Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels

» Jusqu'ici la lumière semblait être le seul agent capable de produire des effets de cet ordre à la température ordinaire : on connaît toute l'importance du rôle qu'elle joue dans la formation des principes végétaux. Aussi ai-je cru devoir examiner l'influence que la lumière pouvait exercer sur la synthèse de l'acide formique.

» J'ai pris trois tubes de verre d'une capacité de 60 centimètres cubes environ, j'y ai introduit 2 centimètres cubes d'une solution aqueuse renfermant le tiers de son poids de potasse, j'ai rempli les tubes d'oxyde de carbone et je les ai scellés à la lampe. L'un des tubes a été placé horizontalement et renfermé dans un tube de fer, au sein d'une obscurité absolue. Un autre a été placé horizontalement sur la table du laboratoire, exposé à la lumière diffuse. Enfin le dernier tube a été exposé à la lumière solaire pendant tout le mois de septembre de la présente année. Au bout d'un mois les trois tubes ont été ouverts sur le mercure et on a déterminé le volume du gaz absorbé.

» Dans le tube maintenu au sein d'une obscurité absolue, l'absorption a été trouvée égale à 13 centimètres cubes.

» Dans le tube exposé à la lumière diffuse, l'absorption était de 12 centimètres cubes.

» Dans le tube exposé à la lumière solaire, elle était moindre encore.

» Il résulte de ces faits que la lumière ne paraît pas exercer d'influence sur la synthèse de l'acide formique. Le mécanisme qui préside à cette synthèse est d'un ordre différent. Le moment ne me paraît pas venu de formuler les hypothèses à l'aide desquelles on peut essayer d'en rendre compte. Je me borne à signaler le fait : c'est, je crois, l'un des plus remarquables qui se présentent dans l'étude des combinaisons effectuées avec un travail négatif apparent. En ce qui touche ce genre de combinaisons, je demanderai la permission de renvoyer pour plus de développements à un ouvrage que je viens de publier (1) sur les méthodes de synthèse en Chimie organique. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la transformation des séries, et sur quelques intégrales définies; par* **M. E. Catalan.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Hermite, Serret.)

« Voici les résultats principaux contenus dans le Mémoire que j'ai

---

(1) *Leçons sur les méthodes générales de synthèse en Chimie organique, professées en* 1864 *au Collége de France,* p. 399 et suivantes ; chez Gauthier-Villars, 1864.

l'honneur de présenter à l'Académie :

$$\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}+\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{4n^2-1}=1-2\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(4n^2-1)^2}=\frac{4}{3}+24\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(4n^2-1)^2(4n^2-9)},$$

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\ldots\pm\frac{1}{2q+1}\mp\frac{1}{2}\sum_{p=0}^{p=\infty}\frac{1.2.3\ldots p}{(2q+3)(2q+5)\ldots(2q+2p+3)},$$

$$l2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\ldots\pm\frac{1}{q}\mp\sum_{p=0}^{p=\infty}\frac{1.2.3\ldots p}{2^{p+1}(q+1)(q+2)\ldots(q+p+1)},$$

$$\frac{\pi^2}{6}=1+\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n^2(n+1)}=1+\frac{1}{4}+2\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n^2(n+1)(n+2)}=\ldots,$$

$$\frac{\pi^2}{9}=\sum_{0}^{\infty}\frac{1.2.3\ldots n}{2^n(n+1).1.3.5\ldots(2n+1)},$$

$$\frac{d^2l\Gamma(x)}{dx^2}=\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{(1.2.3\ldots k)^3\left(x+\frac{3k+3}{2}\right)}{2^k.1.3.5\ldots(2k+1)(1+x)^2(2+x)^2\ldots(k+1+x)^2},$$

$$\frac{\pi^2}{4}=\sum_{0}^{\infty}2^n(3n+2)\left[\frac{1.2.3\ldots n}{1.3.5\ldots(2n+1)}\right]^3,$$

$$1=\sum_{0}^{\infty}\frac{3n+1}{2^{n+1}}\frac{1.2.3\ldots n}{1.3.5\ldots(2n+1)},$$

$$\begin{aligned}G&=\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}=\frac{19}{18}-32\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2(2n+1)^2(2n+3)^2}\\&=\frac{2909}{3150}-768\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)(2n+1)^2(2n+3)^2(2n+5)^2(2n+7)},\end{aligned}$$

$$G=1-20\sum_{0}^{\infty}A_k+\frac{1}{2}\sum_{0}^{\infty}B_k,$$

en supposant

$$A_k=(-1)^k\frac{32^k(1.2.3\ldots k)^3.1.3.5\ldots(2k-1)(k+1)^2}{1^2.3^2.5^2\ldots(4k+5)^2},\quad B_k=\frac{A_k}{(k+1)^2},$$

$$\left\{\begin{aligned}&G=1-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}-\ldots\mp\frac{1}{(2p+1)^2}\pm R_p,\\&R_p=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{k=\infty}D_k-4\sum_{k=0}^{k=\infty}E_k+2(2p+1)\sum_{k=0}^{k=\infty}F_k,\\&D_k=(-1)^k\frac{32^k(1.2.3\ldots k)^3 1.3.5\ldots(2k-1)}{(2p+1)(2p+3)^2\ldots(2p+4k+1)^2(2p+4k+3)},\\&E_k=\frac{(k+1)(2k+1)}{(2p+4k+3)(2p+4k+5)}D_k,\quad F_k=\frac{1}{2p+4k+5}E_k.\end{aligned}\right.$$

» La constante G a pour valeur, à moins d'une unité du quatorzième ordre,

$$0,915\,965\,594\,177\,21.$$

$$\frac{\pi}{\cos\frac{\pi z}{2}} = \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{1.2.3\ldots p}{(1+z)(2+z)\ldots(2p+1+z)} + \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{1.2.3\ldots p}{(1-z)(2-z)\ldots(2p+1-z)}.$$

» En désignant par B l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{l(1+x)}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi}{8}\,l2,$$

je trouve :

$$\int_0 \frac{l(1+x)}{1+x^2}\,dx = 2B+G,\quad \int_0 \frac{l\left(1+\frac{1}{x}\right)}{1+x^2}\,dx = B+G,\quad \int_0^1 \frac{\operatorname{arc\,tang} x}{x(1+x)}\,dx = G-B,$$

$$\int_0^1 \frac{x \operatorname{arc\,tang} x}{1+x^2}\,dx = \frac{1}{2}G - B,\quad \int_0^1 \frac{l(1+x^2)}{1+x^2}\,dx = 4B - G,$$

$$\int_0^1 \frac{1-x-x^2-3x^3}{x(1+x)(1+x^2)} \operatorname{arc\,tang} x\,dx = 0,\quad \int_0^1 \frac{1-x^3}{x(1+x)(1+x^2)} \operatorname{arc\,tang} x\,dx = \frac{1}{2}G,$$

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arc\,tang} x}{x(1+x^2)}\,dx = \int_0^1 \frac{\frac{\pi}{4} - x \operatorname{arc\,tang} x}{1-x^2}\,dx = B + \frac{1}{2}G,$$

$$\int_0^1 \frac{\frac{\pi}{4} - x \operatorname{arc\,tang} x}{1-x}\,dx = G - B + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\,l2,$$

$$\int_0^1 \frac{l2 - l(1+x)}{1-x}\,dx = (l2)^2 - \frac{\pi^2}{12},$$

$$\int_0^1 \frac{\frac{\pi}{4} - \operatorname{arc\,tang} x}{1-x^2}\,dx = \frac{1}{2}G,$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}\,l\,\frac{1+x}{1-x} = G,\quad \int_0^1 \frac{l(1-x)}{1+x^2}\,dx = B - G,$$

$$\int_0^1 x^p\,dx\,l\,\frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{\left(\frac{p+1}{2}\right)}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{p}\right), \text{ si } p \text{ est } \textit{impair},$$

$$= \frac{1}{p+1}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{\left(\frac{p}{2}\right)}\right] + \frac{2}{p+1}\,l2, \text{ si } p \text{ est } \textit{pair}. \text{ »}$$