

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisationcommerciale@bnf.fr.

ALGÈBRE. — *Note sur une fonction homogène entière; par M. E. CATALAN.*

« Plusieurs géomètres, parmi lesquels il suffit de citer MM. Cauchy, Bertrand et Serret, ont indiqué divers procédés qui permettent d'évaluer la fonction

$$\frac{a^{n+p-1}}{f'(a)} + \frac{b^{n+p-1}}{f'(b)} + \dots + \frac{l^{n+p-1}}{f'(l)}$$

au moyen des coefficients de l'équation $f(x) = 0$, dont a, b, c, \dots, k, l , sont les n racines (supposées inégales); mais personne, que je sache, n'a fait attention à l'identité de cette fonction symétrique fractionnaire, avec la fonction homogène et entière, du degré p ,

$$H_{n,p} = \sum a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots l^\lambda.$$

Cette identité résulte de la proposition suivante :

» THÉORÈME. Soient a, b, c, \dots, k, l des quantités quelconques, inégales, en nombre n ; et soit, pour abrégé,

$$f(x) = (x - a)(x - b) \dots (x - k)(x - l).$$

La fonction entière et homogène des n lettres a, b, c, \dots, k, l , dont p est le degré, est égale à la somme des valeurs que prend la fraction $\frac{x^{n+p-1}}{f'(x)}$ quand y remplace x par a, b, c, \dots, k, l . En d'autres termes,

$$(1) \quad H_{n,p} = \sum a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots l^\lambda = \frac{a^{n+p-1}}{f'(a)} + \frac{b^{n+p-1}}{f'(b)} + \dots + \frac{l^{n+p-1}}{f'(l)},$$

les exposants $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \lambda$, entiers et non négatifs, étant déterminés par l'équation

$$\alpha + \beta + \gamma + \dots + \lambda = p.$$

» Pour démontrer l'équation (1), qui devient identique si n égale 1 ou 2, il suffit de faire attention que

$$H_{n,p} = H_{n-1,p} + l H_{n-1,p-1} + l^2 H_{n-1,p-2} + \dots + l^p H_{n-1,0},$$

et d'avoir égard aux relations connues :

$$H_{n,0} = \frac{a^{n-1}}{f'(a)} + \frac{b^{n-1}}{f'(b)} + \dots + \frac{l^{n-1}}{f'(l)} = 1,$$

$$\frac{a^{n-2}}{f'(a)} + \frac{b^{n-2}}{f'(b)} + \dots + \frac{l^{n-2}}{f'(l)} = 0.$$

» COROLLAIRE. Si l'on multiplie la fonction $H_{n,p}$, qui renferme $C_{p+n-1, n-1}$ termes, par

$$P = (a-b)(a-c)\dots(a-l) \times (b-c)(b-d)\dots(b-l) \times \dots \times (k-l),$$

le produit contiendra seulement n termes.

» Par exemple,

$$(a^3 + b^3 + c^3 + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + abc) \\ \times (a-b)(a-c)(b-c) = a^5(b-c) + b^5(c-a) + c^5(a-b).$$

» *Remarque.* Le dernier énoncé suppose que l'on ne développe pas les produits qui multiplient a^{n+p-1} , b^{n+p-1} , c^{n+p-1} , ..., l^{n+p-1} . Dans le cas contraire, la fonction $H_{n,p}$. P prend la forme

$$\sum a^{n+p-1} \sum b^{n-2} c^{n-3} \dots k^1 l^0,$$

d'après un théorème de Vandermonde; et alors elle contient un nombre de termes égal à $1.2.3 \dots n$. »

ASTRONOMIE. — *Note sur les distances respectives des orbites des planètes comparées avec leurs masses (1); par M. J. REYNAUD.*

« Ayant établi, comme je l'ai fait par les considérations précédentes, qu'il existe pour chaque classe de planètes un ordre particulier de symétrie, il reste à rechercher si cette symétrie n'irait pas à une plus grande profondeur, de manière à nous permettre de spéculer, au moins par les lois de probabilité, dans les régions situées au delà de Neptune.

» Je suppose le système solaire transporté dans un quartier de l'univers d'une température assez élevée pour que toutes nos masses soient peu à peu réduites en vapeur, et je le transforme ainsi en anneaux concentriques et contigus. Il est évident que, comme dans une transformation d'équations, rien n'est changé quant au fond, puisque les circonstances seules sont modifiées; et j'arrive de la sorte à me procurer une valeur complexe

(1) Cette Note fait suite à celle qui a été présentée dans la séance du 13 décembre 1858 (voir page 957 du présent volume).