

LES POMPES CENTRIFUGES A HAUTE PRESSION

RÉSULTATS DES ESSAIS

EFFECTUÉS AU

Laboratoire de Mécanique appliquée et de Physique industrielle de l'Université de Liège

PAR

Ch. HANOCQ,

Ingénieur A. I. Lg. et A. I. M., Professeur à l'Université de Liège.

Suite (voir 5^{me} série, tome V, janvier 1914, page 1, tome VI, mai 1914, page 170,
et 6^{me} série, tome VI, n° 3, page 169).

CHAPITRE VII.

Synthèse générale des résultats obtenus.

§ 31. — Recherche d'une fonction en x représentant la valeur expérimentale du coefficient de puissance.

Nous avons montré d'une manière irréfutable par les expériences, tant sur la roue n° 1 que sur les roues n° 3 et n° 4, que les valeurs du coefficient de puissance $\frac{g T_i}{u_i^2}$ étaient données à partir d'une certaine valeur de x par une fonction linéaire du rapport x .

Pour les valeurs de x inférieures à 0,10 ou 0,12, la loi est plus compliquée. Nous pouvons admettre que la puissance N_i que nous avons déduite de nos essais peut être regardée comme la somme de la puissance hydraulique N_i' et de la puissance N_i'' absorbée par les chocs et remous agissant à l'extrémité de l'aubage de la roue :

$$N_i = N_i' + N_i'' \quad (16)$$

Appelons T'_i le travail théorique donné par la relation

$$T'_i = \frac{u_1^4}{g} (a - cx) \quad (17)$$

nous pourrons écrire :

$$N'_i = \frac{1000 Q}{75} T'_i \quad (18)$$

D'autre part, nous avons montré au paragraphe 15 et au paragraphe 16 que la puissance absorbée par les remous *au débit nul*, croissait comme le cube de la vitesse périphérique.

Posons

$$N''_i = A u_1^5$$

Nous pouvons admettre que la valeur de A n'est pas constante lorsque le débit varie, mais est fonction du rapport x ; posons d'une façon générale

$$A = f(x) = k_1 + k_2 x + k_3 x^2 + k_4 x^3 \quad (19)$$

Nous obtiendrons

$$N_i = \frac{1000 Q}{75} T'_i + (k_1 + k_2 x + k_3 x^2 + k_4 x^3) u_1^5 \quad (20)$$

et

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = \frac{g T'_i}{u_1^2} + \frac{75 g}{1000 Q} (k_1 + k_2 x + k_3 x^2 + k_4 x^3) u_1 \quad (21)$$

Eliminons Q en observant que

$$Q = 2 \pi r_1 l_1 \frac{s}{s+e} \sin \beta_1 x u_1 ;$$

il viendra

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = \frac{g T'_i}{u_1^2} + \frac{75 g}{1000 \cdot 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1} \left(\frac{k_1}{x} + k_2 + k_3 x + k_4 x^2 \right) \quad (22)$$

Cherchons à déterminer les valeurs des constantes k_1 , k_2 , k_3 et k_4 , en partant des résultats de nos essais.

D'après ceux-ci, les courbes expérimentales représentant la variation du coefficient $\frac{g T_i}{u_1^2}$ en fonction de x , possèdent pour une certaine valeur x , des tangentes parallèles ; le coefficient angulaire de ces tangentes est égal au coefficient angulaire de la courbe théorique, c'est-à-dire que pour $x = x_1$, on a

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{g T_i}{u_1^2} \right)_{x_1} = \frac{d}{dx} \left(\frac{g T'_i}{u_1^2} \right) = -c \quad (23)$$

et

$$\left(\frac{g T_i}{u_1^2} \right)_{x_1} = a - c x_1 + k \quad (24)$$

Si nous admettons, d'autre part, qu'au point de tangence, le rayon de courbure est infini, nous pourrons poser que pour $x = x_1$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{g T_i}{u_1^2} \right)_{x_1} = 0$$

Ces hypothèses justifiées par les résultats d'expérience, vont nous permettre de déterminer k_2 , k_3 et k_4 en fonction de k_1 et K.

De la relation (23), nous tirons, en effet

$$\frac{75 g}{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1} \left(-k_1 \frac{1}{x_1^2} + k_3 + 2 k_4 x_1 \right) = 0 \quad (25)$$

De ce que

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{g T_i}{u_1^2} \right)_{x_1} = 0 \quad \text{pour } x = x_1,$$

on en déduit

$$2 k_1 \frac{1}{x_1^2} + 2 k_4 = 0. \quad (26)$$

D'autre part, la relation (24), combinée à la relation (22) donne

$$k = \frac{75 g}{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1} \left[\frac{k_1}{x_1} + k_2 + k_3 x_1 + k_4 x_1^2 \right] \quad (27)$$

Comme il résulte de l'équation (26)

$$k_4 = -k_1 \frac{1}{x_1^5} \quad (28)$$

on pourra, en introduisant cette valeur dans l'équation (25), en déduire la valeur de k_3

$$k_3 = k_1 \frac{1}{x_1^2} + 2 k_1 \frac{1}{x_1^2} = 3 k_1 \frac{1}{x_1^2} \quad (29)$$

En substituant ces valeurs dans la relation (27), on obtiendra la valeur de k_2 en fonction de k et de k_1

$$k_2 = \frac{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1}{75 g} k - 3 k_1 \frac{1}{x_1} \quad (30)$$

La relation (21) peut donc s'écrire

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = a - cx + \frac{75 g k_1}{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1 x} \left[1 - \frac{3x}{x_1} + \frac{3x^2}{x_1^2} - \frac{x^3}{x_1^3} \right] + k \quad (31)$$

Or, la quantité entre parenthèse est égale à $\left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3$;

Donc

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = (a + k) - cx + \frac{75 g k_1}{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1} \left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3 \frac{1}{x} \quad (32)$$

Si nous nous reportons à l'origine de l'exposé, nous voyons que nous avons représenté par N_i'' , la puissance absorbée par les perturbations dans le courant fluide à la sortie de la roue, et que nous avons posé

$$N_i'' = A u_1^5 = f(x) u_1^5$$

Les calculs que nous venons de faire nous permettent de remplacer $f(x)$ par

$$f(x) = k_1 \left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3 + \frac{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1 k x}{75 g}$$

et de donner, pour formule de la puissance N_i'' :

$$N_i'' = k_1 \left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3 u_1^5 + \frac{1000 \times 2 \pi \frac{s}{s+e} r_1 l_1 \sin \beta_1}{75 g} k x u_1^5$$

ou

$$N_i'' = k_1 \left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3 u_1^5 + \frac{1000 Q}{75 g} k u_1^5 \quad (33)$$

Cherchons à interpréter ces résultats :

Pour réaliser les conditions prévues par la théorie, les aubes du diffuseur devraient rester constamment orientées dans la direction de la vitesse absolue, ce qui revient à dire que pour les petits débits, ces aubes devraient être à peu près dirigées tangentielle-ment à la circonférence.

Comme il ne peut en être ainsi, il en résulte pour les débits inférieurs au débit normal, un redressement plus ou moins prononcé des filets liquides qui détermine un ralentissement brusque de vitesse ; ce ralentissement brusque provoque un glissement relatif des tranches à la sortie de la roue et un choc à l'extrémité des aubes qui a pour effet de déterminer un surcroît de puissance absorbée ; cette puissance est fournie par le premier terme

$$k_1 \left(\frac{x_1 - x}{x_1}\right)^3 u_1^5,$$

maximum pour $x = 0$ et nul pour $x = x_1$.

Par suite des remous qui se forment sur la face concave et dont l'importance dépend du nombre d'aubes et de la forme de ces aubes (particulièrement de leur amincissement à l'extrémité) une perte supplémentaire s'introduit : cette perte serait d'après l'équation (33) fonction du débit ; elle est représentée dans cette formule déduite des résultats expérimentaux, par

$$\frac{1000 Q}{75 g} k u_1^5$$

Pour déterminer k_1 , on peut se baser sur la puissance absorbée à vide, vanne complètement fermée ; on peut, en effet, admettre

sans erreur appréciable, que pour un débit extérieur nul, la valeur de x est sensiblement nulle. Dans ces conditions, la valeur de N_i'' peut s'écrire

$$N_i'' = k_1 u_1^3$$

- ⊙ roue n° 0, diffuseur n° 0.
- roue n° 4 et n° 5, sans diffuseur.
- × roue n° 4, diffuseur n° 3.
- ⊙ roue n° 4, diffuseur n° 2.
- ⊗ roue n° 5, diffuseur n° 2 et n° 3.

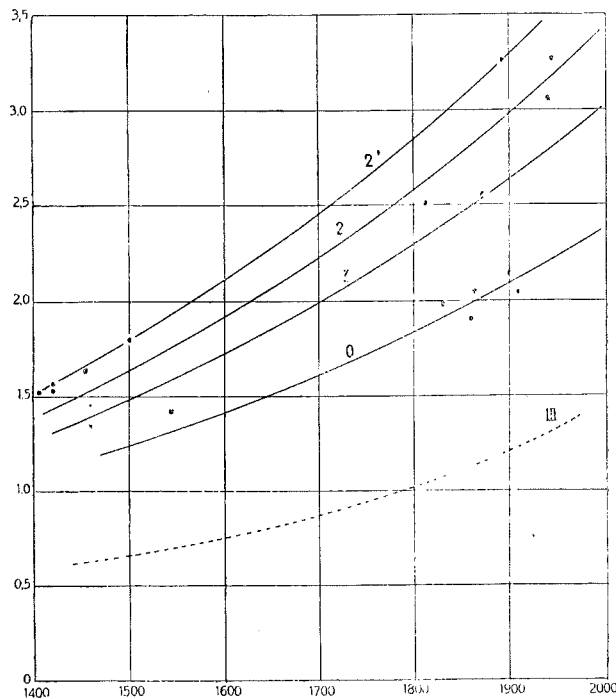


Fig. 90.

Nous donnons, fig. 90, le diagramme des valeurs de la puissance effective absorbée dans les expériences au débit extérieur nul, par les roues n° 3, 4 et 5, avec les différents types de diffu-

seurs. Pour connaître les valeurs de N_i'' correspondantes, il suffit de soustraire de ces quantités, la puissance absorbée par les frottements externes N_0 augmentée de la puissance théorique N_t nécessaire pour débiter une quantité égale aux fuites. Nous avons tracé sur le diagramme de la courbe III la puissance $(N_0 + N_t)$. La distance entre la courbe III et les différentes courbes 1, 2, 3 donnent les valeurs N_i'' en fonction du nombre de tours N , pour chacun des cas envisagés.

On remarquera que N_i'' varie très sensiblement suivant le cube du nombre de tours.

Nous avons donné fig. 26, un diagramme analogue pour la roue n° 1 et les différents diffuseurs : on remarquera que les valeurs de N_i'' sont ici égales à près de 3 fois celles relevées avec la roue n° 1, pour un même diffuseur et un même nombre de tours.

Cela explique pourquoi les points obtenus pour le coefficient de puissance s'écartent beaucoup plus de la courbe théorique avec la roue n° 3 qu'avec la roue n° 1, avec le diffuseur n° 2 ou n° 3 qu'avec le diffuseur sans aubes.

On peut donner comme valeurs approximatives de k_1 déduites des résultats présentés fig. 93 et fig. 26.

pour la roue n° 1	le diffuseur n° 0 et n° 4	$k_1 = 0,005 r_1^2$
pour la roue n° 1	le diffuseur n° 2 et n° 3	$k_1 = 0,010 r_1^2$
pour la roue n° 3	le diffuseur n° 0	$k_1 = 0,012 r_1^2$
pour la roue n° 3	le diffuseur n° 2 et n° 3	$k_1 = 0,024 r_1^2$

On peut prendre pour x_1 , la valeur qui correspond au synchronisme, c'est-à-dire au régime pour lequel la coïncidence existe entre la direction des filets à la sortie de la roue, et la tangente au dos de l'aube.

En ce qui concerne le coefficient k , les expériences montrent que sa valeur dépend du nombre d'aubes, de l'amincissement des aubes à l'extrémité et dans une certaine mesure de la vitesse de rotation.

La valeur k peut se déduire des expériences effectuées, si l'on admet que la perturbation est nulle dans le fonctionnement sans diffuseur : il suffit, en effet, de retrancher de l'ordonnée correspondant à $x = 0$, la valeur de a obtenue pour le fonctionnement sans diffuseur.

Nous pouvons déduire également des essais, les valeurs de a et de c , de la formule

$$\frac{g T'_i}{u_1^2} = a - c x$$

et les comparer aux valeurs calculées. Le coefficient $\frac{g T'_i}{u_1^2}$ correspond aux expériences effectuées sans diffuseur.

La formule V ⁽¹⁾ donne les valeurs explicites de a et de c , dans l'hypothèse où le fluide serait dirigé à l'entrée de la roue, de façon que la vitesse relative ω à l'entrée fasse constamment l'angle β_0 avec la tangente. Dans la réalité, il n'en est jamais ainsi ; l'angle réel β se rapproche de β_0 à mesure que le débit croît, ainsi que nous l'avons montré fig. 59, mais il lui reste inférieur, en tout cas, pour les faibles valeurs de x .

Il est possible de déterminer une valeur théorique du coefficient de puissance en s'affranchissant de cette hypothèse, et en serrant, par conséquent, de plus près la vérité.

Désignons par α et β les valeurs des angles du triangle des vitesses à l'entrée, pour une valeur déterminée de x .

Entre α et β , il existe les relations suivantes :

$$\begin{aligned} c_0 \sin \alpha &= \omega_0 \cos \beta \\ c_0 \cos \alpha &= -u_0 + \omega_0 \cos \beta \\ \frac{1}{tg \alpha} &= -\frac{u_0}{\omega_0} \frac{1}{\sin \beta} + \frac{1}{tg \beta} \end{aligned} \quad (34)$$

Nous pouvons admettre d'après ce que nous avons vu :

- 1°) que $tg \beta$ est fonction de x ;
- 2°) que cette fonction croît avec x .

Or, il est évident que β doit avoir une valeur nulle pour $x = 0$.

Adoptons pour représenter la valeur, de la fonction

$$tg \beta = \frac{x}{a' + b' x} \quad (35)$$

et déterminons $tg \alpha$ en fonction de a' et b' .

1) *Revue Universelle des Mines*, Tome V, n° 1, janvier 1914, page 17.

De la relation de continuité

$$2 \pi r_0 l_0 \sin \beta \omega_0 = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 \frac{s}{s+e} \omega_1$$

on tire

$$\frac{\omega_0}{u_0} \sin \beta = \frac{1}{m^2} \frac{1}{v} \sin \beta_1 \frac{s}{s+e} x \quad \left(v = \frac{l_0}{l_1} \right)$$

et partant

$$\frac{1}{tg \alpha} = -m^2 v \frac{1}{\sin \beta_1} \frac{1}{s} \frac{1}{x} + \frac{a' + b' x}{x} = b' + \frac{1}{x} \left(a' - \frac{m^2 v}{s+e} \sin \beta_1 \right)$$

ou encore

$$tg \alpha = \frac{x}{b' x + \left(a' - \frac{m^2 v'}{\sin \beta_1} \right)} \quad (36)$$

en adoptant la notation

$$v' = \frac{v}{s+e} \quad (37)$$

Dans l'hypothèse limite d'un distributeur parfait dont l'inclinaison varierait avec x de façon que β reste constamment égal à β_0 , on devrait avoir $\beta = \beta_0$, quelle que soit la valeur de x , ce qui conduirait à poser $a' = 0$ d'après la relation (35).

Dans l'autre hypothèse limite, d'un distributeur parfait dont l'inclinaison resterait invariable de façon que $\alpha = \alpha_0$, quelle que soit la valeur de x , on devrait avoir

$$a' = \frac{m^2 v'}{\sin \beta_1} \quad (38)$$

Nous savons que la réalité est comprise entre ces deux hypothèses limites ; nous pouvons donc admettre que

$$a' = \frac{K' m^2 v'}{\sin \beta_1} \quad (39)$$

K' étant compris entre 0 et 1.

Calculons

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = - \left(\frac{c_1}{u_1} \cos \alpha_1 - \frac{u_0 c_0}{u_1 u_1} \cos \alpha \right)$$

en introduisant dans cette relation la valeur de α , tirée des relations ci-dessus :

$$\begin{aligned} \frac{c_0 \cos \alpha}{u_1} &= - \frac{u_0}{u_1} + \frac{\omega_0}{u_1} \cos \beta = -m + \frac{\omega_0}{u_0} m \cos \beta \\ &= - \left(m - \frac{1}{m} \frac{1}{v'} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \cos \beta x \right) \\ &= - \left(m - \frac{1}{m} \frac{1}{v'} \frac{\sin \beta_1}{\operatorname{tg} \beta} x \right) \\ &= - \left[m - \frac{1}{m} \frac{\sin \beta_1}{v'} \left(\frac{K' m^2 v'}{\sin \beta_1} + b' x \right) \right]; \end{aligned}$$

il viendra

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = (1 - x \cos \beta_1) - m^2 \left[(1 - K') - \frac{b'}{m^2} \frac{\sin \beta_1}{v'} x \right] \quad (40)$$

Pour identifier les courbes théoriques données par le calcul aux courbes réelles, il faut admettre :

1°) que l'angle réel de sortie est plus petit que l'angle β_1 de l'aubage ;

2°) que la section réelle de sortie est plus petite que la section calculée du fait de la contraction de la veine fluide dans l'aubage.

Désignons par β' l'angle réel, par k_c le coefficient de contraction, par x' la valeur réelle du rapport x . Entre β_1 et x d'une part, β' et x' d'autre part, on a la relation :

$$2 \pi r_1 l_1 \sin \beta_1 \frac{s}{s+e} x u_1 = 2 \pi r_1 l_1 \sin \beta' \frac{s}{s+e} k_c x' u_1$$

ou

$$x' = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta'} \frac{1}{k_c} x. \quad (41)$$

Remplaçons dans l'équation (40) x par x' β_1 par β $\frac{1}{v'}$ par $\frac{k_c}{v'}$

puis substituons à x' la valeur (41) de façon à obtenir le coefficient $\frac{g T_i}{u_1^2}$ en fonction des valeurs apparentes de x qui nous ont servi à tracer tous nos diagrammes.

Il viendra dans ces conditions :

$$\begin{aligned} \frac{g T_i}{u_1^2} &= (1 - x' \cos \beta') - m^2 \left[(1 - K') - \frac{b'}{m^2} k_c \frac{\sin \beta'}{v'} x' \right] \\ &= \left(1 - \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta'} \cos \beta' \frac{1}{k_c} x \right) - m^2 \left[(1 - K') - \frac{b'}{m^2} \frac{\sin \beta_1}{v'} x \right] \\ &= \left[1 - \cos \beta_1 \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta'} \frac{1}{k_c} \right) x \right] - \left[(1 - K') m^2 - b' \frac{1}{v'} \sin \beta_1 x \right] \quad (42) \end{aligned}$$

Pour $x = 0$, $\frac{g T_i}{u_1^2} = a$, valeur donnée par les essais.

Donc

$$1 - (1 - K') m^2 = a$$

ce qui permet de déterminer la valeur de K' .

$$\text{Pour } x = x, \quad \frac{g T_i}{u_1^2} = a - c x;$$

$$\text{d'où } c = \cos \beta_1 \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta'} \right) \frac{1}{k_c} - b' \frac{1}{v'} \sin \beta_1$$

ce qui permet de déterminer k_c , quand on se donne β' et b' .

Le coefficient b' peut être déterminé, si on admet que β devient égal à β_0 pour une valeur de $\omega_0 = u_0$, hypothèse qui ne doit pas être éloignée de la réalité ; on peut montrer, en effet, que dans ce cas, et pour autant que l'on se tienne dans les limites pour lesquelles on a, avec une approximation suffisante,

$$\sin \frac{\beta_0}{2} = \frac{1}{2} \sin \beta_0,$$

il s'en suit la relation suivante :

$$b' \sin \beta_0 = (1 - K')$$

$$\text{ou } b' = \frac{1 - K'}{\sin \beta_0} \quad (43)$$

Si nous adoptons pour b' cette valeur, nous pourrions déterminer le coefficient de contraction k_c , en nous imposant, *a priori*, une valeur pour l'angle β' .

Il nous reste toutefois pour préciser le choix de β' , une donnée fournie par les résultats d'expérience : nous avons vu que pour une certaine valeur de $x = x_1$, il y a synchronisme : la direction de la vitesse absolue c_1 devient tangente aux aubes du diffuseur. Or, il nous sera possible de vérifier si, avec l'angle adopté pour β' et le coefficient k_c qui en résulte, l'angle de la vitesse absolue de sortie est égal à l'angle α_1 du diffuseur.

Le tableau I donne les valeurs de x_1 pour lesquelles il y a contact entre la courbe du coefficient manométrique pour un diffuseur donné, et la courbe enveloppe ; cette valeur de x_1 peut être considérée comme la valeur de x qui correspond au synchronisme.

Les valeurs de α_1 indiquées dans le tableau, sont celles qui ont été relevées sur les plans d'exécution des diffuseurs ; nous avons adopté l'angle de la face convexe de l'aube prolongée jusqu'à l'intersection avec la circonférence intérieure de l'aubage ; on peut considérer ces valeurs comme connues à 1/2 degré près.

Roue	Diffuseur	x_1	K'	β'	k_c	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ - \alpha_1$
n° 1	n° 2	0,220	0,20	25°	0,79	8° 3/4	8° 1/4
	» 3	0,125	0,20	25°	0,79	4° 1/2	5°
n° 6	» 4	0,255	0,24	28°	0,83	11°	10° 1/2
	» 3	—	0,24	28°	0,83	—	5°
n° 4	» 2	0,120	0,36	47°	0,66	8° 3/4	8° 1/4
	» 3	0,075	0,36	47°	0,66	5°	5°
	» 4	0,150	0,36	47°	0,66	11°	10° 1/2
n° 5	» 2	0,125	0,16	55°	0,80	8°	8° 1/4
	» 3	0,085	0,16	55°	0,80	5° 1/4	5°

En adoptant un angle légèrement plus faible que l'angle de sortie, d'autant plus écarté de celui-ci que le nombre d'aubes est plus petit, nous avons obtenu, par le calcul, les valeurs de k_c ; nous en avons déduit la valeur de x' , puis de ω_1 , en fonction du u_1 .

Portant suivant la tangente la valeur de u_1 et suivant la direction faisant avec u_1 l'angle β' , la valeur de ω_1 , nous avons déterminé la vitesse absolue c_1 correspondante.

L'angle ($180^\circ - \alpha$) résultant de la construction est indiqué sur la fig. 91.

La concordance entre les valeurs de α et de α_1 est très satisfaisante et l'on peut en conclure que les valeurs adoptées pour β' se rapprochent de la réalité.

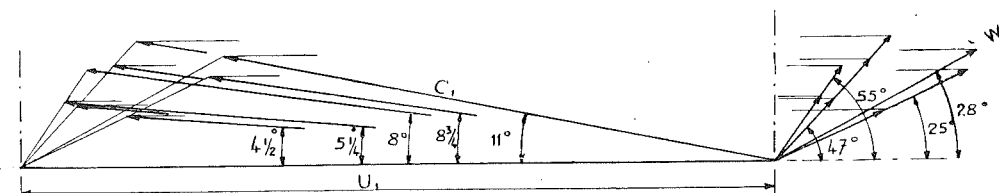


Fig. 91.

Pour nous rendre compte de la manière dont se produit l'écoulement à travers l'aubage mobile, nous avons montré quelle est la forme de la veine fluide pour les roues nos 4, 5 et 6, si l'on accepte comme réelles les valeurs calculées pour β' et pour k_c (voir fig. 68, 73 et 76).

Les tracés ainsi obtenus ne présentent rien d'anormal et donnent une idée de l'importance des remous qui se présentent sous la face concave avec les différentes roues, particulièrement avec la roue n° 4.

Pour nous rendre compte de la manière dont se produit l'écoulement à travers l'aubage fixe du diffuseur, nous avons tracé fig. 92 et suivantes, les courbes de pression relevées au moyen du dispositif de la fig. 63.

Nous avons porté en abscisse les distances radiales mesurées du bord intérieur du diffuseur aux points 1 à 9, IV, VI, VII, IX et X, figurés sur le plan du diffuseur ; nous avons porté en ordonnée les valeurs du coefficient $\frac{2gH}{u_1^2}$ calculé au moyen des pressions relevées aux différents points ci-dessus.

La courbe 1 (fig. 92, pl. 4) donne l'accroissement de la pression sur la face convexe, lorsqu'on passe du rayon intérieur au rayon extérieur de l'aubage fixe, pour le diffuseur n° 4 fonctionnant avec la roue n° 1 ; la courbe 2 traduit la même loi de variation de la pression, mais pour les filets qui suivent la face concave.

La distance comprise entre les deux courbes donne un nombre proportionnel à la différence des pressions de part et d'autre d'une aube, à une distance déterminée du bord intérieur.

L'allure de ces courbes change, comme on peut le constater, avec le rapport x ; pour chacun des cas envisagés, nous donnons cette allure pour une valeur de x voisine de celle qui correspond au synchronisme, ainsi que pour une valeur de x notablement supérieure.

On peut remarquer que c'est avec la roue n° 5 et le diffuseur n° 2 que l'on observe les plus grandes différences de pression ; c'est aussi avec cette roue que l'on constate des allures très différentes des deux courbes, pour des valeurs de x très voisines l'une de l'autre ; c'est ce qui explique les écarts anormaux entre les points expérimentaux et la courbe moyenne, dans les essais des 10, 12 et 14 mars 1914 (fig. 82).

On peut observer également que c'est avec la roue n° 1 que l'on note les différences les plus faibles entre les courbes 1 et 2.

Remarque. — On pourrait en suivant la méthode que nous avons adoptée pour établir la formule du coefficient de puissance, déterminer la formule du coefficient manométrique pour la roue seule et pour la roue avec son diffuseur. Il faudrait toutefois, pour identifier les courbes réelles avec les courbes calculées, tenir compte de ce que le coefficient ψ (1), dont la valeur dépend des pertes dans le diffuseur, varie avec la longueur de celui-ci, et que la longueur de ce dernier dépend de la valeur de x .

On pourrait déterminer en tout cas, assez simplement, ψ pour les valeurs de x correspondant au fonctionnement synchrone et pour chacun des diffuseurs employés.

Nous ne pouvons toutefois aborder ces calculs ici. Pour pou-

(1) Voir *Revue Universelle des Mines*, 4^{me} Série, Tome XXVI, page 214, et tome XXVI, page 276.

voir fixer cette valeur de ψ d'une manière certaine, pour les différents tracés de diffuseur, il faudrait poursuivre les expériences avec des roues de différents tracés, présentant des nombres d'aubes différents, afin de se rendre compte de l'influence des remous à la sortie.

§ 32. — Conclusions générales.

Dans l'état actuel des présentes recherches, il est permis d'affirmer :

1°) que pour une même roue et un même diffuseur, le coefficient manométrique est donnée par une fonction en x , absolument indépendante du nombre de tours ;

2°) que les valeurs de ce coefficient peuvent varier de 1 à 1 1/2 %, en plus ou en moins d'un moment à l'autre, par suite de l'instabilité du régime dans l'écoulement à travers la roue et le diffuseur ;

3°) que pour une même roue et un même diffuseur, le coefficient de puissance est donné par une fonction linéaire en x .

En ce qui concerne cette dernière conclusion, il y a lieu toutefois de faire observer que pour les valeurs inférieures à x_1 , correspondant au synchronisme, la fonction est plus complexe, et qu'on se rapproche des valeurs expérimentales en ajoutant aux valeurs fournies par la fonction linéaire, celles données par l'ensemble des deux termes suivants :

$$k + \frac{75 g k_1}{1000 \cdot 2 \pi \frac{s}{s+e} n_1^2 \varepsilon \sin \beta_1} \left(\frac{x_1 - x}{x_1} \right)^3 \frac{1}{x},$$

dans lesquels k et k_1 sont deux constantes dont les valeurs sont d'autant plus faibles que les remous, à la sortie de la roue et à l'entrée du diffuseur, sont rendus moins importants par l'amincissement des aubes et par le choix judicieux du nombre d'aubes. Avec un nombre d'aubes trop petit, la veine fluide n'est pas moulée dans l'aubage et il se produit des remous à la sortie sous la face concave ; avec un nombre d'aubes trop grand, la perte supplémentaire provoquée par la répétition des chocs à l'extrémité des aubes, compense le gain résultant d'une diminution des remous.

On comprend combien cette question du tracé des aubes et du choix du nombre d'aubes, tant pour la roue que pour le diffuseur, est complexe et échappe à toute théorie, combien aussi il est long et difficile d'établir la solution la plus favorable par des essais systématiques.

Les diagrammes relevés au cours des essais au moyen de l'appareil dessiné fig. 63, permettent de se faire une idée de la manière dont l'écoulement se produit à l'intérieur du diffuseur; ces diagrammes pourraient être utilisés pour corriger par tâtonnement le tracé des aubes fixes. Sans doute, il ne serait possible d'arriver, par des améliorations de cette espèce, qu'à augmenter le rendement de quelques %, mais ces quelques % sont précisément ceux qui comptent, au point de vue de la concurrence.

Si l'on cherche à identifier les résultats expérimentaux avec ceux fournis par la théorie, on est conduit aux observations suivantes :

1°) La section réelle de la veine fluide à la sortie des canaux de la roue est plus faible que la section calculée par suite de la contraction qui se produit à la sortie; le coefficient de contraction varie avec le tracé et particulièrement avec le nombre d'aubes; il ne paraît pas supérieur à 0,85 dans tous les cas, et il peut descendre à 0,65 avec un nombre d'aubes trop faible;

2°) L'angle moyen de sortie des filets fluides est inférieur à l'angle des aubes, la différence étant d'autant plus faible que le nombre d'aubes est plus grand;

3°) L'angle moyen des filets fluides à l'entrée de la roue varie avec le rapport α et les formules théoriques doivent être corrigées pour tenir compte de ce fait;

4°) En ce qui concerne la valeur limite du coefficient de puissance, on peut adopter la formule :

$$\frac{g T_i}{u_1^2} = \left[1 - m^2 (1 - K') \right] - \left[\cos \beta_1 \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta'} \frac{1}{k_c} - (1 - K') \frac{1}{\nu'} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_0} \right] x$$

dans laquelle :

$$m = \frac{r_0}{r_1}, \quad \nu' = \nu \frac{s}{s + e} = \frac{l_0}{l_1} \frac{s}{s + e};$$

β_1 désigne l'angle des aubes à la sortie;

β_0 » l'angle des aubes à l'entrée;

β' désigne l'angle moyen des filets fluides à sortie;

k_c » le coefficient de contraction;

K' » un coefficient tenant compte du glissement des filets à l'entrée, coefficient dont la valeur se rapproche d'autant plus de zéro que l'angle d'entrée β_0 est plus faible.

$$\begin{pmatrix} K' = 0,2 & \text{pour} & \beta_0 = 26^\circ \\ K' = 0,36 & \text{pour} & \beta_0 = 48^\circ \end{pmatrix}$$

Au point de vue du rendement indiqué maximum, on peut affirmer qu'il diminue lorsque β_1 dépasse une certaine valeur qui ne doit pas être éloignée de 30° .

Pour fixer d'une façon précise la valeur la plus favorable de l'angle de sortie, les essais devraient être poursuivis pendant plusieurs années encore; ce rendement maximum ne dépend pas seulement de la roue, mais dépend du tracé du diffuseur: partant, chaque roue devrait être essayée successivement avec chacun des diffuseurs employés.

Le rendement dépend de la distance entre l'aubage fixe du diffuseur et l'aubage mobile de la roue; il convient de ne pas descendre, pour cette distance, en dessous de $\frac{1}{40} r_1$, surtout si les aubes ne sont pas fortement amincies à l'extrémité.

Avec la roue de 30° , une distance entre l'aubage fixe et l'aubage mobile atteignant $\frac{1}{20} r_1$, nous avons obtenu un rendement indiqué de 0,85.

A titre d'exemple et pour fixer les idées sur la question du rendement effectif, nous ferons remarquer que pour cette roue et le diffuseur n° 4, les pertes se décomposaient comme suit :

Pertes hydrauliques dans la roue et le diffuseur 15 % ($\eta_{it} = 0,850$)

» par frottements internes 13 » ($\eta_{i0} = 0,870$)

» par fuites 6 % $\left(\left(1 - \frac{f}{Q} \right) = 0,960 \right)$

Rendement effectif $\eta_e = \eta_{it} \times \eta_{i0} \left(1 - \frac{f}{Q} \right) = 0,695$

Si on parvenait à supprimer les chocs et remous à la sortie, dont l'effet est d'accroître notablement la puissance absorbée par la roue, le rendement indiqué passerait de 0,85 à 0,88, ainsi que l'indiquent les diagrammes de la fig. 72; le rendement effectif serait alors de 0,72.

Dans les pompes multicellulaires, le rendement organique s'élève légèrement du fait que la puissance absorbée par les frottements de l'arbre dans les bourrages et dans les paliers, est proportionnellement plus faible ; par contre, une perte supplémentaire s'introduit, résultant de la perte de charge dans les canaux de retour de la pièce intercalaire comprise entre deux roues voisines et de la diminution de hauteur utile qui en résulte : celle-ci est toutefois relativement faible au débit normal et pour un tracé rationnel des canaux.

Nous n'avons pu terminer l'étude expérimentale de la pompe à deux roues, le Laboratoire de mécanique ayant été, dès le début de la guerre, non seulement occupé, mais ravagé par l'envahisseur.

Ces essais auraient d'ailleurs pu se borner à l'analyse des pertes dans les canaux de retour faisant communiquer la sortie du diffuseur de la première roue et l'ouïe de la deuxième roue, et à l'évaluation des fuites par le piston destiné à l'équilibrage de la poussée axiale.

Si l'on se représente que chacun des points figurés dans les diagrammes, dont nous avons donné connaissance dans la présente étude, correspond à un travail de près d'un quart d'heure, en tenant compte du temps nécessaire aux observations et aux calculs, on aura une idée de l'effort qu'il faut s'imposer pour mener à bien une étude expérimentale de cette espèce. Et nous n'avons pu aborder au cours de ce travail, ni l'influence de la vitesse à l'ouïe, ni l'influence du rapport $\frac{r_0}{r_1}$ ou du rapport $\frac{l_1}{r_1}$, sur la forme des courbes caractéristiques.

Heureusement que pour les observations et pour les calculs, il est possible d'utiliser les élèves d'une école technique comme la nôtre, lorsque ces élèves sont guidés et contrôlés par un assistant dévoué, et qu'ainsi il n'est pas difficile de poursuivre pendant de nombreuses années des recherches de cette nature ; le laboratoire, orienté dans cette voie, ne remplirait pas seulement un rôle éducatif, il apporterait chaque année une contribution importante à la science appliquée ; élèves et assistant s'attacheraient d'autant plus à ces travaux qu'ils sauraient que l'étude qui leur serait imposée, ne constitue pas un simple exercice à répétition indéfinie, mais le fragment d'une étude expérimentale de nature à augmenter d'une

manière appréciable la somme des connaissances scientifiques, dans le domaine de la technique.

De telles recherches systématiques sont d'autant plus nécessaires que le laboratoire industriel ne saurait les entreprendre ; dans l'industrie, il faut produire d'abord, améliorer ensuite et améliorer tout en construisant. S'il est vrai, d'autre part, que les essais industriels conduisent souvent, par une série de tâtonnements heureux, à des formes voisines de la forme parfaite, il n'en est pas moins certain que les résultats des expériences qui les ont provoqués, ne sauraient faire l'objet d'aucune synthèse ni donner lieu à aucune conclusion certaine et générale.

L'enseignement ne peut guère, dans ces conditions, profiter des travaux de cette espèce, même lorsqu'ils sont livrés entièrement à la publicité, et l'on conviendra que c'est rarement le cas.

C'est donc du laboratoire réservé à l'enseignement des sciences appliquées, qu'il faut attendre la solution de tant de questions mal connues ou controversées dans le domaine de la mécanique : la voie a été tracée à l'Université de Liège, il y a trente cinq ans, par un maître ; grâce au don magnifique qui vient d'être fait aux Universités belges, il est possible d'espérer que, dans un avenir pas trop éloigné, la réalisation de cette idée féconde pourra se faire sur des bases beaucoup plus larges que dans le passé.

TABLE DES MATIÈRES (1).

	Pages du n° de janvier 1914 (5 ^{me} série, t. V, n° 1).
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I.	
Description et Fonctionnement d'une pompe centrifuge.	
§ 1. — <i>Rappel des éléments de la théorie</i>	3
Description schématique d'une pompe à 1 roue. — Fonctionnement ; relation de continuité (p. 4). — Définition du rendement (p. 9). — Evaluation du rendement (p. 10). — Définition de la hauteur manométrique. — Diagramme de la hauteur manométrique et du rendement en fonction du débit (p. 12).	
§ 2. — <i>Résumé de la théorie mathématique</i>	14
Rappel des 3 équations fondamentales de la théorie : Calcul de la hauteur manométrique (p. 15). — Calcul du travail indiqué (p. 16). — Énoncé des deux lois fondamentales (p. 17). — Définition des coefficients caractéristiques (p. 18).	
§ 3. — <i>Courbes caractéristiques des pompes centrifuges</i>	19
Définition des courbes caractéristiques. Moyen de les déterminer expérimentalement (p. 20). — Rôle du diffuseur à aubes (p. 24). — Rôle du diffuseur sans aubes (p. 25). — Différences au point de vue expérimental, entre une pompe à une roue et une pompe à plusieurs roues (p. 26).	
CHAPITRE II.	
État actuel des recherches théoriques et expérimentales sur les pompes centrifuges.	
§ 4. — <i>Considérations générales au sujet de ces recherches</i>	26
Point de vue auquel il faut se placer (p. 26). — Il n'existe qu'une théorie : hypothèses fondamentales (p. 29). — Nécessité des recherches expérimentales (p. 30).	

(1) Ce mémoire a été publié dans la *Revue Universelle des Mines*, en quatre parties :
Les paragraphes 1 à 13 dans le n° de janvier 1914 (5^{me} série, tome V, no 1) ;
Les paragraphes 14 à 19 dans le n° de mai 1919 (5^{me} série, tome VI, n° 2) ;
Les paragraphes 20 à 30 dans le n° du 1^{er} août 1920 (6^{me} série, tome VI, n° 3) ;
Les paragraphes 31 et 32 (fin) dans le n° du 15 août 1920 (6^{me} série, tome VI, n° 4).

§ 5. — <i>Sur la théorie des pompes centrifuges. Courbes caractéristiques de Rateau</i>	31
Au sujet des différentes théories proposées (p. 31). — Relation fondamentale en H' et u_1^2 (p. 32). — Définition du pouvoir manométrique, du pouvoir débitant, de l'orifice équivalent de M. Rateau (p. 33). — Avantages de la théorie de M. Rateau (p. 35). — But des essais entrepris (p. 36).	

CHAPITRE III.

Description de l'installation d'essai.

§ 6. — <i>La Pompe</i>	37
Conditions à réaliser dans la construction d'une pompe d'essai (p. 37). — Description de la pompe à 1 roue. — Dispositif employé pour mesurer la poussée axiale, pour pouvoir modifier la largeur des roues (p. 39). — Description de la pompe à 2 roues. Moyens adoptés pour assurer l'équilibrage de la poussée axiale et pour utiliser un distributeur (p. 40).	
§ 7. — <i>Le Moteur</i>	42
Description des particularités du moteur employé.	
§ 8. — <i>Le bac de jauge</i>	43
Dispositions employées pour mesurer les débits.	
§ 9. — <i>Les manomètres</i>	44
Description des manomètres employés ; formules s'y rattachant.	
§§ 10 et 11. — <i>Les appareils de mesure de la puissance et de la vitesse. Plan d'ensemble de l'installation</i>	47

CHAPITRE IV.

Tarage des appareils.

§ 12. — <i>Du bac jauge</i>	53
Réglage de l'orifice. Coefficient de débit m , en fonction de h observé au flotteur (p. 51).	
§ 13. — <i>Du moteur</i>	56
Description du frein employé pour la détermination du rendement, et résultats des essais effectués (p. 56).	

CHAPITRE V.

Expériences préalables aux essais de rendement de la pompe.

§ 14. — <i>Détermination des pertes par fuite</i>	170
Dispositions employées pour mesurer les pertes par fuite (p. 170). — Résultats obtenus (p. 172). — Conclusions (p. 174).	
§ 15. — <i>Détermination de la puissance absorbée par les frottements externes</i>	175

Eléments qui influent sur la puissance absorbée par les frottements externes (p. 175). — Résultats des essais effectués (p. 176). — Conclusions (p. 178). — Valeurs de μ (p. 180).

§ 16. — Détermination de la puissance absorbée par la roue n° 1 au débit nul 184

But des expériences. Description des différents diffuseurs employés (p. 185). — Interprétation des résultats obtenus (p. 186). — Comparaison avec les valeurs trouvées dans les expériences faites en vue de déterminer le rendement de la pompe (p. 188).

CHAPITRE VI.

Expériences proprement dites sur la pompe à 1 roue.

§ 17. — Organisation des essais 189

Personnel. Manière d'opérer (p. 190).

A. — Résultats des essais effectués avec la roue n° 1.

§ 18. — Première série d'essais. 191

But poursuivi. Résultats obtenus pour 4 vitesses de régime distinctes avec le diffuseur n° 1 (p. 192). — Conclusions en ce qui concerne le coefficient manométrique $\frac{2gH'}{u_1^2}$ (p. 193). — Le rendement effectif, l'influence des fuites (p. 194). — Le coefficient de puissance $\frac{gTi}{u_1^2}$ (p. 194). — Conclusions. — Résultats avec 2 vitesses de régime distinctes, pour les diffuseurs, n° 2, n° 3 et n° 4, ainsi que pour le diffuseur sans aubes (n° 2) (p. 197).

§ 19. — Conclusions 200

En ce qui concerne le coefficient manométrique (p. 20); — l'angle d'entrée α_1 du diffuseur (p. 202); — la distance comprise entre l'extrémité des aubes de la roue et celles des aubes du diffuseur (p. 204); — le coefficient de puissance (p. 206); — les différences entre le diagramme réel et le diagramme théorique de ce dernier (p. 207).

§ 20. — Deuxième série d'essais 169

I. — Influence du distributeur à l'entrée et de la vitesse à l'ouïe . . . 169

Description du distributeur employé (p. 169). — Résultats des essais effectués; conclusions au point de vue des coefficients caractéristiques (p. 170). — Etude des pertes de charge à l'ouïe (p. 170). — Calcul de la vitesse absolue réelle (p. 171); — du coefficient de contraction (p. 174). — Conclusions au point de vue de l'influence du distributeur et de la vitesse limite à l'aspiration (p. 175).

Pages
du n° du 1^{er} août 1920
(6^{me} série, t. VI, n° 3).

II. — Valeur du coefficient manométrique correspondant à la roue seule. 176

Appareil employé pour relever la pression à la sortie de la roue (p. 176). — Courbes du coefficient manométrique pour la roue seule (p. 177). — Appareil employé pour relever les pressions dans le diffuseur. Résultats obtenus (p. 178). — Conclusions (p. 179).

B. — Résultats des essais effectués sur la roue n° 2 181

§ 21. — Première série d'essais. 181

Plan de la roue n° 2. Résultats obtenus avec la roue n° 2 et le diffuseur n° 0.

§ 22. — Deuxième série d'essais 182

Résultats obtenus avec la roue n° 2 sans diffuseur. Conclusions au point de vue des valeurs des coefficients caractéristiques.

C. — Résultats des essais effectués sur la roue n° 6 183

Plan de la roue n° 6. But des essais (p. 183). — Résultats (p. 184).

§ 23. — Conclusions. 185

Valeurs des coefficients manométriques corrigés. Courbe enveloppe. Valeurs corrigées du coefficient manométrique pour la roue n° 2 et de la roue n° 6 (p. 185).

D. — Résultats des essais effectués avec la roue n° 3 et la roue n° 4 . . . 189

Plan de la roue n° 3 et de la roue n° 4.

§ 24. — Première série d'essais. 190

Résultats obtenus avec la roue n° 3 et le diffuseur n° 4. Particularités observées (p. 190).

§ 25. — Deuxième série d'essais 191

Résultats des essais effectués avec la roue n° 3 et le diffuseur sans aubes.

§ 26. — Troisième série d'essais 192

Résultats des essais effectués avec la roue n° 4 et le diffuseur n° 3

§ 27. — Quatrième série d'essais 193

Résultats des essais effectués avec la roue n° 4 et le diffuseur n° 2. 193

§ 28. — Cinquième série d'essais 194

Résultats des essais effectués avec la roue n° 4 sans diffuseur. . . . 194

§ 29. — Comparaison entre les différentes courbes caractéristiques obtenues avec les roues n° 3 et n° 4 195

Au point de vue du coefficient manométrique et de la puissance absorbée, du coefficient de puissance (p. 195).

E. — Résultats des essais effectués avec la roue n° 5. 196

But des essais, résultats obtenus 197

§ 30. — Conclusions. 198

En ce qui concerne le coefficient manométrique (p. 199). — Le rendement hydraulique (p. 201).

CHAPITRE VII.

Synthèse générale des résultats obtenus. ^{Pages}
 du n° du 15 août 1920
 (6^{me} série, t. VI, no 4)

- § 31. — Recherche d'une fonction en x représentant la valeur expérimentale
 du coefficient de puissance 251

Valeurs de la puissance hydraulique N'_i et de la puissance absorbée
 par les perturbations N''_i (p. 251). — Détermination des constantes
 en partant des résultats d'expériences (p. 253). — Interprétation
 des résultats (p. 255). — Détermination des constantes k_1 et k
 (p. 255). — Recherche d'une fonction en x donnant la valeur de T'_i
 et de N'_i (p. 257) — Détermination des constantes. — Inter-
 prétation des résultats (p. 258). — Détermination de la pression
 en un point quelconque d'un des canaux du diffuseur (p. 263).

- § 32. — Conclusions générales 265

LES POMPES CENTRIFUGES A HAUTE PRESSION. — CH. HANOCQ.

Revue Universelle des Mines, n° du 15 août 1920 (6^{me} Série, tome VI, n° 4).

PL. 4

ROUE N° 1, DIFFUSEURS N° 4.

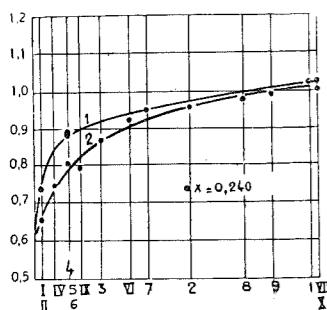


Fig. 92.

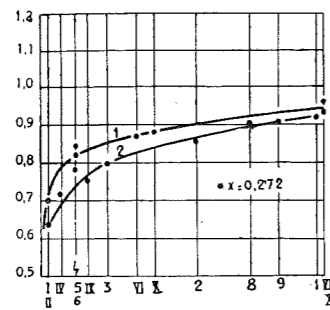


Fig. 93.

ROUE N° 4, DIFFUSEUR N° 2.

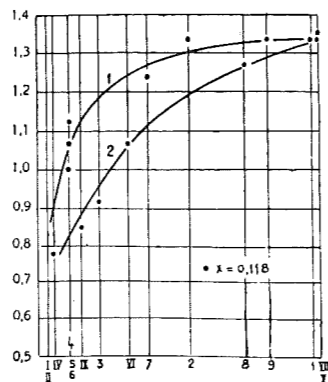


Fig. 94.

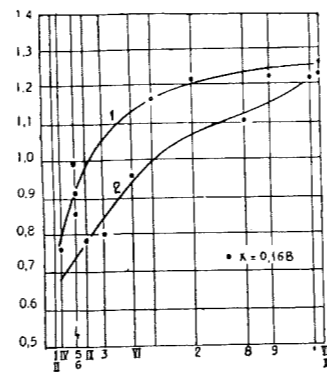


Fig. 95.

ROUE N° 5, DIFFUSEUR N° 2.

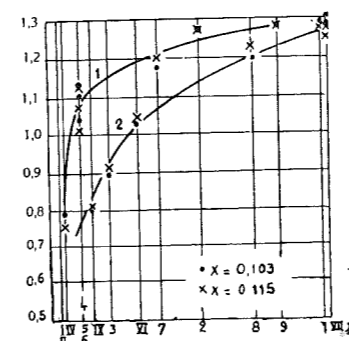


Fig. 96.

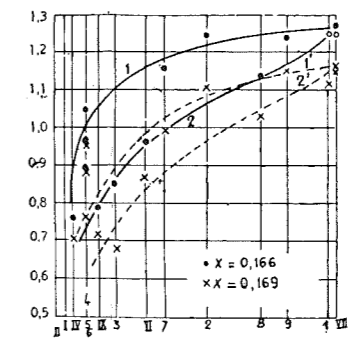


Fig. 97.

ROUE N° 3, DIFFUSEUR N° 0.

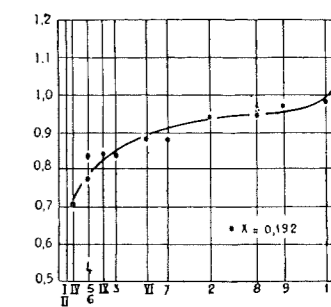


Fig. 104.

ROUE N° 4, DIFFUSEUR N° 3.

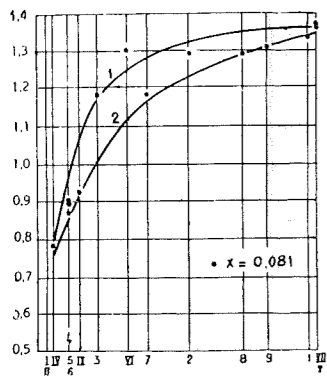


Fig. 98.

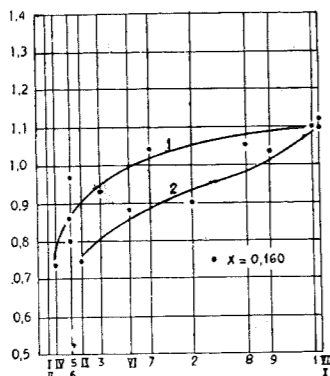


Fig. 99.

ROUE N° 5, DIFFUSEUR N° 3.

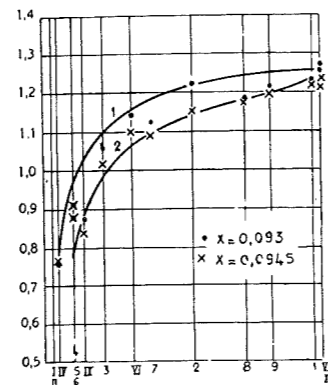


Fig. 100.

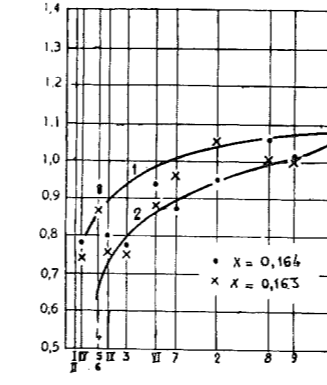


Fig. 101.

ROUE N° 2, DIFFUSEUR N° 0.

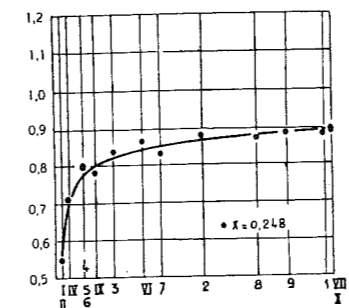


Fig. 102.

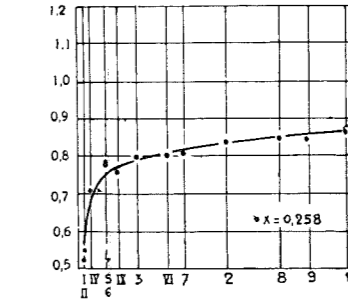


Fig. 103.

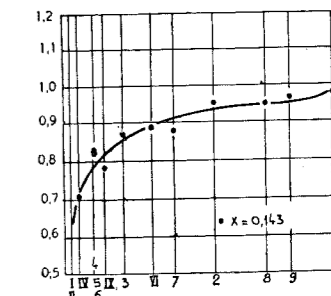


Fig. 105.

SOCIÉTÉ BELGE DES BÉTONS

2, RUE MONTAGNE DU PARC

== BRUXELLES ==

TÉLÉGR. : BÉTONARMÉ BRUXELLES. TÉL. BRUX. 5392
5393

ENTREPRISES GÉNÉRALES

SPÉCIALITÉ : **BÉTON ARMÉ**

CHEVALEMENTS

PASSERELLES

TOURS A CHARBON

SILOS

RESERVOIRS

BATIMENTS A TOUS USAGES

ÉTUDES ET DEVIS

GRATUITS SUR DEMANDE

6^{me} SÉRIE
TOME VI. — N° 4

63^{me} ANNÉE

232/1
15 AOUT 1920

REVUE UNIVERSELLE DES MINES

DE LA

MÉTALLURGIE, DES TRAVAUX PUBLICS
DES SCIENCES ET DES ARTS APPLIQUÉS A L'INDUSTRIE

Annuaire de l'Association des Ingénieurs sortis de l'Ecole de Liège
A. I. Lg.

UNION PROFESSIONNELLE RECONNUE

SOMMAIRE :

Mémoires :

- HOCK, I. et ROSSIN, A. — Recherches sur une forme rationnelle de récupérateurs (669.85). 239
HANOCQ, Ch. — Les pompes centrifuges à haute pression. — Résultats des essais effectués au Laboratoire de mécanique appliquée et de physique industrielle à l'Université de Liège. — Synthèse générale des résultats obtenus (4^e partie et fin) 251

Bulletin :

- TÉJADA M. — Quelques notions élémentaires d'électricité (537.8) . . 276
Revue des Périodiques techniques :
Notes techniques et industrielles, pp. 287 à 291. — *Variétés*, pp. 292 à 302. — *Bibliographie*, pp. 303 et 304.

REVUE BIMENSUELLE

publiée sous la direction du Comité scientifique de l'A. I. Lg.

Abonnement : Un an, 72 frs. — Le Numéro : 5 frs.

ADMINISTRATION ET RÉDACTION :

16, Quai des Etats-Unis, LIÈGE

Imprimeur :
VAILLANT-CARMANNE
4, Place Saint-Michel
LIÈGE

Dépositaires exclusifs
pour la France et les Colonies
GAUTHIER-VILLARS & C^e, éditeurs
55, Quai des Grands-Augustins
PARIS