue de sortie pour un débit donné ; que, par conséquent, la longueur du diffuseur doit croître pour un même débit, lorsque la valeur de β_1 se rapproche de 90°, et qu'ainsi la valeur de ψ' que nous avons supposée constante, devrait être plus faible pour les valeurs de β_1 voisines de 90°.

Le rendement serait donc un peu inférieur à celui donné par les courbes 2 et 3.

b) Pour une même roue tournant à la même vitesse et débitant la même quantité, les hauteurs manométriques augmentent avec l'angle β_1.

c) Dans le cas où l'angle dépasse 45° environ la hauteur manométrique augmente avec le débit, ce qui entraîne comme conséquence, une difficulté d'amorçage.

En effet, à la mise en route de la pompe, l'eau atteindra dans le tuyau de refoulement la hauteur de 18 m. correspondant au débit nul ; mais comme la hauteur totale, pertes de charge comprises, qui correspond au rendement maximum avec un angle $\beta_1 = 90°$ est d'environ 20 m, l'eau ne pourra atteindre l'extrémité du tuyau de refoulement ; il faudra, pour amorcer la pompe, faire croître un instant la vitesse au delà de la vitesse normale.

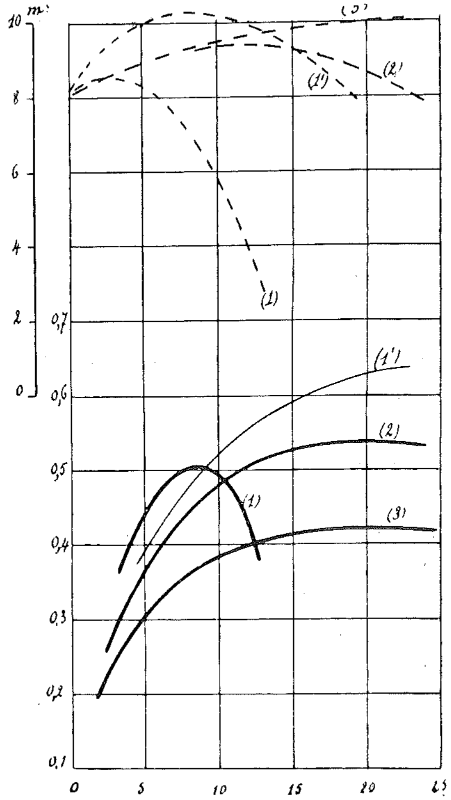

Fig. 13.

En comparant les courbes 1, 2 et 3 de la fig. 13 qui se rapportent au cas des pompes sans diffuseur et sans canal en volute, nous voyons que :

a) Le rendement effectif des pompes de même puissance, est d'autant plus élevé que l'angle β_1 est plus petit; pour un même débit, ce rendement est augmenté d'un tiers et plus lorsqu'on passe de $\beta_1 = 90°$ à $\beta_1 = 12°$;

b) La hauteur manométrique est sensiblement la même quelque soit l'angle β_1.

En comparant les courbes des fig. 12 et 13, on voit que, par l'adjonction d'un diffuseur, on obtient :

a) Pour un même débit, une hauteur manométrique presque double ;

b) Pour un même débit, un rendement plus grand de plus d'un tiers.

Conclusions. — De l'examen des tableaux tels que celui donné ci-dessus et des remarques que nous venons de faire, nous pouvons conclure que :

1° *Il est nécessaire dans les pompes à grand rendement et à grande hauteur de refoulement, d'employer un diffuseur bien construit et de réduire autant que possible les frottements de l'arbre dans les paliers et les boîtes à bourrage afin d'augmenter le rendement organique;*

2° *Pour les pompes avec diffuseur, l'angle de sortie β_1 doit être compris entre $\beta_1 = 30°$ et $\beta_1 = 45°$, et la valeur de x correspondant au maximum de rendement est voisine de 0,4;*

3° *Pour les pompes sans diffuseur, l'angle β_1 doit être pris très petit, environ 12°, et la valeur de x correspondant au maximum de rendement est voisine de 0,6.*

Les conclusions ci-dessus, concernant les angles, sont confirmées par l'expérience.

Deuxième hypothèse. — Les courbes (1) et (1') des fig. 12 et 13 montrent l'influence sur le rendement, de la largeur l_1 de la roue.

Pour nous rendre compte plus exactement de l'influence de ce facteur, nous avons calculé le rendement effectif dans l'hypothèse d'une roue de 0m20 de diamètre tournant

à 1450 tours, dont la largeur de sortie serait successivement égale à

$$0{,}1\ r_1 \qquad 0{,}15\ r_1 \qquad 0{,}2\ r_1$$

soit 10, 15 et 20 mm.

Nous avons dressé trois tableaux semblables à celui ci-dessus.

Pour calculer le rendement indiqué, nous avons recherché pour chaque cas, les valeurs de φ, ψ et ψ', et nous avons trouvé

pour $l_1 = 0{,}1\ r_1$	$\varphi = 0{,}92$	$\psi = 0{,}67$	$\psi' = 0{,}90$
pour $l_1 = 0{,}15\ r_1$	$\varphi = 0{,}935$	$\psi = 0{,}75$	$\psi' = 0{,}915$
pour $l_1 = 0{,}20\ r_1$	$\varphi = 0{,}955$	$\psi = 0{,}83$	$\psi' = 0{,}93$

Pour $l_1 = 0{,}2\ r_1$, nous avons dû adopter comme rapport $\frac{l_1}{l_0}$ la valeur 1,2, au lieu de la valeur 1,75.

La figure 14 donne dans l'hypothèse où il existe un diffuseur bien construit, les valeurs du rendement indiqué et du rendement effectif en fonction du débit.

Les courbes e_1 et e_3 sont celles qui ont déjà été tracées sur la fig. 12 pour $l_1 = 10$ mm et $l_1 = 20$ mm; la courbe e_3 correspond à $l_1 = 15$ mm.

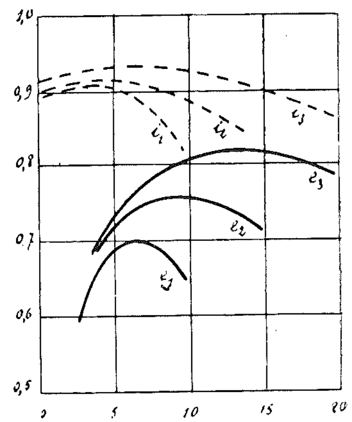

Fig. 14.

De la comparaison de ces courbes, il résulte que :

a) Le rendement indiqué augmente, mais assez faiblement, lorsqu'on fait croître l_1;

b) Le rendement effectif, pour un même débit, est sensiblement plus élevé à mesure que l_1 augmente.

Il faut cependant remarquer qu'à mesure qu'on augmente la largeur l_1, la valeur de x pour un débit déterminé, diminue. Or, avec des valeurs de x très faibles, l'angle α_1 que fait le jet à la sortie avec la tangente à la roue, est très petit, et la vitesse absolue de sortie est relativement grande; le diffuseur devient plus difficile à construire et doit être d'autant plus long que x est plus petit.

Il ne faut donc pas conclure que l'on peut augmenter indéfiniment la largeur de la roue pour un débit donné.

De la comparaison des courbes de la fig. 15, tracées dans l'hypothèse où il n'existe pas de diffuseur, il résulte que le rendement croît avec la largeur de la roue, mais que pour un débit donné, le maximum de rendement correspond à la valeur de l_1 pour laquelle x est voisin de 0,6.

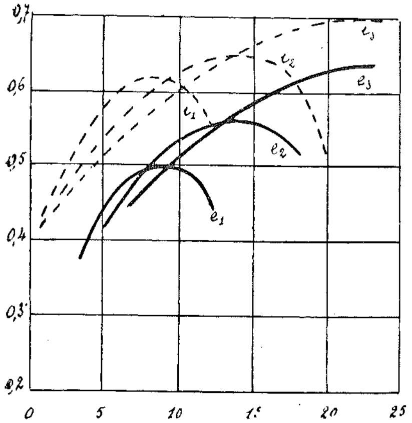

Fig. 15.

Conclusions. — Pour les débits relativement faibles, il convient de prendre $l_1 = 0{,}1\ r_1$ environ. Si l'on fait croître l_1, il convient de s'assurer que la valeur de x n'est pas inférieure à 0,20 par exemple, dans le cas d'une pompe avec diffuseur, et à 0,50 dans le cas d'une pompe sans diffuseur.

Remarque. — Nous tâcherons de faire ressortir ici l'avantage des roues à une ouïe sur les roues à deux ouïes au point de vue du rendement.

En ce qui concerne les pertes par frottement dans la roue, on peut assimiler sans grande erreur, une roue

à deux ouïes à deux roues à une ouïe, opposée l'une à l'autre et de largeur l_1 moitié moindre.

Le rendement indiqué d'une roue sans diffuseur, à deux ouïes de largeur $l_1 = 20$ mm sera donc sensiblement le même que celui d'une roue à une ouïe de largeur $l_1 = 10$ mm.

Pour comparer le rendement indiqué d'une roue à deux ouïes avec celui d'une roue à une ouïe de même largeur $l_1 = 20$ mm, il suffira donc de se servir des courbes de rendement indiqué i_1 et i_3. La différence aux environs de rendement maximum et pour un même débit, est à peu près de 5 °/₀.

Le rendement organique et le rendement du diffuseur étant évidemment le même pour les deux systèmes, on peut conclure que la différence totale est inférieure à 4 ½ °/₀.

TROISIÈME HYPOTHÈSE. — Nous avons choisi l'angle $\beta_1 = 30°$ et le nombre de tours 1450. Nous avons calculé le rendement d'une roue de 0m40 de diamètre géométriquement semblable à celle 0m20 représentée fig. 2, Pl. 6.

La puissance absorbée N_f par les frottements de la roue contre le fluide, est égale, dans ce cas, à

$$N_f = 0{,}00543 \times \overline{30{,}35}^3 \times \overline{0{,}2}^2 = 6{,}06.$$

La puissance absorbée par le frottement des bords de la roue dont nous supposons l'épaisseur égale à 6 mm n'est pas négligeable avec une vitesse périphérique de plus de 30 m ; en la calculant, nous avons trouvé 0,9 cheval.

La puissance absorbée par les frottements de l'arbre dont nous supposerons le diamètre égal à 60 mm est donnée par la formule

$$N_0 = 2{,}8 \times \overline{0{,}06}^3 \times 1450 = 0{,}87$$

Nous pourrons donc prendre pour N_0

$$N_0 = 6{,}06 + 0{,}9 + 0{,}87 = 8 \text{ chevaux environ.}$$

La valeur Q résulte de la formule (27); elle est donc égale à

$$Q = 0{,}34\,x$$

La formule (XIX) donne d'autre part

$$N_i = 1260\,Q\,(a - cx).$$

Ces valeurs ont permis de dresser un tableau semblable au tableau I précédent.

Nous avons porté fig. 16, le débit en abscisse, le rendement et la hauteur manométrique en ordonnée; la courbe (1) est identique à la courbe (2) de la fig. 12 et correspond au cas d'une roue de 0m20; la courbe (2) se rapporte à la roue de 0m40 géométriquement semblable à la première.

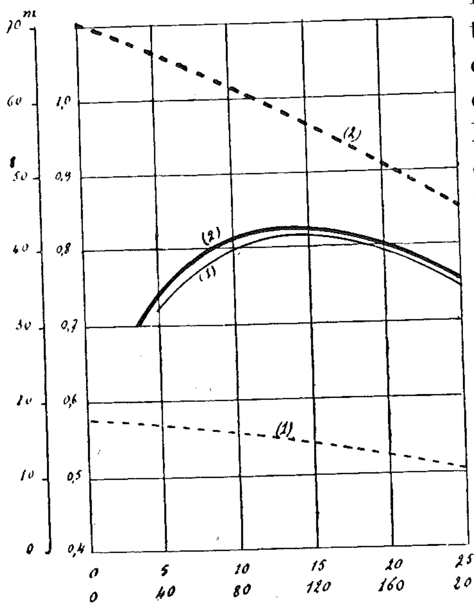

Fig. 16.

L'échelle des abscisses a été choisie 8 fois plus grande pour cette dernière que pour la courbe (1); on voit que dans ces conditions, les courbes ont la même allure et que la différence de rendement est de 1 à 2 %. Quant aux hauteurs manométriques, elles sont dans le rapport de 1/4 pour les débits pris dans le rapport de 1/8.

Conclusions. — On peut donc conclure que le rendement effectif est sensiblement le même pour toutes les roues géométriquement semblables, à la condition que les débits pour les différentes roues soient entre eux comme les cubes des rayons de ces roues.

Quatrième hypothèse. — Nous avons déterminé le rendement effectif de la pompe de 0m20 de diamètre tournant à 2900 tours.

En calculant la puissance absorbée par les frottements de la roue avec les formules (XVII) et (XVIII), nous avons trouvé :

$$N_f = 1{,}54 \qquad N'_f = 0{,}23$$

Pour le frottement des bords de la roue dont nous avons supposé l'épaisseur égale à 5 mm, nous avons obtenu 0,38. La valeur à la vitesse de 2900 tours est donc égale à

$$N_0 = 1{,}54 + 0{,}23 + 0{,}38 = 2{,}15,$$

au lieu de 0,30 à 1450 tours.

Des formules (XIX) et (27) nous avons déduit :

$$N_i = 1280\,Q\,(a - cx),$$
$$Q = 0{,}084\,x,$$

et nous avons dressé un tableau semblable au tableau I.

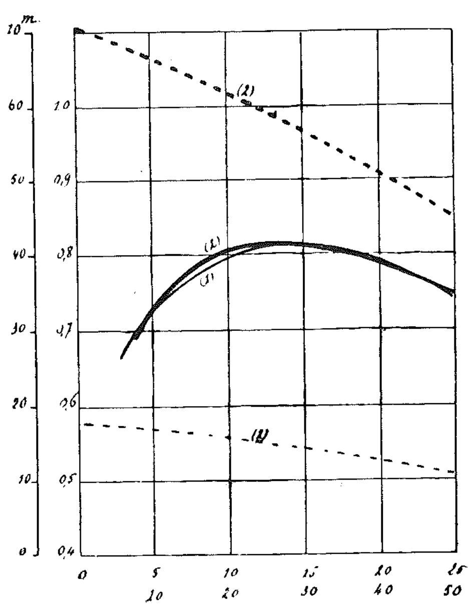

Fig. 17.

Fig. 17, nous avons porté en abscisse, les valeurs du débit Q, et en ordonnées, la hauteur manométrique et le rendement effectif. Nous avons choisi une échelle des abscisses double, pour la vitesse de 2900 tours.

La courbe (1) correspond à la vitesse de 1450 tours et est identique à la courbe de rendement (2) de la fig. 12 ; la courbe (2) est la courbe de rendement à la vitesse de 2900 tours.

Les courbes en pointillés (1) et (2) donnent la hauteur manométrique à 1450 et 2900 tours. Cette hauteur est, comme on le voit, sensiblement quatre fois plus grande dans le second cas que dans le premier.

On voit que les courbes de rendement se superposent à peu près.

Nous pouvons en conclure :

Que le rendement effectif est sensiblement le même pour toutes les roues identiques tournant à des vitesses différentes, à la condition que les débits à chaque vitesse, soient réglés de manière à être entre eux comme ces vitesses.

Si nous comparons les courbes (2) des fig. 16 et 17, nous voyons que, avec une même vitesse périphérique de 30 m environ, correspondant à la roue de 0^m400 à 1450 tours, ou de 0^m20 à 2900 tours, on obtient sensiblement une même hauteur manométrique et un même rendement, à la condition de prendre un débit quatre fois plus grand pour la première roue que pour la seconde.

Il résulte de cette remarque que :

Pour les débits relativement faibles par rapport à la hauteur de refoulement, 15 à 20 litres par seconde pour des hauteurs de 200 à 250 mètres si nous voulons fixer les idées, il convient d'adopter un nombre de tours aussi grand que possible, soit 2900 tours par minute avec les moteurs à courant triphasé.

En résumé : Dans les pompes à grand rendement il faut :

1) *Adopter le type de roue à une ouïe ;*

2) *Adopter un diffuseur à aubes et un angle de 30 à 40° ;*

3) *Choisir pour le calcul du débit et du coefficient manométrique, une valeur $x = 0{,}2$ au moins ;*

4) *Choisir pour rapport $\frac{l_1}{r_1}$, de la largeur de la roue à la sortie au rayon de celle-ci, une valeur comprise entre 0,1 et 0,15 ;*

5) *Adopter pour les débits relativement faibles la vitesse de rotation la plus grande possible, soit 2900 tours.*

§ 12. — Calcul des fuites. — Rendement total.

Nous allons chercher maintenant, à déterminer l'importance des fuites dans les pompes centrifuges à une ou plusieurs roues, et l'influence de ces fuites sur le rendement.

Nous ne tiendrons pas compte des fuites inévitables par les bourrages extérieurs, qui proviennent de ce que, pour éviter les rentrées d'air, on amène l'eau sous pression dans les bourrages par des conduits (*t*) (fig. 2, Pl. 6).

Ces fuites peuvent être réglées de manière à être très faibles, tout en restant suffisantes pour supprimer l'introduction d'air dans la pompe et l'échauffement de l'arbre.

Dans une pompe à une roue, il y a ordinairement deux sections de fuites, par les deux joints existant de part et d'autre de la roue à la hauteur du diamètre extérieur de l'ouïe.

Les formes les plus souvent adoptées pour ces joints sont celles reproduites fig. 18, 19 et 20.

Les jeux e et e_1 peuvent être très faibles lorsqu'il existe un palier de butée ; par contre, dans les pompes à plusieurs roues où l'on dispose sur le bout de l'arbre un piston destiné à produire l'équilibrage automatique, il faut que l'arbre puisse prendre un mouvement de déplacement axial de 1 à 2 mm. La valeur de e_1 ne peut, dans ce cas, être prise inférieure à 1 ou 1,5 mm.

Le jeu e pour les roues de petit diamètre, ne peut guère descendre en dessous de 1/2 mm.

Le joint de la figure 17 est surtout employé, lorsqu'au lieu d'équilibrer chaque roue séparément, on équilibre la somme des poussées sur chaque roue, par l'action de la pression de l'eau à la dernière roue, sur un piston A convenablement calculé (fig. 3).

Ce joint est plus simple et permet un jeu axial de l'arbre plus grand; mais, à cause de sa longueur, il est nécessaire d'employer, pour éviter des tourbillonnements à l'entrée de la roue, des aubes distributrices d venues de fonderie avec les disques fixes.

Nous calculerons plus loin la valeur relative de ces différents joints.

Cherchons tout d'abord à calculer la vitesse d'écoulement de l'eau à travers le joint, en fonction de la différence des pressions de part et d'autre du joint.

Nous avons vu que la perte de charge, dans un conduit de section constante, était exprimée par la relation

$$T_f = \mu \left(\frac{m}{\sigma'}\right) c^2 s, \qquad \text{(formule VI)}$$

dans laquelle

μ est le coefficient de frottement,

$\frac{m}{\sigma'}$ le rapport du périmètre à la section,

c la vitesse,

s la longueur du conduit.

En appelant r le rayon moyen du joint, nous aurons pour rapport du périmètre à la section :

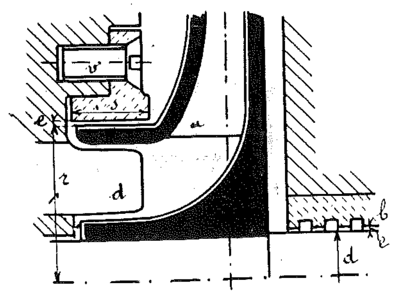

Fig. 18.

$$\frac{m}{\sigma'} = \frac{2\,(2\,\pi\,r)}{2\,\pi r \times e} = \frac{2}{e},$$

pour la partie où le jeu est e, et

$$\frac{m}{\sigma'} = \frac{2}{e_1},$$

pour la partie où le jeu est e_1.

Calculons la vitesse pour une différence de pression de part et d'autre du joint, cette différence étant exprimée en mètres d'eau.

Appliquons pour cela la formule IV :

$$\varphi\,(p_1 - p_0) + h + T_f + \frac{1}{2g}(c_1{}^2 - c_0{}^2) = 0.$$

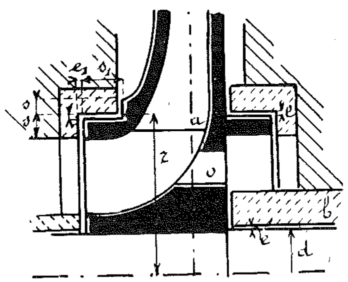

Fig. 19.

En remarquant que pour l'eau $\varphi = 0{,}001$, que la différence de niveau de part et d'autre du joint représentée par h dans la formule, est négligeable, enfin que la vitesse initiale peut être considérée comme nulle, il viendra :

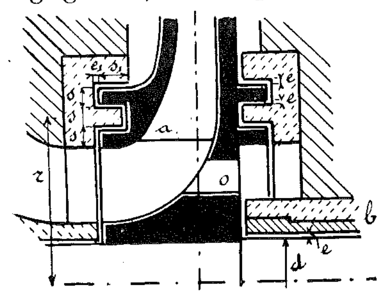

Fig. 20.

$$(p_0 - p_1) = h' = \frac{1}{2g} c_1{}^2 + T_f,$$

$(p_0 - p_1)$ étant cette fois exprimé en mètres d'eau et non plus en kg par m².

A la perte de charge T_f, il convient d'ajouter celle qui résulte de l'orifice en mince paroi à l'entrée, et de la présence des coudes à angles droits; cette perte peut être évaluée à $0{,}5 \frac{c_1^2}{2g}$ pour l'entrée et pour chaque coude.

Si nous supposons $e = e_1$ pour simplifier les calculs, nous aurons :

1° Pour le joint de la fig. 18 :

$$\boxed{h' = \frac{1}{2g} c_1^2 \left(1 + 0{,}5 + \mu \frac{2}{e} s\right);} \qquad \text{(XXI)}$$

2° Pour le joint de la fig. 19 :

$$\boxed{h' = \frac{1}{2g} c_1^2 \left(1 + 0{,}5 \times 3 + \mu \frac{2}{e} s_2\right);} \qquad \text{(XXII)}$$

3° Pour celui de la fig. 20 :

$$\boxed{h' = \frac{1}{2g} c_1^2 \left(1 + 0{,}5 \times 6 + \mu \frac{2}{e} s_2\right),} \qquad \text{(XXIII)}$$

s_2 représentant la longueur totale du joint.

Ces formules ont été vérifiées expérimentalement sur des joints en labyrinthe par M. E. Becker, et les résultats ont été donnés dans le numéro du 20 juin 1907 du *Zeitschrift des Vereines deuscher Ingénieure*.

Le coefficient μ a été trouvé égal en moyenne à 0,0194 pour des valeurs de e variant entre 0,13 et 0,22 mm. Nous choisirons dans la suite pour valeur de μ :

$$\mu = 0{,}019.$$

En adoptant pour le joint de la fig. 18

$$e = 0{,}5 \text{ mm} \qquad s = 20 \text{ mm}$$

$$h' = \frac{1}{2g} c_1^2 (1{,}5 + 1{,}52) \quad \text{soit} \quad h' = 3 \frac{c_1^2}{2g}. \quad (30)$$

Pour le joint de la fig. 19 avec

$$e = e_1 = 0{,}5 \text{ mm} \quad s = 5 \text{ mm} \quad s_1 = 10 \text{ mm}$$

$$h' = \frac{1}{2g} c_1^2 (2{,}5 + 1{,}52) \quad \text{soit} \quad h' = 4 \frac{c_1^2}{2g}. \quad (31)$$

Enfin avec le joint de la fig. 20 et les dimensions

$$e = e_1 = 0{,}5 \text{ mm} \quad s_1 = 8 \text{ mm} \quad s = 5 \text{ mm}$$

$$h' = \frac{1}{2g} c_1^2 (4 + 3) \quad \text{soit} \quad h' = 7 \frac{c_1^2}{2g}. \quad (32)$$

En comparant les formules (30), (31) et (32), on peut conclure que :

Les joints fig. 18 et 19 sont à peu près équivalents, et, dans le cas où le jeu e_1 doit être pris plus grand que e, le joint de la fig. 18 est même supérieur. Par contre le joint en labyrinthe de la fig. 20 comparé aux deux premiers, peut réduire la fuite dans le rapport des vitesses tirées des formules, soit $\sqrt{\frac{3}{7}}$ ou $\sqrt{\frac{4}{7}}$ par conséquent, en moyenne, $\frac{7}{10}$.

Dans les formules précédentes, h' représente la différence des pressions de part et d'autre du joint, c'est-à-dire la hauteur manométrique fournie par la roue sans diffuseur; cette valeur de h' est donc donnée pour chaque valeur de x, par les courbes c_1', c_2' et c_3' des fig. 8, 9 et 10; il suffira, en effet, de multiplier les valeurs des coefficients manométriques que donnent ces courbes, par le facteur $\frac{u_1^2}{2g}$, pour obtenir h'.

La valeur de la vitesse c_1 dans le joint peut donc être déterminée pour chacune des valeurs de x, en appliquant les formules ci-dessus. Connaissant c_1, il sera facile de déterminer la fuite en m^3 par seconde pour chaque joint; nous aurons en représentant par f cette fuite :

$$\boxed{f = 2\pi r e \times c_1,} \qquad \text{(XXIV)}$$

r et e étant exprimés en mètres.

Dans le cas des pompes centrifuges à une roue, nous auront pour fuite totale F, lorsqu'il y a deux joints à la même hauteur :

$$F = 2f. \qquad (33)$$

Dans les pompes centrifuges à plusieurs roues, il y a lieu de distinguer le cas où chacune des roues est équilibrée séparément et le cas où il y a un piston d'équilibre.

Dans le premier cas, la fuite par roue sera représentée également par $2f$ puisqu'il y aura deux joints à chaque roue; mais, à cette fuite, il faudra ajouter celle qui se produit au joint séparant deux cellules, joint dont le diamètre est égal à celui de l'arbre de la pompe.

La différence des pressions de part et d'autre de ce joint étant égal à H′, hauteur manométrique de refoulement par roue, nous aurons pour calculer la vitesse d'écoulement la relation

$$H' = \frac{c_1}{2g}\left(1{,}5 + \mu \frac{2}{e} s\right) \qquad (34)$$

où μ est égal à 0,019,
e représente le jeu
et s la longueur du joint.

Dans le second cas (fig. 18), il n'y aura qu'un joint par roue, et la fuite sera égale à f au lieu de $2f$, de plus la différence de pression de part et d'autre de la paroi séparant deux roues ne sera plus égale à H′, mais à la hauteur manométrique fournie par le diffuseur, hauteur que nous désignerons par h'' et qui n'est qu'une fraction de la hauteur H′.

On peut donc dire que l'influence des fuites sera moindre dans les pompes en série possédant un piston d'équilibre que dans celles dont chacune des roues est équilibrée séparément, à la condition, bien entendu que la perte par le piston d'équilibre ne soit pas trop grande.

Cherchons maintenant à évaluer le *rendement total* de la pompe en tenant compte des fuites.

Désignons ce rendement par η et envisageons d'abord le cas d'une pompe à une seule roue.

Le débit étant représenté par Q, le débit réel sera représenté par (Q — F). La puissance utilisée sera donc

$$\frac{1000\,(Q - F)}{75} H',$$

et la puissance fournie sera

$$N_i + N_o.$$

Nous aurons donc

$$\eta = \frac{1000\,(Q - F)\,H'}{75\,(N_i + N_o)},$$

et, d'après ce que nous avons vu précédemment (formule 29)

$$\boxed{\eta = \left(1 - \frac{F}{Q}\right)\eta_e.} \qquad \text{(XXV)}$$

Dans le cas des pompes à plusieurs roues, comme les roues sont toutes égales, nous aurons la même formule, à la condition de représenter par F la fuite totale par roue qui comprend la fuite par le ou les joints de la roue, et la fuite par le joint séparant deux cellules.

Remarque. — Il y aurait lieu, cependant, pour être tout à fait exact, de tenir compte de la perte de charge dans les canaux ramenant le fluide de l'extrémité d'un diffuseur à l'ouïe de la roue suivante. Si nous représentons par h cette perte de charge, il est facile de voir que le rendement total pourra s'exprimer, dans ce cas, par

$$\boxed{\eta = \left(1 - \frac{F}{Q}\right)\left(1 - \frac{h}{H'}\right)\eta_e.} \qquad \text{(XXVI)}$$

Application. — Recherchons le diagramme du rendement total en fonction du débit de la pompe à une seule roue de 0^m20 tournant à 1450 et à 2900 tours, les proportions étant celles précédemment adoptées et l'angle β_1 étant égal à 30°.

Nous admettrons que le joint choisi soit celui représenté en demi-grandeur fig. 19, que le rayon soit de 0^m042 et que le jeu e soit de 0^m0005. La vitesse c_1 sera donnée dans ces conditions par la formule (31)

$$c_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,h'}{4}}$$

et la fuite F par la formule :

$$F = 2\,f = 4\,\pi\,r \times e \times c_1.$$

Nous avons dressé les deux tableaux correspondant respectivement à 1450 et 2900 tours. Les valeurs de h' ont été calculées en prenant les coefficients manométriques donnés en fonction de x par la courbe c'_2 de la fig. 9.

Tableau II. — N = 1450

x	η_e	h'	c_1	F	Q	η	
0,0	0,000	8,00	6,25	0,00165	0,0000	0,000	0,000
0,1	0,697	8,70	6,55	0,00173	0,0042	0.410	0,555
0,2	0,780	9,23	6,74	0,00178	0,0084	0,615	0,697
0,4	0,810	9,10	6,67	0,00176	0,0168	0,725	0,768
0,6	0,749	7,57	6,10	0,00161	0,0252	0,702	0,725

Tableau III. — N = 2900

x	η_e	h'	c_1	F	Q	η	
0,0	0,000	32,00	12,50	0,00330	0,0000	0,000	0,000
0,1	0,704	34,80	13,10	0,00346	0,0084	0,416	0,563
0,2	0,795	36,92	13,48	0,00356	0,0168	0,627	0,712
0,4	0,801	36,40	13,34	0,00353	0,0334	0,716	0,758
0,6	0,754	30,28	12.20	0,00322	0,0504	0,706	0,730

Nous n'avons tracé fig. 21 que les courbes relatives à la roue tournant à 2900 tours, les courbes fournies par les deux tableaux se superposant sensiblement.

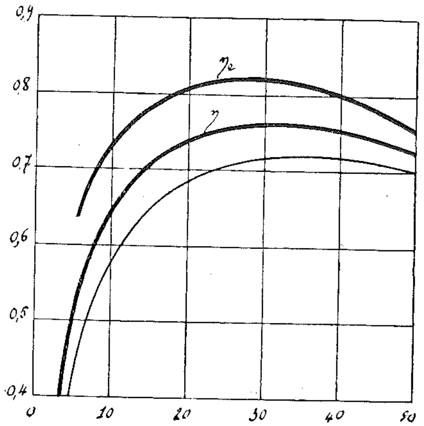

Fig. 21.

La courbe η_e donne le rendement effectif, la courbe en trait fin le rendement total η, les débits réels étant portés en abscisses.

Ces courbes montrent l'influence des fuites sur le rendement et la nécessité d'employer des dispositions spéciales pour réduire ces fuites au minimum, surtout pour les pompes à faible débit.

On peut préconiser, pour diminuer ces fuites, de réduire le diamètre de l'ouïe ou, ce qui est la même chose, de diminuer le rapport $\frac{r_0}{r_1}$. C'est ce que certains constructeurs font en prenant $\frac{r_0}{r_1} = 0,3$.

Il est probable, il est vrai, que les fuites sont moins importantes que celles trouvées par les formules ci-dessus; le calcul de c_1 par la relation (31) suppose, en effet, que la section de sortie du joint est libre alors que le jet rencontre à angle droit le fluide qui se rend dans la roue; le jet est, par conséquent, brisé, et il doit en résulter une surpression de nature à diminuer la fuite.

Il ne serait guère possible de tenir compte de ce phénomène dans le calcul. Le seul moyen d'évaluer ces fuites, consisterait à procéder expérimentalement en bouchant par un moyen quelconque, la section de sortie de la roue et en amenant dans l'enveloppe de l'eau sous pression. On pourrait faire varier la pression et la vitesse de la roue. D'après les expériences de M. E. Becker, il semble démontrer, en tout cas, que la vitesse de rotation de la roue n'a aucune influence sensible sur les fuites du joint en labyrinthe.

Nous avons, dans la dernière colonne du tableau précédent, donné le rendement total dans l'hypothèse où la fuite ne serait que la moitié de celle calculée par la formule (31) et nous avons, fig. 21, tracé en trait fort la courbe correspondante.

Ces derniers résultats paraissent plus vraisemblables et concordent mieux avec ceux donnés par la pompe Schwartzkopff à 4 roues de diamètre à peu près égal à celui de la roue que nous envisageons, et dont l'ensemble est représenté fig. 3, Pl. 6.

§ 13. — Calcul du rendement de l'installation. Variation du rendement en fonction de la vitesse de rotation pour une hauteur H constante.

Nous avons désigné par H la hauteur de refoulement comprise entre le plan d'eau et l'extrémité du tuyau de refoulement et nous avons appelé rendement indiqué de l'installation, le rapport $\eta_i = \dfrac{\text{H}}{\text{T}_i}$.

En supposant le cas le plus favorable où la conduite est entièrement verticale, sa longueur est de H m et la perte de charge peut être évaluée au moyen de la formule (VI); nous aurons en effet :

$$\text{T}_f = \mu \frac{\pi d}{\frac{\pi d^2}{4}} c^2_s \,\text{H} = \eta \frac{4}{d} c^2_s \,\text{H}, \qquad (34)$$

c_s désignant la vitesse dans la conduite et d son diamètre.

Or nous avons représenté par H′ la hauteur H augmentée des pertes de charge dans la conduite et de la hauteur correspondant à $\dfrac{1}{2g} c_s^2$, c_s étant la vitesse de sortie.

Entre H et H′, on a donc la relation :

$$\text{H} = \text{H}' - \left(4\,\mu \frac{\text{H}}{d} + \frac{1}{2g}\right) c_s^2, \qquad (35)$$

et il est facile de voir que

$$\boxed{\eta_i = \eta'_i \left[1 - \left(4\,\mu \frac{\text{H}}{d} + \frac{1}{2g}\right) \frac{c_s^2}{\text{H}'}\right]} \qquad \text{(XXIII)}$$

La valeur de c_s est comprise ordinairement entre 1ᵐ50 et 2 m quand la pompe donne son débit normal.

On peut donc déduire de la formule la valeur de η_i et, par conséquent, celle du rendement total de l'installation :

$$\eta = \eta_i \times \eta_o \left(1 - \frac{\text{F}}{\text{Q}}\right) \qquad (36)$$

Une question intéressante est celle qui consiste à rechercher la variation du rendement en fonction du nombre de tours, d'une pompe refoulant sur une conduite de hauteur constante H.

Calculons c_s en fonction de x et de u_1 ; nous savons que le débit Q est donné par la relation

$$Q = 2\pi r_1 \, l_1 \, \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 \, x \, u_1, \text{ (formule 27)}$$

et que entre c_s et Q on a l'égalité :

$$Q - F = \frac{\pi d^2}{4} c_s . \qquad (37)$$

La valeur de F, nous l'avons vu, est proportionnelle à la vitesse d'écoulement à travers joint, vitesse qui est elle-même proportionnelle à la racine carrée de la hauteur. Or cette hauteur est égale au produit de $\frac{u_1^2}{2g}$ par le coefficient manométrique de la roue. Les fuites F sont donc proportionnelles à u_1.

Si nous désignons donc par F_1, la fuite à la vitesse périphérique normale que nous désignerons par u_1', nous aurons, pour une vitesse quelconque

$$F = F_1 \times \frac{u_1}{u_1'}.$$

En substituant à F cette valeur, dans la relation (37), et en éliminant Q entre cette relation et la précédente, il viendra :

$$c_s = \frac{4 u_1}{\pi d^2} \left(2 \pi r_1 \, l_1 \, \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 \, x - \frac{F_1}{u_1'} \right) \qquad (38)$$

Posons :

$$\frac{4}{\pi d^2} \times 2 \pi r_1 \, l_1 \, \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 = k_1 \qquad (39)$$

$$\frac{4 F}{\pi d^2} \times \frac{1}{u_1'} = k_2 , \qquad (40)$$

et remplaçons c_s par sa valeur, dans la relation (35) ;

Nous aurons :

$$H = H' - \left(4 \mu \frac{H}{d} + \frac{1}{2g} \right) (k_1 x - k_2)^2 u_1^2 .$$

Multiplions tous les termes par $2g$ et divisons-les par u_1^2 ; posons en outre

$$2g \left(4 \mu \frac{H}{d} + \frac{1}{2g} \right) = k' ;$$

il viendra :

$$\frac{2g\,H}{u_1^2} = \frac{2g\,H'}{u_1^2} - k' \left(k_1^2 x^2 - 2 k_1 k_2 x + k_2^2 \right).$$

En substituant à $\frac{2g\,H'}{u_1^2}$ la valeur donnée par la formule (XIII) il restera une relation fonction de x, H, u_1^2, et des coefficients précédemment adoptés :

$$\boxed{\begin{aligned} &(b + \psi'^2 - n^2 - 2\, k' k_1^2)\, 2^2 - x\,(\psi'^2 \cos \beta_1 - m\, n \cos \beta_0 \\ &- k' k_1 k_2)\, x + (a + \psi'^2 - m^2) - \frac{2g\,H}{u_1^2} + k' k = o \end{aligned}} \qquad (XXIV)$$

Ainsi H étant constant, il nous sera possible de déterminer la valeur de x et par conséquent celle de rendement qui correspond à une vitesse périphérique donnée.

Application. — Déterminons en fonction du nombre de tours, le rendement de la pompe de $0^{m}20$ de diamètre, l'angle de sortie β_1 étant de 30°, et les proportions de la roue étant celles précédemment adoptées.

Nous supposerons que la conduite de refoulement ait un diamètre de $0^{m}10$, et nous admettrons un coëfficient μ assez élevé

$$\mu = 0{,}0004.$$

Pour un débit de 50 m³, soit 13,9 litres par seconde, et une conduite de refoulement de 60 m., la perte de charge est de

$$T_f = 0{,}0004 \times \frac{4}{0{,}1} \times \overline{1{,}85}^2 \times 60 = 3^{m}30$$

Si nous admettons que les fuites ne sont que la moitié de celles indiquées au tableau III, le débit Q correspondant au débit réel de 13,9 sera de

$$13{,}9 + 1{,}75 = 15{,}65.$$

Au débit Q de 15,65 correspond une hauteur manométrique donnée par la courbe (2) fig. 17, de 64 m. La hauteur H devra donc être prise égale à (64 — 3,3) ou 60m70, si l'on veut obtenir le débit de 50 m³ à l'heure.

Calculons les valeurs de k_1, k_2 et k' :

$$k_1 = 0{,}35 \qquad k_2 = 0{,}0073 \qquad k' = 19{,}7$$

D'où

$$k'k^2 = 2{,}41 \qquad k'k_1k_2 = 0{,}0504 \qquad k'k^2{}_2 = 0{,}00105.$$

D'après les calculs faits au § 9, pour la détermination du rendement indiqué :

$$b + \psi'^2 - n^2 = -0{,}650,$$
$$2\,(\psi'^2 \cos\beta_1 - mn\cos\beta_0) = 0{,}588,$$
$$a + \psi'^2 - m^2 = 0{,}49,$$

l'équation (XXIV) pourra s'écrire dans le cas particulier que nous examinons :

$$3{,}06x^2 + (0{,}588 - 0{,}108)x - 1{,}49 + \frac{1190}{u_1\,2} - 0{,}00105 = 0 \quad (41)$$

En nous donnant des valeurs successives du nombre de tours N, nous pourrons calculer les valeurs de u_1 correspondantes, et déduire de l'équation (41) les valeurs de x.

Pour trouver la valeur de x pour laquelle le débit réel est nul, il nous suffira d'égaler à zéro la valeur de c_s donnée par l'équation (35).

On trouve ainsi $x = 0{,}02$ environ.

Les résultats obtenus sont consignés au tableau (IV) ci-dessous.

Nous avons déterminé Q par la formule (27) qui peut s'écrire, dans le cas particulier que nous examinons :

$$Q = 0{,}00274\ u_1\,x \qquad (42)$$

Pour le calcul de (Q — F), nous avons pris la valeur de 1l,75 à 2900 tours, et, pour les valeurs plus grandes ou plus petites, nous avons appliqué la formule établie plus haut :

$$F = F_1 \frac{u_1}{u_1{}'},$$

u'_1 désignant la vitesse périphérique à 2900 tours.

Tableau IV.

N	x	Q	Q — F	η
2710	0,021	0,00163	0,000	0,000
2750	0.076	0,00600	0,00434	0,450
2800	0,130	0,01050	0,00884	0,617
2900	0,186	0,01550	0.01380	0,700
3000	0,248	0,02140	0,01950	0,735
3200	0,304	0,0279	0,02600	0,755

Les rendements correspondant à (Q — F) ont été trouvés sur le diagramme de la figure 21 (courbe η).

Nous avons porté fig. 22, en abscisse le nombre de tours, en ordonnée le rendement total de la pompe et le débit (courbe pointillée).

La courbe du rendement montre que pour une variation très faible du nombre de tours, 7 °/o en moins du nombre de tours normal, la pompe ne débite plus ; l'eau se maintient dans la colonne de refoulement, à une certaine

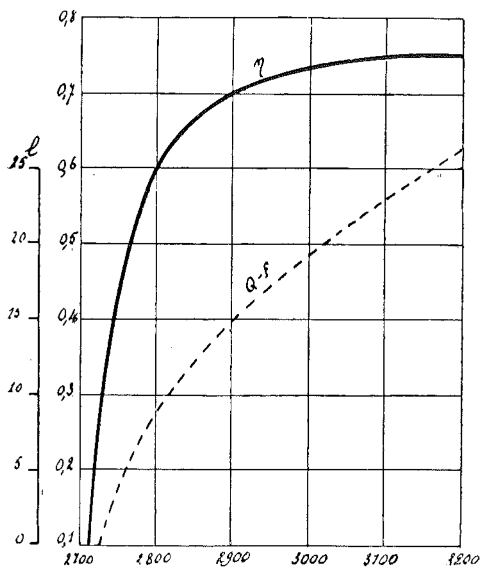

Fig. 22.

hauteur, à la manière dont l'eau se maintient dans un tube de Pitot.

Lorsque la pompe a été calculée pour fonctionner normalement aux environs du coude de la courbe du rendement, toute variation très faible du nombre de tours amène une diminution très considérable de l'effet utile. Le tableau montre que, dans notre cas, pour une valeur de x inférieure à 0,2, ce défaut est accentué.

CONCLUSION. — *Lorsque les variations de vitesse sont à craindre et que les fuites sont relativement importantes, il est nécessaire de choisir pour x une valeur voisine de 0,4.*

Comme nous le montrerons au chapitre III, le diamètre et le nombre de roues, par conséquent le prix de la pompe, dépendent de la valeur de x que l'on adopte.

Remarque. — Lorsque la pompe débite peu, le fluide ne coule plus à plein jet dans le diffuseur et il tend à se produire des remous à la sortie et des chocs contre les aubes de la roue, chocs qui augmentent la puissance absorbée par le mouvement de celle-ci et qui diminuent le rendement du diffuseur. Il en résulte que le rendement total diminue plus rapidement que ne l'indique la formule et que la courbe que nous venons de tracer d'après le calcul est, dans la réalité, encore plus plongeante.

CHAPITRE III.

§ 14. Calcul des dimensions principales des pompes centrifuges.

1° Pompe pour grand débit et faible hauteur de refoulement.

Le problème peut se poser comme suit :

Déterminer les dimensions d'une pompe capable de débiter 360 m³ par heure à la hauteur totale de 10 m., pertes de charge comprises.

Nous distinguerons deux cas : *a)* celui où la pompe doit être avant tout simple, robuste, peu encombrante, le rendement étant un élément secondaire.

b) celui où il s'agit de l'installation permanente d'une pompe devant fonctionner d'une manière continue et où, par conséquent, le rendement doit être aussi élevé que possible.

PREMIER CAS. — Dans le premier cas nous choisirons le type représenté fig. 1, Pl. 6 à deux ouïes et sans diffuseur ; nous pourrons, dès lors, considérer très sensiblement la valeur de ψ' coefficient relatif au diffuseur, comme nul.

Des conclusions que nous avons indiquées au § 9, il résulte qu'il convient dans ce cas, de choisir une valeur de β_1 voisine de 12°.

D'autre part, au point de vue des frottements du fluide dans la roue, on peut considérer une roue à deux ouïes dont la largeur de sortie est égale à $2\,l_1$ comme constituée par deux roues à une ouïe dont la largeur de sortie est égale à l_1. Si nous supposons que nous adoptons pour le tracé de la roue les proportions

$$\frac{r_0}{r_1} = 0{,}4 \qquad r_1 = 0{,}1\,l_1 \qquad \frac{l_0}{l_1} = 1{,}75,$$

le rendement indiqué et la hauteur manométrique seront données par les courbes r_1 et c'_1 de la figure 8.

Entre la hauteur manométrique H' et le coefficient manométrique que nous désignerons par c'_1, on a la relation :

$$H' = \frac{u_1^2}{2g}\,c'_1 \qquad (43)$$

D'autre part, le débit est donné par la relation (27) à la condition de remplacer l_1 par $2\,l_1$, puisqu'il s'agit ici d'une pompe à deux ouïes :

$$Q = 4\pi r_1\, l_1\, \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin\beta_1\, x\, u_1 \qquad (44)$$

Enfin entre r_1, u_1 et le nombre de tours N, il existe la relation :

$$\frac{2\pi r_1 N}{60} = u_1. \qquad (45)$$

Si le nombre de tours n'est pas imposé, nous pourrons choisir la valeur de x ; puisque nous avons vu que la valeur de 0,5 correspond au maximum de rendement, nous adopterons celle-ci ; du diagramme fig. 8 nous déduirons le coefficient manométrique c'_1 correspondant, soit 0,6.

Comme H' doit être égal à 10 m, nous aurons l'équation :

$$10 = \frac{u_1^2}{2g} \times 0,6.$$

D'où la valeur de u_1,

$$u_1 = 18^{\text{m}}08.$$

En substituant cette valeur dans la relation 45, nous pourrons tirer r_1 en fonction de N :

$$r_1 = \frac{60\,u_1}{2\pi N} = \frac{1085}{2\pi N}.$$

Comme $l_1 = 0,1\ r_1$ par hypothèse, et que nous pouvons prendre $\frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0,84$, valeur déterminée par le tracé des aubes d'une roue d'angle $\beta_1 = 12°$, le débit Q sera égal à

$$Q = 4\pi \times 0,1\ r_1^2 \times 0,84 \times 0,208 \times 0,5 \times 18,08 = 1,988\ r_1^2,$$

ou encore, en remplaçant r_1 par sa valeur ci-dessus :

$$Q = \frac{59200}{N^2}.$$

Or Q représente le débit en mètres cubes par seconde ;

il est donc égal $\frac{360}{3600} = 0,1$ dans notre cas ; par conséquent :

$$N = \sqrt{\frac{59200}{0,1}} = 770$$

et

$$r_1 = 0^{\text{m}}224.$$

Si le nombre de tours est imposé et si nous supposons

$$N = 725,$$

voici comment nous pourrons procéder. De la relation (45) nous déduirons :

$$r_1 = \frac{60 \times u_1}{2\pi \times 725} = \frac{0,0828}{2\pi}\, u_1,$$

et, en substituant cette valeur à r_1 dans la relation (44), nous obtiendrons :

$$Q = \frac{\overline{0,0828}^2}{\pi} \times 0,1 \times \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin\beta_1\, x u_1^3 = 0,0000381\, x u_1^3.$$

$$\left(\frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0,84, \quad \sin\beta_1 = 0,208\right)$$

Comme Q doit être égal à 0,1

$$x u_1^3 = 2630 \qquad (46)$$

Il reste à choisir par tâtonnements, la valeur de x de telle manière que le coefficient c'_1 étant introduit dans la relation (43) :

$$10 = \frac{u_1^2}{2g} c'_1,$$

on obtienne la même valeur u_1 que par l'équation (46) ci-dessus.

Avec $x = 0,45$, $\quad c'_1 = 0,64$ (fig. 8)
$\quad u_1 = 17,50 \quad x u_1^3 = 2410$ au lieu de 2630.
Avec $x = 0,47$, $\quad c'_1 = 0,625$
$\quad u_1 = 17,70 \quad x u_1^3 = 2600$ au lieu de 2630.

Nous pourrons donc choisir

$$u_1 = 17{,}70 \qquad \text{et} \qquad r_1 = 0^{m}233.$$

Ainsi pour le cas où N = 725 tours, les dimensions seront les suivantes :

Diamètre de la roue $2\,r_1$	$0^{m}465$
Largeur de la roue $2\,l_1$.	$0^{m}046$
Diamètre extérieur de l'ouïe $2\,r$.	$0^{m}186$

puisque nous avons adopté :

$$l_1 = 0{,}1\,r_1, \quad \frac{r_0}{r_1} = 0{,}4.$$

La fig. 1, Pl. 6 donne le tracé d'une telle roue à l'échelle de 1/10.

Le calcul de l'angle d'entrée β_0 peut se faire au moyen de la relation (22).

$$\text{tg}\,\beta_0 = \frac{0{,}47}{0{,}16} \times 0{,}57 \times 0{,}208 = 0{,}348$$

D'où
$$\beta_0 = 19^0$$

Sur la fig. 1 l'angle choisi est de 25°; nous avons adopté une valeur un peu plus grande pour ne pas trop réduire la section des canaux à l'entrée; il en résultera naturellement des chocs plus importants de nature à diminuer le rendement. Nous avons effectué le tracé avec 8 aubes; mais il semble qu'il serait préférable de n'adopter que 6 ou 7 aubes.

Il nous reste à calculer le rendement et la puissance absorbée par la pompe.

Le rendement indiqué donné par la courbe r'_1 de la fig. 8 est égal à

$$\eta_i' = 0{,}62.$$

La puissance indiquée est égale à la puissance utilisée

$$\frac{1000\ \text{Q H}'}{75} \text{ divisée par } \eta_i'.$$

On a donc

$$\text{N}_i = \frac{1000 \times 0{,}1 \times 10}{75 \times 0{,}62} = 21{,}5 \text{ chevaux environ.}$$

La puissance absorbée par les frottements des deux faces de la roue contre l'eau, sera donnée par la formule (XVII)

$$\text{N}_f = 0{,}00543\ u_1^{3}\ r_1^{2} = 1{,}65.$$

La puissance absorbée par le frottement de l'arbre dans les boîtes à bourrages et les paliers, est donnée par la formule (XVIII) :

$$\text{N}_f' = 2{,}8\ d^{5}\ \text{N} = 0{,}25,$$

si nous prenons $d = 0^{m}05$. Comme cette formule suppose que l'arbre tourne dans des paliers bien graissés et que la roue est ordinairement portée ici par les boîtes à bourrage, nous prendrons $\text{N}_f' = 0{,}5$.

Le rendement organique sera donc de

$$\eta_0 = \frac{\text{N}_i}{\text{N}_i + \text{N}_0} = \frac{21{,}5}{21{,}5 + 2{,}15} = 0{,}91 \text{ environ,}$$

et le rendement effectif de

$$\eta_e = \eta_i' \times \eta_0 = 0{,}62 \times 0{,}91 = 0{,}564$$

Avec un joint simple de 20 mm de longueur et un jeu de 1 mm entre le bord de la roue et la partie fixe (fig. 1, Pl. 6) nous pourrons adopter, pour calculer la fuite, la formule (31)

$$c_1 = \sqrt{\frac{2\ gh'}{3}} = \sqrt{\frac{2g \times 10}{3}} = 8 \text{ m};$$

et nous aurons pour fuite totale

$$\text{F} = 2\,f = 2\pi r_0 \times 0{,}001 \times 8 = 0{,}00935.$$

Le rendement total sera donc de

$$\eta = \left(1 - \frac{F}{Q}\right) \eta_e = 0,512,$$

et la puissance totale sera d'environ

$$\frac{1000 \text{ Q H}'}{75 \times \eta} = 26 \text{ chevaux},$$

Remarque. — Dans la plupart des pompes destinées aux installations provisoires de travaux hydrauliques, par exemple, on remplace, comme nous l'avons dit, le canal c de la fig. 1, par un canal en volute tel que celui de la fig. 2. Grâce à cette disposition, une grande partie de l'énergie cinétique est récupérée et le rendement est augmenté.

Il serait, cependant, difficile d'établir par le calcul la valeur de ψ' qui correspond à cette hypothèse.

Seuls des essais sur une pompe de ce genre permettraient d'être fixé à cet égard.

DEUXIÈME CAS. — *Etudions, maintenant, une pompe à grand rendement destinée à refouler, comme la précédente, 360 m³ d'eau par heure, à une hauteur de 10 m, pertes de charge comprises.*

Nous adopterons le type avec diffuseur à aubes représenté fig. 2, Pl. 6; mais nous choisirons pour largeur de la roue à la sortie la valeur

$$l_1 = 0,2\ r_1$$

et pour rapport entre l_1 et l_0

$$l_0 = 1,2\ l_1$$

Nous supposerons que le nombre de tours imposé soit de 725.

D'après les conclusions précédemment émises, l'angle β_1 qu'il convient d'adopter, est compris entre 30 et 45°.

Nous choisirons $\beta_1 = 30°$ et nous déterminerons la courbe de rendement indiqué et la courbe de hauteur manométrique en fonction de x.

Pour cela, nous calculerons d'abord au moyen des formules VII et IX, les valeurs de φ et de ψ :

$$\varphi = 0,963$$
$$\psi = 0,850$$

Au moyen des mêmes formules, nous déterminerons φ et ψ correspondant aux diffuseurs ; puis, par la relation (XII), nous pourrons trouver ψ' :

$$\psi' = 0,927.$$

Ces coefficients étant déterminés, nous pourrons calculer

$$\frac{2g\text{H}'}{u_1^2} \quad \text{et} \quad \frac{g\text{T}_i}{u_1^2} \quad \text{(formules XIII et 17)}$$

$$\frac{2g\text{H}'}{u_1^2} = 1,54 - 0,31\,x - 0,43\,x^2$$

$$\frac{g\text{T}_i}{u_1^2} = 0,84 - 0,276\,x.$$

En faisant le rapport de ces deux valeurs, et en divisant le résultat par 2, nous avons obtenu le rendement indiqué

$$\eta'_i = \frac{\text{H}'}{\text{T}_i}.$$

Les résultats ont été portés en diagramme fig. 23.

Pour déterminer le diamètre de la roue, il nous suffira de procéder par tâtonnements comme dans le cas précédent, en nous servant du diagramme du coefficiant manométrique que nous venons de tracer.

Nous avons trouvé

$$r_1 = \frac{0,0828}{2\pi}\,u_1,$$

lorsque N = 725.

D'autre part

$$Q = 2\,\pi\, r_1\, l_1\, \frac{s_1}{s + e_1} \sin \beta_1\, x_1\, u_1,$$

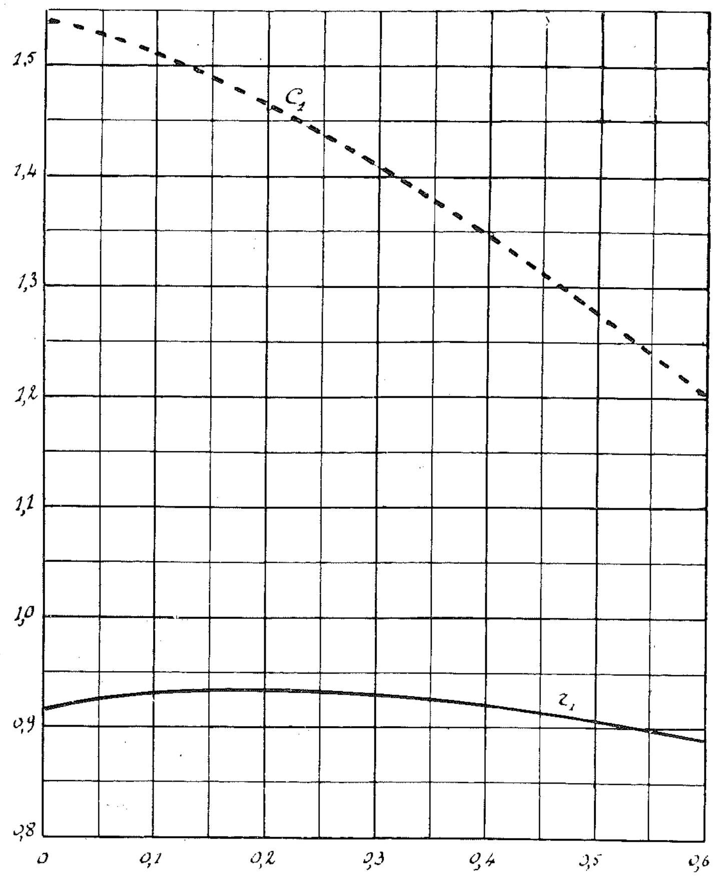

Fig. 23.

ou en remplaçant

l_1 par $0{,}2\, r_1$, $\dfrac{s_1}{s_1 + e_1}$ par 0,87 et $\sin \beta_1$ par 0,5

$$Q = \frac{\overline{0{,}0828}^2}{2\,\pi} \times 0{,}2 \times 0{,}87 \times 0{,}5 \times x\, u_1^3 = 0{,}000095\, x\, u_1^3.$$

Comme $Q = 0{,}1$, on tire de là

$$x\, u_1^3 = 1051.$$

La hauteur manométrique devant être égale à 10 m,

$$10 = \frac{u_1^2}{2\,g}\, c_1.$$

Avec	$x = 0{,}4$	$c_1 = 1{,}347$	
	$u_1 = 12{,}07$	$x\, u_1^3 = 703$	au lieu de 1051
Avec	$x = 0{,}5$,	$c_1 = 1{,}275$	
	$u_1 = 12{,}41$	$x\, u_1^3 = 956$	au lieu de 1051
Avec	0,55,	$c_1 = 1{,}24$	
	$u_1 = 12{,}59$	$x\, u_1^3 = 1097$	au lieu de 1051

Nous pourrons adopter

$$u_1 = 12{,}50$$

et par conséquent

$$r_1 = 0^{m}165.$$

Les dimensions seront donc les suivantes :

Diamètre de la roue $2\, r_1$	$0^{m}330$
Largeur de la roue $l_1 = 0{,}2\, r_1$ . . .	$0^{m}033$
Diamètre extérieur de l'ouïe	$0^{m}132$

Le calcul de l'angle d'entrée β_0 peut se faire au moyen de la relation (22)

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{0{,}55}{0{,}66} \times \frac{1}{1{,}2} \times 0{,}5 = 1{,}42,$$

$$\beta_0 = 55°.$$

Le rendement indiqué donné par le diagramme est de 0,9 et comme la puissance en chevaux recueillie est de

$$\frac{1000\, Q\, H'}{75} = \frac{1000 \times 0{,}1 \times 10}{75} = 13{,}33,$$

la puissance indiquée sera égale à

$$N_i = \frac{13{,}33}{0{,}9} = 14{,}8.$$

La puissance absorbée par les frottements pourra être déterminée comme précédemment :

$$N_f = 0,3$$
$$N'_f = 0,25$$
$$N_o = 0,60 \text{ environ}$$

et par conséquent

$$\eta_o = \frac{14,8}{14,8 + 0,6} = 0,962$$
$$\eta_e = 0,866.$$

Avec un joint simple de 20 mm de longueur, nous pourrons adopter, pour calculer la fuite, la formule (30)

$$c_1 = \sqrt{\frac{2gh'}{3}}.$$

La valeur de h' étant ici égale à environ 0,65 H', nous aurons

$$c_1 = 6,5,$$

et en supposant un jeu de 1 mm,

$$F = 2f = 2 \times 2\pi r_0 \times 0,001 \times 6,5 = 0,00538.$$

Le rendement total sera donc

$$\eta = \left(1 - \frac{F}{Q}\right) \eta_e = 0,82$$

et la puissance totale

$$N = \frac{1000 \times 0,1 \times 10}{75 \times \eta} = 16,25 \text{ chevaux.}$$

Ce résultat de 0,82 a été atteint et dépassé dans les pompes à grand débit avec diffuseur.

Remarque. — Nous avons dû, pour pouvoir résoudre le problème, choisir une valeur de x plus grande que 0,4 c'est-à-dire plus grande que celle qui correspond au maximum de rendement. Cela tient à ce que le nombre de tours est trop élevé relativement à la hauteur et au débit imposés.

Evidemment, on pourrait augmenter la largeur de la roue à la sortie ; mais il faudrait dans ce cas, pour conserver le rapport entre l_1 et l_0 qui est déjà faible, augmenter le rayon extérieur de l'ouïe.

Or, il est évident que plus le rayon extérieur de l'ouïe est grand, plus il est difficile, *sans distributeur*, de réaliser les conditions théoriques de fonctionnement qui supposent que les filets fluides entrent dans l'aubage, avec une vitesse absolue radiale. De plus, la section de fuite est encore augmentée.

Pour éviter des chocs et des tourbillonnements importants à l'entrée, il convient en tout cas, lorsque le nombre de tours imposés conduit à accroître le rayon extérieur de l'ouïe, d'adopter *un distributeur à aubes*.

Ce qui est nécessaire de vérifier, c'est le rapport

$$n = \frac{\omega_0}{\omega_1},$$

qui ne doit pas dépasser 1,5 ou 2. En effet, la valeur ω_0 *étant plus du double de* ω_1, *on peut craindre que la diminution de la vitesse ne se produise pas et qu'ainsi le fluide ne coulant plus dans les canaux à plein jet, il ne se produise des tourbillonnements importants.*

La solution avec distributeur à l'entrée a été réalisée pour certaines pompes à grand débit et l'on a signalé le résultat extraordinaire de 90 % de rendement obtenu dans ces conditions.

2° Pompe pour faible débit et grande hauteur de refoulement.

Prenons comme exemple, le calcul d'une pompe capable de refouler 50 m³ à la hauteur utile de 300 m.

Le nombre de tours doit être en raison du faible débit, choisi aussi élevé que possible. Nous adopterons 2900 tours.

La hauteur manométrique pourra être déduite de la formule (35), H étant égal à 300 m et μ étant le coefficient de frottement relatif à la conduite.

Si les coudes dans la conduite sont nombreux et les parties horizontales importantes, il faudra ajouter les pertes de charge relatives à ces parties.

Nous ferons observer qu'il est très important d'évaluer ces pertes avec une très grande approximation, afin que la pompe fonctionne dans les conditions prévues par le calcul.

Pour notre cas, nous nous contenterons de prendre pour perte de charge la valeur déterminée § 13, pour un débit de 50 m³ et une conduite de 0,10 de diamètre et de 60 m de longueur; nous avons trouvé 3ᵐ30 ce qui donne pour N'

$$N' = 5 \times 3{,}3 + 300 = 316{,}50,$$

puisque la conduite est de 300 mètres au lieu de 60.

Des conclusions émises au chapitre III, il résulte qu'il convient d'adopter, dans le cas que nous étudions, une pompe avec diffuseur à aubes, un angle de sortie β_1 d'environ 30°, un rapport $\frac{l_1}{r_1} = 0{,}1$, un rapport $x = 0{,}2$ au moins. Dans ces conditions la valeur du coefficient manométrique sera donnée par la courbe c_2 de la fig. 9, et en désignant ce coefficient par c_2 et le nombre de roues de la pompe par n', il viendra :

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} \times c_2 \times n' ; \qquad (47)$$

c_2 étant égal à 1,34,

$$H' = 1{,}34 \times \frac{u_1^2}{2g} \times n'.$$

D'autre part la relation

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 x u_1$$

peut s'écrire avec nos hypothèses, et en supposant $\frac{s_1}{s_1 + e_1} = 0{,}87$

$$Q = 0{,}0547 \, r_1^2 u_1 ;$$

comme nous savons que Q doit être égal à $\frac{50}{3600}$ et que

$$\frac{2 \pi r_1 N}{60} = u_1, \qquad (48)$$

nous pourrons déterminer r_1 et u_1, puis en substituant à u_1 la valeur ainsi trouvée, dans l'équation (47), obtenir le nombre de roues n'.

$$r_1 = 0{,}00329 \, u_1$$
$$u_1 = 28^{m}65$$
$$n' = 5{,}64$$

Adoptons pour n' successivement 5 et 6, et calculons les dimensions et le rendement dans chacun des cas, comme nous l'avons fait dans les exemples déjà traités.

En remplaçant n' par 5 dans l'équation (47), on a :

$$\frac{316{,}5}{5} = 63{,}3 = \frac{u_1^2}{2g} c_2 \qquad (49)$$

D'autre part, la valeur r_1 tirée de la relation (48) étant introduite dans la relation :

$$Q = 2\pi r_1 l_1 \frac{s_1}{s_1 + e_1} \sin \beta_1 x u_1,$$

il vient

$$Q = \frac{1}{10^6} \times 2{,}97 \, x u_1^3.$$

D'où

$$x u_1^3 = 4667 \qquad (50)$$

Comme précédemment, il nous suffira donc de chercher par tâtonnements les valeurs de u_1 et de x qui vérifient les deux équations (49) et (50).

Pour $x = 0{,}18$ $\quad c_2 = 1{,}35$ (courbe c_2 fig. 9)
$u_1 = 30{,}4$ $\quad xu_1^3 = 5050$ au lieu de 4667
Pour $x = 0{,}165$ $\quad c_2 = 1{,}36$
$u_1 = 30{,}3$ $\quad xu_1^3 = 4600$ au lieu de 4667

Nous pourrons donc l'adopter

$$u_1 = 30{,}35 \qquad \text{soit} \qquad r_1 = 0^{m}10$$

Il conviendrait peut-être de s'assurer si, en tenant compte des fuites, pour l'évaluation du débit Q, les résultats ne seraient pas sensiblement modifiés.

Ainsi, dans l'hypothèse où nous adoptons 5 roues, ces roues devront avoir $0^{m}20$ de diamètre.

Le rendement total sera donné par le diagramme fig. 20, la courbe en trait fort ayant été calculée dans cette hypothèse.

Le débit réel en litres par seconde étant ici de 13,9, nous trouvons :

$$\eta = 0{,}70$$

La puissance totale de la pompe sera donc de

$$\frac{1000\ Q\ H'}{75 \times \eta} = 89{,}5 \text{ chevaux},$$

Q étant égal à $13{,}9 + 1{,}75 = 15^{\text{lit.}}65$ ou $0^{m3}01565$.

En supposant $n' = 6$ l'équation (39) devient :

$$\frac{316{,}5}{6} = 52{,}7 = \frac{u_1^2}{2g}\ c_2. \qquad (51)$$

L'équation (48) restant la même, il nous suffira de chercher par tâtonnements les valeurs de u_1 et de x qui vérifient simultanément l'équation (48) et l'équation (51).

Pour $x = 0{,}22$ $\quad c_2 = 1{,}325$
$u_1 = 27{,}9$ $\quad x\, u_1^3 = 4940$ au lieu de 4667
Pour $x = 0{,}21$ $\quad c_2 = 1{,}335$
$u = 27{,}8$ $\quad xu_1^3 = 4510$ au lieu de 4667

Nous pourrons donc adopter

$$u_1 = 27{,}85 \qquad \text{soit} \qquad r_1 = 0^{m}092.$$

Dans l'hypothèse où nous adoptons 6 roues, ces roues devront avoir $0^{m}184$ de diamètre.

Le rendement indiqué sera de 0,9. Le rendement organique pourra s'évaluer au moyen de la formule

$$\eta_0 = \frac{N_i}{N_i + N_0},$$

en remarquant que : 1°

$$N_i = \frac{1000\ Q \times H'}{75 \times \eta_i} = 68{,}4,$$

si nous prenons pour Q la valeur de $0^{m3}0139$ augmentée des fuites que nous évaluerons à priori à $0^{m3}015$, et que : 2°

$$N_0 = 6\ (N_f + N'_f).$$

Calculons N_f par la formule (XVII)

$$N_f = 0{,}99$$

et ajoutons-y la puissance absorbée par le frottement des bords de la roue dont nous supposons l'épaisseur égale à 5 mm ; N_f sera égal à

$$N_f = 0{,}99 + 0{,}29 = 1{,}28.$$

Adoptons pour N'_f la valeur 0,22 que nous avons admise dans le calcul du rendement de la roue de $0^{m}20$ de diamètre tournant à 2900 tours. Nous aurons

$$\eta_0 = \frac{68{,}4}{68{,}4 + 9} = \frac{68{,}4}{77{,}4} = 0{,}884$$

et par conséquent

$$\eta_e = \eta_0 \times \eta_i' = 0{,}796$$

La vitesse d'écoulement à travers le joint étant donnée par la relation (31)

$$c_1 = \sqrt{\frac{2gh'}{4}} = \sqrt{\frac{2g \times 33{,}2}{4}} = 12{,}80,$$

la fuite sera égale à

$$2f = 4\pi r \times e \times c_1 = 0{,}00298$$

dans l'hypothèse où chaque roue est équilibrée et où le jeu e est égal à 1/2 mm.

Comme nous avons admis dans le calcul de rendement de la roue de $0^{m}200$ que la fuite n'était que de la moitié de celle donnée par la formule, nous ferons la même hypothèse ici, et nous aurons, dans ces conditions :

$$\eta = \left(1 - \frac{F}{Q}\right)\eta_e = \left(1 - \frac{0{,}00149}{0{,}01539}\right)\eta_e = 0{,}72,$$

Q étant égal à $\frac{50}{3600}$ ou $0^{m3}0139$ augmenté des fuites $0^{m3}00149$.

On voit que le rendement est augmenté de 2 °/₀ en adoptant 6 roues au lieu de 5. Si les fuites étaient deux fois plus importantes, nous aurions trouvé pour rendement total dans le premier cas 0,632 et dans le second cas 0,662 soit 3 °/₀ en plus.

Avec $n' = 5$, la valeur de $x = 0{,}168$; avec $n' = 6$, la valeur de $x = 0{,}21$.

Il y a donc intérêt, au point de vue du rendement, à adopter une valeur de x plus élevée; mais aussi, à mesure que l'on adopte une valeur plus élevée pour x, le nombre de roues augmente et, avec le nombre de roues le prix de la pompe.

Remarque. — Si nous cherchons à résoudre le problème en supposant que le nombre de tours imposé soit

1450 par minute, en adoptant comme précédemment $x = 0{,}2$, $\beta_1 = 30°$:

$$H' = 1{,}34 \frac{u_1^2}{2g} \times n',$$
$$Q = 0{,}0547\, r_1^2\, u_1,$$
$$r_1 = 0{,}00658\, u_1.$$

D'où, en remplaçant Q par sa valeur et en éliminant r_1 entre les deux dernières équations

$$u_1 = 18^{m}00$$

et, par conséquent

$$n' = 14 \text{ roues environ}$$
$$r_1 = 0^{m}12 \text{ environ.}$$

On voit toute l'importance qu'il y a d'adopter un nombre de tours aussi élevé que possible quand le débit est relativement faible.

Nous croyons avoir suffisamment fait ressortir par les exemples que nous venons de traiter, les difficultés particulières que l'on rencontre dans le calcul des dimensions des pompes centrifuges à haute pression, l'impossibilité de trouver une solution pratique lorsque le débit est faible par rapport à la hauteur, et que le nombre de tours ne peut pas être choisi égal à 2900.

Comme la valeur de x ne peut dans ce cas être prise plus grande que 0,20 à 0,25, l'angle α_1 de sortie est toujours faible, la vitesse absolue de sortie très grande et le tracé de diffuseur assez délicat pour donner un bon résultat.

Conclusions.

Nous croyons nécessaire en terminant cette étude, d'insister sur la portée de la théorie que nous venons d'exposer et qui est, croyons-nous, la plus complète de toutes celles qui ont été proposées.

Devant un ensemble de calculs, que nous avons cherché à présenter avec ordre, mais qui ne s'en trouve pas moins important, on peut se demander si l'effort fait pour établir de telles déductions et l'effort à faire pour se les assimiler, restent bien en rapport avec le résultat obtenu.

A cette objection, nous répondrons que, à part la méthode expérimentale de détermination des dimensions qui repose toute entière sur le relevé expérimental des courbes caractéristiques, aucune des méthodes proposées ne peut servir au calcul des pompes centrifuges *à haute pression*. Il nous suffira de rappeler que, pour trouver la hauteur de refoulement, la plupart des auteurs se contentent de poser

$$H = 0,65 \text{ à } 0,70 \times T_i,$$

c'est-à-dire qu'ils multiplient le travail indiqué correspondant à 1 kg de fluide débité par le rendement total obtenu dans des pompes de même système, soit 0,65 à 0,70 : une telle méthode est purement empirique, car le rendement total dépend non seulement de la hauteur de refoulement, mais encore des frottements de la roue contre le fluide, des frottements de l'arbre dans ses paliers, enfin des fuites.

Or, pour les pompes à grande hauteur de refoulement et à grand rendement, il importe au plus haut point, que les dimensions soient déterminées très exactement *à priori*, si l'on ne veut s'exposer au moment des essais, à de très graves mécomptes.

La méthode de calcul que nous proposons permet de résoudre, avec une exactitude très suffisante, le problème de la détermination des dimensions d'une pompe refoulant à une hauteur déterminée, avec un débit et un rendement donnés, surtout si, par des essais antérieurs, on a pu fixer la valeur des différents coefficients de frottement.

Les coefficients que nous avons adopté peuvent être

regardés comme des valeurs moyennes, et ne doivent pas s'écarter beaucoup des valeurs réelles puisque nous avons trouvé comme rendement total, des chiffres tels que 0,70 et 0,72 souvent observés dans les pompes à diffuseur et à grande hauteur de refoulement.

Grâce à l'analyse serrée des phénomènes qui se passent dans le fonctionnement d'une pompe centrifuge, nous avons pu montrer l'influence du diffuseur, de l'angle de sortie, de la largeur de la roue à la sortie, des fuites, etc.

La méthode expérimentale pour conduire à de tels résultats, devraient comporter un très grand nombre d'essais sur des pompes de toutes dimensions et de tout tracé d'aube, avec diffuseur, sans diffuseur, etc. et encore serait-il impossible de dégager des courbes expérimentales l'influence des divers éléments.

Au sujet des coefficients adoptés, il y a lieu de faire remarquer :

1) Que le coefficient de frottement μ relatif aux canaux de la roue et du diffuseur, varie dans une certaine mesure avec les dimensions de ces canaux, par conséquent avec le diamètre de la roue; alors que nous l'avons supposé constant dans nos calculs ;

2) Que le coefficient de frottement de l'eau contre les deux faces de la roue varie avec la pression, et que le chiffre admis de 0,162 ne convient probablement que pour les faibles pressions ;

3) Que les fuites ne peuvent guère être déterminées que par des expériences sur la pompe étudiée.

Il y aurait un grand intérêt à ce que les valeurs de ces différents coefficients soient fixées par des expériences de laboratoire sur une pompe spécialement étudiée à cet effet. Grâce à l'initiative de M. H. Hubert, professeur du cours de mécanique appliquée et de physique industrielle à l'Université de Liége, de tels essais seront bientôt entrepris dans le laboratoire de mécanique qu'il dirige.

Les coefficients étant bien déterminés, il sera possible de reprendre le calcul des courbes de rendement et de formuler des conclusions définitives, de compléter la théorie pour rechercher l'influence du distributeur à l'entrée, etc.

Quelles que soient les restrictions que les expériences apportent aux conclusions, nous croyons pouvoir affirmer que la théorie, telle que nous l'avons exposée, restera à la limite de ce que l'analyse mathématique peut fournir.

SOMMAIRE.

BULLETIN.

BIBLIOGRAPHIE.

Pl. 4 à 12.

REVUE UNIVERSELLE DES MINES, ETC. — TOME XXVI — 1909 — 3e No

REVUE UNIVERSELLE DES MINES, DE LA MÉTALLURGIE DES TRAVAUX PUBLICS, DES SCIENCES ET DES ARTS APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

53e ANNÉE. — QUATRIÈME SÉRIE

ANNUAIRE DE L'ASSOCIATION DES INGÉNIEURS SORTIS DE L'ÉCOLE DE LIÉGE

CINQUIÈME SÉRIE

JUIN 1909

TOME XXVI. — 3e NUMÉRO

LIÉGE

18, Rue Bonne-Femme, 18

PARIS

H. Le Soudier, 174, Boulevard Saint-Germain

ST-PÉTERSBOURG, C. RICKER. ODESSA, G. ROUSSEAU.
MADRID, FUENTES Y CAPDEVILLE. BERLIN, ERNST & KORN. LEIPZIG, ARTHUR FÉLIX
FREIBERG (SAXE), CRAZ ET GERLACH. MILAN, ADMINISTRAZIONE DEL *Politecnico*
LONDRES, WILLIAM ET NORGATE. TURIN, BOCCA FRÈRES.