

Comptes rendus
hebdomadaires des séances
de l'Académie des sciences /
publiés... par MM. les
secrétaires perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

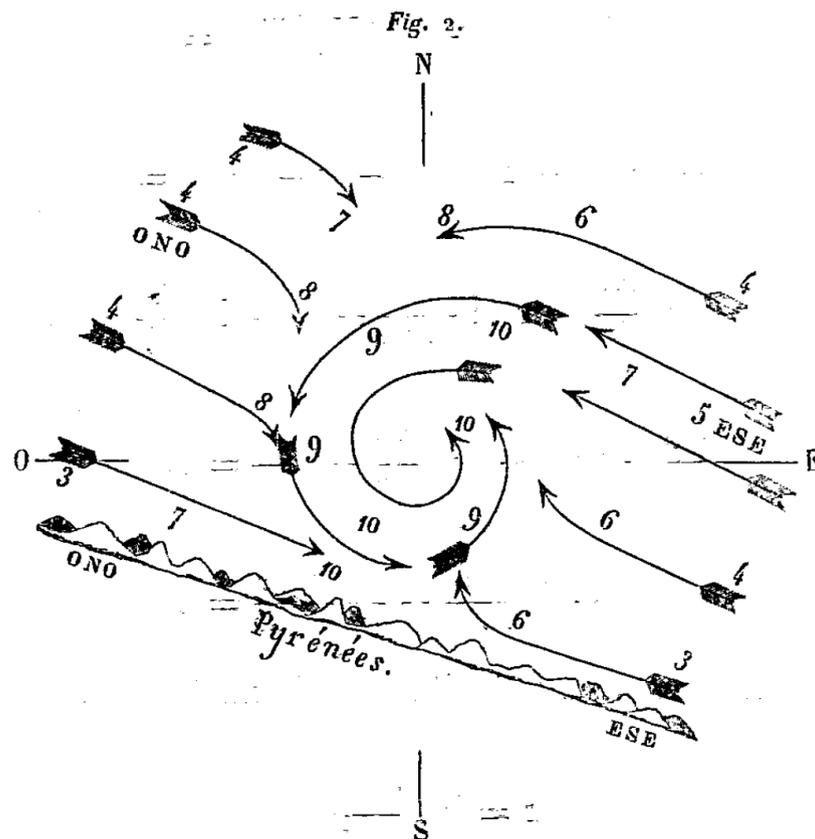
4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisationcommerciale@bnf.fr.

» La *fig. 2* représente l'ensemble d'un orage produit par des vents de directions diamétralement opposées.



» Ces figures s'appliquent aussi, à quelques détails près, à l'ensemble des ouragans engendrés dans des circonstances analogues. Il n'existe de différence sensible que dans les proportions des courants circulaires dont le rayon est comparativement beaucoup plus petit dans les simples orages que dans les ouragans.

» Les chiffres inscrits sur les figures indiquent la force relative des vents. Le chiffre 3 désigne un vent modéré, le chiffre 10 une tempête; le chiffre 12 accuserait un ouragan des plus impétueux.

» Les rumbes de vents sont rapportés au nord du monde; mais les directions ne doivent cependant être considérées que comme approximatives. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les surfaces dont les rayons de courbure, en chaque point, sont égaux et de signes contraires; par M. E. CATALAN. (Extrait.)*

(Commissaires, MM. Liouville, Binet, Chasles.)

« I. Transformations diverses de l'équation

$$(A) \quad (1 + p^2) t - 2 p q s + (1 + q^2) r + 0.$$

» 1°.

$$(B) \quad \frac{d \cdot \frac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dx} + \frac{d \cdot \frac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}}{dy} = 0.$$

» 2°.

$$(C) \quad (1-p_1^2)t_1 + 2p_1q_1s_1 + (1-q_1^2)t_1 = 0.$$

» 3°.

$$(D) \quad (1-\alpha^2)\frac{d^2\omega}{d\alpha^2} - 2\alpha\beta\frac{d^2\omega}{d\alpha d\beta} + (1-\beta^2)\frac{d^2\omega}{d\beta^2} = 0.$$

» 4°.

$$(E) \quad \frac{d^2\omega}{d\theta^2} + u^2(1-u^2)\frac{d^2\omega}{du^2} + u\frac{d\omega}{du} = 0.$$

» 5°.

$$(G) \quad \sin(a+b)\frac{d^2\omega}{da db} + \frac{d\omega}{da} + \frac{d\omega}{db} = 0.$$

» II Quelques solutions particulières de l'équation (A).

» 1°.

$$z = \log \frac{\cos y}{\cos x} \quad (*)$$

» 2°.

$$z = \text{arc tang} \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\right)^2 - \left(\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}\right)^2}}$$

» 3°.

$$x = \frac{m}{u}\sqrt{1-u^2}\cos\theta - \frac{h}{u}\sin\theta, \quad y = \frac{m}{u}\sqrt{1-u^2}\sin\theta + \frac{h}{u}\cos\theta,$$

$$z = -m\theta + \frac{1}{2}h \log \frac{1 - \sqrt{1-u^2}}{1 + \sqrt{1-u^2}};$$

ou, en éliminant u et θ et en prenant des coordonnées polaires ρ, φ :

$$z = m\varphi \pm \left[m\zeta + h \log \frac{\sqrt{\rho^2 + m^2} - \sqrt{\rho^2 - h^2}}{\sqrt{m^2 + h^2}} \right],$$

$$\text{tang} \zeta = \frac{h}{m} \frac{\sqrt{\rho^2 + m^2}}{\rho^2 - h^2} \quad (*)$$

(*) Cette solution a déjà été publiée dans les *Comptes rendus*.

» 4°.

$$x = \left[e^\nu - \frac{1}{2} \nu (e^\nu - e^{-\nu}) \right] \cos \theta + \frac{1}{2} \theta (e^\nu + e^{-\nu}) \sin \theta,$$

$$y = \left[e^\nu - \frac{1}{2} \nu (e^\nu - e^{-\nu}) \right] \sin \theta - \frac{1}{2} \theta (e^\nu + e^{-\nu}) \cos \theta,$$

$$\nu = \frac{z}{\theta} + 1.$$

» III. *Intégration des équations (A), (B), (C).*

» 1°. L'équation (D) se ramène à

$$\frac{d^2 x}{d\theta^2} - \frac{d^2 x}{d\lambda^2} = 0;$$

d'où l'on conclut, pour l'intégrale générale de (A),

$$x = \int \varpi'(a) \sin ada + \int \pi'(b) \sin bdb,$$

$$y = - \int \varpi'(a) \cos ada + \int \pi'(b) \cos bdb,$$

$$z = \sqrt{-1} [\varpi(a) + \pi(b)].$$

» 2°. L'équation (G) a pour intégrale

$$\omega = - \frac{\cos \frac{1}{2}(a-b)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)} \left[\int \varpi(a) \cos ada + \int \pi(b) \cos bdb \right]$$

$$+ \frac{\sin \frac{1}{2}(a-b)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)} \left[\int \varpi(a) \sin ada - \int \pi(b) \sin bdb \right].$$

» IV. *Intégration de l'équation (A), sous forme réelle.*

» 1°. Soient

$$\varpi(a) = \Phi(a) + \sqrt{-1} \Psi(a), \quad \pi(b) = \Phi(b) - \sqrt{-1} \Psi(b),$$

les caractéristiques Φ et Ψ désignant des fonctions arbitraires *réelles*, sinon pour toutes les valeurs réelles des variables a, b , du moins dans une certaine étendue. Prenons, en même temps,

$$a = m + n \sqrt{-1}, \quad b = m - n \sqrt{-1},$$

m, n étant deux variables réelles. Enfin soient

$$\begin{aligned}\Phi(m + n\sqrt{-1}) &= M + N\sqrt{-1}, & \Phi(m - n\sqrt{-1}) &= M - N\sqrt{-1}, \\ \Psi(m + n\sqrt{-1}) &= P + Q\sqrt{-1}, & \Psi(m - n\sqrt{-1}) &= P - Q\sqrt{-1},\end{aligned}$$

M, N, P, Q étant des fonctions réelles de m et de n . On aura

$$\begin{aligned}x &= \int (dM - dQ) \sin m(e^n + e^{-n}) - \int (dN + dP) \cos m(e^n - e^{-n}), \\ y &= \int (dM - dQ) \cos m(e^n + e^{-n}) + \int (dN + dP) \sin m(e^n - e^{-n}), \\ z &= -2(N + P).\end{aligned}$$

» Ces nouvelles formules, quand on laisse les fonctions Φ et Ψ complètement arbitraires, représentent, aussi bien que les formules ci-dessus, l'intégrale générale de l'équation (A). Elles ont, sur celles-ci et sur les formules de Monge, l'avantage de donner des solutions réelles, quand ces mêmes fonctions sont soumises à la restriction indiquée.

» 2°. Si, par exemple,

$$\Phi(m + n\sqrt{-1}) = \cos(m + n\sqrt{-1}), \quad \Psi(m + n\sqrt{-1}) = 0,$$

on trouve

$$x = \frac{1}{4} \sin 2m(e^{2n} + e^{-2n}) - m,$$

$$y = \frac{1}{4} \cos 2m(e^{2n} + e^{-2n}),$$

$$z = \sin m(e^n - e^{-n}).$$

» La surface représentée par ces trois équations peut être engendrée de la manière suivante :

» Soient la cycloïde OSA décrite par le point S appartenant à la circonférence CI, et la cycloïde OPB, enveloppe du rayon mobile CS, P étant le point de contact. Si l'on conçoit, dans un plan perpendiculaire à celui de la figure, une parabole dont la directrice soit projetée en P, et qui ait S pour sommet, cette courbe (variable de grandeur) engendre la surface.

» 3°. Jusqu'à présent on n'a pas, que nous sachions, donné d'exemple d'une surface minimum algébrique. Pour que les formules ci-dessus représentent de pareilles surfaces, il suffit que les variables m, n, y entrent, la première seulement sous les signes sinus et cosinus, la seconde en exposant. Ces conditions, auxquelles on peut satisfaire d'une infinité de manières,

seront vérifiées si l'on prend

$$\Phi(m + n\sqrt{-1}) = \cos(2m + 2n\sqrt{-1}), \quad \Psi(n + n\sqrt{-1}) = 0.$$

» On trouve, en effet,

$$\begin{aligned} & [\gamma(3 \operatorname{tang} m - \operatorname{tang}^3 m) + x(3 \operatorname{tang}^2 m - 1)]^2 \\ &= 8(2 + \sqrt{4 + z^2}) \operatorname{tang} m (1 - \operatorname{tang}^2 m)^2, \\ & [\gamma(3 \operatorname{tang} m - \operatorname{tang}^3 m) + x(3 \operatorname{tang}^2 m - 1)](1 + \operatorname{tang}^2 m) \\ &= \frac{24}{2 + \sqrt{4 + z^2}} \operatorname{tang}^2 m (\gamma + x \operatorname{tang} m); \end{aligned}$$

et il est évident qu'en éliminant $\operatorname{tang} m$ entre ces deux équations, on arriverait à une équation algébrique en

$$x, \gamma, z.$$

Une Note intitulée : « Appareil de sûreté pour les chemins de fer; tige indicatrice du voisinage d'un train en mouvement ou arrêté, et de la distance à laquelle il se trouve », est adressée par M. LUEREP, si tel est, en effet, le nom de l'auteur dont la signature, deux fois répétée, n'a pu être lue avec certitude.

(Commissaires, MM. Morin, Combes, Séguier.)

M. l'abbé TORREILLES adresse un supplément à sa précédente Note sur une machine mise en jeu par l'électricité.

(Renvoi comme la Note précédente à l'examen de M. Despretz.)

CORRESPONDANCE.

M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE invite l'Académie à lui présenter, conformément au décret du 9 mars 1852, deux candidats pour la chaire de médecine vacante au Collège de France par suite du décès de M. Magendie.

La Commission de Médecine est invitée à préparer le plus promptement qu'il se pourra une liste de candidats.

M. LE MINISTRE DE LA GUERRE adresse, pour la Bibliothèque de l'Institut, deux exemplaires du tableau de la situation des établissements français en Algérie afférent aux années 1852-1854.