

Comptes rendus  
hebdomadaires des séances  
de l'Académie des sciences /  
publiés... par MM. les  
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

**1/** Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

**2/** Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

**3/** Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

**4/** Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

**5/** Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

**6/** L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

**7/** Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter [reutilisationcommerciale@bnf.fr](mailto:reutilisationcommerciale@bnf.fr).

outre, quelques détails concernant le meilleur mode d'agencement des tuyaux des poêles.

(Renvoi à la Commission nommée pour la question des poêles de fonte.)

**M. BELLENGER** adresse un Mémoire sur « La prophylaxie ou préservation rationnelle de la rage humaine ».

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

### CORRESPONDANCE.

« **M. LE MINISTRE DE LA MAISON DE L'EMPEREUR ET DES BEAUX-ARTS** transmet à l'Académie un Rapport, fait par *M. Lefuel*, architecte de l'Empereur, au sujet des paratonnerres qui sont placés sur les combles des palais des Tuileries et du Louvre. M. le Ministre exprime le désir que ce travail soit examiné par la Commission qui s'est déjà occupée de la rédaction des instructions relatives aux paratonnerres des magasins à poudre, instructions qui ont été approuvées par l'Académie le 14 mai dernier; le Rapport que ferait cette Commission pourrait servir de règle pour les changements à introduire dans les dispositions actuelles.

» M. le Ministre informe d'ailleurs l'Académie qu'il a adressé une Lettre circulaire à tous les architectes qui sont attachés à la liste civile impériale, pour provoquer de leur part un Rapport semblable sur les paratonnerres des bâtiments dépendant de leur agence. »

La Lettre de M. le Ministre, avec le plan des combles du Louvre et des Tuileries qui y est joint, sera renvoyée à la Commission.

**M. LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, les vingt-quatre numéros qui forment les deux premiers volumes du « Bulletin météorologique de l'Observatoire du Collège Charles-Albert, de Moncalieri ». Cette publication est adressée à l'Académie par *M. Denza*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les nombres d'Euler*. Note de **M. E. CATALAN**, présentée par M. Delaunay.

« I. Si l'on suppose

$$\frac{1}{\cos x} = \sum_0^{\infty} \frac{E_{2n}}{\Gamma(2n+1)} x^{2n},$$

55..

on trouve

$$E_0 = 1, \quad E_2 = 1, \quad E_4 = 5, \quad E_6 = 61, \quad E_8 = 1385, \dots,$$

puis (\*)

$$E_{2n} - \frac{2n(2n-1)}{1 \cdot 2} E_{2n-2} + \frac{2n(2n-1)(2n-2)(2n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} E_{2n-4} - \dots \\ \pm \frac{2n(2n-1)}{1 \cdot 2} E_2 \mp E_0 = 0.$$

Les nombres entiers  $E$  sont appelés, par M. Sylvester, *nombres d'Euler* (\*\*). De la relation précédente, on conclut aisément qu'ils ont la forme  $4k + 1$ .

» II. Dans un *Mémoire sur les nombres de Bernoulli et d'Euler* (\*\*\*), j'ai démontré la relation

$$(A) \quad E_{2n} = 4^{n+1} \int_0^{\infty} \frac{\alpha^{2n} d\alpha}{e^{\pi\alpha} + e^{-\pi\alpha}},$$

analogue à la célèbre formule de Plana :

$$(B) \quad B_{2n-1} = \pm 4n \int_0^{\infty} \frac{\alpha^{2n-1} d\alpha}{e^{2\pi\alpha} - 1}.$$

» III. On sait que cette dernière formule donne aisément

$$\sum_0^{\infty} \frac{1}{p^2} = \frac{2B_1 \pi^2}{\Gamma(3)}, \quad \sum_0^{\infty} \frac{1}{p^4} = -\frac{2^3 B_3 \pi^4}{\Gamma(5)}, \quad \sum_0^{\infty} \frac{1}{p^6} = \frac{2^5 B_5 \pi^6}{\Gamma(7)}, \dots$$

De même, si l'on remplace (A) par

$$E_{2n} = \frac{4^{n+1}}{\pi^{2n+1}} \int_0^{\infty} \frac{t^{2n} dt}{e^t + e^{-t}},$$

que l'on développe  $\frac{1}{e^t + e^{-t}}$ , puis qu'on intègre chaque terme, on trouve la relation générale

$$(C) \quad \frac{1}{1^{2n+1}} - \frac{1}{3^{2n+1}} + \frac{1}{5^{2n+1}} - \frac{1}{7^{2n+1}} + \dots = \frac{\pi^{2n+1} E_{2n}}{4^{n+1} \Gamma(2n+1)},$$

laquelle n'avait peut-être pas été remarquée. Lorsque  $n = 0$ , cette relation se réduit à la formule de Leibnitz; et, lorsque  $n = 1$ , elle devient

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \dots = \frac{\pi^3}{32},$$

formule connue. »

(\*) *Comptes rendus*, t. LIV, p. 1033.

(\*\*) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 1108.

(\*\*\*) *Mémoires de l'Académie de Belgique*, t. XXXVII.—*Mélanges mathématiques*, p. 313.