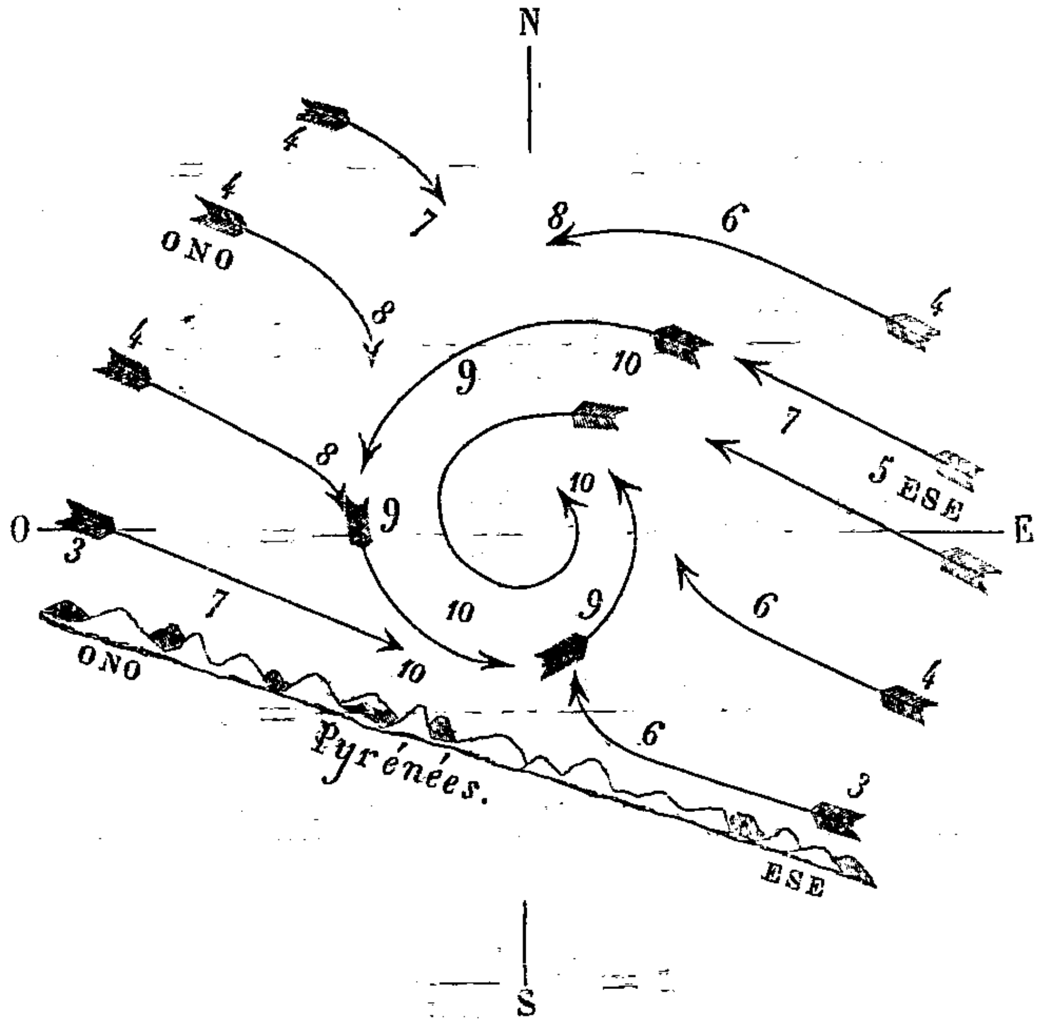
Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels

» La *fig.* 2 représente l'ensemble d'un orage produit par des vents de directions diamétralement opposées.

Fig. 2.



» Ces figures s'appliquent aussi, à quelques détails près, à l'ensemble des ouragans engendrés dans des circonstances analogues. Il n'existe de différence sensible que dans les proportions des courants circulaires dont le rayon est comparativement beaucoup plus petit dans les simples orages que dans les ouragans.

» Les chiffres inscrits sur les figures indiquent la force relative des vents. Le chiffre 3 désigne un vent modéré, le chiffre 10 une tempête; le chiffre 12 accuserait un ouragan des plus impétueux.

» Les rumbs de vents sont rapportés au nord du monde; mais les directions ne doivent cependant être considérées que comme approximatives. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les surfaces dont les rayons de courbure, en chaque point, sont égaux et de signes contraires; par* M. E. CATALAN. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Liouville, Binet, Chasles.)

« I. *Transformations diverses de l'équation*

(A) $$(1+p^2)\,t - 2pqs + (1+q^2)\,r + 0.$$

» 1°.

$$(B)\qquad \frac{d.\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dx}+\frac{d.\dfrac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dy}=0.$$

» 2°.

$$(C)\qquad (1-p_1^2)\,t_1+2p_1q_1s_1+(1-q_1^2)\,t_1=0.$$

» 3°.

$$(D)\qquad (1-\alpha^2)\frac{d^2\omega}{d\alpha^2}-2\alpha\beta\frac{d^2\omega}{d\alpha\,d\beta}+(1-\beta^2)\frac{d^2\omega}{d\beta^2}=0.$$

» 4°.

$$(E)\qquad \frac{d^2\omega}{d\theta^2}+u^2(1-u^2)\frac{d^2\omega}{du^2}+u\frac{d\omega}{du}=0.$$

» 5°.

$$(G)\qquad \sin(a+b)\frac{d^2\omega}{da\,db}+\frac{d\omega}{da}+\frac{d\omega}{db}=0.$$

» II *Quelques solutions particulières de l'équation* (A).

» 1°.

$$z=\log\frac{\cos y}{\cos x}.\ (*)$$

» 2°.

$$z=\operatorname{arc\,tang}\frac{\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\cdot\dfrac{e^y-e^{-y}}{e^y+e^{-y}}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\right)^2-\left(\dfrac{e^y-e^{-y}}{e^y+e^{-y}}\right)^2}}.$$

» 3°.

$$x=\frac{m}{u}\sqrt{1-u^2}\cos\theta-\frac{h}{u}\sin\theta,\quad y=\frac{m}{u}\sqrt{1-u^2}\sin\theta+\frac{h}{u}\cos\theta,$$

$$z=-m\theta+\frac{1}{2}h\log\frac{1-\sqrt{1-u^2}}{1+\sqrt{1-u^2}};$$

ou, en éliminant u et θ et en prenant des coordonnées polaires ρ, φ :

$$z=m\varphi\pm\left[m\zeta+h\log\frac{\sqrt{\rho^2+m^2}-\sqrt{\rho^2-h^2}}{\sqrt{m^2+h^2}}\right],$$

$$\operatorname{tang}\zeta=\frac{h}{m}\frac{\sqrt{\rho^2+m^2}}{\rho^2-h^2}.\ (*)$$

(*) Cette solution a déjà été publiée dans les *Comptes rendus*.

» 4°.

$$x = \left[e^{\nu} - \frac{1}{2}\nu(e^{\nu} - e^{-\nu})\right]\cos\theta + \frac{1}{2}\theta(e^{\nu} + e^{-\nu})\sin\theta,$$

$$y = \left[e^{\nu} - \frac{1}{2}\nu(e^{\nu} - e^{-\nu})\right]\sin\theta - \frac{1}{2}\theta(e^{\nu} + e^{-\nu})\cos\theta,$$

$$\nu = \frac{z}{\theta} + 1.$$

» III. *Intégration des équations* (A), (B), (C).

» 1°. L'équation (D) se ramène à

$$\frac{d^2 x}{d\theta^2} - \frac{d^2 x}{d\lambda^2} = 0;$$

d'où l'on conclut, pour l'intégrale générale de (A),

$$x = \int \varpi'(a)\sin a da + \int \pi'(b)\sin b db,$$

$$y = -\int \varpi'(a)\cos a da + \int \pi'(b)\cos b db,$$

$$z = \sqrt{-1}\,[\varpi(a) + \pi(b)].$$

» 2°. L'équation (G) a pour intégrale

$$\omega = -\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\left[\int \varpi(a)\cos a da + \int \pi(b)\cos b db\right]$$

$$+\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\left[\int \varpi(a)\sin a da - \int \pi(b)\sin b db\right].$$

. . . .

» IV. *Intégration de l'équation* (A), *sous forme réelle.*

» 1°. Soient

$$\varpi(a) = \Phi(a) + \sqrt{-1}\,\Psi(a), \quad \pi(b) = \Phi(b) - \sqrt{-1}\,\Psi(b),$$

les caractéristiques Φ et Ψ désignant des fonctions arbitraires *réelles*, sinon pour toutes les valeurs réelles des variables a, b, du moins dans une certaine étendue. Prenons, en même temps,

$$a = m + n\sqrt{-1}, \quad b = m - n\sqrt{-1},$$

m, n étant deux variables réelles. Enfin soient

$$\Phi\left(m+n\sqrt{-1}\right)=\mathrm{M}+\mathrm{N}\sqrt{-1},\quad \Phi\left(m-n\sqrt{-1}\right)=\mathrm{M}-\mathrm{N}\sqrt{-1},$$
$$\Psi\left(m+n\sqrt{-1}\right)=\mathrm{P}+\mathrm{Q}\sqrt{-1},\quad \Psi\left(m-n\sqrt{-1}\right)=\mathrm{P}-\mathrm{Q}\sqrt{-1},$$

M, N, P, Q étant des fonctions réelles de m et de n. On aura

$$x=\int(d\mathrm{M}-d\mathrm{Q})\sin m\,(e^{n}+e^{-n})-\int(d\mathrm{N}+d\mathrm{P})\cos m\,(e^{n}-e^{-n}),$$
$$y=\int(d\mathrm{M}-d\mathrm{Q})\cos m\,(e^{n}+e^{-n})+\int(d\mathrm{N}+d\mathrm{P})\sin m\,(e^{n}-e^{-n}),$$
$$z=-2(\mathrm{N}+\mathrm{P}).$$

» Ces nouvelles formules, quand on laisse les fonctions Φ et Ψ complétement arbitraires, représentent, aussi bien que les formules ci-dessus, l'intégrale générale de l'équation (A). Elles ont, sur celles-ci et sur les formules de Monge, l'avantage de donner des solutions réelles, quand ces mêmes fonctions sont soumises à la restriction indiquée.

» 2°. Si, par exemple,

$$\Phi\left(m+n\sqrt{-1}\right)=\cos\left(m+n\sqrt{-1}\right),\quad \Psi\left(m+n\sqrt{-1}\right)=0,$$

on trouve

$$x=\frac{1}{4}\sin 2m\,(e^{2n}+e^{-2n})-m,$$
$$y=\frac{1}{4}\cos 2m\,(e^{2n}+e^{-2n}),$$
$$z=\sin m\,(e^{n}-e^{-n}).$$

» La surface représentée par ces trois équations peut être engendrée de la manière suivante :

» *Soient la cycloïde* OSA *décrite par le point* S *appartenant à la circonférence* CI, *et la cycloïde* OPB, *enveloppe du rayon mobile* CS, P *étant le point de contact. Si l'on conçoit, dans un plan perpendiculaire à celui de la figure, une parabole dont la directrice soit projetée en* P, *et qui ait* S *pour sommet, cette courbe (variable de grandeur) engendre la surface.*

» 3°. Jusqu'à présent on n'a pas, que nous sachions, donné d'exemple d'une surface minimum *algébrique*. Pour que les formules ci-dessus représentent de pareilles surfaces, il suffit que les variables m, n, y entrent, la première seulement sous les signes *sinus* et *cosinus*, la seconde en exposant. Ces conditions, auxquelles on peut satisfaire d'une infinité de manières, seront vérifiées si l'on prend

$$\Phi(m+n\sqrt{-1}) = \cos(2m+2n\sqrt{-1}), \quad \Psi(n+n\sqrt{-1}) = 0.$$

» On trouve, en effet,

$$[y(3\operatorname{tang} m - \operatorname{tang}^3 m) + x(3\operatorname{tang}^2 m - 1)]^2$$
$$= 8(2+\sqrt{4+z^2})\operatorname{tang} m(1-\operatorname{tang}^2 m)^2,$$
$$[y(3\operatorname{tang} m - \operatorname{tang}^3 m) + x(3\operatorname{tang}^2 m - 1)](1+\operatorname{tang}^2 m)$$
$$= \frac{24}{2+\sqrt{4+z^2}}\operatorname{tang}^2 m(y + x\operatorname{tang} m);$$

et il est évident qu'en éliminant $\operatorname{tang} m$ entre ces deux équations, on arriverait à une équation algébrique en

$$x, y, z.$$

Une Note intitulée : « Appareil de sûreté pour les chemins de fer; tige indicatrice du voisinage d'un train en mouvement ou arrêté, et de la distance à laquelle il se trouve », est adressée par **M. Luerep**, si tel est, en effet, le nom de l'auteur dont la signature, deux fois répétée, n'a pu être lue avec certitude.

(Commissaires, MM. Morin, Combes, Séguier.)

M. l'abbé **Torreilles** adresse un supplément à sa précédente Note sur une machine mise en jeu par l'électricité.

(Renvoi comme la Note précédente à l'examen de M. Despretz.)

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique invite l'Académie à lui présenter, conformément au décret du 9 mars 1852, deux candidats pour la chaire de médecine vacante au Collége de France par suite du décès de *M. Magendie.*

La Commission de Médecine est invitée à préparer le plus promptement qu'il se pourra une liste de candidats.

M. le Ministre de la Guerre adresse, pour la Bibliothèque de l'Institut, deux exemplaires du tableau de la situation des établissements français en Algérie afférent aux années 1852-1854.